

Сорока В.В.



ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ З ГЕОМЕТРІЇ У 8 КЛАСІ НА ТЕМУ «ПЛОЩІ ФІГУР»

Тема уроку. Розв'язування задач на знаходження площ фігур

Мета:

- **навчальна:** узагальнення і систематизація знань, вмінь і навичок із теми «Обчислення площі многокутників»; формувати вміння аналізувати, узагальнювати, перевіряти свої досягнення за допомогою тестування, вміння розв'язувати задачі практичного змісту;
- **розвивальна:** розвиток логічного мислення; правильної письмової та усної математичної мови, навичок побудови креслень за умовою завдання, розширення кругозору учнів;
- **виховна:** виховання акуратності, самостійності, інтересу до математики як прикладної науки.

Ключові компетентності:

- *Спілкування державною мовою* – правильно використовувати термінологічний апарат, через спілкування доводити свій погляд на предмет. Тлумачити математичні твердження, використовуючи арсенал мовних засобів; доречно та коректно вживати в мовленні термінологію, поповнювати свій словниковий запас.
- *Математична компетентність* – оперувати числовою інформацією, геометричними об'єктами на площині; будувати й досліджувати найпростіші моделі реальних об'єктів, розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту.
- *Уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати й застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення цієї мети; організовувати та планувати свою навчальну діяльність; моделювати власну освітню траєкторію, аналізувати, контролювати, коригувати та оцінювати результати своєї навчальної діяльності; доводити правильність власного судження або визнавати помилковість.
- *Ініціативність і підприємливість* – вирішувати життєві проблеми, аналізувати, прогнозувати, ухвалювати оптимальні рішення, контролювати свої емоції, організовувати свій час і мобілізувати ресурси, оцінювати власні можливості, під час розв'язування задач.

Тип уроку: урок узагальнення і систематизації знань

Обладнання: проектор, екран, презентація

Епіграф до уроку

*Якщо ви хочете навчитися плавати,
то сміливо заходьте у воду,
а якщо хочете навчатися розв'язувати
задачі, то розв'яжуйте їх.
Д. Пойа*

Хід уроку

I. Організаційний момент. Повідомлення теми й мети уроку

II. Мотивація навчальної діяльності учнів

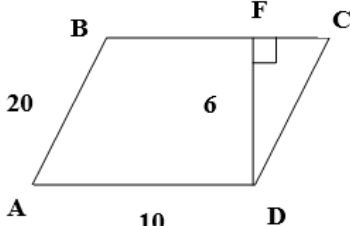
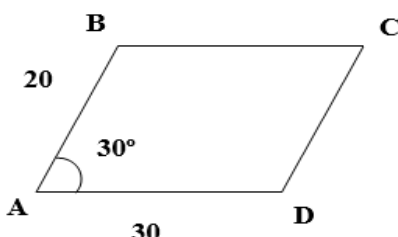
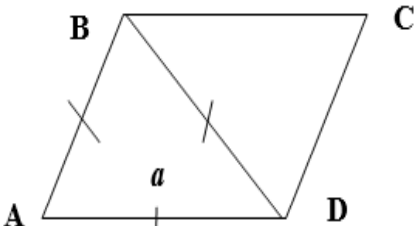
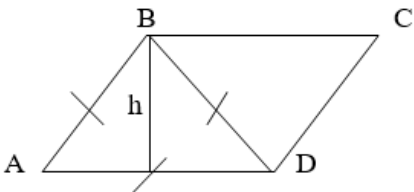
Повідомлення учня. Вимірювання площ у давнину

Вимірювання площ – одна з перших задач, яку життя поставило перед людством. Установити точно, коли вперше знадобилося визначити площу і якої саме фігури, неможливо. У Давньому Єгипті, Вавилоні та Індії незалежно один від одного було знайдено способи вимірювання площ. Ще 4000 років тому в Єгипті вже вміли обчислювати площі. Єгиптяни обробляли вузьку смугу землі між Нілом і пустелею і сплачували за неї податок.

Але щорічно цю смугу затоплював Ніл. Після спаду води необхідно було поновлювати межу. Саме тоді і виникла потреба швидко й правильно визначати площу, що стало однією з причин раннього розвитку геометрії як науки про вимірювання землі.

III. Перевірка домашнього завдання (взаємоперевірка)

Учні вдома виконують тестові завдання. Відповіді проєктують на екран, кожне завдання оцінюють у 2 бали, здобувачі освіти обмінюються зошитами й оцінюють виконані завдання товаришів.

Варіант 1	Варіант 2
1. $S_{ABCD} = ?$  A. 200 Б. 60 В. 800 Г. 30	1. $S_{ABCD} = ?$  A. 600 Б. 300 В. $300\sqrt{3}$ Г. 200
2. $S_{ABCD} = ?$  A. $\frac{a^2}{2}$ Б. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ В. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ Г. $\frac{a^2}{4}$	2. $S_{ABCD} = ?$  A. h^2 Б. $\frac{h^2\sqrt{3}}{4}$ В. $\frac{2h^2\sqrt{3}}{3}$ Г. $\frac{h^2}{4}$
3. Периметр квадрата дорівнює 36 см. Обчисліть площу квадрата. A 72 см² Б 324 см² В 16 см² Г 81 см²	3. Площа квадрата 100 см². Обчисліть периметр квадрата. A 30 см Б 50 см В 40 см Г 200 см
4. Площа прямокутного трикутника дорівнює 48 см², а один з катетів – 6 см. Обчисліть другий катет. A 16 см Б 8 см В 12 см Г 10 см	4. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 9 см і 10 см. Обчисліть площу трикутника. A 90 см² Б 45 см² В 30 см² Г 50 см²
5. Площа прямокутника дорівнює 42 см², одна з його сторін – 6 см. Обчисліть периметр прямокутника. A 30 см Б 56 см В 26 см Г 14 см	5. Периметр прямокутника дорівнює 30 см, одна з його сторін – 9 см. Обчисліть площу прямокутника. A 48 см² Б 15 см² В 64 см² Г 54 см²
6. Площа трапеції дорівнює 90 см², а сума основ – 30 см. Обчисліть висоту трапеції A 12 см Б 6 см В 3 см Г 10 см	6. Площа трапеції дорівнює 48 см², висота – 6 см, а одна з основ – 4 см. Обчисліть другу основу трапеції A 10 см Б 8 см В 12 см Г 6 см
Відповіді: 1-Б, 2-Б, 3-Г, 4-А, 5-В, 6-Б	Відповіді: 1-Б, 2-В, 3-В, 4-Б, 5-Г, 6-А

Обговорення відповідей учнів**IV. Актуалізація опорних знань учнів****Усні вправи**

1. Скільки необхідно плит квадратної форми з діагоналлю 1 м, щоб встелити ними подвір'я площею 200 м²?

Розв'язання. $S_{\text{кв.}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2} \text{ (м}^2\text{)} . 200 : \frac{1}{2} = 400 \text{ (п.)}$

Відповідь. 400 плит.

2. Хол готелю має форму трапеції з основами 30 м і 10 м і висотою 6 м. Обчисліть площу килимового покриття для холу.

Розв'язання. $S_{\text{трапеції}} = \frac{30+10}{2} \cdot 6 = 120 \text{ (м}^2\text{)}$

Відповідь. 120 м².

3. Необхідно розбити 4 однакові клумби, кожна з яких має форму рівностороннього трикутника, сторона якого дорівнює 6 м. Яку площу займатимуть клумби?

Розв'язання. $S_{\Delta} = 4 \cdot \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3} \text{ (м}^2\text{)}$

Відповідь. $36\sqrt{3} \text{ м}^2$.

4. Басейн має форму ромба. Його діагоналі дорівнюють 20 м і 16 м. Яку площу займає басейн?

Розв'язання. $S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 16 = 160 \text{ (м}^2\text{)}$

Відповідь. 160 м².

1. Використавши рис.1, обчисліть a та h , якщо $a : h = 3$, $S = 75$.

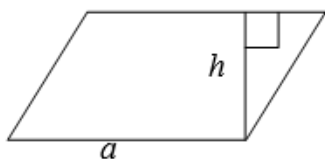


Рис.1

Розв'язання.

$$a = 3 \cdot h$$

$$S = a \cdot h$$

$$3 \cdot h \cdot h = 75$$

$$h = 5, a = 15$$

V. Розв'язування задач. Практикум**Геометрія в побуті (Інформаційна довідка)****Геометричні малюнки в інтер'єрі**

Будь-якому приміщенню надають певної виразності різні геометричні орнаменти. І навіть невеликі розміри — не перешкода для створення яскравого акценту у вигляді геометричних фігур.

Геометричні малюнки в інтер'єрі можуть бути різними. За умови використання досить великого малюнка, атмосфера приміщення здаватиметься спокійною. Якщо ж автор використовує різнокольорові дрібні деталі загального орнаменту, це додає динамічності.

Загалом видів геометричних візерунків безліч — і це не лише динаміка, а й масштаб, колірні відтінки та чимало іншого. З огляду на чималі відмінності можна схарактеризувати основні геометричні орнаменти, а саме: смуги, спрямовані вертикально або горизонтально, різнорозмірні квадрати, витягнуті прямокутники та кола. Значна кількість готельних візерунків — це варіації основних елементів, створених за допомогою їх суміщення або використання будь-якого одного.

Важливим декоративним елементом для інтер'єру можна вважати саме смужку, адже вона має здатність збільшувати простір, на якому зображена.

Смуги, спрямовані вертикально, для людського погляду створюють ілюзію подовження. Так, стеля в кімнаті зі стінами в смужку здаватиметься вищою, ніж є насправді. Але якщо смуги направити паралельно лінії горизонту і розташувати на підлозі, тоді кімната буде здаватися просторішою. За допомогою горизонтальних смуг можна зробити довгу кімнату трохи коротшою і значно витонченішою.

Окрім рівних смуг, є також і їхні похідні. Це такі візерунки, як хвилі, шеврони або зигзаги, які також можуть додати приміщенню певних ефектів. Геометричні малюнки в інтер'єрі, виконані у вигляді хвиль, що розташовані горизонтально, майже ніяк не вплинуть на візуальні характеристики кімнати, але варто їх повернути на 90 градусів, як стеля кімнати ніби різко буде спрямована вгору.

Використання зигзагів і шевронів контрастних тонів дасть змогу посилити в кілька разів ті ефекти, що здатні створити смуги. Проте не варто насичувати ними все приміщення.

Геометричні брати — прямокутник і квадрат

Візерунки з використанням квадратних або прямокутних форм спокійніші та стриманіші. Вони мають меншу динаміку, тому сприяють стійкості та спокою в інтер'єрі.

Квадратний або прямокутний орнамент сміливо можна вважати найупорядкованішим з усіх наявних. Картаті малюнки найчастіше трапляються в інтер'єрах у текстильному виконанні, наприклад, у вигляді штор, що імітують англійський або навіть шотландський стилі.

Вимірювання площі

Деякі еталони придумали наші предки для визначення величини земельних ділянок. Це старовинні міри площі, поміж яких:

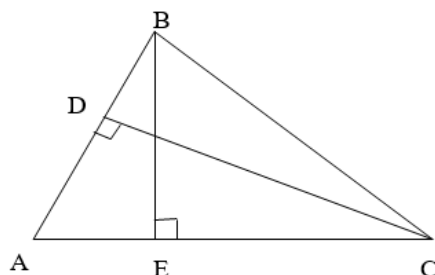
- квадратна верста – згадка про цю одиницю, що дорівнює 1,138 км², трапляється в документах, датованих XI–XVII ст.;
- десятина – старовинна російська одиниця, розмір якої відповідає 2400 м² орної землі;
- чверть – міра орних земель була одиницею, що відповідала половині десятини. Відома чверть із кінця XV ст., її офіційне використання тривало до 1766 р.;
- соха – таку одиницю вимірювання площі застосовували в Русі з XIII по XVII ст. для податкового обкладання.

Інструкція для вчителя:

1. Об'єднайте учнів у малі різнорівневі групи. Повторіть правила роботи в групі.
2. Ознайомте здобувачів освіти з додатковою інформацією.
3. Запропонуйте групам виконати практичні завдання.

Група 1

1. В основі плями забудови «The School of Future» лежить рівнобедрений трикутник зі сторонами 42 м і 48 м, найбільша висота – 24 м. Обчисліть найменшу висоту й площу трикутника.



Розв'язання.

Найбільша висота трикутника, проведена до найменшої сторони і навпаки найменша висота проведена до найбільшої сторони.

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 21 = 504 \text{ м}^2$$

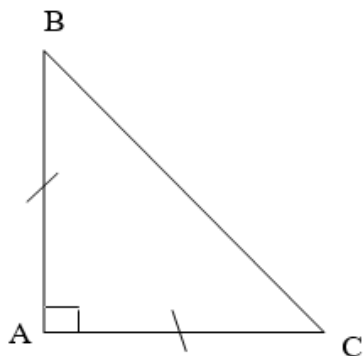
$$\frac{1}{2} \cdot 48 \cdot h = 504$$

$$h = \frac{504}{24}$$

$$h = 21 \text{ (м)}$$

Відповідь: 24 м, 504 м²

2. Площа прямокутного рівнобедреного трикутника – основа The House of Creativity for school children – дорівнює 0,18 га. Обчисліть катети трикутника.



Розв'язання: Нехай у рівнобедреному $\triangle ABC$:
 $AB=AC=x$ м, $\angle A=90^\circ$. Тоді

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}x^2, \text{ що становить } 0,18 \text{ га} = 1800 \text{ м}^2.$$

Маємо рівняння:

$$\frac{1}{2}x^2 = 1800;$$

$$x^2 = 3600;$$

$$x = 60.$$

Отже, $AB=AC=60$ м

Відповідь: 60 м.

Група 2

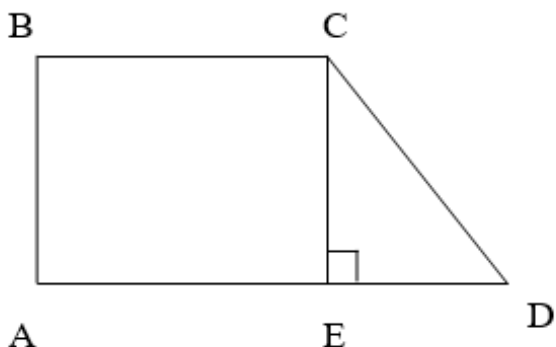
1. Хол готелю має форму трапеції з основами 20 м і 10 м і висотою 8 м. Обчисліть площу килимового покриття для холу.

$$S_{\text{трап}} = \frac{a+b}{2} \cdot h.$$

$$S_{\text{трап}} = \frac{20+10}{2} \cdot 8 = 120 \text{ м}^2.$$

Відповідь: 120 м²

2. В основі плями забудовника The Health Center лежить прямокутна трапеція, у якій дві менші сторони дорівнюють 50 м, а більший кут – 135°. Обчисліть площу трапеції. Результат виразіть в арах і гектарах, округливши до десятих.



Розв'язання.

Нехай $ABCD$ – прямокутна трапеція, у якій $AB=CD=50$ м, $\angle A = \angle B = 90^\circ$.

Проведемо висоту $CE = AB = 50$ м.

$\angle BCD=135^\circ$, тоді $\angle DCE = 45^\circ$,
 $\angle CED=90^\circ$, отже, $\angle CDE = 45^\circ$. Тоді $\triangle CED$ – рівнобедрений. Отже, $CE = ED = 50$ (м).

Тоді $AD = AE + ED = 100$ (м).

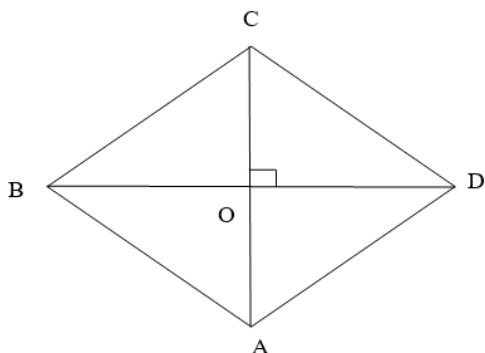
$$\text{Отже, } S = \frac{50+100}{2} \cdot 50 = 3750 \text{ (м}^2\text{)} =$$

$$37,5 \text{ а} = 0,375 \text{ га} \approx 0,4 \text{ га}$$

Відповідь: 3750 (м²) = 37,5 а = 0,375 га $\approx$ 0,4 га

Група 3

1. В основі плями забудови The Music Center лежить ромб зі стороною 70 м і гострим кутом 30°. Обчисліть площу ромба. Виразіть результат в арах і гектарах, округливши до десятих.



Розв'язання:

$$S = a^2 \sin \alpha.$$

$$S = 70^2 \cdot \frac{1}{2} = 2450 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$S = 24,5 \text{ а} = 0,245 \text{ га} \approx 0,2 \text{ га}$$

Відповідь: 2450 м² = 24,5 а = 0,245 га $\approx$

0,2 га

2. Басейн має форму ромба. Обчисліть його діагоналі, якщо одна з них в 1,5 рази більша, ніж інша, а площа басейна дорівнює 0,27 га.

Розв'язання. Нехай $ABCD$ – ромб.

$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$. Нехай $AC = x$ м, тоді $BD = 1,5x$ м, за умовою задачі площа ромба становить 2700 м^2 .

$$\frac{1}{2} 1,5x \cdot x = 2700$$

$$x^2 = 3600$$

$$x = 60 \text{ м}$$

Отже, $AB = 60$ м, $CD = 1,5 \cdot 60 = 90$ м

Відповідь: 60 м, 90 м.

Група 4

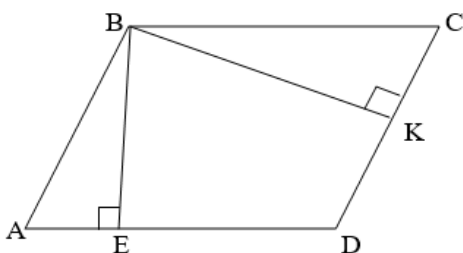
1. В основі плями забудови магазину «Global» лежить паралелограм. Обчисліть площу забудови, якщо сторони паралелограма 60 м і 100 м, а кут між ними – 150° .

Розв'язання. $S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$.

$$S = 60 \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} = 300 \text{ м}^2$$

Відповідь: 300 м^2 .

2. Гострий кут забудови The Center of the modern toy, основою якого є паралелограм, дорівнює 30° . Із тупого кута проведені висоти відповідно 30 м і 40 м. Обчисліть площу забудови.



Розв'язання.

Нехай $ABCD$ – паралелограм, BE і BK – висоти.
 $BE = 30$ м, $BK = 40$ м, $\angle C = 30^\circ$.

З $\triangle BKC$ ($\angle K = 90^\circ$): за властивістю катета прямокутного трикутника, що лежить навпроти кута 30° , маємо, що $BC = 80$ м.

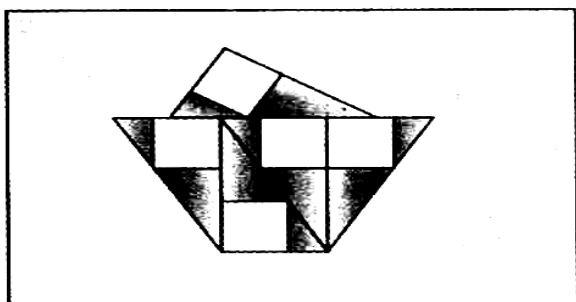
$$S_{\text{парал}} = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$S_{\text{парал}} = 60 \cdot 80 \cdot \frac{1}{2} = 2400 \text{ м}^2$$

Відповідь: 2400 м^2 .

Група 5

Стіна кафе має форму прямокутника зі сторонами 3 м і 6 м. На стіні зображено мозаїчний корабель, який складається з 5-ти рівних прямокутних трикутників із катетами 1 м і 2 м, у які вписано квадрати. Квадрати виготовлені з прозорого скла, решта частин корабля сірого кольору. Скільки метрів квадратних прозорого та скільки метрів сірого скла потрібно для зображення корабля? Яку площу стіни потрібно пофарбувати в блакитний колір? Скільки фарби потрібно, щоб пофарбувати стіну, якщо на 1 м^2 потрібно 300 г?



Розв'язання.

$$3 \cdot 6 = 18 (\text{м}^2) \text{ — площа прямокутника;}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 (\text{м}^2) \text{ — площа одного прямокутного трикутника;}$$

$$5 \cdot 1 = 5 (\text{м}^2) \text{ — площа п'яти прямокутних трикутників;}$$

$$18 - 5 = 13 (\text{м}^2) \text{ — площа стіни, яку потрібно пофарбувати в блакитний колір;}$$

$$300 \cdot 13 = 3900 (\text{г}) = 3,9 (\text{кг}) \text{ — необхідно фарби, щоб пофарбувати стіну.}$$

Квадрати виготовлено з прозорого скла. Щоб дізнатися, скільки метрів квадратних прозорого скла потрібно для зображення корабля, розглянемо прямокутний трикутник, у який вписано квадрат.

Нехай x – сторона квадрата. Тоді $AC=2$ м, $CB=1$ м. Тоді $AK=2-x$; $KL=x$; $MB=1-x$; $ML=x$.

$\triangle AKL \sim \triangle MLB$. За властивістю подібності маємо:

$$\frac{2-x}{x} = \frac{x}{1-x};$$

$$2-2x-x+x^2=x^2$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}.$$

Отже, площа квадрата становитиме: $S_{\text{кв}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ (м²). Площу п'яти квадратів обчислюють так: $5S_{\text{кв}} = 5 \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$ (м²), що є площею прозорого скла. Тоді сірого скла потрібно: $5 - 2\frac{2}{9} = 2\frac{7}{9}$ (м²).

Відповідь. $2\frac{2}{9}$ м², $2\frac{7}{9}$ м², 13 м², 3,9 кг.

V. Презентація роботи кожної групи

Виступ кожної групи із поясненням задач.

VI. Підсумок уроку

Запитання:

- Чи дотримали ви правил роботи в групі?
- Яким способом було виконано це завдання?
- Чи є важливим для людей уміння знаходити площі фігур? Чому?

VII. Домашнє завдання

Розв'язати задачі кожній групі відповідно до номера групи

Задача 1. Ширина земельної ділянки, яка має форму прямокутника, становить 75 % його довжини, а площа дорівнює 4800 м². Обчисліть довжину огорожі цієї ділянки.

(Відповідь: 280 м).

Задача 2. Телевізор має екран прямокутної форми. У паспорті до телевізора написано, що довжина екрана відноситься до його ширини як 4 : 3, а діагональ дорівнює 25 дюймів. Обчисліть довжину та ширину екрана в дюймах; у сантиметрах (1 дюйм = 2,54 см).

(Відповідь: 50,8 см і 38,1 дюйма).

Задача 3. Квіткова клумба, яка має форму прямокутника, обнесена дерновим бордюром, ширина якого скрізь однакова. Клумба разом із бордюром утворює прямокутник, довжина якого 4,5 м, а ширина — 2,5 м. Обчисліть ширину бордюру, якщо відомо, що його площа — 3,25 м².

(Відповідь: 0,25 м).

Задача 4. Підприємство виготовляє маленькі та великі пакети з ламінованого картону. На виготовлення маленького пакета витрачають x г картону, а великого – удвічі більше. Відомо, що на виготовлення x маленьких і $2-x$ великих пакетів витратили 2,7 кг картону. Визначте, скільки грамів картону витрачають на виготовлення великого пакета.

(Відповідь: 3 кг).

Задача 5. Шагренева шкіра має форму прямокутника з розмірами 30×40 м і рівномірно зменшується. Через рік від неї залишився прямокутник довжина якого становить $\frac{1}{3}$ від

початкової довжини, а ширина - $\frac{1}{4}$ від початкової ширини. Через скільки років шматок шкіри матиме площу, меншу 1 м^2 . (**Відповідь:** через 3 роки).

Використані джерела

1. Істер О. С. Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. Генеза, 2016. 216 с.
2. Математика. Компетентнісні завдання. 7–9-ті класи / Білоконь Л. М., Білоконь С. В., Бровко Г. В., Крикун Н. М., Сліпченко В. Г. Київ «Видавничий дім «Перше вересня», 2019. 136 с. (Серія «Бібліотека «Шкільного світу»)
3. Філоненко В. Площі многокутників. *Математика*: навчально-методична газета (Шкільний світ). 2011. № 6 (594), лютий 2011.
4. Коломойцева О. Площі многокутників. *Математика*: навчально-методична газета (Шкільний світ). 2013. № 21-22 (705-707), червень 2013.



Світлана Шафран,

учитель математики Ніжинської гімназії №2

ЗАДАЧА ОДНА – РОЗВ'ЯЗАНЬ БАГАТО

«У житті немає нічого кращого, як вивчати й викладати математику», – писав відомий французький математик С.Д. Пуассон. Сучасні методики відкривають широкий простір для творчого пошуку вчителя. Всі попередні покоління вчителів по краплинах збирали та передавали свій досвід: як у найкоротший час донести до учня знання, сформувані навички, заохотити, зацікавити та оцінити

їхні знання.

Нині нікому на уроці не потрібні «сплячі красуні» та «добрі молодці», які мріють про закінчення уроку. Активна робота кожного учня з урахуванням рівня знань, кругозору, сформованості навчальних досягнень – головний напрям учительського пошуку. Урок не повинен бути солов'їною піснею вчителя, який добре знає і любить свій предмет. Сучасний урок – це організація пошуку істин, спроб і помилок учнів. Фігура вчителя відходить у тінь, хоча саме він є головним режисером дій учнів на уроці.

На уроці математики важливе місце відводиться розв'язуванню задач, що ілюструють застосування теорії на практиці. Сама задача, прийоми її розв'язування, аналіз умови бувають об'єктом особливої уваги учнів. Методика рекомендує таку схему розв'язування задачі (схема 1).

Розв'язування задачі – це вид творчої діяльності, а пошук розв'язку – процес винахідництва. І не секрет, що вчать розв'язувати задачі, формують навички дослідницької роботи саме на тих уроках, на яких учень є активним учасником пошуку розв'язку, відчуває при тому і радість відкриття, і смуток поразки у випадку, коли обраний шлях заводить у глухий кут. Творча активність учнів, успіх уроку залежить від тих методичних прийомів, які обере вчитель для аналізу задачі. Вони підпорядковані, безпосередньо, двом цілям:

- а) скерувати діяльність учнів на дослідження зв'язків між даними задачі;
- б) відпрацювати вміння учнів робити логічні висновки з отриманих результатів.