

УДК 373.5.016:53

Г. П. Кобель,
кандидат педагогічних наук, доцент кафедри експериментальної фізики,
інформаційних та освітніх технологій ВНУ імені Лесі Українки,
доцент кафедри теорії та методики викладання шкільних предметів ВППО;
В. О. Савош,
кандидат педагогічних наук, завідувач відділу фізико-математичних дисциплін ВППО

Третій етап LVIII Всеукраїнської олімпіади з фізики



Наведено умови задач та їх авторські розв'язання для 7–11 класів теоретичного туру третього етапу LVIII Всеукраїнської олімпіади з фізики.

Ключові слова: швидкість, температура, маса, густина, пружина, лінза, коефіцієнт тертя ковзання.

Kobel H. P., Savosh V. O. The Third Stage of the LVIIIth All-Ukrainian Olympiad in Physics.

Terms of tasks and their authorial decisions for 7–11 classes of theoretical turn of the third stage of the LVIIIth All-Ukrainian Olympiad in physics are given.

Keywords: velocity, temperature, mass, density, spring, lens, coefficient of sliding friction.

11 січня 2022 року в м. Луцьку проводився теоретичний тур третього етапу LVIII Всеукраїнської олімпіади з фізики. У ньому взяли участь 150 учнів – переможці міських та районних олімпіад Волинської області. З них – 34 учні 7 класу, 27 – 8-го, 33 – 9-го, 27 – 10-го і 29 учнів 11 класу. 15 січня проводився експериментальний тур, у ньому взяли участь: 34 учні 7 класу, 13 – 8-го, 16 – 9-го, 13 – 10-го і 14 учнів 11 класу.

Наводимо умови та авторські розв'язання задач теоретичного туру.

7 клас

Задача 1. Плавання. Хлопчик та дівчинка готуються до змагань із плавання на річці, швидкість течії якої є сталою і становить v_t . Після свистка вони одночасно почали рух, пірнувши у річку з містка: хлопчик поплив проти течії, дівчинка – за течією. Через час t вони одночасно розвернулись і почали рухатися до містка (місця старту). Хлопчик повернувся до містка через час $\frac{t}{2}$, а дівчинка – через час $2t$. Швидкості хлопчика u_x та дівчинки u_d під час тренування відносно води не змінюються. Визначте: 1) $\frac{u_d}{v_t}$; 2) $\frac{u_x}{v_t}$; 3) $\frac{u_d}{u_x}$.

Задача 2. Черга перед стадіоном. Перед входом на стадіон утворилася черга вболівальників завдовжки 80 метрів. Щохвилини перші 8 уболівальників проходять через прохідну, а за цей же час у кінець черги приходять 4 нових. Через 40 хвилин всі охочі потрапили на стадіон і черга зникла. Вважати, що кожна людина у черзі займає однакове місце. Визначте:

- 1) кількість людей, які пройшли через прохідну;
- 2) середню швидкість людей у черзі (відповідь подайте у метрах за хвилину).

Задача 3. При повністю відкритому крані з гарячою водою відро об'ємом $V_1 = 0,01 \text{ м}^3$ наповнюється за час t_1 , що становить 1 хв 40 с. Якщо повністю відкрити кран із холодною водою, то посудина об'ємом $V_2 = 3 \text{ дм}^3$ наповниться за $t_2 = 24 \text{ с}$. Визначте, за який час t_3 наповниться посудина об'ємом $V_3 = 4,5 \text{ л}$, якщо повністю відкрити одночасно обидва крани.

Методичні публікації

Задача 4. На графіку (рис. 1) подано залежність швидкості автомобіля від пройденого шляху. Визначте, яку половину свого шляху автомобіль проїде швидше: першу чи другу. У скільки разів?

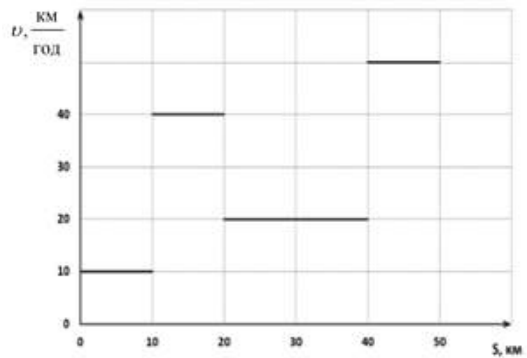


Рисунок 1

Задача 5. У парку відпочинку юний фізик Славко визначив, що він проходить повне коло по нерухомій каруселі за 8 с. Коли карусель увімкнули, то виявилося, що вона робить один повний оберт за 12 с. Славко починає йти по краю рухомої каруселі в напрямку її руху. За який час він зробить один повний оберт відносно Максима, який стоїть на землі? Швидкість Славка в обох випадках однакова.

8 клас

Задача 1. Див. № 1, 7 клас.

Задача 2. Лід і вода. У теплоізоляованій посудині невеликої теплоємності міститься лід при температурі $t = 0^\circ\text{C}$, який щільно примерз до дна і стінок. У цю посудину наливають воду масою $m_B = 300$ г, температура якої становить $t_B = 80^\circ\text{C}$. Після настання теплової рівноваги виявилося, що посудина заповнена на $V = 1$ л. Визначте:

- кінцеву температуру в посудині;
- кінцеву масу речовини, що міститься в посудині.

Густина води $\rho_0 = 1000$ кг/м³, густина льоду $\rho_L = 900$ кг/м³. Питома теплоємність води $c_B = 4200$ Дж/(кг·°C), питома теплота плавлення льоду $\lambda = 336$ кДж/кг.

Задача 3. Пружини. До двох вертикально розташованих пружин однакової довжини підвісили однорідний стержень масою $M = 2$ кг та довжиною $L = 40$ см. Жорсткість лівої пружини в 3 рази менша ніж правої. Якщо до цього стержня підвісити вантаж масою m на відстані $d = 5$ см від правої пружини, то стержень буде розташований горизонтально, а видовження обох пружин при цьому будуть однаковими (рис. 2). Визначте масу m вантажу, який підвісили.

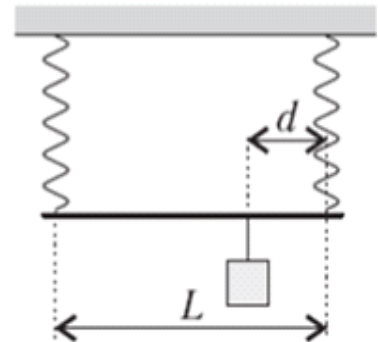


Рисунок 2

Задача 4. Ведмежа на крижині. Після того як біле ведмежатко стало на крижину, що плавала у воді, глибина занурення крижини збільшилася на $h_1 = 8$ см. Через деякий час від крижини відламався шматок льоду площею $S = 0,9$ м², і внаслідок цього глибина занурення крижини збільшилася ще на $h_2 = 5,6$ см. Визначте масу білого ведмежатка.

Задача 5. Див. № 2, 7 клас.

9 клас

Задача 1. Див. № 1, 7 клас.

Задача 2. Див. № 2, 8 клас.

Задача 3. Див. № 3, 8 клас.

Задача 4. Свічка. Дві людини розглядають одну й ту ж свічку через однакові лінзи з фокусною відстанню F . Одна людина бачить пряме зображення, а друга – обернене. В обох випадках відстань від свічки до ближнього фокуса однакова і становить l .

- Побудуйте зображення свічки в обох випадках.
- Знайдіть відношення висоти прямого зображення до висоти оберненого, якщо зір у спостерігачів нормальний.

Задача 5. Резистори та вольтметри. Електричне коло складається з однакових резисторів і однакових вольтметрів (рис. 3). Перший вольтметр показує $U_1 = 10$ В, а третій $U_3 = 8$ В. Що показує другий вольтметр?

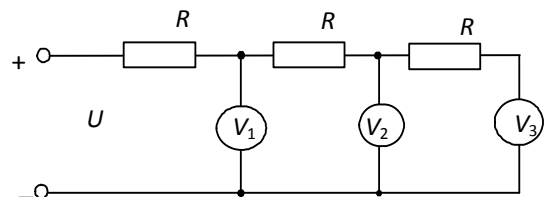


Рисунок 3

10 клас

Задача 1. В автомобіля «Мерседес Віто» 111 CDI ведучою є задня пара коліс. Коробка передач автоматична. Відстань між осями $l = 343$ см. Центр мас автомобіля у спорядженому стані знаходиться на висоті $h = 50$ см, на однаковій відстані від осей передніх і задніх коліс. Коефіцієнт тертя ковзання між шинами і сухим асфальтовим покриттям $\mu_k = 0,6$, а середнє значення коефіцієнта тертя спокою – $\mu_c = 0,7$, $g = 9,8 \frac{M}{c^2}$. На шини якої осі (передньої чи задньої) діє більша реакція опори під час прискореного руху автомобіля? Визначити модуль середнього прискорення, з яким автомобіль може робити розгін. Якої швидкості набуде автомобіль через $t = 4,5$ с рівноприскореного руху? Після розгону водій помітив перешкоду і екстрено гальмує. Яку відстань проїде автомобіль до зупинки, якщо час реакції водія становить $\tau = 0,75$ с? Опором повітря знехтувати.

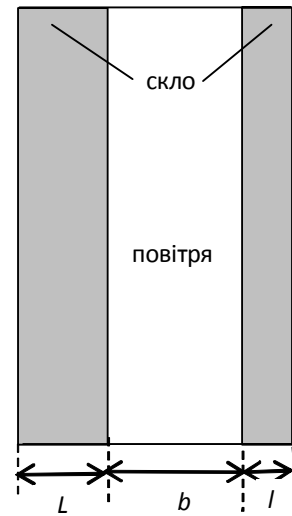


Рисунок 4

Задача 2. На яхті, яка рухається зі швидкістю 30 км/год, опускають вітрила. Після проходження 100 м швидкість яхти зменшується до 10 км/год. Знайти відстань від точки опускання вітрил до зупинки яхти, якщо:

- а) сила опору, що діє на яхту, є сталою;
- б) силу опору, що діє на яхту, вважати пропорційною швидкості.

Задача 3. Під час ремонту магазину було встановлено склопакети, конструкцію яких показано на рис. 4. Товщина товстого скла $L = 1$ см, а тонкого $l = 0,5$ см. Внутрішня відстань між стеклами $b = 2$ см. Одну раму поставили товстим склом усередину приміщення, а другу – назовні. Температура на вулиці $t_1 = -10$ °С, а в магазині – $t_2 = +20$ °С. Тепловтрата пропорційна різниці температур. Температура повітря між стеклами завдяки конвекції скрізь однакова. Яка температура повітря встановлюється між стеклами у кожній із рам? Зобразити графічно залежність температури від відстані. Яке встановлення рам є доцільнішим?

Задача 4. Див. № 4, 9 клас.

Задача 5. Пружинний маятник вивели із положення рівноваги і відпустили. Період коливань тіла дорівнює 1,5 с. Амплітуда коливань становить 10 см. З якою середньою швидкістю тіло рухається протягом чверті періоду? Визначити середні швидкості, з якими тіло проходить першу та другу половини амплітуди.

11 клас

Задача 1. Див. № 1, 10 клас.

Задача 2. Див. № 4, 9 клас.

Задача 3. Уперше ідеальний газ нагрівають у циліндрі під поршнем так, що його температура збільшилася на 20 %, а об'єм збільшився на 2 %. Вдруге цей газ нагрівають у циліндрі так, що його температура збільшилася на 2 %, а об'єм – на 20 %. На скільки відсотків змінився тиск газу в кожному випадку?

Задача 4. Проводячи дослідження джерела постійного струму, учень зафіксував двічі покази амперметра та вольтметра: $I_1 = 0,5$ А, $U_1 = 3,6$ В та $I_2 = 2,0$ А, $U_2 = 2,4$ В (рис. 5). Побудувати вольт-амперну характеристику джерела живлення. Використовуючи її, визначити ЕРС, внутрішній опір джерела струму та силу струму короткого замикання. Амперметр і вольтметр ідеальні.

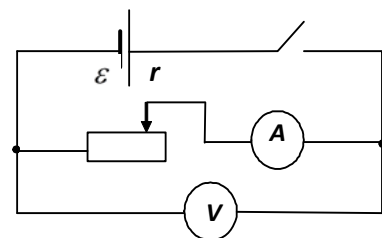


Рисунок 5

Задача 5. Конденсатор ємністю C після замикання ключа K_1 починає розряджатися через резистор опором R і котушку індуктивністю L . У момент, коли сила струму в колі досягає максимального значення I_0 , замикають ключ K_2 (рис. 6). Чому дорівнює напруга на котушці безпосередньо перед замиканням ключа K_2 та максимальна сила струму в котушці при наступних коливаннях?

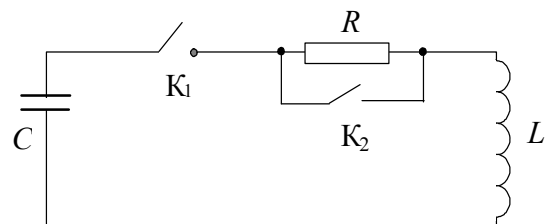


Рисунок 6

Розв'язування задач 7 класу

Задача 1. Нехай l_1 та l_2 – шлях, який пропливе хлопчик та дівчинка відносно берега від місця старту до розвороту. Враховуючи вимоги умови задачі, запишемо:

$$l_1 = (v_1 + v)t \quad (1),$$

$$l_2 = (v_2 + v)t \quad (2).$$

Для руху хлопчика й дівчинки після розвороту:

$$l_1 = (v_1 + v)\frac{t}{2} \quad (3).$$

$$l_2 = (v_2 - v)2t \quad (4).$$

Прирівнявши (1) і (3), отримаємо:

$$(v_1 + v)\frac{t}{2} = (v_1 - v)t \quad (5).$$

З рівняння (5) отримаємо: $\frac{v_1}{v} = 3 \quad (6).$

Прирівнявши (2) і (4), отримаємо:

$$(v_2 + v)t = (v_2 - v)2t \quad (7).$$

З рівняння (7) отримаємо: $\frac{v_2}{v} = 3 \quad (8).$

Поділивши (6) на (8), отримаємо: $v_2 = v_1.$

Задача 2. Нехай N – загальна кількість уболівальників, які пройшли через прохідну: $N = \frac{8}{1 \text{ хв}} \cdot 40 \text{ хв} = 320$ осіб.

Нехай N_2 – кількість нових уболівальників, які стали в чергу за 40 хвилин: $N_2 = \frac{4}{1 \text{ хв}} \cdot 40 \text{ хв} = 160$ осіб.

Отже, N_1 кількість уболівальників, які були в черзі: $N_1 = N - N_2 = 160$ осіб. Якщо відстань, яку займає один уболівальник у черзі, становитиме $\frac{l}{N_1}$, то швидкість руху уболівальників у черзі визначимо як:

$$v = \frac{8}{1 \text{ хв}} \frac{l}{N_1} = \frac{8}{1 \text{ хв}} \frac{80 \text{ м}}{160} = 4 \frac{\text{м}}{\text{хв}}.$$

Задача 3. Об'ємна витрата води під час витікання з першого та другого кранів становить $\frac{V_1}{t_1}$ та $\frac{V_2}{t_2}$

відповідно. Якщо відкрити два крани одночасно, то об'ємна витрата води становитиме $\frac{V_3}{t_3}$.

Очевидно, що $\frac{V_3}{t_3} = \frac{V_1}{t_1} + \frac{V_2}{t_2}$. З останнього рівняння знайдемо невідомий час: $t_3 = \frac{t_1 t_2}{V_1 t_2 + V_2 t_1} V_3$;

$$t_3 = \frac{100 \text{ с} \cdot 24 \text{ с}}{10 \text{ л} \cdot 24 \text{ с} + 3 \text{ л} \cdot 40 \text{ с}} \cdot 4,5 \text{ л} = 20 \text{ с}.$$

Задача 4. Із графіка видно (див. рис. 1), що весь шлях становить $l = 50$ км. Перша половина буде складатися з трьох ділянок: $l_1 = 10$ км, $l_2 = 10$ км, $l_3 = 5$ км, друга – з двох: $l_3 = 15$ км, $l_4 = 10$ км. Швидкості руху на цих ділянках будуть становити: $v_1 = 10 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $v_2 = 40 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $v_3 = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $v_4 = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $v_5 = 50 \frac{\text{км}}{\text{год}}$

відповідно. Час руху на цих ділянках t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 відповідно. Очевидно, що: $t_I = t_1 + t_2 + t_3$ (1), а $t_{II} = t_4 + t_5$ (2), де t_I та t_{II} – час руху на першій та другій половинах усього шляху. Визначимо t_I та t_{II} :

$$t_I = \frac{10 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{10 \frac{\text{км}}{\text{год}}} + \frac{10 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{40 \frac{\text{км}}{\text{год}}} + \frac{5 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{20 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = 1,5 \text{ год}; \quad t_{II} = \frac{15 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{20 \frac{\text{км}}{\text{год}}} + \frac{10 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{50 \frac{\text{км}}{\text{год}}} = 0,95 \text{ год}; \quad \frac{t_I}{t_{II}} = \frac{1,5 \text{ год}}{0,95 \text{ год}} \approx 1,58.$$

Задача 5. Нехай v_1 та v_2 – швидкості руху Славка відносно землі у першому та другому випадках, а R – радіус каруселі. $v_1 = \frac{2\pi \cdot R}{t_1}$ (1), $v_2 = \frac{2\pi \cdot R}{t_2}$ (2).

Оскільки Славко рухається в напрямку руху каруселі, то відносно землі його швидкість становитиме $v = v_1 + v_2$ (3). З іншого боку, $v = \frac{2\pi \cdot R}{t}$ (4), де t – час одного повного оберта у третьому випадку.

Підставивши (1), (2), (4) в (3), отримаємо: $\frac{2\pi \cdot R}{t} = \frac{2\pi \cdot R}{t_1} + \frac{2\pi \cdot R}{t_2}$; $\frac{1}{t} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}$. З останнього рівняння:

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}; \quad t = \frac{8 \text{ с} \cdot 12 \text{ с}}{8 \text{ с} + 12 \text{ с}} = 4,8 \text{ с}.$$

Розв'язування задач 8 класу

Задача 1. Див. розв'язування задачі 1, 7 клас.

Задача 2. Очевидно, що об'єм води, яку наливають у посудину, становить $V_2 = 300 \text{ см}^3$.

Дано:

$$t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_b = 80 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$m_b = 300 \text{ г}$$

$$V = 1 \text{ л}$$

$$\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$$

$$c_b = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}$$

$$\lambda = 336 \text{ кДж/кг}$$

$$t_k = ?, M = ?$$

Визначимо кількість теплоти, яку віддасть вода при охолодженні до $0 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$Q_1 = c \cdot m(t_b - t) \quad (1).$$

$$Q_1 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C}} \cdot 0,3 \text{ кг} \cdot 80 \text{ }^\circ\text{C} = 10\,800 \text{ Дж}.$$

Визначимо масу льоду, яку можна розплавити за рахунок цієї кількості теплоти:

$$m_1 = \frac{Q_1}{\lambda} \quad (2); \quad m_1 = \frac{10\,800 \text{ Дж}}{336\,000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} \approx 0,0321 \text{ кг}.$$

Об'єм води, яка утвориться з цієї частини льоду, становитиме:

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_0} \quad (2); \quad V_1 = \frac{32,1 \text{ г}}{1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = 32,1 \text{ см}^3.$$

Оскільки об'єм посудини 1 л, то це означає, що не весь лід розтане, тому після настання теплової рівноваги в посудині буде лід та вода при $0 \text{ }^\circ\text{C}$.

Отже, об'єм льоду, який міститиметься в посудині, становитиме: $V_l = 1000 \text{ см}^3 - 300 \text{ см}^3 - 32,1 \text{ см}^3 \approx 668 \text{ см}^3$.

Тоді маса льоду $m_l = V_l \rho_l$. Шукана маса речовини у посудині $M = m_b + m_1 + m_l$. $M = 300 + 32,1 + 668 \cdot 0,9 = 933,3 \text{ (г)}$.

Задача 3. Нехай k – жорсткість лівої пружини, F_1 та F_2 – сили пружності у лівій та правій пружинах відповідно.

Запишемо умови рівноваги стержня: $F_1 L = Mg \frac{L}{2} + mgd$ (1); $F_1 + F_2 = Mg + mg$ (2).

Очевидно, що $F_1 = kx$ (3). $F_2 = 3kx$ (4).

Врахувавши (3) та (4), рівняння (1) та (2) наберуть вигляду:

$$kxL = Mg \frac{L}{2} + mgd \quad (5); \quad kx + 3kx = Mg + mg \quad (6); \quad 4kx = Mg + mg \quad (7).$$

З рівняння (5): $kx = \frac{1}{2}Mg + \frac{mgd}{L}$ (8).

Підставивши (8) у (7), отримаємо: $\frac{4}{2}Mg + 4\frac{mgd}{L} = Mg + mg$ (9).

З останнього рівняння знайдемо масу вантажу: $m = \frac{ML}{L-4d}$ (10). $m = \frac{2 \text{ кг} \cdot 0,4 \text{ м}}{0,4 \text{ м} - 4 \cdot 0,05 \text{ м}} = 4 \text{ кг}$.

Задача 4. Нехай m – маса ведмежатка, S_1 – площа крижини, ρ – густина води. Після того як ведмежатко стало на крижину, глибина її занурення збільшилася й цей випадок можна описати рівнянням: $mg = \rho \cdot g \cdot S_1 h_1$ (1).

Після того як від крижини відламалася її частина: $mg = \rho \cdot g(S_1 - S) \cdot (h_1 + h_2)$ (2).

З формули (1) визначимо площу крижини й підставимо в (2):

$$m = \rho \cdot \left(\frac{m}{\rho \cdot h_1} - S\right) \cdot (h_1 + h_2) \quad (3); \quad m = \rho \cdot \frac{m}{\rho \cdot h_1} h_1 + \rho \cdot \frac{m}{\rho \cdot h_1} h_2 - \rho S h_1 - \rho S h_2; \quad m = \rho \cdot S \cdot (h_1 + h_2) \frac{h_1}{h_2};$$

$$m = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,9 \text{ м}^2 \cdot 0,136 \text{ м} \cdot \frac{0,08 \text{ м}}{0,056 \text{ м}} \approx 175 \text{ кг}.$$

Задача 5. Див. розв'язування задачі 2, 7 клас.

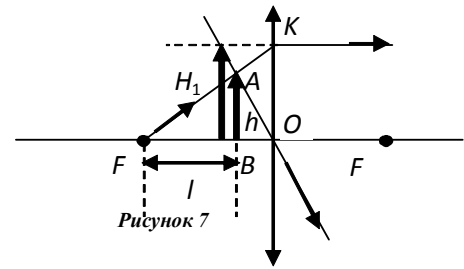
Розв'язування задач 9 класу

Задача 1. Див. розв'язування задачі 1, 7 клас.

Задача 2. Див. розв'язування задачі 2, 8 клас.

Задача 3. Див. розв'язування задачі 3, 8 клас.

Задача 4. Оскільки одне зображення є оберненим, то лінзи – збиральні. Пряме зображення є уявним і отримується у випадку, коли предмет знаходиться між лінзою та фокусом. Виконаємо побудову зображення для першого випадку (рис. 7). Із рисунка видно, що висота зображення $H_1 = KO$. З подібності трикутників



KOF і ABF знаходимо: $\frac{KO}{OF} = \frac{AB}{BF}$ або $\frac{H_1}{F} = \frac{h}{l}$. Звідси: $H_1 = \frac{F}{l} h$.

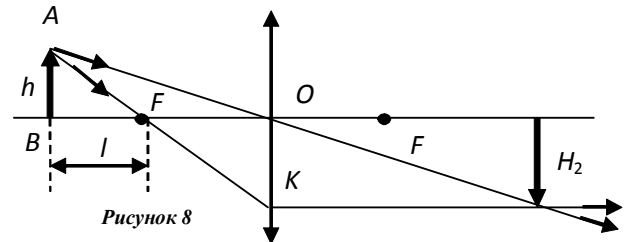
Виконаємо побудову зображення для дійсного оберненого зображення (рис. 8). У цьому випадку свічка знаходиться обов'язково між фокусом та подвійним фокусом, бо $l < F$.

З рисунка видно, що висота зображення $H_2 = KO$.

З подібності трикутників KOF і ABF знаходимо:

$$\frac{KO}{OF} = \frac{AB}{BF} \quad \text{або} \quad \frac{H_2}{F} = \frac{h}{l}. \quad \text{Звідси:} \quad H_2 = \frac{F}{l} h. \quad \text{Отже,}$$

$$H_2 = H_1 \quad \text{або} \quad \frac{H_1}{H_2} = 1.$$



Задачу можна розв'язати і з використанням формули тонкої лінзи.

$$1) \quad \text{Для прямого уявного зображення:} \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}, \quad d = F - l, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{F - l} - \frac{1}{F}, \quad f = \frac{(F - l)F}{l}.$$

$$\text{Збільшення} \quad \frac{H_1}{h} = \frac{f}{d} = \frac{F}{l}.$$

$$2) \quad \text{Для оберненого дійсного зображення:} \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad d = F + l, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{F + l}, \quad f = \frac{(F + l)F}{l}.$$

$$\text{Збільшення} \quad \frac{H_2}{h} = \frac{f}{d} = \frac{F}{l}. \quad \text{Отже,} \quad H_2 = H_1.$$

Задача 5. Вольметр показує спад напруги на ділянці кола, до якої він під'єднаний паралельно:

$$U_2 = I_3(R + R_V) \quad (1); \quad U_1 = U_2 + (I_2 + I_3)R \quad (2).$$

Дано:

$$U_1 = 10 \text{ В}$$

$$U_3 = 8 \text{ В}$$

$$U_2 = ?$$

Він також показує спад напруги

на самому собі: $U_3 = I_3 R_V \quad (3);$

$$U_2 = I_2 R_V \quad (4).$$

Рівняння (1-4) містять п'ять невідомих. Знайдемо сили струмів

I_2, I_3 (рис. 9) із рівнянь (3) та (4) і підставимо в рівняння (1) та (2):

$$U_2 = \frac{U_3}{R_V}(R + R_V), \quad U_1 = U_2 + \left(\frac{U_2}{R_V} + \frac{U_3}{R_V}\right)R.$$

Або: $U_2 = U_3 \left(\frac{R}{R_V} + 1\right) \quad (5), \quad U_1 = U_2 + (U_2 + U_3) \frac{R}{R_V} \quad (6).$ Розв'язуємо рівняння (5) і (6) як систему:

$$\frac{R}{R_V} = \frac{U_1 - U_2}{U_2 + U_3}, \quad U_2 = U_3 \left(\frac{U_1 - U_2}{U_2 + U_3} + 1\right), \quad U_2 = U_3 \cdot \frac{U_1 + U_3}{U_2 + U_3}, \quad U_2(U_2 + U_3) = U_3(U_1 + U_3).$$

Отримуємо квадратне рівняння відносно U_2 :

$$U_2^2 + U_3 U_2 - U_3(U_1 + U_3) = 0.$$

Перейдемо до рівняння з числовими коефіцієнтами:

$$U_2^2 + 8U_2 - 144 = 0.$$

$$U_2 = -4 + \sqrt{16 + 144} = -4 + \sqrt{160} = -4 + 12,65 = 8,65 \text{ (В)}.$$

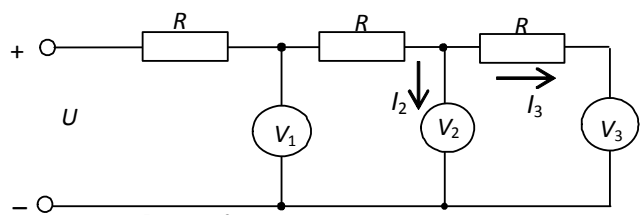


Рисунок 9

Розв'язування задач 10 класу

Задача 1. Позначимо всі сили, які діють на автомобіль під час розгону. Хоча сила тяжіння прикладена у точці, яка ділить відстань між осями навпіл, вага автомобіля розподіляється між колесами нерівномірно. Реакція опори на задню вісь більша, ніж на передню. Запишемо закон руху автомобіля: $\vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тер}} = m\vec{a} \quad (1).$ Проскретуємо рівняння на осі ox : $F_{\text{тер}} = ma \quad (2);$

Дано:

$$h = 50 \text{ см}$$

$$l = 343 \text{ см}$$

$$\mu_k = 0,6$$

$$\mu_c = 0,7$$

$$t = 4,5 \text{ с}$$

$$\tau = 0,75 \text{ с}$$

$$g = 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

$$a = ?, v = ?,$$

$$S = ?$$

$$oy: N_1 - mg + N_2 = 0 \quad (3). \quad F_{\text{тер}} = \mu_c N_1.$$

Для визначення N_1 потрібно використати правило моментів відносно центра мас автомобіля:

$$F_{\text{тер}} h - N_1 \frac{l}{2} + N_2 \frac{l}{2} = 0.$$

$$N_1 - N_2 = F_{\text{тер}} \frac{2h}{l}. \quad \text{Додамо останнє}$$

рівняння з рівнянням (3):

$$2N_1 - mg = F_{\text{тер}} \frac{2h}{l}. \quad \text{Звідси:}$$

$$N_1 = \frac{1}{2} \left(mg + F_{\text{тер}} \frac{2h}{l} \right), \quad F_{\text{тер}} = \frac{\mu_c mg}{2} + F_{\text{тер}} \frac{2\mu_c h}{l}. \quad \text{Звідси:}$$

$$F_{\text{тер}} = \frac{\mu_c mg}{2 \left(1 - \frac{\mu_c h}{l} \right)}. \quad \text{Прискорення розгону автомобіля: } a = \frac{F_{\text{тер}}}{m} = \frac{\mu_c g}{2 \left(1 - \frac{\mu_c h}{l} \right)} = \frac{\mu_c g l}{2(l - \mu_c h)}. \quad \text{Обчислимо}$$

прискорення: $a = \frac{0,7 \cdot 9,8 \cdot 3,43}{2(3,43 - 0,7 \cdot 0,5)} = 3,82 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right).$ Швидкість через 4,5 с розгону $v = at.$

$$v = 3,82 \cdot 4,5 = 17,19 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right) \approx 62 \frac{\text{км}}{\text{год}}. \quad \text{Зупинний шлях дорівнює сумі шляху, який проїде автомобіль за час}$$

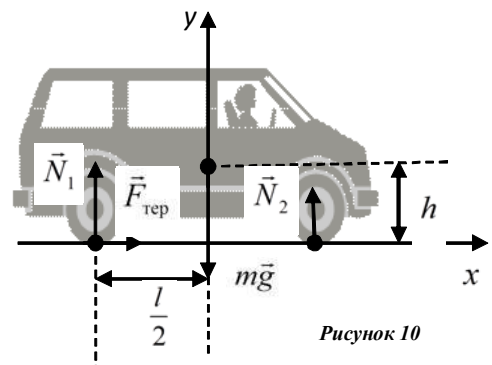


Рисунок 10

Методичні публікації

реакції, та гальмівного шляху. Автомобіль гальмує із прискоренням $a_r = \mu_k g$. $S_r = \frac{v^2}{2\mu_k g}$.

$$S_r = \frac{17,19^2}{2 \cdot 0,6 \cdot 9,8} = 25,13 \text{ (м)}. S_3 = v\tau + S_r. S_3 = 17,19 \cdot 0,75 + 25,13 = 12,89 + 25,13 = 38,02 \text{ (м)}.$$

Задача 2. А). У першому випадку яхта рухається рівносповільнено. Запишемо залежність між швидкостями, шляхом і прискоренням для двох випадків: $v_0^2 - v_1^2 = 2aS_1$ (1); $v_0^2 = 2aS_2$ (2).

Дано:

$$v_0 = 30 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_1 = 10 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$S_1 = 100 \text{ м}$$

$$a) F_{\text{он}} = \text{const}$$

$$б) F_{\text{он}} = kv$$

$$S_2 = ?$$

Поділимо рівняння (2) на (1). $\frac{S_2}{S_1} = \frac{v_0^2}{v_0^2 - v_1^2}$. Звідси знаходимо: $S_2 = \frac{v_0^2}{v_0^2 - v_1^2} \cdot S_1$.

$$S_2 = \frac{30^2}{30^2 - 10^2} \cdot 100 = \frac{900}{8} = 112,5 \text{ (м)}.$$

Б). У цьому випадку закон руху має вигляд: $kv = ma$ або $k \frac{\Delta S}{\Delta t} = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

$k\Delta S = m\Delta v$. Запишемо останнє рівняння для двох випадків: $kS_1 = m(v_0 - v_1)$ (1),

$kS_2 = mv_0$ (2). Поділимо рівняння (2) на (1). $\frac{S_2}{S_1} = \frac{v_0}{v_0 - v_1}$. Звідси знаходимо:

$$S_2 = \frac{v_0}{v_0 - v_1} \cdot S_1. S_2 = \frac{30}{30 - 10} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 100}{2} = 150 \text{ (м)}.$$

Задача 3. Оскільки тепловтрата пропорційна Δt , то температура у склі змінюється лінійно із товщиною.

Дано:

$$L = 1 \text{ см}$$

$$l = 0,5 \text{ см}$$

$$b = 2 \text{ см}$$

$$t_1 = -10 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_{n1} = ?, t_{n2} = ?$$

Температура повітря між стеклами внаслідок конвекції скрізь однакова, а тому не залежить від ширини повітряного проміжку. Можемо уявно скласти стекла.

Якщо зовні поставити товстіше скло AA' , то між ними температура становить $t_{n1} = +10 \text{ }^\circ\text{C}$. Якщо ж зовні поставити тонше скло BB' , то між ними встановиться температура $t_{n2} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. У цьому випадку на поверхні тонкого скла може кристалізуватися

водяна пара, яка є у повітрі між стеклами. Таке встановлення склопакетів є незручним.

Задача 4. Див. розв'язування задачі 4, 9 клас.

Задача 5. За чверть періоду тіло проходить шлях, що дорівнює амплітуді, тому $v_c = \frac{A}{t} = \frac{4A}{T}$.

Дано:

$$A = 10 \text{ см}$$

$$T = 1,5 \text{ с}$$

$$t = \frac{T}{4}$$

$$S_1 = S_2 = \frac{A}{2}$$

$$v_c = ?,$$

$$v_{c1} = ?, v_{c2} = ?$$

$$v_c = \frac{4 \cdot 0,1}{1,5} = 0,27 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Знайдемо час t_1 , за який тіло проходить першу половину амплітуди. Рівняння коливань: $x = A \cos \omega t$, $\frac{A}{2} = A \cos \omega t_1$, $\frac{1}{2} = \cos \omega t_1$, $\frac{1}{2} = \cos \omega t_1$, $\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{3}$,

$t_1 = \frac{T}{6}$. Середня швидкість руху тіла на першій половині амплітуди:

$$v_{c1} = \frac{A}{2t_1} = \frac{3A}{T}. v_{c1} = \frac{3 \cdot 0,1}{1,5} = \frac{1}{5} = 0,2 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Час t_2 , за який тіло проходить другу половину амплітуди, $t_2 = \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12}$. Середня швидкість руху тіла на

другій половині амплітуди: $v_{c2} = \frac{A}{2t_2} = \frac{6A}{T}. v_{c2} = \frac{6 \cdot 0,1}{1,5} = 0,4 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$

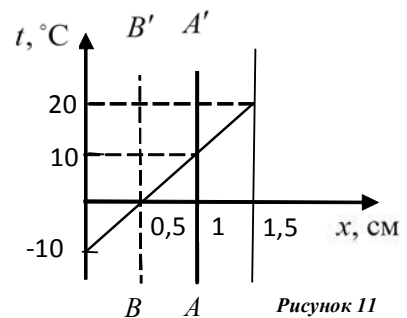


Рисунок 11

Розв'язування задач 11 класу

Задача 1. Див. розв'язування задачі 1, 10 клас.

Задача 2. Див. розв'язування задачі 4, 9 клас.

Задача 3. З умови задачі отримуємо, що $T_2 = 1,2T_1$, $V_2 = 1,02V_1$. Маса газу стала, тож використаємо

$$\begin{aligned} \text{Дано:} \\ \frac{T_2 - T_1}{T_1} = 0,2 \\ \frac{V_2 - V_1}{V_1} = 0,02 \\ \frac{T_2' - T_1}{T_1} = 0,02 \\ \frac{V_2' - V_1}{V_1} = 0,2 \\ \frac{P_2 - P_1}{P_1} = ? \\ \frac{P_2' - P_1}{P_1} = ? \end{aligned}$$

рівняння Клапейрона: $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$. Звідси знаходимо: $P_2 = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} P_1$,

$P_2 = \frac{V_1}{1,02V_1} \frac{1,2T_1}{T_1} P_1 = 1,18 P_1$. $\frac{P_2 - P_1}{P_1} \cdot 100\% = 18\%$. У першому випадку тиск газу збільшився на 18%.

З умови задачі $T_2' = 1,02T_1$, $V_2' = 1,2V_1$. Використаємо знову рівняння

Клапейрона: $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2' V_2'}{T_2'}$. Звідси знаходимо: $P_2' = \frac{V_1 T_2'}{V_2' T_1} P_1$,

$P_2' = \frac{V_1}{1,2V_1} \frac{1,02T_1}{T_1} P_1 = 0,85 P_1$. $\frac{P_2' - P_1}{P_1} \cdot 100\% = -15\%$. У другому випадку тиск газу зменшився на 15%.

Задача 4. Залежність U від I лінійна: $U = \mathcal{E} - Ir$. Будемо графік прямої за двома заданими точками (рис. 12).

Продовжуємо графік до перетину з осями координат. При $I = 0$, $U = \mathcal{E} = 4$ В. Перетин прямої з віссю

абсцис $I = I_{\text{к.з.}} = 5$ А. Сила струму короткого замикання

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r}. \text{ Звідси знаходимо: } r = \frac{\mathcal{E}}{I_{\text{к.з.}}} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ (Ом).}$$

Задачу можна розв'язати й аналітично. Для цього потрібно розв'язати систему двох рівнянь:

$$3,6 = \mathcal{E} - 0,5r \quad (1); \quad 2,4 = \mathcal{E} - 2r \quad (2).$$

$$\text{Віднімемо рівняння: } 1,2 = 1,5r, \quad r = \frac{1,2}{1,5} = 0,8 \text{ (Ом).}$$

$$\mathcal{E} = 3,6 + 0,5r = 4 \text{ (В)}. \text{ Тоді сила струму короткого замикання: } I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{4}{0,8} = 5 \text{ (А)}.$$

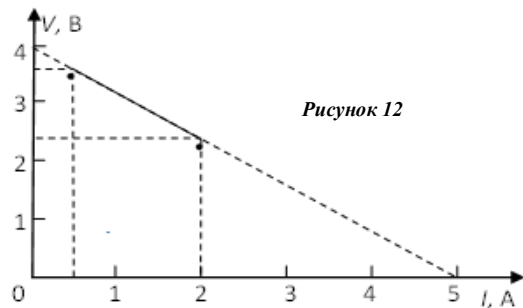


Рисунок 12

Задача 5. Коли сила струму в колі (рис. 6) досягає екстремуму (max), то $\frac{dI}{dt} = 0$, а отже ЕРС самоіндукції

$$\mathcal{E}_{\text{с.і.}} = 0. \quad U_L = 0, \text{ тому напруга на резисторі дорівнює напрузі на конденсаторі: } U_C = U_R; \quad \frac{q_0}{C} = I_0 R.$$

Звідси: $q_0 = I_0 RC$. Загальна енергія контуру складається з енергії електричного поля конденсатора й енергії

магнітного поля котушки: $E = \frac{q_0^2}{2C} + \frac{LI_0^2}{2}$. Після замикання ключа K_2 , в колі відбуваються незагасаючі

коливання. Максимальне значення сили струму знайдемо із закону збереження енергії.

$$\frac{q_0^2}{2C} + \frac{LI_0^2}{2} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2}; \quad \frac{q_0^2}{CL} + I_0^2 = I_{\text{max}}^2; \quad I_{\text{max}}^2 = \frac{I_0^2 R^2 C^2}{LC} + I_0^2 = I_0^2 \left(\frac{R^2 C}{L} + 1 \right).$$

$$\text{Остаточно: } I_{\text{max}} = I_0 \sqrt{\frac{R^2 C}{L} + 1}.$$

Література

1. Алексейчук В., Гальчинський О., Шопя Г. Обласні олімпіади з фізики. Задачі та розв'язки. Львів : ЄвроСвіт, 2004. 184 с. : іл.
2. Гончаренко С. У., Коршак Є. В. Фізика. Олімпіадні задачі. Вип. 2. 9–11 класи. Тернопіль : Навч. кн. – Богдан, 1999. 200 с.
3. Кобель Г. П., Савош В. О. Олімпіадні задачі з фізики. (Районна та обласна учнівська олімпіада з фізики: Волинська область, 2013/2014 навч. рік). Луцьк : ЛУСКУ, 2016. 60 с.
4. Їх же. Олімпіадні задачі з фізики (обласна учнівська олімпіада з фізики: Волинська область, 2015/2019 навч. рік). Луцьк : Вежа-Друк, 2020. 96 с.