

УЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ



Олена Ємець,

методист відділу інформаційної та видавничої діяльності
ЧОШПО імені К.Д. Ушинського

МАТЕМАТИКА ЯК МОВА НАУКИ

Є одна наука, без якої неможлива ніяка інша, – це математика; її поняття, уявлення та символи слугують тією мовою, якою говорять, пишуть і думають інші науки.

С. Л. Соболев

Результати ЗНО минулих років свідчать про те, що в Україні спостерігається спад природничо-математичної освіти. Результати успішності українських школярів/студентів нижчі за середні по країнах Організації економічного співробітництва та розвитку (ОЕСР). «Якщо середній бал з математики серед дітей країн ОЕСР становить 492.03, то наші діти отримують в середньому на 39 балів менше», – зазначає заступник голови Комітету Верховної Ради України з питань освіти Сергій Колебошин. За його словами, математика потрібна дітям для того, щоб сформувати математичний тип мислення – аналітичне і логічне. «Без цього наше мислення буде одностороннім, критичне мислення, яке необхідно в сучасному інформаційному світі, не розвиватиметься. Маніпулювати нами буде легше». Саме через це математика стала обов'язковим предметом національного мультипредметного тесту.

У період війни значно знизилась мотивація, самоорганізація та самоефективність усіх учасників освітнього процесу.

Водночас значення математичної освіти під час війни обумовлюється чинниками:

- здатність аналізувати, критично мислити найкраще розвивається в процесі навчання математики. В сучасних умовах, коли війни супроводжуються пропагандами, важливо, щоб людина вміла перевіряти та співставляти факти, аналізувати, робити власні висновки, наводити контрприкладі тощо;
- математичний апарат є необхідним для вивчення й інших галузей. Без наявності певного рівня математичних компетентностей учнів ускладнюється вивчення інших галузей у подальшому.

Викладені факти є підставою розглянути математику як інструмент, необхідний для розвитку і осмислення інших наук, як засіб для точного вираження наукової думки, для вираження функціональних і структурних відносин досліджуваних явищ, формулювання законів.

Математика як наука (μάθημα – «наука», «знання», «вчення») народилась у Стародавній Греції (V ст. до н.е.) як вчення про: 1) число (арифметика), 2) фігури (геометрія), 3) пропорції в природі та мистецтві (гармонія), 4) форми світу (астрономія). Усі інші знання, зокрема фізику, географію, історію їх філософи не відносили до науки. Бо вважали, що тільки «матема» має тверді логічні основи, здобуті вищою субстанцією – розумом.

Здавна математики і філософи намагалися дати означення предмета математики:

Природа формує свої закони мовою математики.

(Г. Галілей)

Чим займається математика, як не порядком і відношенням.

(Арістотель)

Математика – це наука, що не тільки показує в кожному окремому випадку співвідношення, але й визначає причини, від яких вони залежать за природою самих речей.

(Л. Ейлер)

З усіх істинних наук, як твердять Арістотель і Авероес, наші математичні науки найістинніші і мають перший ступінь вірогідності, решта природничих наук іде за ними.

(Лука Пачолі)

Все має бути доведеним, і при доведенні не можна послуговуватись нічим, крім аксіом і раніше доведених теорем.

(Блез Паскаль)

Математика – це наука, що розглядає кількість у матеріальних об'єктах, або, на думку інших, наука, що вивчає кількість абстрактну, не зачіпаючи того, чи вона міститься в матеріальних тілах чи поза ними.

(Феофан Прокопович)

Математика – цариця всіх наук. Її улюблениця – істина, її вбрання – простота і ясність. Палац цієї володарки оточено тернистими заростями, і, щоб досягти його, кожному доводиться пробиратися крізь хащі. Випадковий мандрівник не виявить у палаці нічого привабливого. Краса його відкривається лише розуму, що любить істину і загартований в боротьбі з труднощами, і такому, який свідчить про незвичайну схильність людини до заплутаних, але невичерпних і піднесених розумових насолод.

(Ян Снядецький)

Серед усіх наук математика користується особливою повагою; підставою для цього є та єдина обставина, що її положення абсолютно правильні й незаперечні, в той час як положення інших наук деякою мірою спірні, і завжди є небезпека їх спростування новими відкриттями.

(Альберт Ейнштейн)

Наука складається з фактів, як будинок із каменів, але набір фактів ще не наука, так само, як купа каміння ще не будинок.

(Анрі Пуанкаре)

Математика дає найбільш чисте й безпосереднє переживання істини; на цьому ґрунтується її цінність для загальної освіти людей.

(Макс фон Лауе)

Для учнів основної школи відповідь на запитання «Що таке математика?» може бути такою: «Математика – це наука про числа і геометричні фігури. Усі інші математичні поняття, що розглядаються в основній школі, – вирази, пропорції, функції, рівняння, нерівності, послідовності – комбінації із чисел або з чисел і змінних, які позначають числа». Старшокласнику бажано відповісти докладніше. Математика – це наука про числа, геометричні фігури та інші поняття, придатні для математичного моделювання. А взагалі можна сказати: «Математика – це наука про математичні моделі». Наразі поняття математичної моделі та математичного моделювання включені до програми з алгебри 9 класу.

Користуючись математичними моделями, можна досліджувати об'єкти, процеси, явища, не вдаючись до дорогих натуральних експериментів, а замінюючи їх імітацією у вигляді математичних перетворень і обчислень.

Математика як мова

Математику називають мовою. Італійському астроному і фізику Галілео Галілею приписують цитату: «Філософія написана у величній книзі (Всесвіт), яка постійно відкрита для нашого погляду, але зрозуміти її може лише той, хто спочатку навчився осягати її мову і тлумачити знаки, якими вона написана. Написана ж вона мовою математики».

За ДСТУ 2392-94 **мова** – система знаків, що забезпечує процес комунікації і, як правило, складається зі словника та правил. Мова містить такі компоненти:

- Повинен бути **словниковий запас** слів або символів.
- **Значення** має бути додане до слів або символів.
- Мова використовує **граматику**, яка являє собою набір правил, що визначають спосіб використання лексики.
- **Синтаксис** організовує символи в лінійні структури або пропозиції.
- **Оповідання** або дискурс складається з рядків синтаксичних пропозицій.
- Повинна бути група людей, яка використовує та розуміє символи.

Математика відповідає цьому визначенню мови. Адже словниковий запас математики походить із багатьох різних алфавітів і включає символи, унікальні для математики. Математичне рівняння може бути сформульоване словами, утворюючи речення, що має іменник та дієслово, подібно до речення розмовною мовою. Наприклад: $7 + 2 = 9$ можна сказати як: «Сім додати два дорівнює дев'яти».

Іменники в математиці:

- Арабські цифри (0, 5, 123.7).
- Дробі ($\frac{1}{4}$, 59, $2\frac{1}{3}$).
- Змінні (a, b, c, x, y, z).
- Вирази ($3x, x^2, 4 + x$).
- Таблиці, діаграми або візуальні елементи (коло, кут, трикутник, графік, матриця).
- Символи ($\in, \exists, \cup, \cap, \forall$).
- Pi (π) тощо.

Дієслова включають символи:

- Рівності або нерівності ($=, <, >$).
- Дії додавання, віднімання, множення та ділення ($+, -, \times$ або $*$, $\div$ або $/$).

Міжнародні правила

Граматики та синтаксис математики, як і словниковий запас, є міжнародними. Незалежно від того, з якої країни ти або якою мовою ти розмовляєш, структура математичної мови однакова.

- Формули читаються зліва направо.
- Латинський алфавіт використовується для параметрів та змінних. Певною мірою використовується також грецький алфавіт.

Цілі числа (i, j, k, l, m, n).

Дійсні числа ($a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$).

Комплексні числа (w, z).

Невідомі (x, y, z).

Назви функцій (f, g, h).

- Грецький алфавіт використовується для представлення конкретних понять. Наприклад, λ використовується для позначення довжини хвилі, а ρ означає щільність.
- Дужки вказують на порядок взаємодії символів.
- Формулювання функцій, інтегралів та похідних є однорідним.

Отже, математика – універсальна мова. Символи, їх значення, синтаксис та граматики однакові у всьому світі.

Математика як мова науки

Немає сьогодні галузі знань, де б не застосовувалися досягнення математики. Вона виявляється добре пристосованою для кількісної обробки будь-якої наукової інформації, незалежно від її змісту. Більше того, у багатьох випадках математичний формалізм виявляється єдиною можливим способом виразити фізичні характеристики явищ і процесів, оскільки їх природні властивості й особливо відносини безпосередньо не спостережувані. Їх можна уявити тільки математично як певні числові співвідношення в законах, що фіксуються кількісними показниками.

Неочікувано прозвучали слова відомого американського фізика-теоретика Д. Гіббса, коли одного разу під час обговорення питання про викладання англійської мови в школі він несподівано сказав: «Математика – теж мова». Вираз став крилатим. Англійський фізик-хімік, лауреат Нобелівської премії Хіншельвуд проголошував, що вчені повинні знати математику як рідну мову.

Дослідник В. Налімов, який працював в галузі наукометрії, теорії математичного експерименту, який запропонував ймовірнісні моделі мови, пише, що істинна наука говорить мовою математики. Ми, люди, сприймаємо Всесвіт через простір, **час і число**. Це значить, що ми підготовлені до того, щоб звертатися до математики, підготовлені еволюцією живого, тобто апріорно.

Ситуація деколи складається в науці так, що без застосування відповідної математичної мови зрозуміти характер фізичного, хімічного і т. ін. процесу неможливо. Не випадково визнання П. Дірака, що кожен новий крок у розвитку фізики вимагає все більш високої математики.

Напрошується питання, що ж міститься в об'єктивних явищах таке математичне, завдяки чому вони й піддаються опису мовою математики, мовою кількісних характеристик? Це **однорідні одиниці речовини**, що розподіляються в просторі та часі. Ті науки, які далі інших пройшли шлях до виділення однорідності, і виявляються краще пристосованими для використання в них математики. Зокрема, найбільше – **фізика**. Л. Ландау заявляв, що сучасному фізику зовсім не обов'язково знати фізику, йому достатньо знати математику.

Слідом за фізикою йдуть **хімічні** дисципліни, де також оперують атомами й молекулами, і куди методом «парадигмального щеплення» перетікають з фізики багато однорідних одиниць речовини і поля разом з відповідними прийомами досліджень. Все більш стверджується математична хімія. Хімічні проблеми, пов'язані із застосуванням розрахунків, можна розділити на два класи: ті, що мають точну відповідь, і ті, для яких відповіддю є приблизні величини. Геометричні ідеї використовуються в хімії під час аналізу розташування атомів в молекулах або окремих частинок (молекул, атомів та іонів) у більших сукупностях – кристалах, кластерах, міцелах, наночастинках.

Математика надзвичайно потрібна в **астрономії**. З її допомогою людство зробило низку відкриттів і розгадало деякі секрети галактики. Виокремлюють навіть таку галузь науки, як космічна математика.

Математична **статистика** розробляє математичні методи систематизації та використання статистичних даних для науково-практичних висновків.

Математична **економіка** досліджує економічні проблеми формально-математичними методами. Моделі економічних процесів базуються на аксіомах, висновки виводяться з цих аксіом за допомогою дедукційних методів. Математичні моделі дозволяють формувати економічні теорії строго і в загальній формі.

Результатом застосування математики в **біології** є біологічні закони, описані математичними методами. Математичні методи почали використовуватися в біології дуже давно. Спочатку їх використання було тісно пов'язане з обробкою результатів спостережень, адже необхідно було розрахувати об'єкти дослідження, їх розміри, час протікання процесів і багато іншого. Математика була потрібна для каталогізації, класифікації та статистики. Але цим використання математики в біології не обмежалося. Наука повинна не тільки описувати процеси, а й пояснювати, чому вони відбуваються, а також робити прогнози. Математична біологія – міждисциплінарний науковий напрям, об'єктами вивчення якого є різні біологічні системи, а предметом дослідження є рішення певних математичних завдань, пов'язаних із метою дослідження. Іншими словами, математична біологія вирішує математичні завдання, за якими ховаються реальні об'єкти, що дає можливість пояснювати причини процесів і робити прогнози, навіть якщо умови процесів змінюються.

В **екології** математика використовується для аналізу прикладів економічного використання природних ресурсів та розв'язування екологічних проблем.

Географія, геодезія, архітектура з «золотим перетином», **фізична культура**, нарешті **військова математика** нероздільно пов'язані із формулами та обчисленнями.

Менш підготовлені до цього **гуманітарні** розділи наукового знання. Прорив спостерігається тільки в мовознавстві зі створенням і успішним розвитком **математичної лінгвістики**. Найяскравішим прикладом математики у мові є визначення віршованого розміру.

Науки про суспільство, звичайно, важко піддаються кількісному аналізу в силу специфіки явищ і процесів, оскільки зазначені неповторністю і унікальністю. Взагалі кожна подія в історії суспільства досить своєрідна і не піддається нівелюванню в однорідні одиниці. Фізику потрібна повторюваність, лише тоді він зможе виводити закони. Навпаки, неповторність події – той матеріал, який живить **історичний опис**.

Отже, кількісна мова рівнянь, функцій та інших понять служить для опису різноманітних процесів, що вивчаються в конкретних науках. Вона відіграє основну роль в математизації цих наук. Рівняння математики є записом правил відповідних знакосимволічних перетворень.

Переваги мови математики:

- більш точна і коротка у порівнянні з природною мовою;
- дозволяє точно і однозначно формувати кількісні закономірності, властиві досліджуваним явищам.

Творці науки переконані, що роль математики в приватних науках буде зростати в міру їх розвитку. «Крім того, – зазначає академік А.Б. Мигдал, – в майбутньому в математиці виникнуть нові структури, які відкриють нові можливості формалізувати не тільки природні науки, але якоюсь мірою і мистецтво». Найважливіше, на його думку, в тому, що математика дозволяє сформулювати інтуїтивні ідеї та гіпотези в формі, що допускає кількісну перевірку.

Але математичні методи треба застосовувати розумно, щоб вони не «заганяли вченого в клітку» штучних знакових систем, не дозволяючи йому дотягнутися до живого, реального матеріалу дійсності. Кількісно-математичні методи повинні ґрунтуватися на конкретному якісному, фактичному аналізі даного явища, інакше вони можуть виявитися хоча і модною, але безґрунтовою, нічому не відповідною фікцією.

Указуючи на цю обставину, А. Ейнштейн підкреслював, що сама блискуча логічна математична теорія не дає сама по собі ніякої гарантії істини і може не мати ніякого сенсу, якщо вона не перевірена найбільш точними спостереженнями, можливими в науці про природу.

Розглядаючи проблему взаємодії форми і змісту знання, В. Гейзенберг, зокрема, вважав, математика – це форма, в якій ми висловлюємо наше розуміння природи, але не зміст. Коли в сучасній науці переоцінюють формальний елемент, роблять помилку і притому дуже значну. Він підкреслював, що фізичні проблеми ніколи не можна вирішити виходячи з «чистої математики», і в цьому зв'язку розмежовував два напрями роботи (і відповідно – два методи) в теоретичній фізиці – математичний і понятійний, концептуальний, філософський. Якщо перший напрям описує природні процеси за допомогою математичного формалізму, то другий «дбає» в першу чергу про «прояснення понять», що дозволяє за кінцевим рахунком описувати природні процеси.

У сучасному світі математизація науки часто проявляється у вигляді комп'ютеризації. Завдання, які наука ставить перед математикою, звучать так: «Як ефективно обчислити процес на комп'ютері?», «Як змодельовати поведінку об'єкта за допомогою комп'ютера?» Це, як і сама математизація, теж є природним процесом. Із появою комп'ютерів у математиків з'явилася можливість за лічені хвилини проводити розрахунки, які раніше зайняли б роки. Крім того, всі вчені мають можливість «скинути» на комп'ютери самі виснажливі і нецікаві (автоматизовані) етапи пізнання, тим самим звільняючи час для творчої діяльності. Звичайно, вплив математики на інші галузі знань виражається насамперед у тому, що вона постачає апарат для кількісної обробки конкретного матеріалу наук. Методи, що виникли в інших дисциплінах, часто виходять за рамки спеціальної області, але відмінність математичних методів в тому, що вони використовуються повсюдно, не знаючи винятку. Це робить математику особливою наукою з універсальним призначенням, навіть не наукою, а, як часто кажуть, універсальною мовою науки.

Академіку Д.О. Граве, одному із засновників і першому директору Інституту математики Академії наук України належать слова: «Ключ до розв'язання багатьох наукових задач – їх вдалий переклад мовою математики».

Список використаних джерел

1. Бевз В.Г. Історія математики як галузь наукових знань. *Науковий часопис*. Серія 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи. К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. С. 34-41.
2. Бевз В.Г. Що таке математика? *Дидактика математики: проблеми і дослідження*: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 18. Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002. С. 3-10.
3. Бургін М.С. Про природу та сутність математики. Праці науково-дослідного семінару «Основи математики та інформатики», Т.4. К.: УкрАІН, 1998.
4. Бурда М., Васильєва Д. Особливості навчання математики в умовах воєнного стану. Методичні рекомендації. *Математика в рідній школі*. № 4 – 5, 2022.
5. Галілео Галілей. «The Assayer (Рим, 1623)». *Суперечка про комети 1618 року*. Видання Дрейк, Стілман і СД О'Меллі. Філадельфія: Університет Пенсільванії, 1960.
6. Форд Алан, Девід Піт Ф. Роль мови в науці. *Основи фізики*. Т. 18. 1988. С. 1233.
7. https://24tv.ua/education/ru/pochemu-vno-dobavili-matematiku-objazatelnyj-poslednie-novosti-ukrainy_n1620493
8. <https://uk.wikipedia.org/wiki>
9. <https://testportal.gov.ua>