

ЗБІРНИКИ ЗАВДАНЬ

О. О. СТАРОВА

ЗБІРНИК САМОСТІЙНИХ ТА КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

МАТЕМАТИКА



РІВЕНЬ СТАНДАРТУ

10
КЛАС

Харків
Видавнича група «Основа»
2018

УДК 373:512
С77

Старова О. О.

С77 Збірник самостійних та контрольних робіт. Математика.
10 клас. Рівень стандарту / О. О. Старова. — Х. : Вид. група
«Основа», 2018. — 80 с.

ISBN 978-617-00-3442-7.

Пропонований збірник самостійних та контрольних робіт призначений для перевірки знань учнів 10 класів з алгебри та початків аналізу, геометрії. Посібник складено відповідно до оновленої програми (2017 рік) із математики (рівень стандарту) для загальноосвітніх навчальних закладів.

Призначено для учнів 10 класів загальноосвітніх шкіл, які навчаються за рівнем стандарту, та вчителів математики.

УДК 373:512

Навчальне видання

СТАРОВА Ольга Олександрівна

ЗБІРНИК САМОСТІЙНИХ ТА КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Математика. 10 клас. Рівень стандарту

Головний редактор: *І. С. Маркова*

Відповідальний за видання: *Ю. М. Афанасенко*

Технічний редактор: *Є. С. Островський*

Коректор: *О. М. Журенко*

Підп. до друку 04.07.2018. Формат 60×90/16. Папір офсет.
Гарнітура Шкільна. Друк офсет. Ум. друк. арк. 5,00. Зам. № 18-07/16-05.

ТОВ «Видавнича група «Основа»».

Свідectтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6058 від 01.03.2018 р.

Україна, 61001 Харків, вул. Плеханівська, 66.

Тел. (057) 731-96-32. E-mail: math@osnova.com.ua

Телефон для замовлення: 0-800-505-212

(Безкоштовно з мобільних та стаціонарних телефонів України)

Надруковано у друкарні ТОВ «ТРИАДА-ПАК»

м. Харків, пров. Сімферопольський, 6. Тел. +38(057)703-12-21

www.triada-pack.com, email: sale@triada.kharkov.ua

ISO 9001:2015 № UA228351, FAMO TRIADA LLC (065445)

ISBN 978-617-00-3442-7

© Старова О. О., 2018

© ТОВ «Видавнича група «Основа»», 2018

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ	5
Тема 1. Функції, їхні властивості та графіки	5
<i>Самостійна робота № 1.</i> Числові функції та їхні властивості.	5
<i>Самостійна робота № 2.</i> Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості	6
<i>Самостійна робота № 3.</i> Степінь із раціональним показником. Степеневі функції, їхні властивості та графіки	7
<i>Контрольна робота № 1</i>	9
Тема 2. Тригонометричні функції	13
<i>Самостійна робота № 4.</i> Тригонометричні функції числового аргумента. Радіанне вимірювання кутів	13
<i>Самостійна робота № 5.</i> Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргумента. Формули зведення	14
<i>Самостійна робота № 6.</i> Властивості та графіки тригонометричних функцій	15
<i>Контрольна робота № 2</i>	17
<i>Самостійна робота № 7.</i> Формули додавання для тригонометричних функцій. Тригонометричні формули подвійного аргумента	21
<i>Самостійна робота № 8.</i> Перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток. Перетворення добутку тригонометричних функцій на суму	22
<i>Самостійна робота № 9.</i> Найпростіші тригонометричні рівняння	24
<i>Контрольна робота № 3</i>	25
Тема 3. Похідна та її застосування	30
<i>Самостійна робота № 10.</i> Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст ..	30
<i>Самостійна робота № 11.</i> Похідні елементарних функцій. Правила диференціювання	32
<i>Самостійна робота № 12.</i> Застосування похідної до дослідження функцій	33
<i>Контрольна робота № 4</i>	34
<i>Підсумкова контрольна робота.</i>	38
ГЕОМЕТРИЯ	42
Тема 1. Паралельність прямих і площин у просторі	42
<i>Самостійна робота № 1.</i> Аксиоми стереометрії та наслідки з них	42
<i>Самостійна робота № 2.</i> Взаємне розміщення прямих у просторі	44
<i>Самостійна робота № 3.</i> Паралельність прямої й площини	46
<i>Самостійна робота № 4.</i> Паралельність площин	47
<i>Контрольна робота № 1</i>	49
Тема 2. Перпендикулярність прямих і площин у просторі	54
<i>Самостійна робота № 5.</i> Перпендикулярність прямої й площини. Теорема про три перпендикуляри.	54
<i>Самостійна робота № 6.</i> Перпендикулярність площин	55
<i>Самостійна робота № 7.</i> Відстані в просторі.	57
<i>Самостійна робота № 8.</i> Кути в просторі	59
<i>Контрольна робота № 2</i>	61
Тема 3. Координати й вектори	66
<i>Самостійна робота № 9.</i> Прямокутні координати в просторі	66
<i>Самостійна робота № 10.</i> Вектори в просторі. Операції над векторами	67
<i>Контрольна робота № 3</i>	69
<i>Підсумкова контрольна робота.</i>	72
ВІДПОВІДІ	77

ПЕРЕДМОВА

Посібник складений відповідно до оновленої програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів 2017 року (рівень стандарту) і є збірником самостійних та контрольних робіт з алгебри та початків аналізу, геометрії.

Матеріал посібника структуровано за темами відповідно до тем програми.

До кожної теми наведено самостійні роботи у двох рівноцінних варіантах, контрольні роботи у трьох рівноцінних варіантах.

Із метою кращої підготовки учнів до контрольної роботи в посібнику наведено підготовчий (нульовий) варіант контрольної роботи.

Посібник містить 12 самостійних і 5 контрольних робіт з алгебри та початків аналізу, 10 самостійних і 4 контрольні роботи з геометрії.

Кожна самостійна робота містить 2 тестових завдання з вибором однієї правильної відповіді, одне завдання на встановлення відповідності. Завдання 4 і 5 є завданнями відкритої форми.

Контрольні роботи містять 6 тестових завдань із вибором однієї правильної відповіді, завдання 7 — завдання на встановлення відповідності, завдання 8 — структуроване завдання з короткою відповіддю, завдання 9, 10 — завдання відкритої форми з повним обґрунтуванням розв'язання.

На виконання самостійної роботи відводиться 15 хв, контрольної роботи — 45 хв.

Наведемо схему оцінювання контрольної роботи.

1. Кожне завдання 1–6 із вибором однієї правильної відповіді оцінюється в 0 балів або 1 бал. Якщо учень указав правильну відповідь, то він отримує 1 бал. Якщо учень указав неправильну відповідь, або не надав жодної відповіді, то він отримує 0 балів.
2. Завдання на встановлення відповідності («логічні пари») оцінюються в 0, 1, 2, 3 або 4 бали. Учень отримує 1 бал за кожну правильно встановлену відповідність («логічну пару»).
3. Структуроване завдання оцінюється в 0, 1 або 2 бали.
4. Максимальна кількість балів, яку учень може отримати за виконання кожного завдання з повним обґрунтуванням розв'язання — 3 бали.

Отже, максимальна кількість балів, яку може набрати учень, правильно виконавши контрольну роботу, становить 18.

Схема переведення тестових балів в оцінку наведена в таблиці.

Тестові бали	1	2	3	4–5	6–7	8	9–10	11–12	13–14	15–16	17	18
Оцінка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

ТЕМА 1

ФУНКЦІЇ, ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ

Самостійна робота № 1. ЧИСЛОВІ ФУНКЦІЇ ТА ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть область визначення функції $y = \frac{x}{\sqrt{x-2}}$.
А. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Б. $(2; +\infty)$. В. $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$. Г. $[2; +\infty)$.
- Знайдіть нулі функції $y = 9x - x^2$.
А. -3 і 0 . Б. 0 і 3 . В. -9 і 0 . Г. 0 і 9 .
- Установіть відповідність між функцією (1–3) та її значенням у точці $x_0 = -2$ (1–4).

1	$y = \sqrt{x+2}$	А	8
2	$y = x^2 - 2x$	Б	-8
3	$y = 2x - 1$	В	0
		Г	-5

- (3 бали). Чи проходить графік функції $y = f(x)$ через точку M , якщо:
1) $y = x^2 + 4$, $M(-2; 0)$;
2) $y = 2x - x^2$, $M(0; 2)$;
3) $y = 3x + 5$, $M(-1; 2)$?
- (4 бали). Побудуйте графік функції $y = x^2 - 4x$ при $x \geq 0$. Добудуйте його так, щоб утворений графік задавав парну функцію.

Варіант 2*У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.*

1. Знайдіть область визначення функції
- $y = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$
- .

А. $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$. Б. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. В. $(3; +\infty)$. Г. $[3; +\infty)$.

2. Знайдіть нулі функції
- $y = x^2 + 4x$
- .

А. -4 і 0 . Б. 0 і 2 . В. -2 і 0 . Г. 0 і 4 .

3. Установіть відповідність між функцією (1–3) та її значенням у точці
- $x_0 = -1$
- (1–4).

1	$y = \sqrt{x+5}$	А	0
2	$y = x^2 + 2x$	Б	2
3	$y = x + 1$	В	-3
		Г	-1

- 4 (3 бали). Чи проходить графік функції
- $y = f(x)$
- через точку
- P
- , якщо:

1) $y = 3 - x^2$, $P(1; 2)$; 2) $y = x^2 + 2x$, $P(0; 2)$; 3) $y = 3 - 5x$, $P(0; -2)$?

- 5 (4 бали). Побудуйте графік функції
- $y = -x^2 + 4x$
- при
- $x \geq 0$
- . Добудуйте його так, щоб утворений графік задавав непарну функцію.

Самостійна робота № 2. КОРІНЬ n -го СТЕПЕНЯ.**АРИФМЕТИЧНИЙ КОРІНЬ n -го СТЕПЕНЯ, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ****Варіант 1***У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.*

1. Який із наведених виразів не має змісту?

А. $\sqrt[3]{-27}$. Б. $\sqrt[4]{12}$. В. $\sqrt[4]{-12}$. Г. $\sqrt[3]{27}$.

2. У виразі
- $2\sqrt[3]{3}$
- внесіть множник під знак кореня.

А. $\sqrt[3]{24}$. Б. $\sqrt[3]{6}$. В. $\sqrt[3]{54}$. Г. $\sqrt[3]{18}$.

3. Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням (А–Г).

1	$\sqrt[4]{16 \cdot 81}$	А	3
2	$\sqrt[3]{\frac{54}{2}}$	Б	0,4
3	$\sqrt[3]{0,16} \cdot \sqrt[3]{0,4}$	В	4
		Г	6

4 (3 бали). Спростіть вираз $\sqrt[4]{16a^8} + \sqrt[5]{32a^{10}} - \sqrt[3]{0,001a^6}$.

5 (4 бали). Обчисліть: $\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Який із наведених виразів не має змісту?

А. $\sqrt[3]{25}$. Б. $\sqrt[4]{16}$. В. $\sqrt[3]{-25}$. Г. $\sqrt[4]{-16}$.

2. У виразі $3\sqrt[3]{2}$ внесіть множник під знак кореня.

А. $\sqrt[3]{18}$. Б. $\sqrt[3]{54}$. В. $\sqrt[3]{6}$. Г. $\sqrt[3]{12}$.

3. Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням (А–Г).

1	$\sqrt[4]{\frac{32}{2}}$	А	2
2	$\sqrt[3]{16 \cdot 4}$	Б	3
3	$\sqrt[3]{0,9} \cdot \sqrt[3]{0,03}$	В	4
		Г	0,3

4 (3 бали). Спростіть вираз $\sqrt[3]{1000a^6} - \sqrt[7]{128a^{14}} + \sqrt[4]{0,0016a^8}$.

5 (4 бали). Обчисліть: $\sqrt[3]{9-3\sqrt{6}} \cdot \sqrt[3]{9+3\sqrt{6}}$.

Самостійна робота № 3. СТЕПІНЬ ІЗ РАЦІОНАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ. СТЕПЕНЕВІ ФУНКЦІЇ, ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ

Варіант 1

1. Обчисліть: $16^{-\frac{1}{4}}$.

А. -2. Б. $-\frac{1}{2}$. В. 2. Г. $\frac{1}{2}$.

2. Знайдіть область визначення функції $f(x) = x^{\frac{3}{7}}$.

А. $(0; +\infty)$. Б. $(-\infty; +\infty)$. В. $[0; +\infty)$. Г. $\left[\frac{3}{7}; +\infty\right)$.

3. Установіть відповідність між виразом, де $a > 0$, $(1-3)$ і тотожно рівним йому виразом (А-Г).

1	$a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{5}}$	А	$\sqrt[10]{a}$
2	$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}$	Б	$\sqrt[9]{a^{10}}$
3	$a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{5}}$	В	$\sqrt[10]{a^7}$
		Г	$\sqrt[10]{a^3}$

- 4 (3 бали). Побудуйте схематично графік функції $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$. Порівняйте $f(3)$ і $f(5)$.

- 5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{xy^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}}{yx^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}}}$ при $x = 25$, $y = 81$.

Варіант 2

1. Обчисліть: $27^{\frac{1}{3}}$.

А. 3. Б. $\frac{1}{3}$. В. -3. Г. $-\frac{1}{3}$.

2. Знайдіть область визначення функції $f(x) = x^{\frac{2}{9}}$.

А. $\left[-\frac{2}{9}; +\infty\right)$. Б. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. В. $[0; +\infty)$. Г. $(0; +\infty)$.

3. Установіть відповідність між виразом, де $a > 0$, $(1-3)$ і тотожно рівним йому виразом (А-Г).

1	$a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{5}}$	А	$\sqrt[15]{a^7}$
2	$\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}$	Б	$\sqrt[15]{a^2}$
3	$a^{\frac{1}{3}} : a^{\frac{1}{5}}$	В	$\sqrt[15]{a^8}$
		Г	$\sqrt[15]{a}$

4 (3 бали). Побудуйте схематично графік функції $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$. Порівняйте $f(9)$ і $f(7)$.

5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{m^{\frac{3}{2}} - m^{\frac{1}{2}}k}{m - 2m^{\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}} + k}$ при $m = 25$, $k = 9$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

Нульовий (підготовчий) варіант

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть область визначення функції $f(x) = \frac{x}{\sqrt{9+x}}$.
А. $[-9; +\infty)$. Б. $(-9; +\infty)$. В. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Г. $(-\infty; -9) \cup (-9; +\infty)$.
- Парною чи непарною є функція $y = -3 + x^2$?
А. Парною.
Б. Непарною.
В. Ні парною, ні непарною.
Г. Визначити неможливо.
- Обчисліть: $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$.
А. -3 . Б. $\frac{1}{3}$. В. $-\frac{1}{3}$. Г. Вираз не має змісту.
- Знайдіть значення виразу $\sqrt[5]{\frac{32}{100000}}$.
А. 0,00002. Б. 0,2. В. 0,5. Г. 0,00005.
- Знайдіть $f(4)$, якщо $f(x) = x^{-1,5}$.
А. $\sqrt[3]{16}$. Б. $-\sqrt[3]{16}$. В. -8 . Г. $\frac{1}{8}$.
- Функцію задано формулою $f(x) = x^{-0,2}$. Розташуйте в порядку зростання числа $a = f\left(\frac{1}{3}\right)$, $b = f\left(\frac{1}{2}\right)$, $c = f\left(\frac{1}{4}\right)$.
А. b , a , c . Б. a , b , c . В. c , a , b . Г. a , c , b .

5. Функцію задано формулою $f(x) = x^{-0,75}$. Чому дорівнює $f(81)$?
 А. $\frac{1}{27}$. Б. -27 . В. 3. Г. -9 .
6. Функцію задано формулою $f(x) = x^{\frac{3}{7}}$. Порівняйте $f(2,8)$ і $f(3,7)$.
 А. $f(2,8) > f(3,7)$. Б. $f(2,8) < f(3,7)$.
 В. $f(2,8) = f(3,7)$. Г. Порівняти неможливо.
7. Установіть відповідність між функцією (1–4) та її областю визначення (А–Д).

1	$y = x^8$	А	$(0; +\infty)$
2	$y = x^{-\frac{1}{2}}$	Б	$[0; +\infty)$
3	$y = x^{-5}$	В	$(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
4	$y = x^{\frac{1}{3}}$	Г	$(-\infty; +\infty)$
		Д	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

8. Функцію задано формулою $y = x^\alpha$.
 1) Обчисліть показник степеня, якщо $\alpha = -5^{1,5} \cdot 25^{\frac{5}{4}}$.
 2) Побудуйте ескіз графіка функції $y = x^\alpha$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Обчисліть: $\sqrt[5]{7 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{17} + 7}$.
10. Знайдіть значення виразу $\frac{a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{1}{2}}b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$, якщо $a = 2$, $b = 12,5$.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яке з наведених чисел не належить області визначення функції
 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3,8+x}}$?
 А. -2 . Б. -4 . В. 0. Г. 1.
2. Яка з наведених функцій є непарною?
 А. $y = -\frac{1}{x}$. Б. $y = -x^2 + 1$. В. $y = 1 - x$. Г. $y = x - x^2$.

3. Яка з наведених рівностей правильна?

А. $\sqrt[3]{27} = 9$. Б. $\sqrt[6]{6,4} = 0,2$. В. $\sqrt[5]{1} = -1$. Г. $\sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \frac{1}{5}$.

4. Знайдіть значення виразу $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001}$.

А. 0,4. Б. 0,2. В. 0,0002. Г. 0,0004.

5. Функцію задано формулою $f(x) = x^{-0,75}$. Чому дорівнює $f\left(\frac{1}{16}\right)$?

А. $\frac{1}{8}$. Б. 4. В. -8. Г. 8.

6. Функцію задано формулою $f(x) = x^{\frac{2}{11}}$. Порівняйте $f(4,6)$ і $f(3,7)$.

А. $f(4,6) = f(3,7)$.

Б. $f(4,6) > f(3,7)$.

В. $f(4,6) < f(3,7)$.

Г. Порівняти неможливо.

7. Установіть відповідність між функцією (1–4) і її областю визначення (А–Д).

1	$y = x^{-4}$	А	$[0; +\infty)$
2	$y = x^{\frac{3}{2}}$	Б	$(-\infty; +\infty)$
3	$y = x^9$	В	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
4	$y = x^{-\frac{1}{3}}$	Г	$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
		Д	$(0; +\infty)$

8. Функцію задано формулою $y = x^\alpha$.

1) Обчисліть показник степеня, якщо $\alpha = 4^{-\frac{5}{8}} \cdot 2^{0,25}$.

2) Побудуйте ескіз графіка функції $y = x^\alpha$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Обчисліть: $\sqrt[4]{11 - \sqrt{40}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{40} + 11}$.10. Знайдіть значення виразу $\frac{ab^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}$, якщо $a = 24,5$, $b = 2$.

ТЕМА 2

ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

Самостійна робота № 4. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА. РАДІАННЕ ВИМІРЮВАННЯ КУТІВ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть радіанну міру кута, градусна міра якого становить 120° .
 А. $\frac{3\pi}{2}$. Б. $\frac{2\pi}{3}$. В. $\frac{5\pi}{6}$. Г. $\frac{3\pi}{4}$.
- Яка з наведених нерівностей неправильна?
 А. $\sin 189^\circ < 0$. Б. $\cos 137^\circ < 0$. В. $\operatorname{tg} 194^\circ < 0$. Г. $\operatorname{ctg} 144^\circ < 0$.
- Установіть відповідність між кутом (1–3) і координатною чвертю (А–Г), у якій розміщена точка $P(1;0)$, отримана внаслідок повороту на цей кут.

1	$\frac{4\pi}{3}$	А	I чверть
2	$\frac{\pi}{5}$	Б	II чверть
3	$\frac{11\pi}{6}$	В	III чверть
		Г	IV чверть

- 4 (3 бали). Укажіть два значення x , при яких:

1) $\sin x = 0$; 2) $\cos x = -1$; 3) $\sin x = 1$.

- 5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть радіанну міру кута, градусна міра якого становить 135° .
 А. $\frac{2\pi}{3}$. Б. $\frac{5\pi}{6}$. В. $\frac{3\pi}{2}$. Г. $\frac{3\pi}{4}$.
- Яка з наведених нерівностей неправильна?
 А. $\sin 138^\circ > 0$. Б. $\cos 195^\circ > 0$. В. $\operatorname{tg} 205^\circ > 0$. Г. $\operatorname{ctg} 209^\circ > 0$.

3. Установіть відповідність між кутом (1–3) і координатною чвертю (А–Г), у якій розміщена точка $P(1;0)$, отримана внаслідок повороту на цей кут.

1	$\frac{2\pi}{3}$	А	I чверть
2	$\frac{7\pi}{4}$	Б	II чверть
3	$\frac{\pi}{9}$	В	III чверть
		Г	IV чверть

- 4 (3 бали). Укажіть два значення x , при яких:

1) $\cos x = 0$; 2) $\sin x = -1$; 3) $\cos x = 1$.

- 5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$.

Самостійна робота № 5. ОСНОВНІ СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ ОДНОГО АРГУМЕНТА. ФОРМУЛИ ЗВЕДЕННЯ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Яка з наведених формул неправильна?

А. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 0$. Б. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$.

В. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$. Г. $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$.

2. Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = -0,8$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

А. 0,2. Б. -0,6. В. 0,18. Г. 0,6.

3. Установіть відповідність між тригонометричною функцією (1–3) і тотожно рівною їй тригонометричною функцією гострого кута (А–Г).

1	$\sin 130^\circ$	А	$-\sin 50^\circ$
2	$\cos 140^\circ$	Б	$\cos 50^\circ$
3	$\sin 320^\circ$	В	$\sin 50^\circ$
		Г	$-\cos 50^\circ$

4 (3 бали). Обчисліть:

1) $\cos 135^\circ$; 2) $\operatorname{ctg} 210^\circ$; 3) $\sin \frac{9\pi}{4}$.

5 (4 бали). Спростіть вираз:

1) $\sin^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta$; 2) $\operatorname{tg}^2 \beta \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta - \sin^2 \beta$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Яка з наведених формул неправильна?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Б. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 0$.

B. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.

Г. $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

2. Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

A. $-0,8$.

Б. $0,4$.

В. $0,8$.

Г. $0,2$.

3. Установіть відповідність між тригонометричною функцією (1–3) і тотожно рівною їй тригонометричною функцією гострого кута (А–Г).

1	$\operatorname{tg} 130^\circ$	A	$\operatorname{tg} 40^\circ$
2	$\operatorname{ctg} 220^\circ$	Б	$-\operatorname{ctg} 40^\circ$
3	$\operatorname{tg} 140^\circ$	В	$\operatorname{ctg} 40^\circ$
		Г	$-\operatorname{tg} 40^\circ$

4 (3 бали). Обчисліть:

1) $\cos 210^\circ$; 2) $\operatorname{tg} 135^\circ$; 3) $\sin \frac{13\pi}{6}$.

5 (4 бали). Спростіть вираз:

1) $\cos^2 \beta - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta$; 2) $\operatorname{tg}^2 \beta \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta - \cos^2 \beta$.

Самостійна робота № 6. ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Яка з наведених рівностей неправильна?

A. $\sin(-x) = -\sin x$.

Б. $\cos(-x) = \cos x$.

B. $\operatorname{tg}(-x) = \operatorname{tg} x$.

Г. $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$.

2. Області визначення якої з наведених функцій не належить число $\frac{3\pi}{2}$?

А. $y = \sin x$. Б. $y = \operatorname{tg} x$. В. $y = \cos x$. Г. $y = \operatorname{ctg} x$.

3. Установіть відповідність між функцією (1–3) та її найменшим додатним періодом (А–Г).

1	$y = \sin 2x$	А	2π
2	$y = \cos x$	Б	π
3	$y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$	В	3π
		Г	$\frac{\pi}{2}$

- 4 (3 бали). Знайдіть множину значень функції:

1) $y = 1 + \sin x$; 2) $y = \cos x - 2$; 3) $y = \operatorname{tg} x + 3$.

- 5 (4 бали). Користуючись графіком функції $y = \sin x$, з'ясуйте:

1) при яких значеннях x , що належать проміжку $[0; 3\pi]$, функція набуває від'ємних значень;

2) зростає чи спадає функція $y = \sin x$ на проміжку $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Яка з наведених рівностей правильна?
 А. $\sin(-x) = \sin x$. Б. $\cos(-x) = -\cos x$.
 В. $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$. Г. $\operatorname{ctg}(-x) = \operatorname{ctg} x$.
2. Області визначення якої з наведених функцій не належить число -2π ?
 А. $y = \sin x$. Б. $y = \operatorname{tg} x$. В. $y = \cos x$. Г. $y = \operatorname{ctg} x$.
3. Установіть відповідність між функцією (1–3) та її найменшим додатним періодом (А–Г).

1	$y = \cos \frac{x}{2}$	А	$\frac{\pi}{2}$
2	$y = \sin x$	Б	π
3	$y = \operatorname{ctg} 2x$	В	2π
		Г	4π

4 (3 бали). Знайдіть множину значень функції:

1) $y = \sin x - 1$; 2) $y = \cos x + 2$; 3) $y = \operatorname{ctg} x - 3$.

5 (4 бали). Користуючись графіком функції $y = \cos x$, з'ясуйте:

1) при яких значеннях x , що належать проміжку $[0; 2\pi]$, функція набуває від'ємних значень;

2) зростає чи спадає функція на проміжку $[-\pi; 0]$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 2

Нульовий (підготовчий) варіант

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Якою залежністю пов'язані градусна й радіанна міри кутів?

А. $n^\circ = \frac{180\pi}{n}$ радіанів.

Б. $n^\circ = \frac{\pi n}{180}$ радіанів.

В. $n^\circ = \frac{\pi}{180n}$ радіанів.

Г. $n^\circ = \frac{180n}{\pi}$ радіанів.

2. Значення якого виразу є додатним числом?

А. $\sin 120^\circ$.

Б. $\cos 210^\circ$.

В. $\operatorname{tg} 100^\circ$.

Г. $\operatorname{ctg} 310^\circ$.

3. Яке з наведених чисел не належить області значень функцій $y = \sin x$ і $y = \cos x$?

А. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Б. $\frac{1}{3}$.

В. $\sqrt{3}$.

Г. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

4. Яка з наведених формул неправильна?

А. $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$.

Б. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$.

В. $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha$.

Г. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \operatorname{tg} \alpha$.

5. Яка з наведених рівностей неправильна?

А. $\sin \frac{7\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Б. $\cos \frac{9\pi}{4} = \frac{1}{2}$.

В. $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Г. $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4} = 1$.

6. Областю визначення якої з наведених функцій є всі дійсні числа, крім $x = \pi n$, де n — будь-яке ціле число?

А. $y = \sin x$.

Б. $y = \cos x$.

В. $y = \operatorname{tg} x$.

Г. $y = \operatorname{ctg} x$.

7. Установіть відповідність між виразом (1–4) та його числовим значенням (А–Д).

1	$\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$	А	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$	Б	$\frac{1}{2}$
3	$\operatorname{tg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$	В	$-\frac{1}{2}$
4	$\operatorname{ctg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$	Г	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
		Д	$\sqrt{3}$

8. Відомо, що $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

1) Знайдіть $\sin \alpha$.

2) Порівняйте з нулем число $a = 1 + \operatorname{tg} \alpha$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Знайдіть значення виразу $4 \cos \frac{2\alpha}{3} - \sqrt{2} \sin\left(-\frac{\alpha}{2}\right)$, якщо $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
10. Знайдіть найменший додатний період функції
- $$y = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{1 + \cos(-\alpha)}{\sin(-\alpha)}.$$

Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яка з наведених рівностей неправильна?
 А. $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$. Б. $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$. В. $\frac{3\pi}{2} = 270^\circ$. Г. $\frac{\pi}{6} = 60^\circ$.
2. Яка з наведених нерівностей правильна?
 А. $\sin 50^\circ < 0$. Б. $\cos 225^\circ < 0$. В. $\operatorname{tg} 60^\circ < 0$. Г. $\operatorname{ctg} 335^\circ > 0$.
3. Якому з наведених чисел може дорівнювати синус числа?
 А. $\frac{7}{3}$. Б. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. В. $\frac{5}{2}$. Г. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.
4. Виразіть $\cos(\pi + \alpha)$ через тригонометричну функцію кута α .
 А. $\cos \alpha$. Б. $-\cos \alpha$. В. $\sin \alpha$. Г. $-\sin \alpha$.

5. Обчисліть: $\cos \frac{7\pi}{3}$.

- А. $\frac{1}{2}$. Б. $-\frac{1}{2}$. В. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. Г. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. Яке з наведених чисел не належить області визначення функції $y = \operatorname{tg} x$?

- А. 0. Б. π . В. $\frac{3\pi}{2}$. Г. $\frac{4\pi}{2}$.

7. Установіть відповідність між виразом (1–4) та його числовим значенням (А–Д).

1	$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	А	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	Б	$\frac{1}{2}$
3	$\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	В	$-\frac{1}{2}$
4	$\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	Г	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
		Д	$-\sqrt{3}$

8. Відомо, що $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

1) Знайдіть $\cos \alpha$.

2) Обчисліть значення виразу $\operatorname{tg} \alpha + 1$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Обчисліть: $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \sin\left(-\frac{\alpha}{3}\right)$, якщо $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

10. Спростіть вираз $\sin \alpha \cdot \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg}(-\alpha))$.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яка з наведених рівностей неправильна?

- А. $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$. Б. $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$. В. $\frac{\pi}{3} = 30^\circ$. Г. $2\pi = 360^\circ$.

2. Яка з наведених нерівностей правильна?

А. $\sin 80^\circ > 0$. Б. $\cos 130^\circ > 0$. В. $\operatorname{tg} 210^\circ < 0$. Г. $\operatorname{ctg} 310^\circ > 0$.

3. Якому з наведених чисел не може дорівнювати косинус числа?

А. $\frac{3}{10}$. Б. $\frac{10}{3}$. В. $\frac{3}{7}$. Г. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

4. Виразіть $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ через тригонометричну функцію кута α .

А. $\cos \alpha$. Б. $-\cos \alpha$. В. $\sin \alpha$. Г. $-\sin \alpha$.

5. Обчисліть: $\sin \frac{5\pi}{4}$.

А. $\frac{1}{2}$. Б. $-\frac{1}{2}$. В. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Г. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

6. Яке з наведених чисел не належить області визначення функції $y = \operatorname{ctg} x$?

А. $\frac{\pi}{2}$. Б. $\frac{2\pi}{3}$. В. $\frac{3\pi}{2}$. Г. $\frac{4\pi}{2}$.

7. Установіть відповідність між виразом (1–4) та його числовим значенням (А–Д).

1	$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	А	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	Б	$\frac{1}{2}$
3	$\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	В	$-\frac{1}{2}$
4	$\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	Г	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
		Д	$-\sqrt{3}$

8. Відомо, що $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ і $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

1) Знайдіть $\sin \alpha$.

2) Обчисліть значення виразу $1 + \operatorname{ctg} \alpha$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Обчисліть: $\cos \frac{2\alpha}{3} + \operatorname{ctg} \left(-\frac{\alpha}{2} \right)$, якщо $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
10. Спростіть вираз $\frac{\sin^3 \alpha}{\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha} - \frac{\cos^3 \alpha}{\sin(-\alpha) \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$.

**Самостійна робота № 7. ФОРМУЛИ ДОДАВАННЯ
ДЛЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ.
ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФОРМУЛИ ПОДВІЙНОГО АРГУМЕНТА**

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Скоротіть дріб $\frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ}$.
- А. 2. Б. $\sin 2^\circ$. В. $\cos 40^\circ$. Г. $2\cos 20^\circ$.
2. Обчисліть: $2\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$.
- А. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Б. $\frac{1}{4}$. В. $\frac{1}{2}$. Г. 1.
3. Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням (А–Г).

1	$\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8}$	А	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
2	$\cos \frac{9\pi}{20} \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{9\pi}{20} \sin \frac{\pi}{5}$	Б	-1
3	$\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{21} - \sin \frac{\pi}{7} \sin \frac{4\pi}{21}$	В	0
		Г	$\frac{1}{2}$

- 4 (3 бали). Обчисліть: $\frac{\operatorname{tg} 100^\circ + \operatorname{tg} 35^\circ}{1 - \operatorname{tg} 100^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ}$.

- 5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\sin(\alpha - \beta)$, якщо $\cos \alpha = \frac{3}{5}$,

$$\sin \beta = -\frac{8}{17}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi, \quad \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}.$$

Варіант 2*У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.*

1. Скоротіть дріб $\frac{\sin 100^\circ}{\cos 50^\circ}$.

А. $\operatorname{tg} 2^\circ$. Б. $2\sin 50^\circ$. В. $\sin 50^\circ$. Г. $-2\cos 50^\circ$.

2. Обчисліть: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$.

А. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Б. $\frac{1}{2}$. В. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Г. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням (А–Г).

1	$\sin \frac{7\pi}{4} \cos \frac{3\pi}{2} - \cos \frac{7\pi}{4} \sin \frac{3\pi}{2}$	А	$\frac{1}{2}$
2	$\cos \frac{4\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{9} - \sin \frac{4\pi}{9} \sin \frac{5\pi}{9}$	Б	0
3	$\sin \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{24} \sin \frac{\pi}{8}$	В	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
		Г	-1

4 (3 бали). Обчисліть: $\frac{\operatorname{tg} 340^\circ - \operatorname{tg} 100^\circ}{1 + \operatorname{tg} 340^\circ \cdot \operatorname{tg} 100^\circ}$.

5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\cos(\alpha + \beta)$, якщо $\sin \alpha = \frac{4}{5}$,

$$\cos \beta = -\frac{5}{13}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \quad \frac{\pi}{2} < \beta < \pi.$$

**Самостійна робота № 8. ПЕРЕТВОРЕННЯ СУМИ Й РІЗНИЦІ
ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ НА ДОБУТОК. ПЕРЕТВОРЕННЯ
ДОБУТКУ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ НА СУМУ****Варіант 1***У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.*

1. Подайте вираз $\cos 27\alpha + \cos 17\alpha$ у вигляді добутку.

А. $2\cos 22\alpha \cdot \cos 5\alpha$. Б. $2\sin 22\alpha \cdot \sin 5\alpha$.
В. $2\cos 22\alpha \cdot \sin 5\alpha$. Г. $2\sin 22\alpha \cdot \cos 5\alpha$.

2. Спростіть вираз $\sin 70^\circ - \sin 50^\circ$.

А. $\cos 20^\circ$. Б. $\sin 10^\circ$. В. $\sqrt{3}\cos 10^\circ$. Г. $2\sin 20^\circ$.

3. Установіть відповідність між виразом (1–3) і тотожно рівним йому виразом (А–Г).

1	$2\sin\frac{3\pi}{10}\cos\frac{\pi}{40}$	А	$\cos\frac{11\pi}{40} - \cos\frac{13\pi}{40}$
2	$2\sin\frac{3\pi}{10}\sin\frac{\pi}{40}$	Б	$\sin\frac{11\pi}{40} - \sin\frac{13\pi}{40}$
3	$2\cos\frac{3\pi}{10}\cos\frac{\pi}{40}$	В	$\sin\frac{11\pi}{40} + \sin\frac{13\pi}{40}$
		Г	$\cos\frac{11\pi}{40} + \cos\frac{13\pi}{40}$

- 4 (3 бали). Спростіть вираз $2\cos\alpha\cos2\alpha - \cos3\alpha$.

- 5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{\sin\alpha + \sin3\alpha}{\cos\alpha + \cos3\alpha}$, якщо $\operatorname{tg}\alpha = 2$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Подайте вираз $\cos5\alpha - \cos9\alpha$ у вигляді добутку.
 А. $2\cos7\alpha \cdot \sin2\alpha$. Б. $2\sin7\alpha \cdot \cos2\alpha$.
 В. $2\cos7\alpha \cdot \cos2\alpha$. Г. $2\sin7\alpha \cdot \sin2\alpha$.
- Спростіть вираз $\sin36^\circ + \sin24^\circ$.
 А. $\sqrt{3}\cos12^\circ$. Б. $\cos6^\circ$. В. $\cos12^\circ$. Г. $2\sin6^\circ$.
- Установіть відповідність між виразом (1–3) і тотожно рівним йому виразом (А–Г).

1	$2\cos\frac{3\pi}{5}\cos\frac{\pi}{20}$	А	$\cos\frac{11\pi}{20} - \cos\frac{13\pi}{20}$
2	$2\sin\frac{3\pi}{5}\cos\frac{\pi}{20}$	Б	$\cos\frac{11\pi}{20} + \cos\frac{13\pi}{20}$
3	$2\sin\frac{3\pi}{5}\sin\frac{\pi}{20}$	В	$\sin\frac{11\pi}{20} - \sin\frac{13\pi}{20}$
		Г	$\sin\frac{11\pi}{20} + \sin\frac{13\pi}{20}$

- 4 (3 бали). Спростіть вираз $2\sin2\alpha\sin\alpha + \cos3\alpha$.

- 5 (4 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{\sin2\alpha + \sin4\alpha}{\cos2\alpha - \cos4\alpha}$, якщо $\operatorname{tg}\alpha = 0,75$.

Самостійна робота № 9.**НАЙПРОСТІШІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ****Варіант 1***У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.*

1. Яке з наведених рівнянь не має розв'язків?

А. $\sin x = \frac{3}{7}$. Б. $\cos x = \frac{7}{5}$. В. $\operatorname{tg} x = 5$. Г. $\operatorname{ctg} x = -10$.

2. Розв'яжіть рівняння
- $\sin x = \frac{1}{2}$
- .

А. $(-1)^k \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Б. $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

В. $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Г. $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

3. Установіть відповідність між рівнянням (1–3) та його розв'язками (А–Г).

1	$\sin 2x = 1$	А	$\frac{7\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
2	$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$	Б	$\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
3	$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$	В	$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
		Г	$\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

- 4 (3 бали). Розв'яжіть рівняння:

1) $2\sin 3x + 1 = 0$; 2) $\cos \frac{5}{6}x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\sqrt{3}\operatorname{tg} \frac{x}{3} - 1 = 0$.

- 5 (4 бали). Знайдіть корені рівняння:

1) $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$; 2) $\sin 3x \cdot \cos x - \cos 3x \cdot \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Варіант 2*У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.*

1. Яке з наведених рівнянь не має розв'язків?

А. $\sin x = \frac{10}{9}$. Б. $\cos x = 0,8$. В. $\operatorname{tg} x = -4$. Г. $\operatorname{ctg} x = 6$.

2. Розв'яжіть рівняння $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

А. $\pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Б. $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

В. $\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Г. $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

3. Установіть відповідність між рівнянням (1–3) та його розв'язками (А–Г).

1	$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$	А	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z}$
2	$\cos 3x = 0$	Б	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
3	$\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$	В	$-\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
		Г	$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

4 (3 бали). Розв'яжіть рівняння:

1) $2\cos \frac{x}{2} - 1 = 0$; 2) $\sin \frac{2}{3}x = \frac{1}{2}$; 3) $3\operatorname{ctg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$.

5 (4 бали). Знайдіть корені рівняння:

1) $2\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos 5x \cdot \cos 2x - \sin 5x \cdot \sin 2x = 0$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 3

Нульовий (підготовчий) варіант

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Спростіть вираз $\cos 7\alpha \cos \alpha + \sin 7\alpha \sin \alpha$.

А. $\cos 6\alpha$. Б. $\cos 8\alpha$. В. $\sin 6\alpha$. Г. $\sin 8\alpha$.

2. Обчисліть: $\frac{2\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}}$.

А. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Б. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

В. $\sqrt{3}$.

Г. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. Яке з наведених тверджень неправильне?

А. Рівняння $\sin x = \frac{2}{3}$ має безліч коренів.

Б. Рівняння $\cos x = \frac{3}{2}$ не має жодного кореня.

В. Корені рівняння $\frac{2}{3}\operatorname{tg} x = 0$ — це числа виду πk , $k \in \mathbb{Z}$.

Г. Рівняння $\operatorname{ctg} x = \frac{3}{2}$ не має жодного кореня.

4. Розв'яжіть рівняння $8\sin x = 7$.

А. $(-1)^k \arcsin \frac{7}{8} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Б. $(-1)^k \arcsin \frac{7}{8} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

В. $\pm \arcsin \frac{7}{8} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Г. Розв'язків немає.

5. Знайдіть корені рівняння $6\cos x = 5$.

А. $\pm \arccos \frac{5}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Б. $\pm \arccos \frac{5}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

В. $(-1)^k \arccos \frac{5}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Г. Розв'язків немає.

6. При яких значеннях x правильна рівність $\frac{\cos x}{\sin x} = 9$?

А. $\operatorname{arctg} 9 + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Б. $\operatorname{arcctg} 9 + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

В. $\operatorname{arcctg} 9 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Г. Розв'язків немає.

7. Установіть відповідність між рівнянням (1–4) та його розв'язками (А–Д).

1	$\sin 2x = 0$	А	$\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$
2	$\cos 2x = 1$	Б	$2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$
3	$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0$	В	πk , $k \in \mathbb{Z}$
4	$\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = 1$	Г	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$
		Д	$\frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

8. Функцію задано формулою $f(x) = \cos 2x \cos 3x - \sin 2x \sin 3x$.

1) Знайдіть нулі функції $f(x)$.

2) Знайдіть кількість нулів функції $f(x)$, що належать проміжку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Не виконуючи побудови, знайдіть абсциси точок перетину графіка функції $f(x) = -\frac{3}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$ і прямої $y = 1$.

10. Доведіть, що рівняння $\frac{1}{2} \cos^2(2\pi + x) - \frac{1}{2} \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$ не має розв'язків.

Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Спростіть вираз $\sin 5\alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cos 5\alpha$.

А. $\sin 6\alpha$. Б. $\sin 4\alpha$. В. $\cos 4\alpha$. Г. $\cos 6\alpha$.

2. Знайдіть $\operatorname{tg} 2\alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

А. 6. Б. $-\frac{6}{5}$. В. $-\frac{3}{4}$. Г. $\frac{3}{2}$.

3. Яке з наведених рівнянь не має жодного розв'язку?

А. $\sin x = \frac{3}{5}$. Б. $\operatorname{tg} 3x = 5$. В. $\cos x = \frac{5}{3}$. Г. $5 \operatorname{ctg} x = 3$.

4. Знайдіть корені рівняння $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

А. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Б. $(-1)^k \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

В. $\pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Г. $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

5. При яких значеннях x правильна рівність $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$?

А. $\frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Б. $-\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

В. $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Г. $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

6. Розв'яжіть рівняння $\sin 3x = \frac{1}{2}$.

А. $(-1)^n \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Б. $(-1)^n \frac{\pi}{9} + 3\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

В. $\pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$. Г. $(-1)^n \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

7. Установіть відповідність між рівнянням (1–4) і його розв'язками (А–Д).

1	$\sin x = 0$	А	$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
2	$\cos x = -1$	Б	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
3	$\operatorname{tg} x = 1$	В	$\pi k, k \in \mathbb{Z}$
4	$\operatorname{ctg} x = 0$	Г	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
		Д	$\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

8. Функцію задано формулою $f(x) = \sin 5x \cos 3x - \sin 3x \cos 5x$.

1) Знайдіть нулі функції $f(x)$.

2) Знайдіть кількість нулів функції $f(x)$, які належать проміжку $[0; \pi]$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Не виконуючи побудови, знайдіть абсциси точок перетину графіка функції $f(x) = \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$ і прямої $y = 1$.

10. Доведіть, що рівняння $\sin x \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$ не має розв'язків.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Спростіть вираз $\sin 3\alpha \cdot \cos \alpha + \cos 3\alpha \cdot \sin \alpha$.

А. $\cos 4\alpha$. Б. $\cos 2\alpha$. В. $\sin 4\alpha$. Г. $\sin 2\alpha$.

2. Знайдіть $\operatorname{tg} 2\alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = -2$.

А. $-\frac{4}{5}$. Б. $\frac{4}{3}$. В. -4 . Г. $-\frac{4}{3}$.

3. Яке з наведених рівнянь не має жодного розв'язку?

А. $\sin x = \frac{7}{4}$. Б. $\cos x = \frac{4}{7}$. В. $7 \operatorname{tg} x = 4$. Г. $\operatorname{ctg} 4x = 7$.

4. Знайдіть корені рівняння $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

А. $(-1)^k \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Б. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

В. $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Г. $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

5. При яких значеннях x правильна рівність $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$?

А. $\frac{2\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Б. $-\frac{2\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

В. $-\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Г. $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

6. Розв'яжіть рівняння $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

А. $\pm \frac{5\pi}{12} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Б. $\pm \frac{5\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

В. $\pm \frac{\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Г. $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

7. Установіть відповідність між рівнянням (1–4) і його коренями (А–Д).

1	$\sin x = 1$	А	$\frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
2	$\cos x = 0$	Б	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
3	$\operatorname{tg} x = 0$	В	$\pi k, k \in \mathbb{Z}$
4	$\operatorname{ctg} x = -1$	Г	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
		Д	$\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

8. Функцію задано формулою $f(x) = \sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x$.

1) Знайдіть нулі функції $f(x)$.

2) Знайдіть кількість нулів функції $f(x)$, які належать проміжку $[0; \pi]$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Не виконуючи побудови, знайдіть абсциси точок перетину графіка функції $f(x) = \sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{8}\right)$ і прямої $y = 0$.

10. Доведіть, що рівняння $\cos x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$ не має розв'язків.

ТЕМА 3

ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

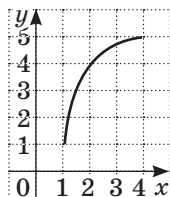
Самостійна робота № 10. ПОХІДНА ФУНКЦІЇ, ЇЇ ГЕОМЕТРИЧНИЙ ТА ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Знайдіть приріст функції, графік якої зображено на *рисунку*, на відрізку $[1; 4]$.

А. 4. Б. 3. В. -4. Г. -3.

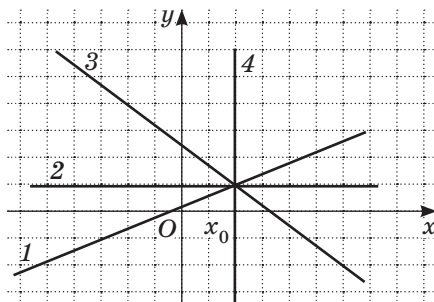


2. Обчисліть значення $f'(2)$, якщо кут між дотичною, проведеною до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$, і додатним напрямком осі Ox дорівнює 60° .

А. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Б. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. В. 1. Г. $\sqrt{3}$.

3. На *рисунку* зображено пронумеровані прямі, що перетинаються в точці з абсцисою x_0 . Установіть відповідність між твердженням про $f'(x_0)$ (1–3) і номером прямої (А–Г), що може бути дотичною до графіка функції $y = f(x)$.

1	$f'(x_0) = 0$	А	1
2	$f'(x_0) < 0$	Б	2
3	$f'(x_0) > 0$	В	3
		Г	4



4 (3 бали). Функцію задано формулою $f(x) = 4 - 4x^2$. Користуючись означенням, знайдіть похідну функції.

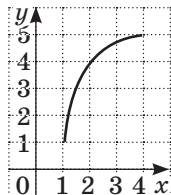
5. (4 бали). Користуючись означенням, знайдіть миттєву швидкість точки, що рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{1}{4}t^2$, у момент часу $t_0 = 4$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Знайдіть приріст функції, графік якої зображено на *рисунку*, на відрізку $[1; 2]$.

А. 3. Б. 4. В. -3. Г. -4.

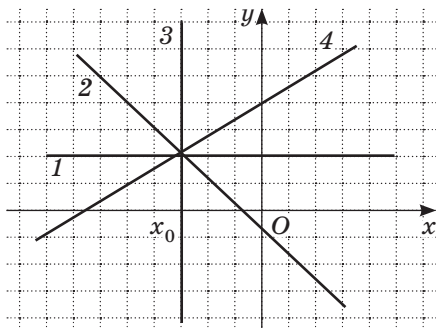


2. Обчисліть значення $f'(3)$, якщо кут між дотичною, проведеною до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x_0 = 3$, і додатним напрямком осі Ox дорівнює 45° .

А. $\sqrt{3}$. Б. 1. В. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Г. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. На *рисунку* зображено пронумеровані прямі, що перетинаються в точці з абсцисою x_0 . Установіть відповідність між твердженням про $f'(x_0)$ (1–3) і номером прямої (А–Г), що може бути дотичною до графіка функції $y = f(x)$.

1	$f'(x_0) = 0$	А	1
2	$f'(x_0) < 0$	Б	2
3	$f'(x_0) > 0$	В	3
		Г	4



4 (3 бали). Функцію задано формулою $f(x) = 6 - 6x^2$. Користуючись означенням, знайдіть похідну функції.

5. (4 бали). Користуючись означенням, знайдіть миттєву швидкість точки, що рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{1}{6}t^2$, у момент часу $t_0 = 9$.

Самостійна робота № 11. ПОХІДНІ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ФУНКЦІЙ. ПРАВИЛА ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть похідну функції $f(x) = x^8 - 3x^4 - x + 5$.
 А. $8x^7 - 12x^3 - x + 5$. Б. $8x^7 - 12x^3 - x$.
 В. $8x^7 - 12x^3 - 1$. Г. $8x^8 - 3x^3$.
- Знайдіть $f'(x)$, якщо $f(x) = \sqrt{x} + e^2$.
 А. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 2e$. Б. $2\sqrt{x} + e^2$. В. $\frac{\sqrt{x}}{2} + 2e$. Г. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$.
- Установіть відповідність між функцією (1–3) та значенням похідної цієї функції в точці $x_0 = \pi$ (А–Г).

1	$y = \cos x$	А	1
2	$y = \operatorname{tg} x$	Б	$\frac{1}{2}$
3	$y = \sin x$	В	0
		Г	-1

- (3 бали). Знайдіть похідну функції $f(x) = (x^2 + 3x)\sqrt{x}$. Обчисліть:

1) $f'(9)$; 2) $f'\left(\frac{1}{4}\right)$.

- (4 бали). При яких значеннях x похідна функції $f(x) = \frac{x^2 + 8}{x - 1}$ є від'ємною?

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Знайдіть похідну функції $f(x) = x^7 - 4x^5 + 2x - 1$.
 А. $7x^7 - 20x^5 + 2x$. Б. $7x^6 - 20x^4 + 2$.
 В. $7x^6 - 20x^4 + 2x - 1$. Г. $7x^6 - 5x^4$.
- Знайдіть $f'(x)$, якщо $f(x) = \operatorname{ctg} 10 + \ln x$.
 А. $\frac{1}{x}$. Б. $-\frac{1}{\sin^2 10} + \frac{1}{x}$. В. $\frac{1}{\cos^2 10} + \frac{1}{x}$. Г. $\operatorname{tg} 10 - \frac{1}{x^2}$.
- Установіть відповідність між функцією (1–3) та значенням похідної цієї функції в точці $x_0 = \frac{\pi}{6}$ (А–Г).

1	$y = \operatorname{ctg} x$	А	$-\frac{1}{2}$
2	$y = \sin x$	Б	-4
3	$y = \cos x$	В	$\frac{1}{2}$
		Г	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

4 (3 бали). Знайдіть похідну функції $f(x) = \sqrt{x}(3x - x^2)$. Обчисліть:

1) $f'(9)$; 2) $f'\left(\frac{1}{4}\right)$.

5 (4 бали). При яких значеннях x похідна функції $f(x) = \frac{x^2 + 15}{x + 1}$ є від'ємною?

Самостійна робота № 12. ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЙ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

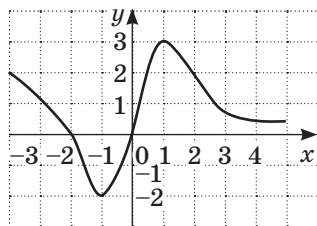
1. Знайдіть проміжки зростання функції $f(x) = 24x - 2x^3$.

А. $(-\infty; -2]$ і $[2; +\infty)$. Б. $(-\infty; 2]$. В. $[-2; 2]$. Г. $[0; 4]$.

2. За графіком функції $y = f'(x)$, зображеним на *рисунку*, знайдіть точку максимуму функції $y = f(x)$.

А. $x = -2$. Б. $x = -1$. В. $x = 0$. Г. $x = 1$.

3. Установіть відповідність між функцією (1–3) і кількістю критичних точок цієї функції (А–Г).



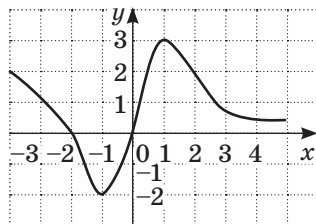
1	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x$	А	Безліч
2	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$	Б	Дві
3	$f(x) = \frac{2}{5}\sin x + \frac{1}{5}x$	В	Жодної
		Г	Одна

4 (3 бали). Знайдіть екстремуми функції $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7$.

- 5 (4 бали). Знайдіть найбільше та найменше значення функції $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ на відрізку $[-2; 3]$.

Варіант 2

- Знайдіть проміжки спадання функції $f(x) = -81x + 3x^3$.
А. $[0; 9]$. Б. $(-\infty; 3]$. В. $(-\infty; -3]$ і $[3; +\infty)$. Г. $[-3; 3]$.
- За графіком функції $y = f'(x)$, зображеним на *рисунку*, знайдіть точку мінімуму функції $y = f(x)$.
А. $x = -2$. Б. $x = -1$. В. $x = 0$. Г. $x = 1$.
- Установіть відповідність між функцією (1–3) і кількістю критичних точок цієї функції (А–Г).



1	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5x$	А	Одна
2	$f(x) = \frac{5}{2}x^2 - 5x$	Б	Дві
3	$f(x) = \frac{1}{3}\cos x - \frac{1}{6}x$	В	Жодної
		Г	Безліч

- 4 (3 бали). Дослідіть на зростання і спадання та на екстремуми функцію $f(x) = 2 + 4,5x^2 - x^3$.
- 5 (4 бали). Знайдіть найбільше та найменше значення функції $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$ на відрізку $[-3; 2]$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 4

Нульовий (підготовчий) варіант

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Яка з наведених рівностей неправильна?
А. $(x^5)' = 5x^4$. Б. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$. В. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$. Г. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.
- Якою з наведених формул може бути задана функція $f(x)$, якщо кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка цієї функції в точці $x_0 = 1$, дорівнює 2?
А. $f(x) = 2$. Б. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$. В. $f(x) = 2x^2$. Г. $f(x) = 4\sqrt{x}$.

3. Матеріальна точка рухається вздовж осі Ox за законом $x = x(t)$. У якому з наведених випадків швидкість цієї матеріальної точки є сталою?
- А. $x(t) = t^2 - 3t$. Б. $x(t) = t^3 - 3t^2$. В. $x(t) = 3t - t^2$. Г. $x(t) = 3t - 3^2$.
4. Критичними точками якої з наведених функцій є точки 0 і 9?
- А. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 9x$. Б. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4,5x^2$.
- В. $f(x) = \sqrt{x} - \frac{x}{6}$. Г. $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$.
5. Яка з наведених функцій не має критичних точок?
- А. $f(x) = \frac{3}{2}\cos x - 3x$. Б. $f(x) = 3\sin x - 2x$.
- В. $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\sin x$. Г. $f(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\cos x$.
6. Яке з наведених тверджень є правильним?
- А. Мінімум функції $f(x) = 3x^2 - 6x$ дорівнює 1.
- Б. Максимум функції $f(x) = 8x - 2x^2$ дорівнює 2.
- В. Максимум функції $f(x) = -0,5x^2 + 4x$ дорівнює 8.
- Г. Мінімум функції $f(x) = 4x^2 + 8x$ дорівнює -1.
7. Установіть відповідність між проміжком (1–4) і твердженням про цей проміжок (А–Д).

1	$(-\infty; +\infty)$	А	Проміжок спадання функції $f(x) = x^2 + 2x + 4$
2	$(-\infty; -1]$	Б	Проміжок зростання функції $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$
3	$[3; 5]$	В	Проміжок спадання функції $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 15x - 3$
4	$[-0,5; 4]$	Г	Проміжок спадання функції $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$
		Д	Проміжок зростання функції $f(x) = 4x + \frac{7}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3$

8. Функцію задано формулою $f(x) = \frac{4x^3}{3} - 16x$.
- 1) Знайдіть критичні точки функції $f(x)$.
- 2) Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x)$ на відрізьку $[-3; 1]$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Дослідіть функцію $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$ і побудуйте її графік.
10. Яку найменшу кількість метрів паркану потрібно замовити, щоб загородити ділянку землі площею 25 а?

Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Знайдіть похідну функції $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 5$.
- А. $3x^2 + \frac{1}{4}x - x + 5$. Б. $3x^2 + \frac{1}{4}x - 1$. В. $3x^2 + x - 1$. Г. $3x^3 + 2x^2 - 1$.
2. Чому дорівнює кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $f(x) = 2x - x^3$ у точці $x_0 = 0$?
- А. -2. Б. -1. В. 0. Г. 2.
3. Чому дорівнює швидкість змінювання функції $f(t) = t^3 - 4t^2$ у точці $t = 5$?
- А. 35. Б. 115. В. 20. Г. 70.
4. Відомо, що $f'(x) = x^2 - 9x$. Знайдіть критичні точки функції $f(x)$.
- А. 3. Б. 4, 5. В. 0; 9. Г. -3; 3.
5. Скільки критичних точок має функція $f(x) = 3\cos x + 1,5x$?
- А. Одну. Б. Дві. В. Жодної. Г. Безліч.
6. Знайдіть максимум функції $f(x) = -12x + x^3$.
- А. -2. Б. 16. В. -16. Г. 2.
7. Установіть відповідність між функцією (1–4) й проміжками її спадання (А–Д).

1	$f(x) = -1,25x + 0,5$	А	$(-\infty; -2]$ і $[1, 25; +\infty)$
2	$f(x) = x^2 - 4x + 4$	Б	$(-\infty; -2]$ і $[3; +\infty)$
3	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x + 5$	В	$(-\infty; 2]$
4	$f(x) = 10x - \frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{3}x^3$	Г	$(-\infty; +\infty)$
		Д	$[-2; 3]$

8. Функцію задано формулою $f(x) = x - \frac{4}{3}x^3$.
- 1) Знайдіть критичні точки функції $f(x)$.
- 2) Знайдіть найбільше й найменше значення функції $f(x)$ на відрізку $[0; 1]$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Дослідіть функцію $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ і побудуйте її графік.
10. Знайдіть довжини (у м) сторін прямокутної ділянки землі площею 36 а, щоб для її огорожі знадобилось якнайменше паркану.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + 3x^3 + x - 2$.
- А. $\frac{1}{16}x^3 + x^2 + x$. Б. $4x^3 + \frac{1}{3}x^2 + x - 2$.
- В. $x^3 + 9x^2 + x$. Г. $x^3 + 9x^2 + 1$.
2. Чому дорівнює кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $f(x) = x^3 - 2x$ у точці $x_0 = 0$?
- А. -2. Б. -1. В. 0. Г. 1.
3. Чому дорівнює швидкість змінювання функції $f(t) = t^3 + 3t^2$ у точці $t = 4$?
- А. 48. Б. 120. В. 72. Г. 36.
4. Відомо, що $f'(x) = x^2 - x$. Знайдіть критичні точки функції $f(x)$.
- А. 1. Б. 0; 1. В. 0,5. Г. -1; 1.
5. Скільки критичних точок має функція $f(x) = 3\sin x - 1,5x$?
- А. Одну. Б. Дві. В. Безліч. Г. Жодної.
6. Знайдіть мінімум функції $f(x) = 3x - x^3$.
- А. 1. Б. -1. В. 4. Г. -2.
7. Установіть відповідність між функцією (1–4) й проміжками її зростання (А–Д).

1	$f(x) = 1,5x + 2$	А	$(-\infty; 2]$ і $[4; +\infty)$
2	$f(x) = x^2 + 6x + 9$	Б	$(-\infty; +\infty)$
3	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$	В	$[1, 5; 2]$
4	$f(x) = -6x + 3,5x^2 - \frac{2}{3}x^3$	Г	$(-\infty; 1,5]$ і $[2; +\infty)$
		Д	$[-3; +\infty)$

8. Функцію задано формулою $f(x) = \frac{2x^3}{3} - 8x$.

1) Знайдіть критичні точки функції $f(x)$.

2) Знайдіть найбільше й найменше значення функції $f(x)$ на відрізку $[0; 3]$.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Дослідіть функцію $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ і побудуйте її графік.

10. Знайдіть довжини (у м) сторін прямокутної ділянки землі площею 16 а, щоб для її огорожі знадобилось якнайменше паркану.

ПІДСУМКОВА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

Нульовий (підготовчий) варіант

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яке з наведених тверджень є неправильним?

А. Функція $y = 13 - x^4$ є парною.

Б. Функція $y = 12x^3$ є непарною.

В. Функція $y = 8x^2$ зростає на множині дійсних чисел.

Г. Функція $y = \frac{4}{x}$ спадає на всій області визначення.

2. Відомо, що $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$. Яка з наведених рівностей правильна?

А. $f(4) = \frac{1}{8}$. Б. $f(-4) = \frac{1}{8}$. В. $f(8) = \frac{1}{4}$. Г. $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}$.

3. Графік якої з наведених функцій проходить через точку $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$?

А. $y = \sin 3x$. Б. $y = \cos \frac{x}{3}$. В. $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$. Г. $y = \operatorname{ctg} 2x$.

4. Знайдіть $\cos 2\alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$, а $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

А. $3\sqrt{10}$.

Б. $\frac{4}{5}$.

В. $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

Г. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

5. Пряма $y = f(x)$ — дотична до графіка функції $y = g(x)$, проведена в точці $x_0 = 1$. Відомо, що $f(0) = 6$, а $g'(1) = -4$. Запишіть рівняння цієї дотичної.

А. $y = 4x - 6$.

Б. $y = 6x + 4$.

В. $y = -6x + 4$.

Г. $y = -4x + 6$.

6. Розв'яжіть рівняння $f'(x) = -1$, якщо $f(x) = 2\sin x + x$.

А. $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Б. $2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

В. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Г. $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

7. Установіть відповідність між виразом (1–4) і значенням цього виразу при заданому значенні змінної (А–Д).

1	$\sqrt[4]{a^2}$ при $a = 256$	А	8
2	$\sqrt{\sqrt{a^4}}$ при $a = 8$	Б	2
3	$\sqrt{a^4}$ при $a = 16$	В	4
4	$\sqrt[4]{a}$ при $a = 256$	Г	16
		Д	256

8. Тіло рухається за законом $s(t) = 15t - 2,5t^2$ (відстань вимірюється в метрах, час — у секундах).

1) Запишіть формулу для обчислення швидкості тіла.

2) У який момент часу тіло зупиниться?

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Знайдіть значення виразу $\sqrt[4]{79+16\sqrt{15}} \cdot \sqrt{8-\sqrt{15}}$.

10. Доведіть, що при будь-яких значеннях α значення виразу $\frac{2\sin(60^\circ + \alpha)}{\cos \alpha} - \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ є ірраціональним числом.

Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яку з наведених властивостей має функція $y = 3 - x^2$?

А. Спадає на множині $\mathbb{R}$. Б. Парна.

В. Зростає на множині $\mathbb{R}$. Г. Непарна.

2. Яка з наведених точок належить графіку функції $y = x^{-\frac{2}{3}}$?

А. $\left(\frac{1}{4}; 8\right)$. Б. $\left(4; \frac{1}{8}\right)$. В. $\left(8; \frac{1}{4}\right)$. Г. $\left(-\frac{1}{4}; -8\right)$.

3. Графіку якої з наведених функцій належить точка $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$?

А. $y = \sin 3x$. Б. $y = \cos \frac{x}{2}$. В. $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$. Г. $y = \operatorname{ctg} 3x$.

4. Обчисліть $\sin 2\alpha$, якщо $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
- А. $\frac{8}{5}$. Б. $\frac{24}{25}$. В. $-\frac{8}{5}$. Г. $-\frac{24}{25}$.
5. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $f(x) = 0,5x^2 - 3$ у точці $x_0 = 2$.
- А. 2. Б. -1. В. -2. Г. 1.
6. Розв'яжіть рівняння $f'(x) = 0$, якщо $f(x) = 2\sin x - \sqrt{2}x$.
- А. $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Б. $\pm \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
- В. $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Г. Розв'язків немає.
7. Установіть відповідність між виразом (1–4) та тотожним йому виразом (А–Д) при $a \geq 0$.

1	$\sqrt[6]{a^3}$	А	$a^{\frac{1}{3}}$
2	$\sqrt[3]{\sqrt{a^6}}$	Б	$a^{\frac{1}{2}}$
3	$\sqrt[3]{a^6}$	В	a
4	$\sqrt{a^6}$	Г	a^2
		Д	a^3

8. Тіло рухається за законом $s(t) = t^2 - 3t$ (відстань вимірюється в метрах, час — у секундах).
- 1) Запишіть формулу для обчислення швидкості тіла.
- 2) У який момент часу тіло зупиниться?
- Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.
9. Знайдіть значення виразу $\sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3 - 2\sqrt{2}}$.
10. Спростіть вираз $2\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \sqrt{3}\sin(\pi - \alpha) + \cos \alpha$.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яку з наведених властивостей має функція $y = -\frac{4}{x}$?
- А. Зростає на множині $\mathbb{R}$. Б. Парна.
- В. Спадає на множині $\mathbb{R}$. Г. Непарна.

2. Яка з наведених точок належить графіку функції $y = x^{\frac{2}{5}}$?
- А. $(32; -4)$. Б. $(32; \frac{1}{4})$. В. $(\frac{1}{4}; 32)$. Г. $(\frac{1}{32}; -4)$.
3. Графіку якої з наведених функцій належить точка $(-\frac{\pi}{6}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$?
- А. $y = \sin 2x$. Б. $y = \cos \frac{x}{2}$. В. $y = \operatorname{tg} 3x$. Г. $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$.
4. Обчисліть $\cos 2\beta$, якщо $\cos \beta = -\frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$.
- А. $-\frac{10}{13}$. Б. $-\frac{60}{13}$. В. $-\frac{119}{169}$. Г. $\frac{25}{169}$.
5. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $f(x) = 1,5x^2 - 5$ у точці $x_0 = 1$.
- А. 2. Б. -1. В. -2. Г. 3.
6. Розв'яжіть рівняння $f'(x) = 0$, якщо $f(x) = 2\cos x + \sqrt{3}x$.
- А. $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. Б. $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.
- В. $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Г. Розв'язків немає.
7. Установіть відповідність між виразом (1–4) та тотожним йому виразом (А–Д) $a \geq 0$.

1	$\sqrt{a^8}$	А	a
2	$\sqrt[4]{a^8}$	Б	$a^{\frac{1}{4}}$
3	$\sqrt{\sqrt[4]{a^8}}$	В	a^2
4	$\sqrt[8]{a^4}$	Г	a^4
		Д	$a^{\frac{1}{2}}$

8. Тіло рухається за законом $s(t) = 3t - t^2$ (відстань вимірюється в метрах, час — у секундах).
- 1) Запишіть формулу для обчислення швидкості тіла.
- 2) У який момент часу тіло зупиниться?
- Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.
9. Знайдіть значення виразу $\sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt[6]{49 + 20\sqrt{6}}$.
10. Спростіть вираз $2\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + \sqrt{3}\sin \alpha$.

ГЕОМЕТРІЯ

ТЕМА 1

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ

Самостійна робота № 1. АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ ТА НАСЛІДКИ З НИХ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Продовжте речення. Якщо дві площини мають спільну точку, то вони...
А. Можуть мати ще тільки одну спільну точку.
Б. Перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.
В. Не можуть мати інших спільних точок.
Г. Обов'язково збігаються.
- Через яку з наведених фігур можна провести єдину площину?
А. Пряму і точку на ній.
Б. Пряму і точку, що не належить цій прямій.
В. Три точки, що лежать на одній прямій. Г. Дві точки.
- Установіть відповідність між початком речення (1–3) і його закінченням (А–Г).

1	Через центр кола і його діаметр можна провести...	А	одну площину
2	Через сторону паралелограма і точку перетину його діагоналей можна провести...	Б	жодної площини
3	Через діагональ квадрата й одну з його вершин можна провести...	В	безліч площин
		Г	одну або безліч площин

- 4 (3 бали). Задано трикутник ABC і точку S , що не належить його площині. Точки M і N — середини відрізків AC і SC відповідно. Чи перетинаються площини MNB і ABS ? Відповідь обґрунтуйте.
5. (4 бали). MN — середня лінія трикутника ABC . Точки A , M і N лежать у площині α . Доведіть, що точки B і C лежать у площині α .

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Продовжте речення. Якщо дві точки прямої належать площині, то пряма...
 - Перетинає цю площину.
 - Не належить цій площині.
 - Може належати або не належати цій площині.
 - Належить цій площині.
- Через яку з наведених фігур можна провести єдину площину?
 - Пряму і яку-небудь точку.
 - Пряму і дві точки на цій прямій.
 - Три точки, що не лежать на одній прямій.
 - Три прямі, що мають спільну точку.
- Установіть відповідність між початком речення (1–3) і його закінченням (А–Г).

1	Через діаметр кола і точку, що належить цьому колу, можна провести...	А	безліч площин
2	Через діагоналі квадрата можна провести...	Б	одну або безліч площин
3	Через сторону трикутника і точку, що є серединою цієї сторони, можна провести...	В	жодної площини
		Г	одну площину

- 4 (3 бали). Задано трикутник ABC і точку S , що не належить площині трикутника. Точки M і K — середини відрізків BC і AC відповідно. Чи перетинаються площини ASM і BMK ? Відповідь обґрунтуйте.
5. (4 бали). Вершини A і B і точка O перетину діагоналей паралелограма $ABCD$ лежать у площині α . Доведіть, що точки C і D лежать у площині α .

Самостійна робота № 2. ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ У ПРОСТОРИ

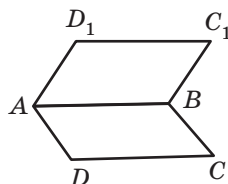
Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Закінчіть речення так, щоб утворилось правильне твердження.

Якщо паралелограми $ABCD$ і ABC_1D_1 лежать у різних площинах (див. рис.), то...

- А. Прямі DD_1 і AB перетинаються.
 Б. Прямі DB і AC_1 перетинаються.
 В. Прямі DC і D_1C_1 мимобіжні.
 Г. Прямі DC і D_1C_1 паралельні.

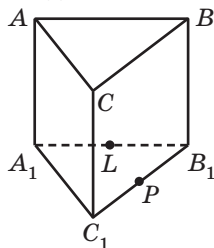


2. Визначте взаємне розміщення діагоналей протилежних граней куба.

- А. Паралельні. Б. Мимобіжні.
 В. Паралельні або мимобіжні. Г. Перетинаються.

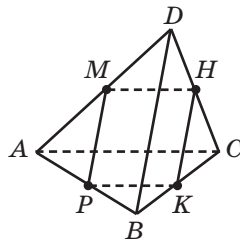
3. На *рисунку* зображено пряму трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$ і точки P і L , що є серединами ребер A_1B_1 і B_1C_1 відповідно. Установіть відповідність між парою прямих (1–3) і випадком їхнього взаємного розміщення в просторі (А–Г).

1	LP і AC	А	Прямі перетинаються в точці L
2	CB_1 і LP	Б	Прямі паралельні
3	CL і A_1B_1	В	Прямі перетинаються в точці P
		Г	Прямі мимобіжні



- 4 (3 бали). На *рисунку* точки M , H , K і P — середини відрізків AD , DC , BC і AB відповідно. Знайдіть периметр чотирикутника $MHKP$, якщо $MP = 8$ см, $AC = 32$ см.

- 5 (4 бали). Трикутники ABC і DBC не лежать в одній площині. Точки E , F , G є серединами відрізків AC , BC , DB відповідно. Точка H ділить відрізок BC у відношенні 1:3, починаючи від вершини B . Установіть взаємне розміщення прямих: 1) AH і EF ; 2) AH і GF .

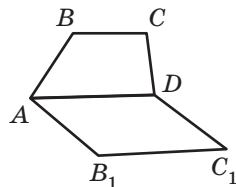


Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Закінчіть речення так, щоб утворилось правильне твердження.

Якщо трапеція $ABCD$ і паралелограм AB_1C_1D лежать у різних площинах (див. рис.), то...

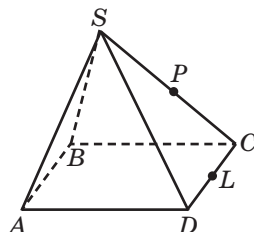


- А. Прямі B_1D і AC перетинаються.
 Б. Прямі BC і B_1C_1 мимобіжні.
 В. Прямі BC і B_1C_1 паралельні.
 Г. Прямі B_1C і CD мимобіжні.

2. Визначте взаємне розміщення бічного ребра і діагоналі однієї з граней куба.

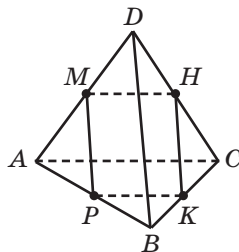
- А. Мимобіжні. Б. Мимобіжні або перетинаються.
 В. Паралельні. Г. Перетинаються.

3. На *рисунку* зображено пряму чотирикутну піраміду $SABCD$ і точки L і P , що є серединами ребер CD і SC відповідно. Установіть відповідність між парою прямих (1–3) і випадком їхнього взаємного розміщення в просторі (А–Г).



1	LP і BD	А	Прямі мимобіжні
2	CD і LP	Б	Прямі перетинаються в точці P
3	CS і AP	В	Прямі паралельні
		Г	Прямі перетинаються в точці L

- 4 (3 бали). На *рисунку* точки M , H і P — середини відрізків AD , DC , AB відповідно, $PK \parallel MH$. Знайдіть периметр чотирикутника $MHKP$, якщо $AC = 8$ см, $BD = 10$ см.



- 5 (4 бали). Трикутники ABD і ADC не лежать в одній площині. Точки K , M , N є серединами відрізків DB , AD , AC відповідно. Точка L ділить відрізок AD у відношенні 2:1, починаючи від вершини D . Установіть взаємне розміщення прямих: 1) BL і MK ; 2) BL і MN .

Самостійна робота № 3. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМОЇ Й ПЛОЩИНИ**Варіант 1**

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Яка з наведених прямих паралельна площині $AA_1 C$?
А. BC_1 . Б. $A_1 D$. В. BB_1 . Г. $D_1 C_1$.
- Яке з наведених тверджень неправильне?
А. Якщо одна з двох паралельних прямих перетинає площину, то друга пряма паралельна цій площині.
Б. Пряму і площину називають паралельними, якщо вони не перетинаються.
В. Якщо пряма, що не належить площині, паралельна якій-небудь прямій цієї площини, то вона паралельна й самій площині.
Г. Якщо пряма, що не належить площині, не паралельна жодній прямій цієї площини, то вона перетинає цю площину.
- Паралелограми $ABCD$ і $ABC_1 D_1$ лежать у різних площинах, точки N , M і K — середини сторін AB , CD и AD_1 відповідно. Установіть відповідність між прямою (1–3) і площиною, паралельною цій прямій (А–Г).

1	$C_1 D_1$	А	$D_1 BC$
2	KN	Б	BCC_1
3	NM	В	ACC_1
		Г	ABC

- (3 бали). $ABCD$ — тетраедр. Точки M і K — середини ребер DC і BC відповідно. Доведіть, що пряма MK паралельна площині ABD .
- (4 бали). Площина α перетинає сторони AB і BC трикутника ABC у точках A_1 і C_1 відповідно. Сторона AC паралельна площині α . Знайдіть довжину сторони BC , якщо $AA_1 : A_1 B = 3 : 2$, а $BC_1 = 15$ см.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Яка з наведених прямих паралельна площині $BB_1 D$?
А. AD_1 . Б. $B_1 C$. В. $A_1 C$. Г. CC_1 .

2. Яке з наведених тверджень неправильне?

- А. Пряму і площину називають паралельними, якщо вони не мають спільних точок.
 Б. Якщо площина перетинає одну з двох паралельних прямих, то вона перетинає і другу.
 В. Якщо пряма, що не належить площині, паралельна якій-небудь прямій цієї площини, то вона перетинає цю площину.
 Г. Через будь-яку з двох мимобіжних прямих можна провести площину, паралельну другій прямій.

3. Трикутник ABC і паралелограм $ABFD$ лежать у різних площинах, точки P , N , M і K — середини сторін AC , BC , AD і AB відповідно. Установіть відповідність між прямою (1–3) і площиною, паралельною цій прямій (А–Г).

1	MK	А	ABF
2	DF	Б	BCF
3	NP	В	DBC
		Г	ABC

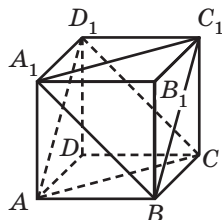
4 (3 бали). $SABCD$ — піраміда. Точки E і F — середини ребер AB і AD відповідно. Доведіть, що пряма EF паралельна площині BSD .5 (4 бали). Площина α перетинає сторони AB і BC трикутника ABC у точках A_1 і C_1 відповідно. Сторона AC паралельна площині α . Знайдіть відношення $\frac{AA_1}{A_1B}$, якщо $BC = 27$ см, а $BC_1 = 6$ см.**Самостійна робота № 4. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПЛОЩИН****Варіант 1**

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Діагоналі паралелограма паралельні площині α . Яким є взаємне розміщення площини паралелограма і площини α ?
 А. Паралельні. Б. Перетинаються.
 В. Збігаються. Г. Визначити неможливо.
2. Яке з наведених тверджень неправильне?
 А. Якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим другої площини, то ці площини паралельні.

- Б. Відрізки паралельних прямих, що містяться між паралельними площинами, рівні.
- В. Через мимобіжні прямі неможливо провести паралельні площини.
- Г. Якщо дві паралельні площини перетинає третя площина, то прямі їхнього перетину паралельні.
3. На *рисунку* зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між початком твердження (1–3) і його закінченням (А–Г).

1	Площина ACD_1 паралельна площині...	А	$CC_1 D_1$
2	Площина ADD_1 паралельна площині...	Б	$A_1 B C_1$
3	Площина $AA_1 B$ паралельна площині...	В	$A_1 C_1 D_1$
		Г	$BB_1 C_1$



- 4 (3 бали). Точки M і N не належать площині паралелограма $ABCD$ і розміщені по один бік від неї. Прямі AM і DN паралельні. Доведіть, що площини AMB і DNC паралельні.
- 5 (4 бали). Площини α і β паралельні. Відрізок AB належить площині α , CD — площині β . Відрізки BC і AD перетинаються в точці O , що лежить між заданими площинами. Знайдіть AO , якщо $AB = 3$ см, $CD = 12$ см, $AD = 20$ см.

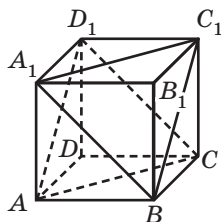
Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Протилежні сторони паралелограма паралельні площині α . Яким є взаємне розміщення площини паралелограма і площини α ?
- А. Паралельні. Б. Перетинаються.
- В. Збігаються. Г. Визначити неможливо.
3. Яке з наведених тверджень неправильне?
- А. Дві площини називають паралельними, якщо вони не перетинаються.
- Б. Через точку поза поданою площиною можна провести безліч площин, паралельних поданій.
- В. Дві площини, паралельні третій, паралельні між собою.
- Г. Через мимобіжні прямі можна провести паралельні площини.

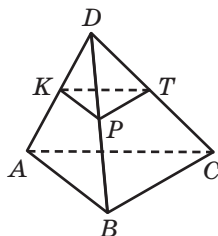
3. На *рисунку* зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між початком твердження (1–3) і його закінченням (А–Г).

1	Площина ACD паралельна площині...	А	$AA_1 D_1$
2	Площина BCC_1 паралельна площині...	Б	$AA_1 B_1$
3	Площина CDD_1 паралельна площині...	В	$A_1 B_1 C_1$
		Г	$A_1 B C_1$



- 4 (3 бали). На *рисунку* $\angle DAB + \angle AKP = 180^\circ$, $\angle DAC + \angle AKT = 180^\circ$. Доведіть, що площини ABC і KPT паралельні.

- 5 (4 бали). Площини α і β паралельні. Точка O лежить над цими площинами. Промені OM і OF перетинають площину α в точках A і B відповідно, площину β — у точках C і D відповідно. Знайдіть OB , якщо $AB = 4$ см, $CD = 10$ см, $BD = 6$ см.



КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

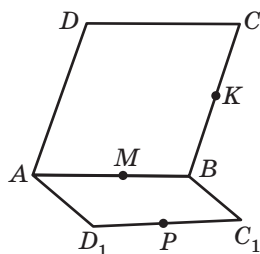
Нульовий (підготовчий) варіант

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Яке з наведених висловлювань має такий самий зміст, що і висловлювання «Площини α і β мають спільну точку A »?
 - Площини α і β не мають інших спільних точок, крім точки A .
 - Площини α і β можуть мати ще тільки одну спільну точку.
 - Площини α і β перетинаються по прямій, що проходить через точку A .
 - Площини α і β перетинаються, і лінією їхнього перетину є відрізок із серединою в точці A .
- Через яку з наведених фігур можна провести більше ніж одну площину?
 - Кінці однієї діагоналі паралелограма і середину іншої діагоналі.
 - Діаметр кола і точку цього кола, що не належить діаметру.
 - Сторони кута, що не є розгорнутим.
 - Середини всіх сторін трикутника.

3. Трапеція $ABCD$ (BC і AD — основи трапеції) і ромб $BCEF$ не лежать в одній площині. Які з наведених прямих є мимобіжними?
 А. AD і EF . Б. AB і CE .
 В. AB і DC . Г. AC і FC .
4. Яке з наведених тверджень неправильне?
 А. Паралельною проекцією прямокутника може бути відрізок.
 Б. Паралельною проекцією трикутника може бути відрізок.
 В. Паралельною проекцією відрізка може бути трикутник.
 Г. Паралельною проекцією прямої може бути точка.
5. Сторона AB трикутника ABC належить площині α , а вершина C не належить цій площині. Через середини сторін AC і BC проведено пряму a . Яким є взаємне розміщення прямої a і площини α ?
 А. Паралельні. Б. Паралельні або перетинаються.
 В. Перетинаються. Г. Пряма a лежить у площині α .
6. Площини α і β паралельні. Площина γ перетинає площину α по прямій a , а площину β — по прямій b . Яким є взаємне розміщення прямих a і b ?
 А. Перетинаються. Б. Мимобіжні.
 В. Перетинаються або мимобіжні. Г. Паралельні.
7. Прямокутники $ABCD$ і ABC_1D_1 лежать у різних площинах. Точки M , K , P — середини відповідно сторін AB , CB і C_1D_1 (див. рис.). Установіть відповідність між прямою або площиною (1–4) і паралельною їй площиною (А–Д).

1	Пряма DC	А	Площина CBC_1
2	Пряма MK	Б	Площина ACD_1
3	Площина KMP	В	Площина ABC
4	Площина ADD_1	Г	Площина ABC_1
		Д	Площина ACC_1



8. Квадрат $ABCD$ і трапеція $ABMK$ з основами AB і MK лежать у різних площинах. Точки E і F — середини відрізків AK і MB відповідно.
- Визначте вид чотирикутника $CDEF$.
 - Обчисліть площу чотирикутника $CDEF$, якщо $AD = 22$ см, $KM = 2$ см, $DE = CF = 13$ см.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Паралелограм $ABCD$ є зображенням квадрата $A_1B_1C_1D_1$. На стороні A_1B_1 квадрата позначено точку P_1 . Побудуйте зображення перпендикулярної прямої, проведеної з точки P_1 до прямої B_1D_1 .
10. Точка D не лежить у площині трикутника ABC . Точки K , P , T — середини відрізків AD , BD , CD відповідно, причому $\angle DAB + \angle AKP = 180^\circ$, $\angle DAC + \angle AKT = 180^\circ$. Доведіть, що площини ABC і KPT паралельні.

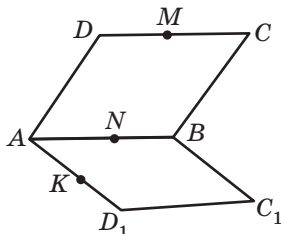
Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Відомо, що площини α і β мають одну спільну точку. Скільки ще спільних точок мають ці площини?
А. Жодної. Б. Безліч. В. Тільки дві. Г. Тільки три.
2. Через яку з наведених фігур можна провести площину і до того ж тільки одну?
А. Три точки. Б. Точку і пряму.
В. Дві будь-які прямі.
Г. Дві прямі, що мають спільну точку.
3. Точка M не лежить у площині прямокутника $ABCD$. Яке взаємне розміщення прямих MA і CD ?
А. Перетинаються. Б. Паралельні.
В. Мимобіжні. Г. Паралельні або мимобіжні.
4. Яка з наведених фігур не може бути паралельною проекцією прямокутника?
А. Паралелограм. Б. Трапеція.
В. Прямокутник. Г. Квадрат.
5. Сторона AB паралелограма $ABCD$ належить площині α , а сторона CD не належить цій площині. Яке взаємне розміщення прямої CD площини α ?
А. Пряма CD паралельна площині α .
Б. Пряма CD перетинає площину α .
В. Пряма CD лежить у площині α . Г. Визначити неможливо.
6. Бічні сторони трапеції паралельні площині α . Яке взаємне розміщення площини трапеції і площини α ?
А. Перетинаються. Б. Збігаються.
В. Паралельні. Г. Визначити неможливо.

7. Паралелограми $ABCD$ і ABC_1D_1 лежать у різних площинах. Точки N , M , K — середини відповідно сторін AB , CD і AD_1 (див. рис.). Установіть відповідність між прямою або площиною (1–4) і паралельною їй площиною (А–Д).

1	Пряма D_1C_1	А	Площина CBC_1
2	Пряма AB	Б	Площина BCD_1
3	Площина KMN	В	Площина ABC
4	Площина ADD_1	Г	Площина ABC_1
		Д	Площина DCC_1



8. Квадрат $ABCD$ і рівнобедрений трикутник KBC ($KB = KC$) лежать у різних площинах. Точки M і P — середини відрізків BK і KC .

- 1) Визначте вид чотирикутника $MPDA$.
- 2) Обчисліть площу чотирикутника $MPDA$, якщо $AB = 12$ см, $MA = PD = 5$ см.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Трикутник ABC є зображенням правильного трикутника. Точка K — середина AB . Побудуйте зображення перпендикуляра, проведеного з точки K на сторону BC .
10. Точка E не лежить у площині трикутника ABC . Точки M , P , K — середини відрізків AE , AC , AB відповідно. Доведіть, що площини MPK і BCE паралельні.

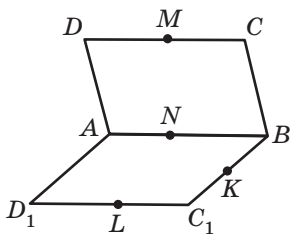
Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яка з наведених фігур може бути лінією перетину двох площин?
 - А. Три точки.
 - Б. Відрізок.
 - В. Пряма.
 - Г. Будь-яка лінія.
2. Через яку з наведених фігур можна провести безліч площин?
 - А. Паралельні прямі.
 - Б. Мимобіжні прямі.
 - В. Прямі, що перетинаються.
 - Г. Пряму і точку на ній.
3. Точка M не лежить у площині паралелограма $ABCD$. Яке взаємне розміщення прямих MC і AB ?
 - А. Перетинаються.
 - Б. Мимобіжні.
 - В. Паралельні.
 - Г. Паралельні або мимобіжні.

4. Яка з наведених фігур може бути паралельною проекцією трапеції?
 А. Ромб. Б. Паралелограм.
 В. Трапеція. Г. Рівнобедрений трикутник.
5. Сторона AD прямокутника $ABCD$ належить площині α , а сторона BC не належить цій площині. Яке взаємне розміщення сторони BC і площини α ?
 А. Пряма BC паралельна площині α . Б. Визначити неможливо.
 В. Пряма BC лежить у площині α . Г. Пряма BC перетинає площину α .
6. Основи трапеції паралельні площині α . Яке взаємне розміщення площини трапеції і площини α ?
 А. Перетинаються. Б. Паралельні.
 В. Збігаються. Г. Визначити неможливо.
7. Паралелограми $ABCD$ і ABC_1D_1 лежать у різних площинах. Точки N , M , K , L — середини відповідно сторін AB , CD , CB_1 і C_1D_1 (див. рис.). Установіть відповідність між прямою або площиною (1–4) і паралельною їй площиною (А–Д).

1	Пряма DC	А	Площина CBD_1
2	Пряма KL	Б	Площина CBC_1
3	Площина KMN	В	Площина MND_1
4	Площина MNL	Г	Площина ABC_1
		Д	Площина AC_1D



8. Точка K не лежить у площині трапеції $ABCD$, основами якої є сторони AB і CD . Через середини відрізків KA і KB проведено пряму FE .
 1) Визначте вид чотирикутника $DCEF$, якщо $AB:DC = 2:1$.
 2) Обчисліть периметр чотирикутника $DCEF$, якщо $AB = 12$ см, $EC = 8$ см.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Трикутник ABC є зображенням прямокутного трикутника з прямим кутом C . Точка K — середина AB . Побудуйте зображення перпендикуляра, проведеного з точки K на катет BC .
10. Точка O не лежить у площині трикутника ABC , точки M , P і K належать відрізкам AO , BO і CO так, що $\angle OMP = \angle OAB$, $\angle OPK = \angle OBC$. Доведіть, що площини ABC і MPK паралельні.

ТЕМА 2

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ

Самостійна робота № 5. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ. ТЕОРЕМА ПРО ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРИ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Пряма a перпендикулярна до площини β , а площина β паралельна прямій c . Яким є взаємне розміщення прямих a і c ?
А. Перпендикулярні. Б. Мимобіжні або паралельні.
В. Мимобіжні. Г. Паралельні.
- Через вершину гострого кута C прямокутного трикутника ABC ($\angle A = 90^\circ$) до площини трикутника проведено перпендикулярну пряму, на якій позначено точку D . Які з наведених трикутників є прямокутними?
А. Тільки $\triangle DAB$. Б. $\triangle DCA$ і $\triangle DCB$.
В. Тільки $\triangle DCB$. Г. $\triangle DCA$, $\triangle DCB$, $\triangle DAB$.
- SA — перпендикуляр до площини паралелограма $ABCD$, O — точка перетину діагоналей паралелограма. Установіть відповідність між видом паралелограма $ABCD$ (1–3) і умовами (А–Г), за яких паралелограм $ABCD$ є чотирикутником зазначеного виду.

1	$ABCD$ — прямокутник	А	$SO \perp BD$ і $AO > OD$
2	$ABCD$ — ромб	Б	$SO \perp BD$ і $OD > OB$
3	$ABCD$ — квадрат	В	$SB \perp BC$ і $SB > SA$
		Г	$SB \perp BC$ і $AO = OD$

- (3 бали). Із точок A , B і C , розміщених по один бік від площини α , проведені прямі, перпендикулярні до площини α . Ці прямі перетинають пряму a площини α в точках D , E і F відповідно. Знайдіть довжину відрізка BE , якщо $AD = 6$ см, $CF = 9$ см, $DE = EF$.
- (4 бали). Через середину M сторони AD квадрата $ABCD$ до його площини проведений перпендикуляр MK завдовжки $6\sqrt{3}$ см. Сторона квадрата дорівнює 12 см. Обчисліть площу трикутника AKB .

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Площина α перпендикулярна до прямої b , а пряма b паралельна прямій c . Яке взаємне розміщення площини α і прямої c ?
 А. Паралельні. Б. Паралельні або перетинаються.
 В. Перпендикулярні. Г. Пряма c належить площині α .
- Через вершину гострого кута M прямокутного трикутника MPK ($\angle P = 90^\circ$) до площини трикутника проведено перпендикулярну пряму, на якій позначено точку A . Які з наведених трикутників є прямокутними?
 А. $\triangle AMP$ і $\triangle AMK$. Б. $\triangle AMP$, $\triangle AMK$, $\triangle APK$.
 В. Тільки $\triangle APK$. Г. Тільки $\triangle AMK$.
- SB — перпендикуляр до площини паралелограма $ABCD$, O — точка перетину діагоналей паралелограма. Установіть відповідність між видом паралелограма $ABCD$ (1–3) і умовами (А–Г), за яких паралелограм $ABCD$ є чотирикутником зазначеного виду.

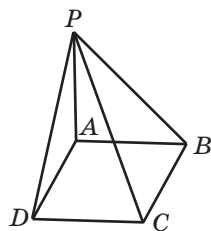
1	$ABCD$ — квадрат	А	$SC \perp CD$ $SA > SC$
2	$ABCD$ — ромб	Б	$SO \perp AC$ і $BO = OC$
3	$ABCD$ — прямокутник	В	$SC \perp CD$ і $AO > OC$
		Г	$SO \perp AC$ $BO > OC$

- (3 бали). Із точок K , L і M , розміщених по один бік від площини α , проведені прямі, перпендикулярні до площини α . Ці прямі перетинають пряму a площини α в точках A , B і C відповідно. Знайдіть довжину відрізка KA якщо $LB = 8$ см, $MC = 5$ см, $AB = BC$.
- (4 бали). Через точку O перетину діагоналей квадрата $MNPQ$ до його площини проведений перпендикуляр OD . Обчисліть площу трикутника MDN , якщо $OD = \sqrt{85}$ см, $MN = 12$ см.

Самостійна робота № 6. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН
Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- На *рисунку* пряма AP перпендикулярна до площини квадрата $ABCD$. Яке з наведених тверджень неправильне?
 А. $PAD \perp ABC$. Б. $PAB \perp ADC$.
 В. $PDC \perp DBC$. Г. $ADP \perp ABP$.



2. Площини α і β перпендикулярні, пряма c — лінія їхнього перетину. Пряма a належить площині α і перпендикулярна до прямої c . Яким є взаємне розміщення прямої a і площини β ?
- А. Пряма a перпендикулярна до площини β .
 Б. Пряма a належить площині β .
 В. Пряма a паралельна площині β .
 Г. Пряма a належить площині β або паралельна площині β .
3. Площини квадратів $ABCD$ і $ABMK$ перпендикулярні, $MK = a$. Точка T — середина сторони CD . Установіть відповідність між парою точок (1–3) і відстанню між ними (А–Г).

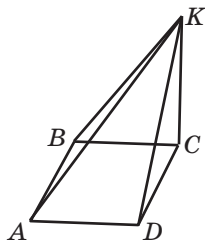
1	Точки C і K	А	$a\sqrt{3}$
2	Точки D і K	Б	$a\sqrt{2}$
3	Точки T і K	В	$2a$
		Г	$1,5a$

- 4 (3 бали). Ромб $ABCD$ перегнули за його більшою діагоналлю BD так, що площини ABD і CBD виявилися перпендикулярними, а відстань між точками A і C стала дорівнювати $4\sqrt{2}$ см. Знайдіть довжину сторони ромба, якщо тупий кут ромба дорівнює 120° .
- 5 (4 бали). Точка Q рівновіддалена від вершин прямокутника $ABCD$. Доведіть, що площини AQC і ABC перпендикулярні.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. На *рисунку* пряма KC перпендикулярна до площини квадрата $ABCD$. Яке з наведених тверджень неправильне?
- А. $KDA \perp CKD$. Б. $KCD \perp ABC$.
 В. $KBC \perp ADC$. Г. $KCB \perp KCD$.



2. Дві площини α і β перетинаються по прямої c і перпендикулярні до площини γ . Яким є взаємне розміщення прямої c і площини γ ?
- А. Пряма c паралельна площині γ або належить площині γ .
 Б. Пряма c належить площині γ .
 В. Пряма c паралельна площині γ .
 Г. Пряма c перпендикулярна до площини γ .

3. Площини квадратів $ABCD$ і $ABMK$ перпендикулярні, $CD = a$. Точка T — середина сторони MK . Установіть відповідність між парою точок (1–3) і відстанню між ними (А–Г).

1	Точки M і C	А	$a\sqrt{2}$
2	Точки T і C	Б	$2a$
3	Точки K і C	В	$1,5a$
		Г	$a\sqrt{3}$

- 4 (3 бали). Правильний трикутник ABC перегнули за його бісектрисою BL так, що площини ABL і BLC виявилися перпендикулярними, а відстань між точками A і C стала дорівнювати 12 см. Знайдіть довжину сторони трикутника ABC .
- 5 (4 бали). Точка S рівновіддалена від вершин рівностороннього трикутника ABC , точка M — середина сторони AC . Доведіть, що площини MSB і ABC перпендикулярні.

Самостійна робота № 7. ВІДСТАНІ В ПРОСТОРИ

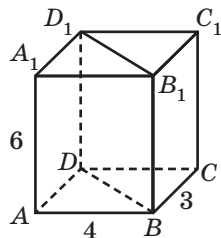
Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- Із точки A до площини α проведено похилу AB . Знайдіть довжину проекції цієї похилої на площину α , якщо $AB = 26$ см, а відстань від точки A до площини α дорівнює 10 см.
А. 26 см. Б. 16 см. В. 24 см. Г. $\sqrt{776}$ см.
- Точка D віддалена від усіх вершин рівностороннього трикутника на 5 см. Знайдіть відстань від точки D до сторін трикутника, якщо довжина сторони трикутника становить 8 см.
А. 4 см. Б. 3 см. В. 2,5 см. Г. 4,5 см.
- На *рисунку* зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у якому $AB = 4$, $BC = 3$, $AA_1 = 6$.

Установіть відповідність між відстанню (1–4) та її числовим значенням (А–Д).

1	Відстань від прямої AA_1 до площини DBB_1	А	6
2	Відстань між площинами ABD і $B_1 C_1 D_1$	Б	5
3	Відстань між прямими BB_1 і $D_1 D$	В	2,5
4	Відстань між прямими $A_1 B_1$ і CC_1	Г	2,4
		Д	3



4 (2 бали). Через точку O перетину діагоналей квадрата проведено перпендикуляр KO до площини квадрата. Знайдіть відстань від точки K до сторін квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює 10 см, а відстань від точки K до площини квадрата дорівнює $5\sqrt{2}$ см.

5 (4 бали). Пряма CD перпендикулярна до площини гострокутного трикутника ABC , CK — його висота.

1) Доведіть, що прямі DK і AB взаємно перпендикулярні.

2) Знайдіть відстань від точки A до площини DKC , якщо відстань від точки D до прямої AB дорівнює 1 см, $\angle DAK = 45^\circ$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. Із точки M до площини α проведено похилу MN . Знайдіть довжину похилої, якщо довжина її проекції на площину α дорівнює 8 см, а точка M віддалена від площини α на 6 см.

А. 10 см. Б. 6 см. В. 100 см. Г. 50 см.

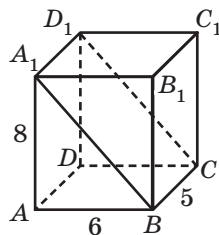
2. Точка K віддалена від усіх сторін рівностороннього трикутника на 4 см. Знайдіть відстань від точки K до вершин трикутника, якщо довжина сторони трикутника становить 6 см.

А. 6 см. Б. 4,5 см.

В. 5 см. Г. 3 см.

3. На *рисунку* зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у якому $AB = 6$, $BC = 5$, $AA_1 = 8$.

Установіть відповідність між відстанню (1–4) та її числовим значенням (А–Д).



1	Відстань від прямої AD до площини A_1BC	А	5
2	Відстань між площинами ADD_1 і B_1BC	Б	8
3	Відстань між прямими AA_1 і D_1D	В	4,8
4	Відстань між прямими DC і D_1C_1	Г	10
		Д	6

4 (2 бали). Через точку O перетину діагоналей квадрата проведено перпендикуляр KO до площини квадрата. Знайдіть сторону квадрата, якщо відстань від точки K до площини квадрата дорівнює 12 см, а до сторін квадрата — 20 см.

5 (4 бали). Діагоналі чотирикутника $ABCD$ перетинаються в точці O . Із точки O проведено перпендикуляр OM до прямої AB і перпендикуляр OK до площини чотирикутника.

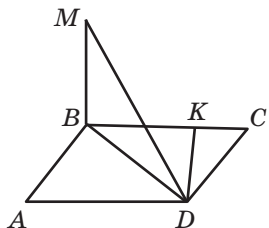
- 1) Доведіть, що кут між прямими MK і AB прямий.
- 2) Знайдіть відстань від точки B до площини OKM , якщо відстань від точки K до прямої AB дорівнює $\sqrt{3}$ см, $\angle MKB = 30^\circ$.

Самостійна робота № 8. КУТИ В ПРОСТОРІ

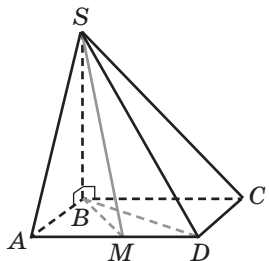
Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. На *рисунок* MB — перпендикуляр до площини паралелограма $ABCD$, DK — висота паралелограма. Укажіть кут між прямою MD і площиною паралелограма.
 А. $\angle MDA$. Б. $\angle MDB$.
 В. $\angle MDK$. Г. $\angle MDC$.

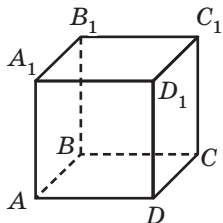


2. Основою піраміди $SABCD$ є прямокутник $ABCD$, SB — висота піраміди, точка M — середина сторони AD . Укажіть кут між площинами SAD і ABC .
 А. $\angle SAB$. Б. $\angle SMB$.
 В. $\angle SDB$. Г. $\angle SDC$.



3. Користуючись зображенням куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, установіть відповідність між парою прямих (1–3) і кутом між цими прямими (А–Г).

1	$A_1 B_1$ і BC_1	А	30°
2	CB_1 і DC_1	Б	90°
3	AA_1 і DC_1	В	45°
		Г	60°



- 4 (3 бали). Квадрат і прямокутник, площі яких дорівнюють 25 см^2 і 50 см^2 відповідно, мають спільну сторону, а їхні площини утворюють кут 60° . Знайдіть відстань між паралельними сторонами квадрата і прямокутника.

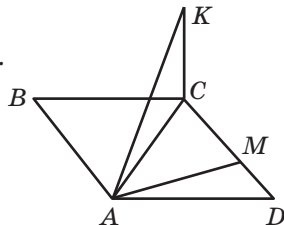
- 5 (4 бали). Точка M віддалена від усіх сторін квадрата $ABCD$ на 8 см. Знайдіть тангенс кута між прямою AM і площиною квадрата, якщо площина AMB утворює з площиною квадрата кут 60° .

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

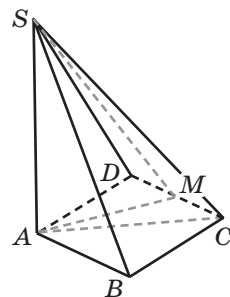
1. На *рисунку* KC — перпендикуляр до площини паралелограма $ABCD$, AM — висота паралелограма. Укажіть кут між прямою AK і площиною паралелограма.

А. $\angle KAD$. Б. $\angle KAM$.
В. $\angle KAC$. Г. $\angle KAB$.



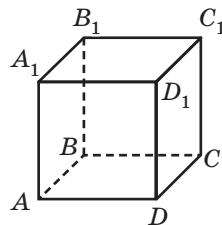
2. Основою піраміди $SABCD$ є квадрат $ABCD$, SA — висота піраміди, точка M — середина сторони CD . Укажіть кут між площинами SDC і ABC .

А. $\angle SCB$. Б. $\angle SCA$.
В. $\angle SMA$. Г. $\angle SDA$.



3. Користуючись зображенням куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, установіть відповідність між парою прямих (1–3) і кутом між цими прямими (А–Г).

1	AA_1 і BC	А	45°
2	$A_1 B_1$ і DC_1	Б	60°
3	DA_1 і AB_1	В	30°
		Г	90°



- 4 (3 бали). Квадрат і прямокутник, площі яких дорівнюють 16 см^2 і 20 см^2 відповідно, мають спільну сторону, а їхні площини утворюють кут, косинус якого дорівнює $\frac{1}{8}$. Знайдіть відстань між паралельними сторонами квадрата і прямокутника.

- 5 (4 бали). Точка M віддалена від усіх вершин квадрата $ABCD$ на 6 см. Знайдіть тангенс кута між площиною AMB і площиною квадрата, якщо пряма AM утворює з площиною квадрата кут 45° .

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 2**Нульовий (підготовчий) варіант**

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яке з наведених тверджень неправильне (a , b , m , n — прямі, α — площина)?

А. Якщо $m \perp n$, $a \parallel m$ і $b \parallel n$, то $a \perp b$.

Б. Якщо m , n лежать у площині α і перетинаються, $a \perp m$ і $a \perp n$, то $a \perp \alpha$.

В. Якщо $a \parallel b$ і $a \perp \alpha$, то $b \parallel \alpha$.

Г. Якщо $a \perp \alpha$ і $b \perp \alpha$, то $a \parallel b$.

2. На *рисунку* зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

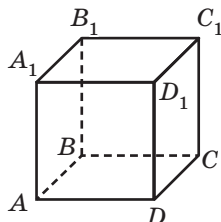
Яка з наведених прямих перпендикулярна до площини ACC_1 ?

А. DD_1 .

Б. $B_1 D_1$.

В. BD_1 .

Г. DC .



3. Із точки A проведено перпендикуляр AD до площини трикутника ABC . Визначте вид трикутника ABC , якщо $\angle A = 60^\circ$ і $BD = CD$.

А. Прямокутний. Б. Рівнобедрений.

В. Різносторонній. Г. Рівносторонній.

4. У прямокутному трикутнику ABC відрізок AB є гіпотенузою. MA — перпендикуляр до площини трикутника. Яке з наведених тверджень неправильне?

А. $MA \perp AB$. Б. $MA \perp AC$.

В. $MB \perp BC$. Г. $MC \perp BC$.

5. Через точку O перетину діагоналей квадрата $ABCD$ до площини квадрата проведено перпендикуляр SO завдовжки $5\sqrt{2}$ см. Знайдіть кут між прямою AS і площиною квадрата, якщо $AB = 10$ см.

А. 30° .

Б. 45° .

В. 60° .

Г. 90° .

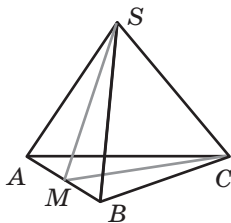
6. На *рисунку* SM і CM — висоти трикутників SAB і CAB . Знайдіть кут між площинами SAB і CAB , якщо $SM = MC = SC$.

А. 60° .

Б. 30° .

В. 90° .

Г. 45° .



7. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Установіть відповідність між твердженням (1–4) і прямою (А–Д), для якої виконується це твердження.

1	Перпендикулярна до прямої $A_1 D$	А	$A_1 D$
2	Утворює з прямою AB_1 кут 60°	Б	AB_1
3	Перпендикулярна до площини ABC	В	CC_1
4	Утворює з площиною ABC кут 45°	Г	AD
		Д	DC

8. PA — перпендикуляр до площини трикутника ABC , $PC \perp BC$.
 1) Визначте вид трикутника ABC .
 2) Знайдіть відстань від точки P до площини трикутника, якщо $AB = 13$ см, $BC = 5$ см, а пряма PC утворює з площиною трикутника кут 30° .

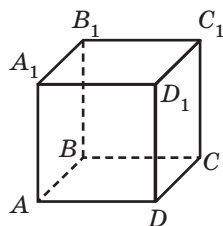
Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Кінці відрізка завдовжки 12 см належать двом перпендикулярним площинам. Знайдіть відстані від кінців відрізка до кожної з площин, якщо цей відрізок утворює з площинами кути 45° і 60° .
 10. Доведіть, що якщо пряма BP перпендикулярна до площини трикутника ABC , у якому $\angle C = 90^\circ$, то площини PAC і PBC перпендикулярні.

Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яке взаємне розміщення прямих a і b , якщо пряма a перпендикулярна до площини α , а пряма b паралельна площині α ?
 А. Паралельні.
 Б. Перпендикулярні.
 В. Мимобіжні.
 Г. Перпендикулярні або мимобіжні.
2. На *рисунку* зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Яка з наведених прямих перпендикулярна до площини DCC_1 ?
 А. AA_1 .
 Б. $A_1 D_1$.
 В. $D_1 B$.
 Г. BC_1 .



3. У трикутнику ABC $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 45^\circ$. Із точки A проведено перпендикуляр AD до площини трикутника ABC . Розташуйте відрізки DA , DB , DC у порядку зростання їхніх довжин.
 А. DB , DC , DA . Б. DC , DB , DA .
 В. DA , DC , DB . Г. DA , DB , DC .
4. У прямокутному трикутнику ABC сторона AC є гіпотенузою. OA — перпендикуляр до площини трикутника. Укажіть лінійний кут двогранного кута між площинами OBC і ABC .
 А. $\angle ACO$. Б. $\angle BAO$.
 В. $\angle OBA$. Г. $\angle AOB$.
5. Через сторону AD прямокутника $ABCD$ проведено площину α . BO — перпендикуляр до площини α . Укажіть кут між прямою BD і площиною α .
 А. $\angle ODB$. Б. $\angle ADC$.
 В. $\angle BDA$. Г. $\angle BOD$.
6. Кут між площинами трикутників ABC і ABK дорівнює 60° . CM і KM — висоти цих трикутників, $CM = KM = 4\sqrt{3}$ см. Знайдіть довжину відрізка CK .
 А. $2\sqrt{3}$ см. Б. $4\sqrt{3}$ см.
 В. 6 см; Г. $8\sqrt{3}$ см.
7. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Установіть відповідність між твердженням (1–4) і прямою (А–Д), для якої виконується це твердження.

1	Перпендикулярна до прямої $C_1 D_1$	А	AD_1
2	Утворює з прямою CD_1 кут 60°	Б	$A_1 B_1$
3	Перпендикулярна до площини CBB_1	В	$A_1 B$
4	Утворює з площиною ABB_1 кут, менше 45°	Г	BB_1
		Д	$B_1 D$

8. PA — перпендикуляр до площини паралелограма $ABCD$, $PB \perp BC$.
 1) Визначте вид паралелограма $ABCD$.
 2) Знайдіть відстань від точки P до площини паралелограма, якщо $AD = 6$ см, $AB = 8$ см, $PC = 26$ см.

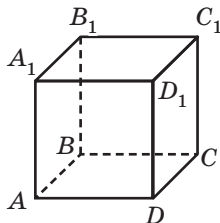
Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Кінці відрізка AB лежать у двох перпендикулярних площинах. AM і BK — перпендикуляри, проведені з кінців відрізка AB до цих площин. Знайдіть проекції відрізка AB на кожную з площин, якщо $AB = 65$ м, $AM = 25$ м, $BK = 39$ м.
10. $ABCD$ — ромб. Через вершину A проведено пряму AM , перпендикулярну до сторін AB і AD ромба. O — точка перетину діагоналей ромба. Доведіть, площини MBD і MOA перпендикулярні.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Яке взаємне розміщення прямих a і b , якщо пряма a перпендикулярна до площини α і пряма b перпендикулярна до площини α ?
 А. Перпендикулярні. Б. Паралельні.
 В. Мимобіжні. Г. Паралельні або мимобіжні.
2. На *рисунку* зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Яка з наведених площин перпендикулярна до прямої AC ?
 А. $A_1 B_1 C_1$. Б. ACC_1 .
 В. BCC_1 . Г. BDD_1 .
3. У трикутнику ABC $\angle A = 105^\circ$, $\angle B = 25^\circ$. Із точки B проведено перпендикуляр BD до площини трикутника ABC . Розташуйте відрізки DA , DB , DC у порядку зростання їхніх довжин.
 А. DA , DB , DC . Б. DB , DC , DA .
 В. DB , DA , DC . Г. DC , DA , DB .
4. У прямокутному трикутнику ABC відрізок AC є гіпотенузою. OC — перпендикуляр до площини трикутника. Укажіть лінійний кут двогранного кута між площинами OAB і ABC .
 А. $\angle OBC$. Б. $\angle OAB$.
 В. $\angle OAC$. Г. $\angle OCB$.
5. Через сторону AD прямокутника $ABCD$ проведено площину α . CO — перпендикуляр до площини α . Укажіть кут між прямою CA і площиною α .
 А. $\angle DAO$. Б. $\angle CAB$.
 В. $\angle ACO$. Г. $\angle CAO$.



6. Кут між площинами квадратів $ABCD$ і ABC_1D_1 дорівнює 60° . Знайдіть довжину відрізка DD_1 , якщо $AB = 5$ см.

А. $5\sqrt{2}$ см. Б. $5\sqrt{3}$ см.
В. 5 см. Г. $10\sqrt{2}$ см.

7. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Установіть відповідність між твердженням (1–4) і прямою (А–Д), для якої виконується це твердження.

1	Перпендикулярна до прямої AD_1	А	CC_1
2	Утворює з прямою AD_1 кут 60°	Б	B_1D_1
3	Перпендикулярна до площини BCD	В	B_1C
4	Утворює з площиною BCC_1 кут 45°	Г	BC_1
		Д	D_1C

8. MA — перпендикуляр до площини паралелограма $ABCD$, O — середина BD і $MO \perp BD$.

1) Визначте вид паралелограма $ABCD$.

2) Знайдіть відстань від точки M до площини паралелограма, якщо $\angle ADC = 60^\circ$, $AD = 24$ см, $MO = 13$ см.

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Кінці відрізка AB лежать у двох перпендикулярних площинах. AC і BD — перпендикуляри, проведені з кінців відрізка AB до цих площин. Знайдіть проекції відрізка AB на кожну з площин, якщо $AB = 25$ м, $AC = 15$ м і $BD = 7$ м.

10. $ABCD$ — прямокутник. Через вершину A проведено пряму AH , перпендикулярну до сторін AB і AD прямокутника. Доведіть, що площини HCD і HAD перпендикулярні.

ТЕМА 3

КООРДИНАТИ Й ВЕКТОРИ

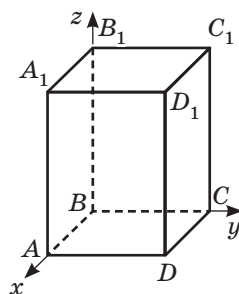
Самостійна робота № 9. ПРЯМОКУТНІ КООРДИНАТИ В ПРОСТОРІ

Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. На *рисунку* зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 2$, $BC = 3$, $BB_1 = 5$, $B(0;0;0)$. Координати якої точки вказано неправильно?

- А. $A_1(2;0;5)$.
 Б. $C_1(0;3;5)$.
 В. $D(2;0;3)$.
 Г. $D_1(2;3;5)$.



2. Яка з наведених точок симетрична точці $A(2;-3;5)$ відносно площини Oxy ?
- А. $A_1(2;-3;-5)$.
 Б. $A_1(-2;-3;5)$.
 В. $A_1(-2;-3;5)$.
 Г. $A_1(2;3;-5)$.
3. Установіть відповідність між координатами кінців відрізка AB (1–3) і розміщенням середини цього відрізка в прямокутній системі координат (А–Г).

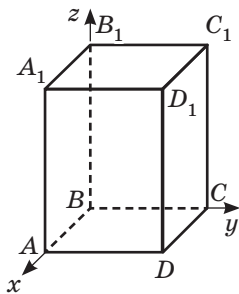
1	$A(-1;-3;2)$, $B(-1;3;-1)$	А	Площина Oxz
2	$A(2;-1;3)$, $B(-2;-3;1)$	Б	Вісь Ox
3	$A(-3;2;-1)$, $B(-2;-2;1)$	В	Площина Oyz
		Г	Вісь Oz

- 4 (3 бали). Точка C лежить на осі Oy , рівновіддалена від точок $A(2;1;3)$ і $B(1;-1;2)$, і є серединою відрізка AD . Знайдіть координати точок C і D .
- 5 (4 бали). Обчисліть довжину діагоналі BD паралелограма $ABCD$, якщо $A(1;-3;0)$, $B(-2;4;1)$, $C(-3;1;1)$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- На *рисунку* зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 2$, $BC = 3$, $BB_1 = 5$, $B(0;0;0)$. Координати якої точки вказано неправильно?
 А. $A(2;0;0)$. Б. $C(0;3;2)$.
 В. $B_1(0;0;5)$. Г. $D(2;3;0)$.
- Яка з наведених точок симетрична точці $A(-2;1;3)$ відносно площини Oyz ?
 А. $A_1(2;-1;-3)$. Б. $A_1(-2;-1;3)$.
 В. $A_1(2;-1;3)$. Г. $A_1(2;1;3)$.
- Установіть відповідність між координатами кінців відрізка AB (1–3) і розміщенням середини цього відрізка в прямокутній системі координат (А–Г).



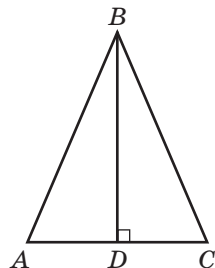
1	$A(-3;-2;0)$, $B(3;-2;1)$	А	Площина Oxy
2	$A(3;-2;1)$, $B(2;-3;-1)$	Б	Площина Oyz
3	$A(-1;-3;2)$, $B(1;-3;-2)$	В	Вісь Ox
		Г	Вісь Oy

- (3 бали). Точка C лежить на осі Ox , рівновіддалена від точок $A(1;2;2)$ і $B(-2;1;4)$, і є серединою відрізка BD . Знайдіть координати точок C і D .
- (4 бали). Обчисліть довжину діагоналі AC паралелограма $ABCD$, якщо $A(2;-6;2)$, $B(-4;8;2)$, $D(0;-12;0)$.

**Самостійна робота № 10. ВЕКТОРИ В ПРОСТОРІ.
ОПЕРАЦІЇ НАД ВЕКТОРАМИ**
Варіант 1

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

- На *рисунку* зображено рівнобедрений трикутник ABC ($AB = BC$). Закінчить речення так, щоб утворилось правильне твердження:
 «Якщо $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = 12$, то...».
 А. $AB = 6$. Б. $AC = 12$.
 В. $BD = 6$. Г. $BD = 12$.



2. Який вектор дорівнює сумі векторів $\vec{a}(0;1;2)$ і $\vec{b}(-1;0;2)$?
 А. $\vec{c}(0;1;4)$. Б. $\vec{c}(-1;1;4)$. В. $\vec{c}(-1;0;4)$. Г. $\vec{c}(-1;1;0)$.
3. Задано вектори $\vec{a}(k;2;-1)$ і $\vec{b}(1;k+1;-1)$. Установіть відповідність між твердженням про ці вектори (1–3) і значенням k (А–Г), при якому це твердження правильне.

1	Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ рівні	А	$k = -1$
2	Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ перпендикулярні	Б	$k = -2$
3	Скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює -3	В	$k = 1$
		Г	$k = 2$

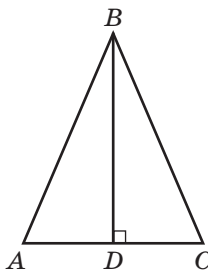
- 4 (3 бали). Знайдіть довжину вектора $\vec{m} = 3\vec{a} - 0,5\vec{b}$, якщо $\vec{a}(1;-2;1)$, $\vec{b}(4;-6;2)$.
- 5 (4 бали). Знайдіть кут між векторами $\vec{a}(0;2;-2)$ і $\vec{b}(-1;0;-1)$.

Варіант 2

У завданнях 1 і 2 виберіть правильну відповідь.

1. На *рисунку* зображено рівнобедрений трикутник ABC ($AB = BC$). Закінчить речення так, щоб утворилось правильне твердження: «Якщо $|\vec{AB} + \vec{BC}| = 12$, то...».

А. $AB = 6$. Б. $AC = 12$. В. $AC = 6$. Г. $BD = 6$.



2. Який вектор дорівнює сумі векторів $\vec{a}(-4;2;-3)$ і $\vec{b}(1;-1;-1)$?
 А. $\vec{c}(-3;-3;-4)$. Б. $\vec{c}(-3;1;-2)$. В. $\vec{c}(-3;1;-4)$. Г. $\vec{c}(-5;1;-4)$.
3. Задано вектори $\vec{a}(k+1;1;-2)$ і $\vec{b}(2;k;-2)$. Установіть відповідність між твердженням про ці вектори (1–3) і значенням k (А–Г), при якому це твердження правильне.

1	Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ рівні	А	$k = 1$
2	Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ перпендикулярні	Б	$k = -1$
3	Скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює 3	В	$k = 2$
		Г	$k = -2$

- 4 (3 бали). Знайдіть довжину вектора $\vec{m} = 0,5\vec{a} - 3\vec{b}$, якщо $\vec{a}(-2;4;-2)$, $\vec{b}(-1;0;1)$.
- 5 (4 бали). Знайдіть кут між векторами $\vec{a}(2;0;-2)$ і $\vec{b}(2;2;-4)$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 3**Нульовий (підготовчий) варіант**

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Яке з наведених тверджень неправильне?
 - Точка $A(1; -1; 0)$ лежить у площині Oxy .
 - Точка $A(1; 0; 1)$ лежить у площині Oxz .
 - Точка $A(0; -1; 0)$ лежить на осі Oy .
 - Точка $A(1; 0; 0)$ лежить на осі Oz .
- Відомо, що $A(2; -4; 4)$, $B(5; -2; 10)$, точка O — початок координат, точка M — середина відрізка AB . Відстань між якими з наведених точок дорівнює 7?
 - A і O .
 - A і B .
 - O і B .
 - O і M .
- Відносно якої координатної площини чи координатної осі симетричні точки $A(-2; -3; 1)$ і $B(-2; 3; -1)$?
 - Осі Ox .
 - Осі Oy .
 - Площини Oyz .
 - Площини Oxy .
- Відомо, що $\overline{AB} = \vec{m}$, $B(-2; 1; 3)$, $\vec{m}(2; 3; -1)$. Знайдіть координати точки A .
 - $A(4; 2; -4)$.
 - $A(2; -4; -2)$.
 - $A(-2; 4; 2)$.
 - $A(-4; -2; 4)$.
- Відомо, що $\overline{CD} = -2\overline{AB}$. Знайдіть координати точки D , якщо $A(4; -1; 4)$, $B(8; -3; 6)$, $C(1; 3; 5)$.
 - $D(-4; 2; -2)$.
 - $D(7; -7; -1)$.
 - $D(-7; 7; 1)$.
 - $D(-3; 2; 6)$.
- Визначте вид кута між векторами $\vec{a}(-2; 3; 1)$ і $\vec{b}(1; -2; 8)$.
 - Гострий.
 - Прямий.
 - Тупий.
 - Визначити неможливо.
- У прямокутній системі координат у просторі задано точки $A(2; -1; 3)$ і $B(2; -3; -1)$. Установіть відповідність між початком речення (1–4) і його закінченням (А–Д) так, щоб утворилось правильне твердження.

1	Проекцією точки A на вісь Oz є точка	А	$(2; -3; 0)$
2	Проекцією точки B на площину xy є точка	Б	$(2; -2; -1)$
3	Серединою відрізка AB є точка	В	$(0; 2; 4)$
4	Вектор $\vec{BA}$ має координати	Г	$(0; 4; -2)$
		Д	$(0; 0; 3)$

8. Вершини трикутника мають координати: ~~$A(-3;2;1)$~~ $B(1;1;2)$, $C(2;0;-3)$.

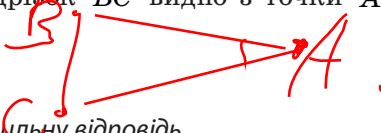
$$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{BC} = 0$$

1) Доведіть, що трикутник ABC — прямокутний.

2) Обчисліть площу трикутника ABC .

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Порівняйте довжини векторів $\vec{m} = 0,5\vec{a} + \vec{b}$ і $\vec{n} = \vec{a} + 2\vec{b}$, якщо $\vec{a}(-2;4;2)$, $\vec{b}(1;-3;-1)$.
10. Знайдіть кут, під яким відрізок BC видно з точки A , якщо $A(2;3;1)$, $B(1;3;2)$, $C(1;4;1)$.



Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Якій із координатних осей належить точка $A(0;-2;0)$?
 А. Ox . Б. Oy . В. Oz . Г. Жодній.
2. На якій відстані від початку координат розміщена точка $A(-4;2;4)$?
 А. 2. Б. 4. В. 6. Г. 36.
3. Яка з точок симетрична точці $A(2;-3;4)$ відносно площини xy ?
 А. $A_1(2;-3;-4)$. Б. $A_1(-2;3;-4)$.
 В. $A(-2;3;4)$. Г. $A_1(2;3;4)$.
4. Від точки A відкладено вектор $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Знайдіть координати точки B , якщо $A(-1;5;0)$, $\vec{a}(1;-3;0)$.
 А. $B(2;2;0)$. Б. $B(0;8;0)$.
 В. $B(0;2;0)$. Г. $B(-2;-2;0)$.
5. Задано точки $M(-1;4;3)$, $N(-2;5;-2)$, $K(3;-4;6)$, $P(2;-3;1)$. Яке з наведених тверджень правильне?
 А. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PK}$. Б. $\overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{PK}$.
 В. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PK}$. Г. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{KP}$.
6. При якому значенні n вектори $\vec{a}(3;-5;n)$ і $\vec{b}(n;1;2)$ перпендикулярні?
 А. 1. Б. -1. В. -5. Г. 3.
7. У прямокутній системі координат у просторі задано точки $A(2;4;-2)$ і $B(4;-2;6)$. Установіть відповідність між початком речення (1–4) і його закінченням (А–Д) так, щоб утворилось правильне твердження.

1	Проекцією точки A на вісь Ox є точка	А	$(3;1;2)$
2	Проекцією точки B на площину xz є точка	Б	$(4;0;6)$
3	Серединою відрізка AB є точка	В	$(0;-2;6)$
4	Вектор $\overrightarrow{AB}$ має координати	Г	$(2;0;0)$
		Д	$(2;-6;8)$

8. Вершини трикутника мають координати: $A(-1;0;1)$, $B(0;1;-2)$, $C(-1;2;0)$.
 1) Доведіть, що трикутник ABC — прямокутний.
 2) Обчисліть площу трикутника ABC .

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Знайдіть довжину вектора $\vec{a} = \vec{p} - 4\vec{k}$, якщо $\vec{p}(6;-5;3)$, $\vec{k}(2;-1;1)$.
 10. Задано точки $A(1;4;8)$ і $B(-4;0;3)$. Знайдіть косинус кута, під яким відрізок AB видно з початку координат.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Якій із координатних площин належить точка $A(3;0;-4)$?
 А. xy . Б. yz . В. xz . Г. Жодній.
- На якій відстані від початку координат розміщена точка $B(2;-4;-4)$?
 А. 36. Б. 4. В. 18. Г. 6.
- Яка з точок симетрична точці $A(-1;4;-2)$ відносно площини xz ?
 А. $A_1(-1;-4;-2)$. Б. $A_1(1;4;-2)$. В. $A(-1;4;2)$. Г. $A_1(1;-4;2)$.
- Від точки A відкладено вектор $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Знайдіть координати точки B , якщо $A(2;7;0)$, $\vec{a}(-2;-5;0)$.
 А. $B(-4;-12;0)$. Б. $B(0;2;0)$. В. $B(0;-2;0)$. Г. $B(4;-2;0)$.
- Задано точки $A(1;6;4)$, $B(3;2;5)$, $C(0;-1;1)$, $D(2;-5;2)$. Яке з наведених тверджень правильне?
 А. $\overrightarrow{AB} = 0,5\overrightarrow{CD}$. Б. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$. В. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$. Г. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- При якому значенні k вектори $\vec{p}(3;-3;k)$ і $\vec{n}(k;5;2)$ перпендикулярні?
 А. -3 . Б. -5 . В. 3 . Г. 5 .
- У прямокутній системі координат у просторі задано точки $A(-1;3;2)$ і $B(3;-5;-2)$. Установіть відповідність між початком

речення (1–4) і його закінченням (А–Д) так, щоб утворилось правильне твердження.

1	Проекцією точки A на вісь Oy є точка	А	$(0; -5; -2)$
2	Проекцією точки B на площину yz є точка	Б	$(-1; 0; -2)$
3	Серединою відрізка AB є точка	В	$(4; -8; -4)$
4	Вектор $\overrightarrow{AB}$ має координати	Г	$(1; -1; 0)$
		Д	$(0; 3; 0)$

8. Вершини трикутника мають координати: $A(3; 1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-2; 2; 1)$.

1) Доведіть, що трикутник ABC — прямокутний.

2) Обчисліть площу трикутника ABC .

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Знайдіть довжину вектора $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$, якщо $\vec{a}(4; 2; -2)$, $\vec{b}(1; -2; -1)$.

10. Задано точки $A(2; -3; 6)$ і $B(3; 0; 4)$. Знайдіть косинус кута, під яким відрізок AB видно з початку координат.

ПІДСУМКОВА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

Нульовий (підготовчий) варіант

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Скільки площин можна провести через точку перетину діагоналей квадрата і дві його вершини?
А. Одну або безліч. Б. Одну. В. Безліч. Г. Одну або дві.
- Площина трапеції і площина α можуть бути не паралельними, якщо...
А. Бічні сторони трапеції паралельні площині α .
Б. Діагоналі трапеції паралельні площині α .
В. Основи трапеції паралельні площині α .
Г. Діагональ і бічна сторона трапеції паралельні площині α .
- Якщо MO — перпендикуляр до площини трикутника і точка O — середина гіпотенузи цього трикутника, то...
А. Точка M рівновіддалена від усіх сторін трикутника.
Б. Точка M рівновіддалена від усіх вершин трикутника.
В. Точка M рівновіддалена від середин сторін трикутника.
Г. Точка M віддалена від катетів трикутника на відстань, що дорівнює половині гіпотенузи.

4. Із вершини B рівностороннього трикутника ABC до його площини проведено перпендикуляр BM . Знайдіть відстань від точки M до площини трикутника ABC , якщо сторона трикутника дорівнює 6 см, а площа AMC утворює з площиною трикутника кут 30° .
 А. $3\sqrt{3}$ см. Б. $6\sqrt{3}$ см. В. 6 см. Г. 3 см.
5. Діагоналі паралелограма $ABCD$ перетинаються в точці $O(-3;1;-2)$. Знайдіть координати вершини A , якщо $C(-1;3;4)$.
 А. $A(-2;2;1)$. Б. $A(2;2;6)$. В. $A(-5;-1;-8)$. Г. $A(1;1;3)$.
6. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, ребро якого дорівнює 1. Яке з наведених тверджень неправильне?
 А. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. Б. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AB_1} = 1$. В. $\overrightarrow{AD_1} \cdot \overrightarrow{D_1 C} = 1$. Г. $\overrightarrow{AD_1} \cdot \overrightarrow{D_1 D} = 0$.
7. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Установіть відповідність між початком твердження (1–4) і його закінченням (А–Д).

1	Прямі AD_1 і $AB...$	А	паралельні
2	Площини ABB_1 і $DC_1C...$	Б	утворюють кут 60°
3	Прямі AB_1 і $AC...$	В	перпендикулярні
4	Площини ABC і $AB_1C_1...$	Г	утворюють кут 30°
		Д	утворюють кут 45°

8. Вершини трикутника розміщені в точках $A(-3;2;4)$, $B(1;-10;0)$, $C(3;-3;2)$.
 1) Знайдіть довжину медіани, проведеної з вершини C .
 2) Обчисліть косинус кута між прямими CA і CM , де M — середина сторони AB .

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Площина α перпендикулярна до катета AC прямокутного трикутника ABC і перетинає цей катет у точці M , а гіпотенузу AB — у точці N . Обчисліть довжину відрізка MN , якщо $AM:MC=1:2$, $BC=9$ см.
10. Із вершини C трикутника ABC проведено перпендикуляр CM . Пряма, що проходить через точку M і середину сторони AB , перпендикулярна до прямої AB . Доведіть, що трикутник ABC рівнобедрений.

Варіант 1

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

- Скільки площин можна провести через пряму і точку?
А. Одну. Б. Безліч. В. Одну або дві. Г. Одну або безліч.
- Діагоналі квадрата паралельні площині α . Як розташовані площина α і площина квадрата?
А. Паралельні.
Б. Перетинаються, але не перпендикулярні.
В. Перпендикулярні. Г. Визначити неможливо.
- Точка M рівновіддалена від усіх вершин прямокутного трикутника, MO — перпендикуляр до площини цього трикутника. Де розташовано точку O ?
А. Точка O збігається з вершиною прямого кута.
Б. Точка O — центр вписаного кола.
В. Точка O належить одному з катетів.
Г. Точка O — середина гіпотенузи.
- Із вершини B рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$) до його площини проведено перпендикуляр BM . Точка K — середина сторони AC . Чому дорівнює довжина відрізка MK , якщо $MC = 20$ см, $\angle CMK = 60^\circ$?
А. 20 см. Б. $10\sqrt{3}$ см. В. 10 см. Г. $10\sqrt{2}$ см
- Точка M є серединою відрізка PC . Знайдіть координати точки P , якщо $M(-1; 3; 2)$, $C(2; -3; 0)$.
А. $P(0; 3; 4)$. Б. $P(-4; 9; 4)$. В. $P(-3; 6; 2)$. Г. $P(0; -3; -4)$.
- $AB_1CD_1A_1B_1C_1D_1$ — куб, ребро якого дорівнює 1. Відомо, що $\overrightarrow{AA_1} \cdot \vec{a} = 0$. Який із наведених векторів може дорівнювати вектору $\vec{a}$?
А. $\overrightarrow{B_1D}$. Б. $\overrightarrow{BC}$. В. $\overrightarrow{B_1B}$. Г. $\overrightarrow{CC_1}$.
- $AB_1CD_1A_1B_1C_1D_1$ — куб. Установіть відповідність між твердженням (1–4) і прямою (А–Д), для якої є правильним це твердження.

1	Паралельна прямій AB_1	А	DC
2	Мимобіжна з прямою AB_1	Б	B_1C
3	Перпендикулярна до прямої AB_1	В	DC_1
4	Утворює з прямою AB_1 кут 60°	Г	A_1B_1
		Д	A_1B

8. Вершини трикутника розміщені в точках $A(1;0;1)$, $B(-1;3;0)$, $C(3;4;3)$.

- 1) Знайдіть довжину медіани, проведеної з вершини B .
- 2) Обчисліть косинус кута між прямими BM і BA , де M — середина сторони AC .

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Площина α перетинає сторону AB трикутника ABC у точці M , а сторону AC — у точці P і паралельна стороні BC . Знайдіть довжину сторони BC , якщо $AM = 6$ см, $BM = 9$ см, $MP = 4$ см.
10. Доведіть, що в правильній трикутній піраміді протилежні ребра взаємно перпендикулярні.

Варіант 2

У завданнях 1–6 виберіть правильну відповідь.

1. Скільки площин можна провести через дві прямі?
А. Одну або дві. Б. Одну або безліч.
В. Безліч. Г. Одну.
2. Діагоналі ромба паралельні площині α . Як розташовані площини α і площина ромба?
А. Перпендикулярні.
Б. Перетинаються, але не перпендикулярні.
В. Паралельні.
Г. Визначити неможливо.
3. Точка M рівновіддалена від усіх сторін прямокутного трикутника, MO — перпендикуляр до площини цього трикутника. Де розташована точка O ?
А. Точка O збігається з вершиною прямого кута.
Б. Точка O — центр вписаного кола.
В. Точка O належить одному з катетів.
Г. Точка O — середина гіпотенузи.
4. Із вершини B рівностороннього трикутника ABC до його площини проведено перпендикуляр BM . Знайдіть сторону трикутника, якщо відстань від точки M до сторони AC дорівнює 4 см, а до вершини C — 5 см.
А. 6 см. Б. 3 см.
В. $\sqrt{41}$ см. Г. $6\sqrt{3}$ см.

5. Точка B є серединою відрізка AC . Знайдіть координати точки C , якщо $A(1;2;3)$, $B(3;2;1)$.
 А. $C(1;1;1)$. Б. $C(1;2;1)$. В. $C(2;0;-2)$. Г. $C(5;2;-1)$.
6. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, ребро якого дорівнює 1. Відомо, що $\overrightarrow{AD} \cdot \vec{a} = 0$. Який із наведених векторів може дорівнювати вектору $\vec{a}$?
 А. $\overrightarrow{B_1 D_1}$. Б. $\overrightarrow{C_1 B_1}$. В. $\overrightarrow{BB_1}$. Г. $\overrightarrow{BC}$.
7. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Установіть відповідність між твердженням (1–4) і прямою (А–Д), для якої є правильним це твердження.

1	Паралельна площині ABC	А	$D_1 D$
2	Утворює з площиною ABC кут 45°	Б	DC
3	Перпендикулярна до площини ABC	В	DC_1
4	Утворює з прямою DC_1 кут 60°	Г	$D_1 B_1$
		Д	$D_1 A$

8. Вершини трикутника розміщені в точках $A(3;1;0)$, $B(2;0;4)$, $C(0;6;-2)$.
 1) Знайдіть довжину медіани, проведеної з вершини A .
 2) Обчисліть косинус кута між прямими AM і AB , де M — середина сторони BC .

Наведіть повне розв'язання задач 9 і 10.

9. Площини α і β паралельні між собою і перетинають сторону OA кута AOB у точках C і C_1 , а сторону OB — у точках D і D_1 відповідно. Обчисліть довжину відрізка CD , якщо $C_1 D_1 = 9$ см, $CC_1 = 14$ см, $OC = 4$ см.
10. Доведіть, що бічне ребро правильної чотирикутної піраміди перпендикулярне до однієї з діагоналей основи.

ВІДПОВІДІ

АЛГЕБРА

САМОСТІЙНА РОБОТА № 1

Варіант 1

1. Б. 2. Г. 3. 1 — В. 2 — А. 3 — Г.
4. 1) Ні. 2) Ні. 3) Так.

Варіант 2

1. В. 2. А. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А.
4. 1) Так. 2) Ні. 3) Ні.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 2

Варіант 1

1. В. 2. А. 3. 1 — Г. 2 — А. 3 — Б.
4. $3,9a^2$. 5. 2.

Варіант 2

1. Г. 2. Б. 3. 1 — А. 2 — В. 3 — Г.
4. $8,2a^2$. 5. 3.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 3

Варіант 1

1. Г. 2. В. 3. 1 — В. 2 — А. 3 — Г.
4. $f(3) > f(5)$. 5. -1, 8.

Варіант 2

1. Б. 2. Г. 3. 1 — В. 2 — Г. 3 — Б.
4. $f(9) < f(7)$. 5. 20.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

Нульовий (підготовчий) варіант

1. Б. 2. А. 3. В. 4. Б. 5. Г. 6. А.
7. 1 — Б. 2 — Г. 3. — Д. 3 — А.

8. 1) $\alpha = -\frac{1}{3}$. 2) Див. рис.

9. 4. 10. $\frac{1}{2}$.

Варіант 1

1. Г. 2. В. 3. Б. 4. Г. 5. А. 6. Б.
7. 1 — Г. 2 — А. 3 — Д. 4 — Б.

8. 1) $\alpha = -\frac{1}{5}$. 2) Див. рис.

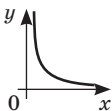
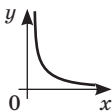
9. 2. 10. 7.

Варіант 2

1. Б. 2. А. 3. Г. 4. Б. 5. Г. 6. В.
7. 1 — В. 2 — А. 3 — Б. 4 — Д.

8. 1) $\alpha = \frac{1}{2}$. 2) Див. рис.

9. 3. 10. 5.



САМОСТІЙНА РОБОТА № 4

Варіант 1

1. Б. 2. В. 3. 1 — В. 2 — А. 3 — Г.
4. Наприклад: 1) π і 2π ; 2) π і 3π ;
3) $\frac{\pi}{2}$ і $\frac{5\pi}{2}$. 5. $\frac{1}{2}$.

Варіант 2

1. Г. 2. Б. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А.
4. Наприклад: 1) $\frac{\pi}{2}$ і $\frac{3\pi}{2}$; 2) $\frac{3\pi}{2}$ і $\frac{7\pi}{2}$;
3) 2π і 4π . 5. 0.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 5

Варіант 1

1. А. 2. Г. 3. 1 — В. 2 — А. 3 — Г.
4. 1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\sqrt{3}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
5. 1) $\sin^4 \beta$; 2) $\cos^2 \beta$.

Варіант 2

1. Б. 2. А. 3. 1 — Б. 2 — В. 3 — Г.
4. 1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) -1; 3) $\frac{1}{2}$. 5. 1) $\cos^4 \beta$; 2) $\sin^2 \beta$.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 6

Варіант 1

1. В. 2. Б. 3. 1 — Б. 2 — А. 3 — В.
4. 1) $[0; 2]$; 2) $[-3; -1]$; 3) $(-\infty; +\infty)$.
5. 1) При $x \in (\pi; 2\pi)$; 2) спадає.

Варіант 2

1. В. 2. Г. 3. 1 — Г. 2 — В. 3 — А.
4. 1) $[-2; 0]$; 2) $[1; 3]$; 3) $(-\infty; +\infty)$.
5. 1) При $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$; 2) зростає.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 2

Нульовий (підготовчий) варіант

1. Б. 2. А. 3. В. 4. Г. 5. Б. 6. Г.
7. 1 — А. 2 — В. 3 — Д. 4 — Г.

8. 1) $\frac{24}{25}$. 2) $a < 0$. 9. 3. 10. π .

Варіант 1

1. Г. 2. Б. 3. Г. 4. Б. 5. А. 6. В.
7. 1 — А. 2 — Б. 3 — Д. 4 — Г.

8. 1) $-\frac{4}{5}$. 2) $\frac{1}{4}$. 9. $\frac{1}{2}$. 10. 1.

Варіант 2

1. Б. 2. А. 3. Б. 4. А. 5. Г. 6. Г.
 7. 1 — Б. 2 — А. 3 — Г. 4 — Д.
 8. 1) $-\frac{12}{13}$. 2) $\frac{7}{12}$. 9. $-\frac{1}{2}$. 10. 1.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 7**Варіант 1**

1. Г. 2. Б. 3. 1 — Б. 2 — А. 3 — Г.
 4. -1. 5. $\frac{84}{85}$.

Варіант 2

1. Б. 2. А. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А.
 4. $\sqrt{3}$. 5. $-\frac{33}{65}$.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 8**Варіант 1**

1. А. 2. Б. 3. 1 — Б. 2 — А. 3 — Г.
 4. $\cos \alpha$. 5. $-\frac{4}{3}$.

Варіант 2

1. Г. 2. Б. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А.
 4. $\cos \alpha$. 5. $\frac{4}{3}$.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 9**Варіант 1**

1. Б. 2. Б. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А.
 4. 1) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$;
 2) $\pm \frac{\pi}{5} + \frac{12\pi k}{5}$, $k \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{\pi}{2} + 3\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
 5. 1) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; 2) $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Варіант 2

1. А. 2. Г. 3. 1 — Б. 2 — А. 3 — Б.
 4. 1) $\pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;
 2) $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
 5. 1) $(-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{14} + \frac{\pi k}{7}$, $k \in \mathbb{Z}$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 3**Нульовий (підготовчий) варіант**

1. А. 2. Б. 3. Г. 4. А. 5. Б. 6. В.
 7. 1 — Д. 2 — В. 3 — Б. 4 — Г.
 8. 1) $\frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}$, $k \in \mathbb{Z}$. 2) Три. 9. $2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Варіант 1

1. Б. 2. В. 3. В. 4. Г. 5. А. 6. Г.
 7. 1 — В. 2 — Д. 3 — А. 4 — Г.

8. 1) $\frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. 2) Три. 9. $-\frac{3\pi}{4} + 6\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Варіант 2

1. Б. 2. Б. 3. А. 4. Г. 5. В. 6. Б.
 7. 1 — Б. 2 — Г. 3 — В. 4 — А.
 8. 1) $\frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. 2) Чотири. 9. $\frac{\pi}{2} + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 10**Варіант 1**

1. А. 2. Г. 3. 1 — Б. 2 — В. 3 — А.
 4. $-8x$. 5. 2.

Варіант 2

1. А. 2. Б. 3. 1 — А. 2 — Б. 3 — Г.
 4. $-12x$. 5. 3.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 11**Варіант 1**

1. Б. 2. Г. 3. 1 — Б. 2 — А. 3 — Г.
 4. $f'(x) = (2x+3)\sqrt{x} + \frac{x^2+3x}{2\sqrt{x}}$; $f'(9) = 81$;
 $f'\left(\frac{1}{4}\right) = 1\frac{13}{16}$. 5. $(-2; 1) \cup (1; 4)$.

Варіант 2

1. Б. 2. А. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А.
 4. $f'(x) = \frac{3x-x^2}{2\sqrt{x}} + (3-2x)\sqrt{x}$; $f'(9) = -54$;
 $f'\left(\frac{1}{4}\right) = 2\frac{1}{2}$. 5. $(-5; -1) \cup (-1; 3)$.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 12**Варіант 1**

1. Б. 2. Г. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А.
 4. $f_{\max} = f(0) = 7$, $f_{\min} = f(4) = -25$.
 5. $\max_{[-2; 3]} f(x) = f(3) = 66$, $\min_{[-2; 3]} f(x) = f(-1) = f(1) = 2$.

Варіант 2

1. Г. 2. Б. 3. 1 — Б. 2 — А. 3 — Г.
 4. $f_{\min} = f(0) = 2$, $f_{\max} = f(3) = 15,5$.
 5. $\max_{[-3; 2]} f(x) = f(-3) = 14$,
 $\min_{[-3; 2]} f(x) = f(-2) = f(2) = -11$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 4**Нульовий (підготовчий) варіант**

1. Б. 2. Г. 3. Г. 4. Б. 5. А. 6. В.
 7. 1 — Б. 2 — А. 3 — В. 4 — Д.
 8. 1) -2, 2) $\max_{[-3; 1]} f(x) = f(-2) = 21\frac{1}{3}$,
 $\min_{[-3; 1]} f(x) = f(1) = -14\frac{2}{3}$. 10. 200 м.

Варіант 1

1. Б. 2. Г. 3. А. 4. В. 5. Г. 6. Б.
 7. 1 — Г. 2 — В. 3 — Д. 4 — А.
 8. 1) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$. 2) $\max_{[0;1]} f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}$,
 $\min_{[0;1]} f(x) = f(1) = -\frac{1}{3}$. 10. 60 м і 60 м.

Варіант 2

1. Г. 2. А. 3. В. 4. Б. 5. В. 6. Г.
 7. 1 — Б. 2 — Д. 3 — А. 4 — В.
 8. 1) -2, 2. 2) $\max_{[0;3]} f(x) = f(0) = 0$,
 $\min_{[0;3]} f(x) = f(2) = -10\frac{2}{3}$. 10. 40 м і 40 м.

ПІДСУМКОВА КОНТРОЛЬНА РОБОТА**Нульовий (підготовчий) Варіант**

1. В. 2. А. 3. В. 4. Б. 5. Г. 6. А.
 7. 1 — Г. 2 — А. 3 — Д. 4 — Б.
 8. 1) $v(t) = 15 - 5t$. 2) $t = 3$ с. 9. 7.
 10. При будь-яких значеннях α значення виразу дорівнює $\sqrt{3}$.

Варіант 1

1. Б. 2. В. 3. Б. 4. Г. 5. А. 6. В.
 7. 1 — Б. 2 — В. 3 — Г. 4 — Д.
 8. 1) $v(t) = 2t - 3$. 2) $t = 1,5$ с.
 9. 1. 10. $2\cos\alpha$.

Варіант 2.

1. Г. 2. Б. 3. А. 4. В. 5. Г. 6. А.
 7. 1 — Г. 2 — В. 3 — А. 4 — Д.
 8. 1) $v(t) = 3 - 2t$. 2) $t = 1,5$ с. 9. 1. 10. 0.

ГЕОМЕТРИЯ**САМОСТІЙНА РОБОТА № 1****Варіант 1**

1. Б. 2. Б. 3. 1 — В. 2 — А. 3 — Г. 4. Так.

Варіант 2

1. Г. 2. В. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А. 4. Так.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 2**Варіант 1**

1. Г. 2. В. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А. 4. 48 см.
 5. 1) Перетинаються. 2) Мимобіжні.

Варіант 2

1. В. 2. Б. 3. 1 — А. 2 — Г. 3 — Б. 4. 18 см.
 5. 1) Перетинаються. 2) Мимобіжні.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 3**Варіант 1**

1. В. 2. А. 3. 1 — Г. 2 — А. 3 — Б.
 4. Скористайтесь властивістю середньої лінії трикутника і ознакою паралельності прямої і площини. 5. 37,5.

Варіант 2

1. Г. 2. В. 3. 1 — В. 2 — Г. 3 — А.
 4. Скористайтесь властивістю середньої лінії трикутника і ознакою паралельності прямої і площини. 5. 3,5.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 4**Варіант 1**

1. А. 2. В. 3. 1 — В. 2 — Г. 3 — А.
 4. Скористайтесь ознакою паралельності площин. 5. 4 см.

Варіант 2

1. Г. 2. Б. 3. 1 — В. 2 — А. 3 — Б.
 4. Скористайтесь ознакою паралельності площин. 5. 4 см.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1**Нульовий (підготовчий) варіант**

1. В. 2. А. 3. Б. 4. В. 5. А. 6. Г.
 7. 1 — Г. 2 — Д. 3 — Б. 4 — А.
 8. 1) Трапеція. 2) 204 см^2 . 9. Шукана пряма паралельна прямій AC . 10. Скористайтесь ознакою паралельності прямих і ознакою паралельності площин.

Варіант 1

1. Б. 2. Г. 3. В. 4. Б. 5. А. 6. В.
 7. 1 — В. 2 — Д. 3 — Б. 4 — А.
 8. 1) Трапеція. 2) 36 см^2 . 9. Побудуйте відрізок, що сполучає точку A і середину сторони BC (медіану і висоту $\triangle ABC$). Через точку K проведіть відрізок, паралельний побудованому, до перетину зі стороною BC . 10. Скористайтесь ознакою паралельності прямих і ознакою паралельності площин.

Варіант 2

1. В. 2. Г. 3. Б. 4. В. 5. А. 6. Г.
 7. 1 — Г. 2 — А. 3 — Д. 4 — Б.
 8. 1) Паралелограм. 2) 28 см . 9. Через точку K проведіть відрізок, паралельний стороні AC , до перетину зі стороною BC . 10. Скористайтесь ознакою паралельності прямих і ознакою паралельності площин.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 5**Варіант 1**

1. А. 2. Г. 3. 1 — В. 2 — А. 3 — Г.
 4. $7,5 \text{ см}$. 5. 72 см^2 .

Варіант 2

1. В. 2. Б. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — А.
 4. 11 см . 5. 66 см^2 .

САМОСТІЙНА РОБОТА № 6**Варіант 1**

1. В. 2. А. 3. 1 — А. 2 — В. 3 — Г. 4. 8 см.

Варіант 2

1. А. 2. Г. 3. 1 — А. 2 — В. 3 — Г. 4.
- $6\sqrt{2}$
- см.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 7**Варіант 1**

1. В. 2. Б. 3. 1 — Г. 2 — А. 3 — Б. 4 — Д.

- 4.
- $5\sqrt{3}$
- см. 5. 2) 1 см.

Варіант 2

1. А. 2. В. 3. 1 — В. 2 — Д. 3 — А. 4 — Б.

4. 32 см. 5. 2) 1 см.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 8**Варіант 1**

1. Б. 2. А. 3. 1 — Б. 2 — Г. 3 — В.

- 4.
- $5\sqrt{3}$
- см. 5.
- $\sqrt{1,5}$
- .

Варіант 2

1. В. 2. Г. 3. 1 — Г. 2 — А. 3 — Б.

4. 6 см. 5.
- $\sqrt{2}$
- .

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 2**Нульовий (підготовчий) варіант**

1. В. 2. Б. 3. Г. 4. В. 5. Б. 6. А.

7. 1 — Д. 2 — А. 3 — В. 4 — Б.

8. 1) Прямокутний. 2)
- $4\sqrt{3}$
- см.

- 9.
- $6\sqrt{2}$
- см і
- $6\sqrt{3}$
- см.

Варіант 1

1. Г. 2. Б. 3. В. 4. В. 5. А. 6. Б.

7. 1 — Г. 2 — А. 3 — Б. 4 — Д.

8. 1) Прямокутник. 2) 24 см.

9. 60 см, 52 см.

Варіант 2

1. В. 2. Г. 3. В. 4. А. 5. Г. 6. В.

7. 1 — В. 2 — Д. 3 — А. 4 — Б.

8. 1) Ромб. 2) 5 см. 9. 20 см, 24 см.

САМОСТІЙНА РОБОТА № 9**Варіант 1**

1. В. 2. А. 3. 1 — А. 2 — В. 3 — Б.

- 4.
- $C(0;2;0)$
- ;
- $D(-2;3;-3)$
- . 5.
- $\sqrt{105}$
- .

Варіант 2

1. Б. 2. Г. 3. 1 — Б. 2 — А. 3 — Г.

- 4.
- $C(-2;0;0)$
- ;
- $D(-2;-1;-4)$
- . 5.
- $2\sqrt{33}$
- .

САМОСТІЙНА РОБОТА № 10**Варіант 1**

1. В. 2. Б. 3. 1 — В. 2 — А. 3 — Б.

- 4.
- $\sqrt{14}$
- . 5.
- 60°
- .

Варіант 2

1. Б. 2. В. 3. 1 — А. 2 — Г. 3 — Б.

- 4.
- $2\sqrt{6}$
- . 5.
- 30°
- .

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 3**Нульовий (підготовчий) варіант**

1. Г. 2. Б. 3. А. 4. Г. 5. В. 6. Б.

7. 1 — Д. 2 — А. 3 — Б. 4 — В.

8. 1)
- $AB^2 + BC^2 = AC^2$
- (або
- $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0$
-).

- 2)
- $4,5\sqrt{6}$
- .

- 9.
- $|\vec{m}| < |\vec{n}|$
- . 10.
- 60°
- .

Варіант 1

1. Б. 2. В. 3. А. 4. В. 5. Г. 6. А.

7. 1 — Г. 2 — Б. 3 — А. 4 — Д.

8. 1)
- $BC^2 + AC^2 = AB^2$
- (або
- $\overline{BC} \cdot \overline{AC} = 0$
-).

- 2)
- $0,5\sqrt{30}$
- .

- 9.
- $\sqrt{6}$
- . 10.
- $\frac{4}{9}$
- .

Варіант 2

1. В. 2. Г. 3. А. 4. Б. 5. Г. 6. В.

7. 1 — Д. 2 — А. 3 — Г. 4 — Б.

8. 1)
- $AB^2 + BC^2 = AC^2$
- (або
- $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0$
-).

- 2)
- $0,5\sqrt{182}$
- .

- 9.
- $\sqrt{6}$
- . 10.
- $\frac{6}{7}$
- .

ПІДСУМКОВА КОНТРОЛЬНА РОБОТА**Нульовий (підготовчий) варіант**

1. А. 2. В. 3. Б. 4. Г. 5. В. 6. Г.

7. 1 — В. 2 — А. 3 — Б. 4 — Д.

8. 1)
- $\sqrt{17}$
- . 2)
- $\frac{19}{\sqrt{1105}}$
- . 9. 3 см.

Варіант 1

1. Г. 2. А. 3. Г. 4. В. 5. Б. 6. Б.

7. 1 — В. 2 — А. 3 — Д. 4 — Б.

8. 1)
- $\sqrt{14}$
- . 2)
- $\frac{11}{14}$
- . 9. 10 см.

Варіант 2

1. Б. 2. В. 3. Б. 4. А. 5. Г. 6. В.

7. 1 — Г. 2 — В. 3 — А. 4 — Д.

8. 1) 3. 2)
- $\frac{2\sqrt{2}}{9}$
- . 9. 2 см.

Код

ЗБК005

Ціна

40,00