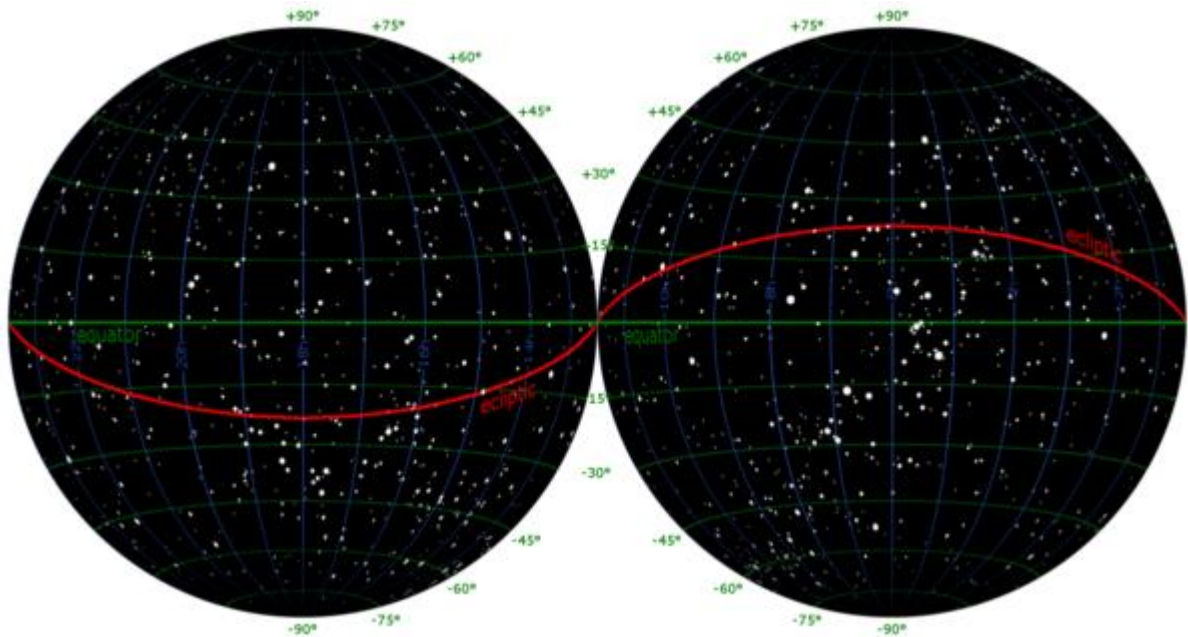


**II етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії
(Київ, 18.11.2016)**

**Можливі розв'язки
10-й клас**

1. *Прокинувшись уранці, Ви швидко вирахували, що тривалість минулого дня по відношенню до позаминулого зменшилась на майже 4 хвилини (на 3 хвилини та 45 секунд). Чи треба буде Вам найближчими днями готуватись до відвідування занять у школі?*

Світловий день (а не доба) зменшується протягом половину року від моменту літнього до зимового сонцестояння, коли схилення Сонця зменшується. Найінтенсивніше схилення (й відповідно тривалість світлового дня) зменшується поблизу дня осіннього рівнодення. Під час рівнодення тривалість дня міняється приблизно на 4 хвилини за добу. Таким чином герой задачі проводив вимірювання поблизу дня осіннього рівнодення, а це в період 22 або 23 вересня. Ці дати відповідають першій чверті навчання у школі. Значить треба готуватись до уроків у школі.



2. *З метою колонізації Землі могутня позаземна цивілізація збільшила середню густину Землі удвічі. У скільки разів зміняться періоди обертання штучних супутників Землі? Чи буде залежати величина цієї зміни від радіусу орбіти супутника?*

Період обертання навколо Землі по коловій орбіті на відстані R від центру Землі масою M :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}, \text{ де } G \text{ гравітаційна стала.}$$

Таким чином, якщо густина Землі зросла удвічі, то маса Землі зросла у 2 рази, а період обертання супутників на заданій висоті зменшиться у $\sqrt{2}$:

$$\frac{T_0}{T} = \sqrt{\frac{M}{M_0}}$$

На перший погляд зміна періоду не повинна залежати від радіусу орбіти (дивись попередню формулу), в реальній ситуації записані рівняння (фактично третій закон Кеплера) виведені для точкових тіл, і якщо маса розподілена не радіально симетрично, то період обертання може відрізнитись від кеплерівського. Таким чином якщо могутня цивілізація істотно змінила розподіл

мас в планеті (так що середня густина зростає удвічі) то період обертання низькоорбітальних супутників (як і форма їх орбіти) можуть бути іншими. Для великих радіусів орбіт Землю можна вважати точковою, і вплив на період обертання розподілу речовини в надрах не суттєвий.

3. У листопаді 2016 року буде 5 вівторків та 5 серед. А коли наступний раз повториться така сама ситуація у будь-якому іншому місяці?

В загальному випадку 5 вівторків і 5 серед може бути у будь-якому місяці, що має 30 або 31 день, а отже така ситуація в принципі неможлива лише у лютому. Шляхів розрахунку найближчого місяця після вказаного може бути декілька. Ми скористаємося наступним алгоритмом:

А) щоб задовольнити умові задачі 1 число шуканого місяця має припадати на той самий день, якщо в місяці 30 або 31 день, або на день раніше, якщо в місяці 31 день;

Б) наступний місяць за місяцем, що має 30 днів починається на 2 дні тижні пізніше (аналогічно, якщо 31 день, то на 3 дні пізніше). (Пояснення: якщо листопад цього року почався у вівторок і має 30 дні, то грудень почнеться у вівторок +2 дні, тобто четвер. Січень же, в свою чергу, почнеться у четвер + 3 дні (так як у грудні 31 день), тобто у неділю).

Для розв'язання нашої задачі нам необхідно знайти місяць, що складається із 30 або 31 дня і починається у вівторок, або місяць з 31 днем, що починається у понеділок. Продовжимо міркування і розрахунки, розпочаті вище:

Лютий почнеться у неділю +3 дні, тобто середу;

Березень 2017 року почнеться у середу, оскільки лютий буде мати 28 днів;

Квітень 2017 року розпочнеться у середу +3 дні, тобто у суботу;

Травень 2017 року розпочнеться у суботу + 2 дні, тобто у понеділок. Оскільки травень має 31 день, то в цей місяць буде 5 понеділків, 5 вівторків та 5 серед, що задовольняє умові задачі.

Наступні такі місяці: серпень 2017 року (31 день), січень 2018 року (31 день), Травень 2018 року (31 день), Жовтень 2018 року (31 день), Січень 2019 року (31 день), Липень 2109 року (31 день), Жовтень 2019 року (31 день). Найближчим же місяцем, що буде мати 30 днів і міститиме 5 вівторків і 5 серед буде Вересень 2020 року.

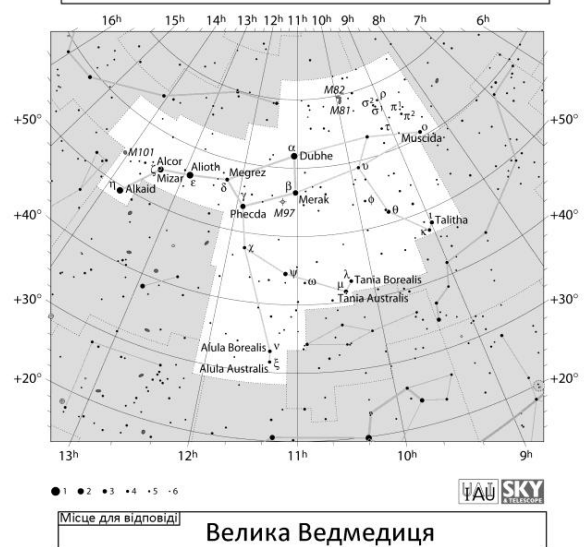
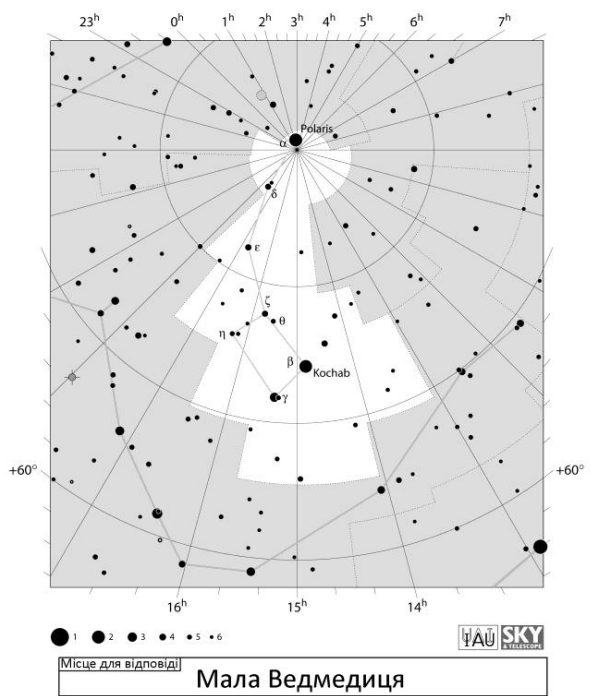
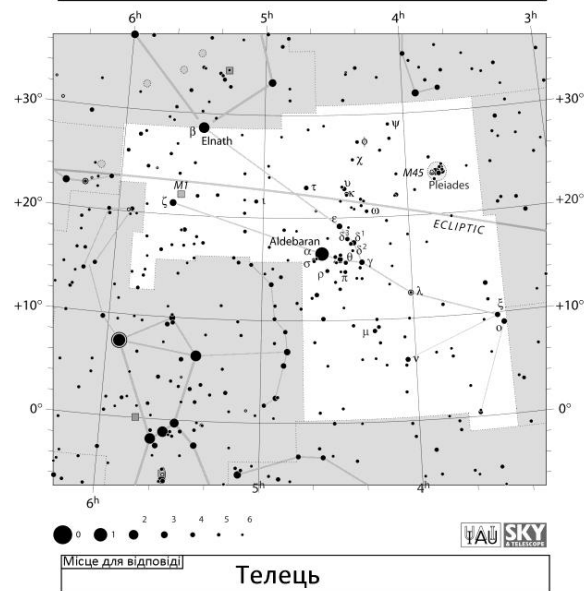
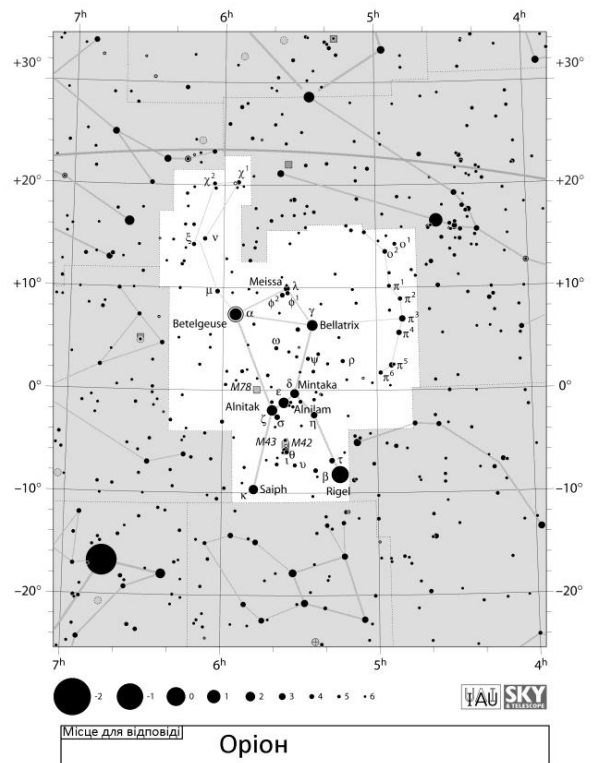
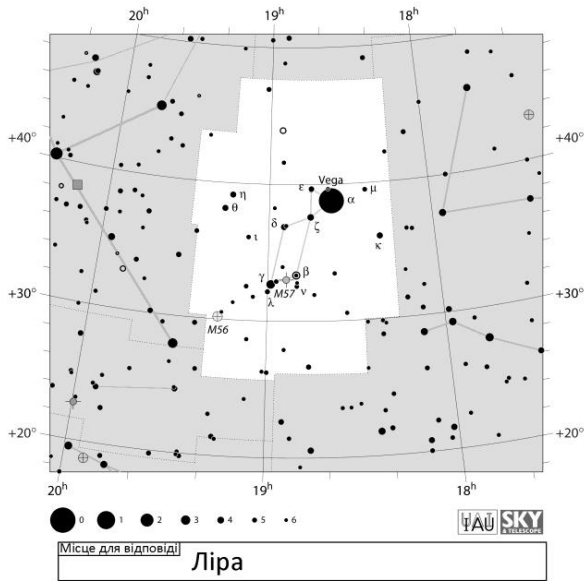
4. Чи може бути супутником Землі об'єкт, горизонтальний паралакс якого дорівнює 20" кутових секунд? Відповідь обґрунтуйте.

Горизонтальний паралакс – це кут, під яким із світила видно екваторіальний радіус Землі, перпендикулярний до променя зору. Виходячи з визначення, отримаємо, що під кутом 20 кутових секунд радіус Землі буде видно з відстані

$$p_0 = \frac{R}{d}; \quad d = \frac{R}{p_0}$$
$$d = \frac{6380 \text{ км}}{20''} = \frac{206265 \cdot 6380 \text{ км}}{20} \approx 66 \cdot 10^6 \text{ км}$$

Отримана відстань набагато (більш ніж у 170 разів) перевищує відстань від Землі до Місяця (остання складає 384000 км), а отже, навіть без додаткових розрахунків можна однозначно сказати, що таке тіло не може бути супутником Землі. Крім того, слід зазначити, що відстань, яку отримали більша за мінімальну відстань між Землею та Венерою і приблизно рівна 0,44 а.о.

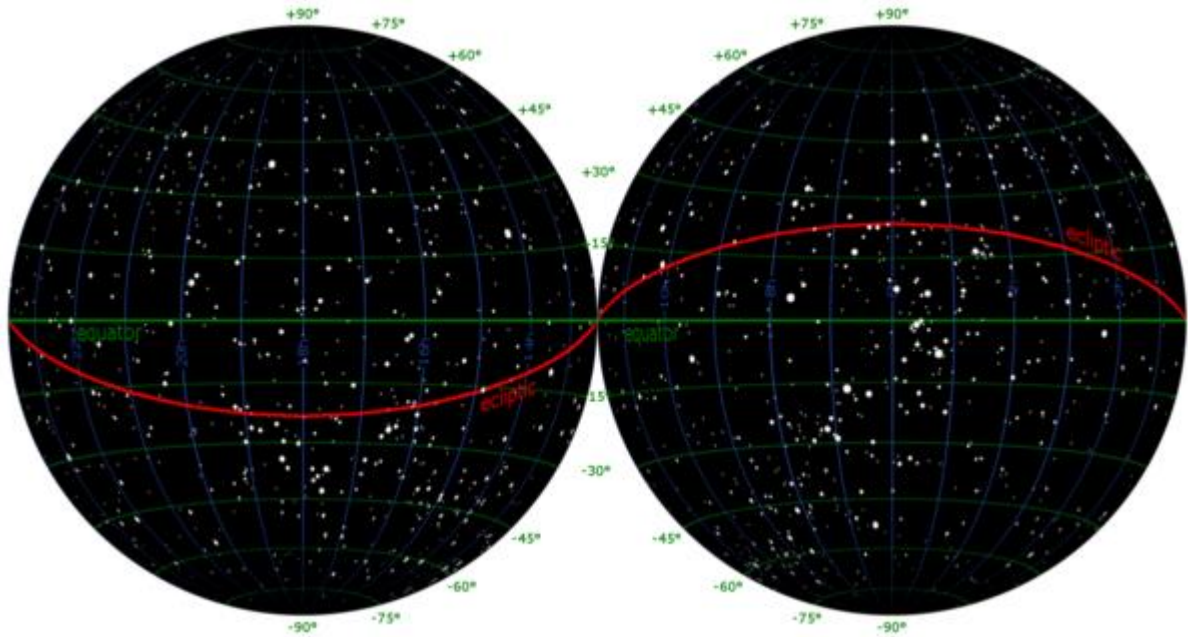
5. Підпишіть назви сузір'їв:



11-й клас

1. *Прокинувшись уранці, Ви швиденько вирахували, що тривалість минулого дня по відношенню до позаминулого зменшилась на майже 4 хвилини (на 3 хвилини та 45 секунд). Чи треба буде Вам найближчими днями готуватись до відвідування занять у школі?*

Світловий день (а не доба) зменшується протягом половину року від моменту літнього до зимового сонцестояння, коли схилення Сонця зменшується. Найінтенсивніше схилення (і відповідно тривалість світлового дня) зменшується поблизу дня осіннього рівнодення. В районі рівнодень тривалість дня міняється на приблизно 4 хвилини за добу. Таким чином герой задачі проводив вимірювання поблизу дня осіннього рівнодення, а це в околі 22 або 23 вересня. Ці дати відповідають першій чверті навчання у школі. Значить треба готуватись до уроків у школі.



2. *З метою колонізації Землі могутня позаземна цивілізація збільшила середню густину Землі удвічі. У скільки разів зміняться періоди обертання штучних супутників Землі? Чи буде залежати величина цієї зміни від радіусу орбіти супутника?*

Період обертання навколо Землі по коловій орбіті на відстані R від центру Землі масою M :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}, \text{ де } G \text{ гравітаційна стала.}$$

Таким чином, якщо густина Землі зросла удвічі, то маса Землі зросла у 2 рази, а період обертання супутників на заданій висоті зменшиться у $\sqrt{2}$:

$$\frac{T_0}{T} = \sqrt{\frac{M}{M_0}}$$

На перший погляд зміна періоду не повинна залежати від радіусу орбіти (дивись попередню формулу), в реальній ситуації записані рівняння (фактично третій закон Кеплера) виведені для точкових тіл, і якщо маса розподілена не радіально симетрично, то період обертання може відрізнятись від кеплерівського. Таким чином якщо могутня цивілізація істотно змінила розподіл мас в планеті (так що середня густина зросла удвічі) то період обертання низькоорбітальних супутників (як і форма їх орбіти) можуть бути іншими. Для великих радіусів орбіт Землю можна вважати точковою, і вплив на період обертання розподілу речовини в надрах не суттєвий.

3. Як відомо, всі роки, окрім високосних, мають по 365 днів, в той час як останній – 366. Чи означає це, що лише у високосні роки тривалість полярного дня на північному та південному полюсі однакова і дорівнює 183 дні? Надайте максимально розгорнуту відповідь на це питання.

Звичайно ж ні! Тривалість полярних днів і ночей залежить виключно від обертання Землі навколо власної осі та її руху навколо Сонця. Ніякі особливості підрахунку років або властивості тих чи інших календарів на тривалість полярних днів і ночей не впливають.

Крім того, полярні дні і ночі на полюсах не є рівними. Завдяки рефракції полярний день завжди довший за ніч. До того ж тривалість самих полярних днів на північному та південному полюсах відрізняються за рахунок нерівномірного руху Землі навколо Сонця.

4. Оцініть мінімальне значення горизонтального паралаксу, яке можуть мати штучні супутники Землі?

Горизонтальний паралакс – це кут, під яким із світила видно екваторіальний радіус Землі, перпендикулярний до променя зору.

$$p_0 = \frac{R}{d}$$

Для визначення мінімально можливого горизонтального паралаксу необхідно визначити, на якій максимальній висоті можуть знаходитися штучні супутники Землі. Однією з умов, що визначають максимальну висоту супутника над горизонтом, може бути рівність сил тяжіння, що діють на супутник зі сторони Землі та Сонця. Проведені розрахунки показують, що за таких умов шукана відстань буде дорівнювати приблизно 260 000 км, звідки маємо:

$$p_0 = \frac{6380 \text{ км}}{260000 \text{ км}} \approx 0,024 \text{ рад} \approx 1,4^\circ$$

Також, в якості найвіддаленішої точки орбіти може бути взята орбіта Місяця з радіусом 384000 км, або сфера дії тяжіння – 929000 км.

У будь-якому разі, задача є оціночною, і найбільше уваги варто приділяти обґрунтуванню вибраної моделі і коректності розв'язку у рамках обраної моделі.

5. Підпишіть назви сузір'їв:

