

початкової довжини, а ширина - $\frac{1}{4}$ від початкової ширини. Через скільки років шматок шкіри матиме площу, меншу 1 м^2 . (**Відповідь:** через 3 роки).

Використані джерела

1. Істер О. С. Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. Генеза, 2016. 216 с.
2. Математика. Компетентнісні завдання. 7–9-ті класи / Білоконь Л. М., Білоконь С. В., Бровко Г. В., Крикун Н. М., Сліпченко В. Г. Київ «Видавничий дім «Перше вересня», 2019. 136 с. (Серія «Бібліотека «Шкільного світу»)
3. Філоненко В. Площі многокутників. *Математика*: навчально-методична газета (Шкільний світ). 2011. № 6 (594), лютий 2011.
4. Коломойцева О. Площі многокутників. *Математика*: навчально-методична газета (Шкільний світ). 2013. № 21-22 (705-707), червень 2013.



Світлана Шафран,

учитель математики Ніжинської гімназії №2

ЗАДАЧА ОДНА – РОЗВ'ЯЗАНЬ БАГАТО

«У житті немає нічого кращого, як вивчати й викладати математику», – писав відомий французький математик С.Д. Пуассон. Сучасні методики відкривають широкий простір для творчого пошуку вчителя. Всі попередні покоління вчителів по краплинах збирали та передавали свій досвід: як у найкоротший час донести до учня знання, сформувані навички, заохотити, зацікавити та оцінити

їхні знання.

Нині нікому на уроці не потрібні «сплячі красуні» та «добрі молодці», які мріють про закінчення уроку. Активна робота кожного учня з урахуванням рівня знань, кругозору, сформованості навчальних досягнень – головний напрям учительського пошуку. Урок не повинен бути солов'їною піснею вчителя, який добре знає і любить свій предмет. Сучасний урок – це організація пошуку істин, спроб і помилок учнів. Фігура вчителя відходить у тінь, хоча саме він є головним режисером дій учнів на уроці.

На уроці математики важливе місце відводиться розв'язуванню задач, що ілюструють застосування теорії на практиці. Сама задача, прийоми її розв'язування, аналіз умови бувають об'єктом особливої уваги учнів. Методика рекомендує таку схему розв'язування задачі (схема 1).

Розв'язування задачі – це вид творчої діяльності, а пошук розв'язку – процес винахідництва. І не секрет, що вчать розв'язувати задачі, формують навички дослідницької роботи саме на тих уроках, на яких учень є активним учасником пошуку розв'язку, відчуває при тому і радість відкриття, і смуток поразки у випадку, коли обраний шлях заводить у глухий кут. Творча активність учнів, успіх уроку залежить від тих методичних прийомів, які обере вчитель для аналізу задачі. Вони підпорядковані, безпосередньо, двом цілям:

- а) скерувати діяльність учнів на дослідження зв'язків між даними задачі;
- б) відпрацювати вміння учнів робити логічні висновки з отриманих результатів.

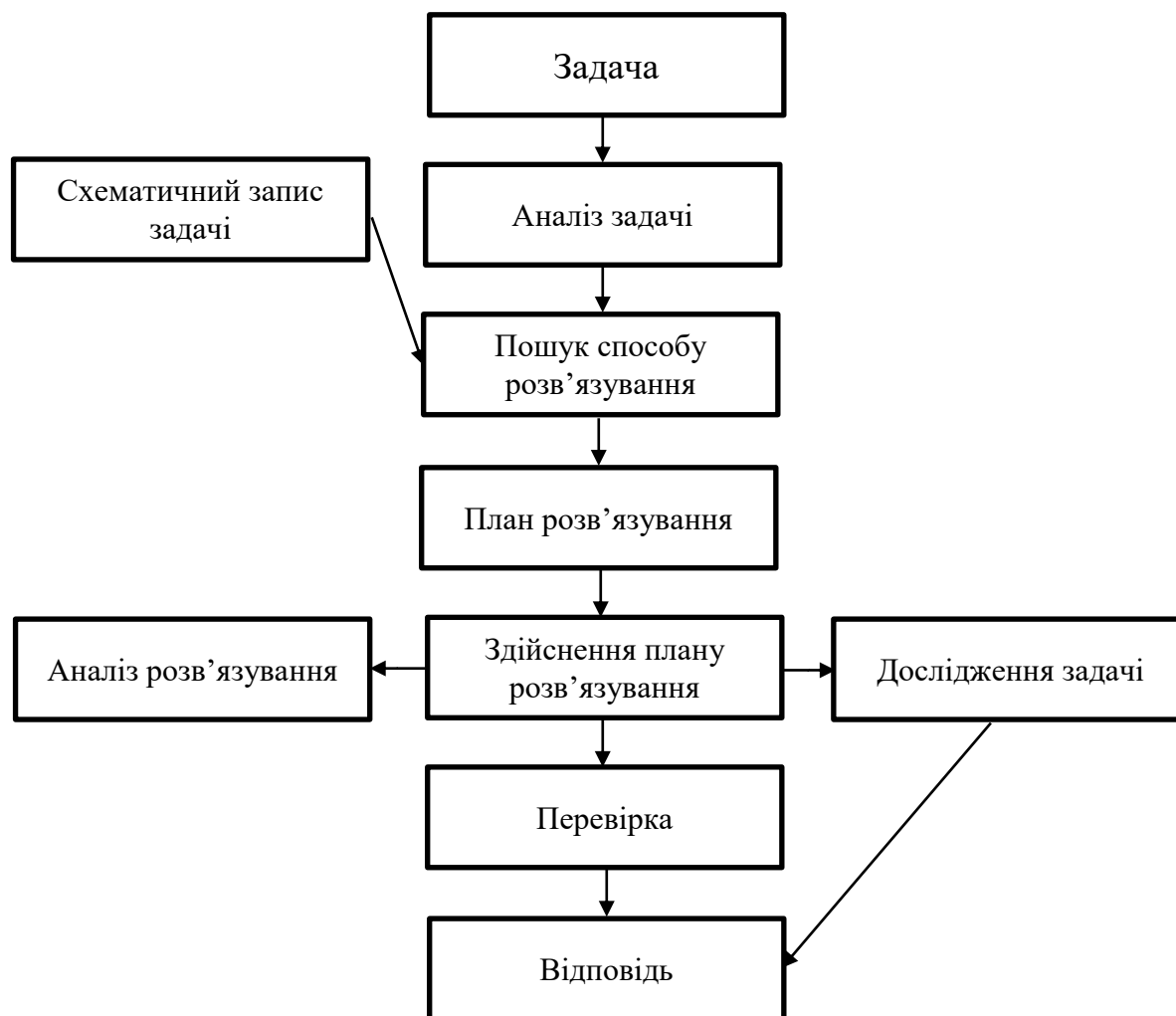


Схема 1. Етапи розв'язування задачі

Більшість учнів відчувають труднощі вже на першому етапі розв'язування задачі – під час аналізу умови. Багато з них взагалі цей етап випускають. Прочитавши задачу, відразу намагаються застосувати відомі алгоритми, причому роблять це механічно. Звідси і помилки, і нерациональне розв'язання. У випадку, коли застосувати звичний спосіб не можна, задача так і залишається нерозв'язаною. Тому вчителю треба навчити учнів такому підходу до розв'язування задачі, при якому вона виступає як об'єкт ретельного вивчення, а її розв'язування – як об'єкт конструювання та винахідництва.

Навчання учнів розв'язувати задачі – тривалий процес, і ця робота не повинна зводитись лише до розв'язування великої кількості задач. Тому, щоб не витрачати час на ознайомлення з умовами кількох задач, іноді досить розглянути розв'язування тільки однієї задачі, цікавої за змістом, багатой на ідеї, що має різні способи розв'язування. Вчитель повинен ставити за мету не тільки розв'язування даної задачі, а й відпрацювання навичок оволодіння різними математичними методами та прийомами. Це дає змогу не лише повторити великий об'єм вивченого матеріалу зекономивши час, але й виховувати в учнів такі потрібні якості, як здатність до узагальнення та абстрагування, логіку та гнучкість мислення, кмітливість і винахідливість, математичну пам'ять, просторову уяву.

Безперечно, розв'язування однієї задачі кількома способами може зайняти весь урок. Тому перед початком уроку роботу варто організувати так, щоб зняти з учнів психологічний страх перед задачею, налаштувати їх на дослідницьку роботу та пошук «красивого» розв'язання. Доброзичливе обговорення висунутих гіпотез розв'язування допомагає виявити

закономірності між даними задачі. Крім того, працюючи над задачею, що має декілька способів розв'язування, вчитель може організувати роботу «в парах» або «в групах». Якщо ж часу недостатньо на розгляд такої задачі на уроці, це можна зробити на факультативному або додатковому занятті.

Розглянемо приклад задачі з теми «Площі геометричних фігур». До того ж задачі даного типу мають широке практичне застосування.

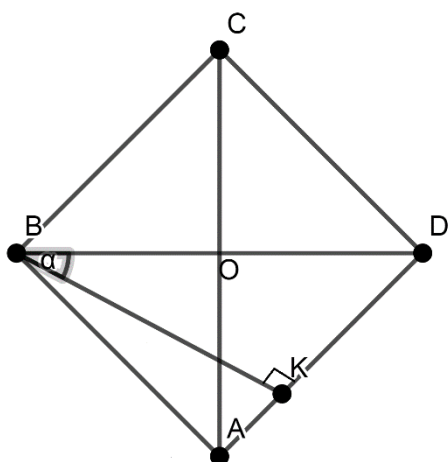
Задача. Знайти площу ромба, якщо його висота 12 см, а менша діагональ 13 см.

Учні пригадують основні формули для обчислення площі ромба:

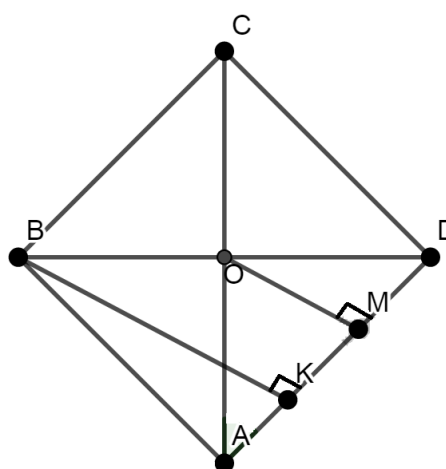
$$S = a * h_a; \quad S = \frac{1}{2} d_1 d_2; \quad S = a^2 \sin \alpha.$$

Від способу вибору формули залежить спосіб розв'язування цієї задачі.

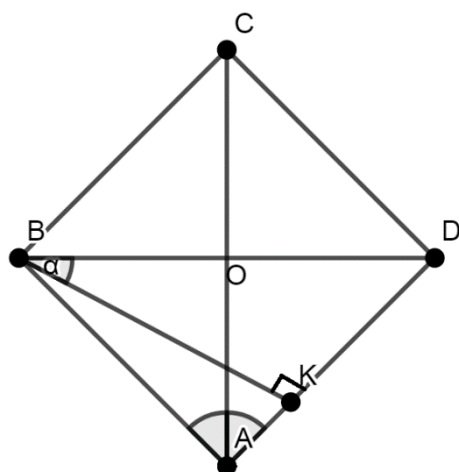
Розв'язання. Нехай дано ромб ABCD, BK – його висота, BD – менша діагональ. Згідно з умовою $BK = 12$ см, $BD = 13$ см. Необхідно знайти S_{ABCD} .



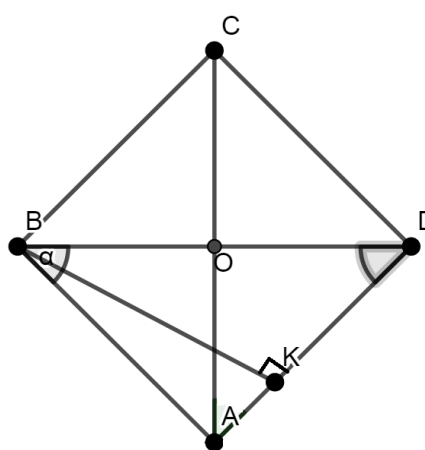
Малюнок 1



Малюнок 2



Малюнок 3



Малюнок 4

Спосіб 1 (за мал.1).

Використовуючи цей спосіб, повторюється теорема Піфагора та формула площі ромба.

З $\triangle BKD$ ($\angle K = 90^\circ$):

$$KD = \sqrt{BD^2 - BK^2} = \sqrt{169 - 144} = 5 \text{ (см)} - \text{з теореми Піфагора.}$$

Оскільки $AB = AD$ (за властивістю сторін ромба) і $AK = AD - KD = AD - 5$, то з $\triangle ABK$ ($\angle K = 90^\circ$): $BK^2 = AB^2 - AK^2$ (з теореми Піфагора).

$$\text{Отже, } BK^2 = AD^2 - (AD - 5)^2;$$

$$144 = AD^2 - AD^2 + 10AD - 25;$$

$$10AD = 169;$$

$$AD = 16,9 \text{ (см)}.$$

$$\text{Тоді } S_{ABCD} = AD * BK = 16,9 * 12 = 202,8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Спосіб 2 (за мал.1).

Використовуючи цей спосіб, повторюється означення тригонометричних функцій гострого кута прямокутного трикутника, співвідношення між його сторонами та кутами, основні тригонометричні тотожності, властивості ромба, формула площі ромба.

Нехай $\angle KBD = \alpha$.

$$\text{З } \triangle BKD (\angle K = 90^\circ): \cos \alpha = \frac{BK}{BD} = \frac{12}{13}.$$

$$\angle BDK = 90^\circ - \angle KBD = 90^\circ - \alpha.$$

$$\text{З } \triangle AOD (\angle O = 90^\circ): \angle OAD = 90^\circ - \angle ODA = 90^\circ - \angle BDK = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha.$$

$$\text{Тоді } AD = \frac{OD}{\sin \angle OAD} = \frac{OD}{\sin \alpha}; OD = \frac{1}{2}BD = 6,5 \text{ (см)}.$$

$$\text{Але, } \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}.$$

$$\text{Тому } AD = \frac{OD * 13}{5} = \frac{6,5 * 13}{5} = 16,9 \text{ (см)}.$$

$$\text{Отже, } S_{ABCD} = AD * BK = 16,9 * 12 = 202,8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Спосіб 3 (за мал.1).

Використовуючи цей спосіб, повторюється теорема Піфагора, подібність трикутників, властивості ромба, формула площі ромба.

$$\text{З } \triangle BKD (\angle K = 90^\circ): KD = \sqrt{BD^2 - BK^2} = 5 \text{ (см)}.$$

Оскільки $\triangle AOD \sim \triangle BKD$ (за двома кутами, бо $\angle O = \angle K = 90^\circ$, $\angle D$ – спільний), то $\frac{AO}{BK} = \frac{OD}{KD}$; $AO = \frac{BK * OD}{KD} = \frac{12 * 6,5}{5} = 15,6 \text{ (см)}$; $AC = 2 * AO = 2 * 15,6 = 31,2 \text{ (см)}$.

$$\text{Отже, } S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC * BD = \frac{1}{2} * 31,2 * 13 = 202,8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Спосіб 4 (за мал.2).

Використовуючи цей спосіб, повторюється теореми Піфагора та Фалеса, властивості середньої лінії трикутника, теорема про середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику, властивості ромба, формула площі ромба.

$$\text{З } \triangle BKD (\angle K = 90^\circ): KD = \sqrt{BD^2 - BK^2} = 5 \text{ (см)}.$$

Проведемо через точку O пряму, паралельну BK . Розглянемо $\triangle BKD$. У ньому точка O – середина BD за властивістю діагоналей ромба, тому за теоремою Фалеса точка M – середина KD . Отже, OM – середня лінія $\triangle BKD$.

$$\text{Тому } OM = \frac{1}{2}BK = 6 \text{ (см)}, MD = \frac{1}{2}KD = 2,5 \text{ (см)}, OD = \frac{1}{2}BD = 6,5 \text{ (см)}.$$

$\text{З } \triangle AOD (\angle O = 90^\circ): OD^2 = AD * MD$ (за теоремою про середні пропорційні відрізки у прямокутному трикутнику). Звідси, $AD = \frac{OD^2}{MD} = \frac{6,5^2}{2,5} = 16,9 \text{ (см)}$.

$$\text{Отже, } S_{ABCD} = AD * BK = 16,9 * 12 = 202,8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Спосіб 5 (за мал.2).

Використовуючи цей спосіб, повторюється теорема Фалеса, властивості середньої лінії трикутника, теорема про середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику, способи розв'язування систем рівнянь другого степеня, формула площі ромба.

У $\triangle BKD (\angle K = 90^\circ)$: OM – середня лінія (обґрунтування див. у способі 4), тому $OM = \frac{1}{2}BK = 6 \text{ (см)}$, $OD = \frac{1}{2}BD = 6,5 \text{ (см)}$.

$\text{З } \triangle AOD (\angle O = 90^\circ)$ за теоремою про середні пропорційні відрізки у прямокутному трикутнику, маємо:

$$\begin{cases}
 OM^2 = AM * MD; \\
 OD^2 = AD * MD.
 \end{cases}$$

Нехай, $AM = x$, $MD = y$, тоді

$$\begin{cases}
 xy = 36; \\
 ((x + y)y = 6,5^2; \\
 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{36}{y}; \\ \left(\frac{36}{y} + y \right) y = 42,25; \\ \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{36}{y}; \\ y^2 + 36 - 42,25 = 0; \\ y^2 = 6,25; \\ \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{36}{y}; \\ x = 14,4; \\ y = 2,5.
 \end{array} \right.
 \end{array} \right.
 \end{cases}$$

Отже, $AD = x + y = 16,9(\text{см})$. Тоді, $S_{ABCD} = AD * BK = 16,9 * 12 = 202,8(\text{см}^2)$.

Спосіб 6 (за мал.3).

Використовуючи цей спосіб, повторюється означення тригонометричних функцій гострого кута прямокутного трикутника, основні тригонометричні тотожності, теорема косинусів, властивості ромба, формула площі ромба.

Нехай $\angle KBD = \alpha$. З $\triangle BKD$ ($\angle K = 90^\circ$): $\cos \alpha = \frac{BK}{BD} = \frac{12}{13}$.

Тоді $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{5}{13}$.

$\angle BDK = 90^\circ - \angle KBD = 90^\circ - \alpha$.

З $\triangle AOD$ ($\angle O = 90^\circ$): $\angle OAD = 90^\circ - \angle ODA = 90^\circ - \angle BDK = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$.

$\angle OAB = \angle OAD = \alpha$ (за властивістю діагоналей ромба).

Тоді $\cos \angle BAD = \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} - \frac{25}{169} = \frac{119}{169}$.

Нехай $AB = AD = x$.

З $\triangle BAD$ за теоремою косинусів:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB * AD * \cos \angle BAD;$$

$$169 = x^2 + x^2 - 2x^2 \cos 2\alpha;$$

$$2x^2(1 - \cos 2\alpha) = 169;$$

$$2x^2 \left(1 - \frac{119}{169} \right) = 169;$$

$$2x^2 * \frac{50}{169} = 169;$$

$$2x^2 = \frac{169^2}{50};$$

$$x^2 = \frac{169^2}{50 * 2};$$

$$x^2 = 285,61;$$

$$x = 16,9(\text{см}).$$

Отже, $AD = 16,9\text{см}$, тоді $S_{ABCD} = AD * BK = 16,9 * 12 = 202,8(\text{см}^2)$.

Спосіб 7 (за мал.1).

Використовуючи цей спосіб, повторюється залежність між сторонами та діагоналями паралелограма, способи розв'язування систем рівнянь другого степеня, формула площі ромба.

Нехай $AC = x$, $AD = y$. Використовуючи співвідношення між сторонами та діагоналями паралелограма, маємо:

$$AC^2 + BD^2 = 4AD^2.$$

$$\text{Крім того, } S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC * BD = AD * BK.$$

$$\text{Отже, } \begin{cases} x^2 + 169 = 4y^2; \\ \frac{1}{2}x * 13 = 12y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{24y}{13}; \\ \frac{576y^2}{169} - 4y^2 + 169 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{24y}{13}; \\ 100y^2 = 28561; \end{cases}$$

$$y^2 = 285,61;$$

$$x = \frac{24y}{13};$$

$$y = 16,9;$$

$$x = 31,2.$$

Отже, $AC = 31,2$ см, $AD = 16,9$ см. Тоді $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC * BD = \frac{1}{2} * 31,2 * 13 = 202,8(\text{см}^2)$.

Спосіб 8 (за мал.4).

Використовуючи цей спосіб, повторюється теорема Піфагора, подібність трикутників, означення тригонометричних функцій гострого кута прямокутного трикутника, властивості ромба, формули площі трикутника та ромба.

Нехай $\angle ADB = \alpha = \angle ABD$ (як кути при основі рівнобедреного $\triangle BDA$ з основою BD , оскільки $BA=DA$ як сторони ромба $ABCD$).

$$S_{ABCD} = 2 * S_{ADB} = 2 * \frac{1}{2} AD * DB * \sin \alpha = AD * DB * \sin \alpha.$$

$$3 \triangle BKD (\angle K = 90^\circ): \sin \alpha = \frac{BK}{BD} = \frac{12}{13}.$$

Оскільки $\triangle AOD \sim \triangle BKD$ (за двома кутами, бо $\angle O = \angle K = 90^\circ$, $\angle D$ – спільний), то $\frac{AD}{BD} = \frac{OD}{KD}$; $AD = \frac{BD * OD}{KD}$.

$$3 \triangle BKD (\angle K = 90^\circ): KD = \sqrt{BD^2 - BK^2} = 5(\text{см}), \text{ а } OD = \frac{1}{2} * BD = 6,5(\text{см}).$$

$$\text{Тоді } AD = \frac{13 * 6,5}{5} = 16,9(\text{см}).$$

$$\text{Отже, } S_{ABCD} = AD * DB * \sin \alpha = 16,9 * 13 * \frac{12}{13} = 202,8(\text{см}^2).$$

Спосіб 9 (за мал.4).

Використовуючи цей спосіб, знаходимо площу ромба наближено і повторюємо основні задачі на побудову, властивості ромба та рівнобедреного трикутника, формулу площі ромба.

Будуємо прямокутний трикутник BKD з гіпотенузою $BD = 13$ см і катетом $BK = 12$ см. Продовжуємо сторону DK за точку K . Будуємо $\angle DBA$ такий, що $\angle DBA = \angle KDB$ (оскільки $\triangle ADB$ рівнобедрений з основою BD , бо $AB = AD$ як сторони ромба). Одна зі сторін $\angle DBA$ перетинає DK в точці A . Тоді AB та AD сторони ромба. Вимірюємо AD і обраховуємо площу ромба.

$$S_{ABCD} = AD * BK.$$

Після того, як задача розв'язана кількома різними способами, вчитель повинен поставити учням запитання:

1. Якими способами була розв'язана задача?
2. У чому, на вашу думку, недоліки та переваги кожного способу?
3. Який зі способів, на вашу думку, найраціональніший?
4. Які залежності між даними задачі були основними для кожного способу?
5. Чи не можна задачу розглядати як окремий випадок більш загальної задачі?
6. Чим цікава ця задача особисто вам?

Твердження про простоту чи складність того чи іншого способу розв'язування задачі значною мірою суб'єктивне. Воно здійснюється залежно від ступеня підготовки окремого учня,

від рівня оволодіння методами розв'язування задач. У будь-якому випадку порівняння різних способів розв'язування однієї задачі повчальне. Нерідко знайдений спосіб може бути використаний у подальшому для розв'язування більш складних задач, схожих із розв'язаною задачею. Крім того, розв'язування задач, які мають декілька способів – цікава робота, що вимагає знань усіх розділів математики.

Учитель іде на урок не демонструвати себе і свої знання та вміння, а допомагати розкритися кожному учневі. Головною його метою має бути не прагнення дати учням якомога більше інформації, а турбота про глибину та якість набутих ними знань, уміння самостійно здобувати знання і застосовувати їх у житті. Вчитель повинен уміти створити на уроці ділову, творчу обстановку, вислухати та проаналізувати всі гіпотези, висунуті учнями, вести діалог, дискусію з ними. Все це і можна зробити, розв'язуючи задачі, що мають декілька способів розв'язування.

Використані джерела

1. Воевода А.Л. Зацікавити математикою: методичні матеріали для підвищення інтересу до математики. Вінниця: ФОП Легкун В.М. 2012: 176с.
2. Гусев В.А. Психолого-педагогічні основи навчання математики. М.: Вербум, 2003. 430 с.
3. Иржавцева В.П., Федченко Л.Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе обучения математики: Пособие для учителя /Под ред. Н.Л.Коломинского. К.: Рад.шк., 1989. 208 с.
4. Ключева Т.М. Творчий підхід учителя до створення сучасного уроку. *Таврійський вісник освіти*. 2015. 3(39) С.112-117.
5. Практикум з розв'язування задач з математики / Михайловська В.І., Тарасюк В.Є., Ченакал Є.О. та ін., - 3-тє вид., перероб.і доп. К.: Вища шк. Головне вид-во, 1989. 423 с.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. К., 2000. 512 с.
7. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочник по методам решения задач по математике для средней школы. 2-е изд., перераб.и доп. М.: Наука. Гл.ред. физ.-мат.лит., 1989. 576 с.
8. Штейнгауз Г. Сто задач: Пер.с.пол. 4-е изд. М.: Наука. Гл.ред. физ.-мат.лит., 1986. 144 с.

УДК 373.5.016:57



Галина Курникова,

учитель біології і екології Чернігівського ліцею № 32

ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ РЕСУРСУ LEARNING APPS НА УРОКАХ БІОЛОГІЇ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

Стаття розкриває особливості використання дистанційної платформи LearningApps в освітньому процесі в закладах загальної середньої освіти, зокрема в навчанні біології в старшій школі. Наведено приклади інтерактивних завдань ресурсу LearningApps, надано методичні рекомендації щодо використання інформаційно-комунікаційних технологій в умовах дистанційного навчання.

Ключові слова: загальна середня освіта, дистанційне навчання, LearningApps, навчання біології.