

Д. В. Васильєва, О. П. Вашуленко

Практикум з алгебри

для 7–9 класів



Київ
Видавничий дім «Освіта»
2024

УДК 373.5.016:51](072)

В19

Рекомендовано Вченою радою Інституту педагогіки НАПН України
(протокол №13 від 18 грудня 2023 року)

Рецензенти:

Т. Л. Годованюк — доктор педагогічних наук, доцент, проректор із наукової роботи, професор кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.

Н. С. Мініна — учитель математики ліцею «Престиж».

Васильєва Д. В.

В19 Практикум з алгебри для 7–9 класів. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2024. — 37 с.

ISBN 978-966-983-463-8.

УДК 373.5.016:51](072)

ISBN 978-966-983-463-8

© Васильєва Д. В., Вашуленко О. П., 2024

© Інститут педагогіки НАПН України, 2024

© Видавничий дім «Освіта», 2024

Передмова.....	4
----------------	---

7 клас

Вирази	5
Функції.....	7
Рівняння та їх системи	11
Робота з даними.....	13

8 клас

Степінь із цілим показником	15
Функції.....	16
Множини.....	18
Іраціональні вирази	19
Квадратні рівняння й ті, що зводяться до квадратних	20
Робота з даними.....	22

9 клас

Нерівності та їх системи.....	24
Функції.....	27
Рівняння та системи рівнянь	30
Числові послідовності.....	32
Робота з даними.....	34

Відповіді

7 клас.....	36
8 клас.....	36
9 клас.....	37

Передмова

Перед вами практикум, що містить алгебраїчні задачі для 7–9 класів.

Практикум має на меті посилити прикладну спрямованість шкільного курсу алгебри й показати, як знання з алгебри можна використати в житті, майбутній професії або для вивчення інших предметів.

Задачі подано групами по три. Перша — абстрактна і є базою для розв’язування другої задачі, яка є прикладною. Третя задача також є прикладною, зазвичай тісно пов’язана з другою і вимагає від учнів інтерпретації чи критичної оцінки. Орієнтуючись на Державний стандарт базової середньої освіти та свідоцтво досягнень, за допомогою першої задачі зручно оцінити групу результатів «Розв’язування математичних задач». Друга і третя задачі потребують дослідження, моделювання, переосмислення способу розв’язування і розв’язку, тож можуть стати в пригоді для оцінювання груп результатів «Опрацювання проблемних ситуацій та створення математичних моделей» і «Критичне оцінювання процесу та результату розв’язання проблемних ситуацій».

Можна обирати для розв’язування одну чи дві задачі з трьох, але найкраще — розв’язувати їх послідовно, три задачі одна за одною. Завдання підібрані так, що їх виконання спонукає до усвідомлення властивостей алгебраїчних понять і способів дій. Корисно також спробувати сформулювати ще кілька задач до кожної трійки. Такий підхід дасть змогу поступово ускладнювати діяльність учнів та показати зв’язок абстрактних і прикладних алгебраїчних задач.

Практикум допоможе вчителям організувати самостійну діяльність учнів, роботу в парах, групах, дискусію, а школярам — усвідомити практичне значення алгебри, необхідність математичних знань у сучасному житті.

7 клас

Вирази

- 1.1. На скільки добуток чисел x та 7 більший за добуток 100 і c ? Запишіть вираз.
- 1.2. Скільки заплатили за 4 м ситцю та x метрів бязі, якщо ціна 1 м ситцю — 700 грн, а 1 м бязі — p грн?
- 1.3. Чи може вся куплена тканина з задачі 1.2 коштувати дешевше ніж 2800 грн?
- 2.1. Довжина прямокутника дорівнює a см, а ширина — на c см менша за довжину. Запишіть вираз для обчислення периметра прямокутника.
- 2.2. Ширина ділянки прямокутної форми дорівнює x м, а довжина — на 7 м довша. Якої довжини потрібен паркан, щоб обгородити цю ділянку?
- 2.3. Довжина паркану у завданні 2.2 має бути більшою чи меншою ніж $4x$ м?
- 3.1. Знайдіть значення виразу $4,5x - 2,3y$, якщо $x = 15$, а $y = 7$.
- 3.2. Кілограм слив коштує m грн, а кілограм абрикос — n грн. Скільки потрібно заплатити за 2 кг слив та 3 кг абрикос? Знайдіть вартість покупки, якщо $m = 40$ грн, а $n = 55$ грн.
- 3.3. Чи вистачить 250 грн на покупку слив і абрикос у кількості, яка вказана у задачі 3.2?
- 4.1. Запишіть суму добутоків 3 і a та x і 10.
- 4.2. Група людей на квадроциклах виїхала з міста A до міста B , при цьому перші n год вони їхали зі швидкістю 20 км/год, наступні k год — зі швидкістю 40 км/год та останню годину їх швидкість становила 30 км/год. Запишіть вираз для обчислення відстані між містами A та B .
- 4.3. Чи може відстань між містами A і B з задачі 4.2 бути меншою ніж 90 км?
- 5.1. Виразіть a з кожної з рівностей:
- а) $b = ac$; б) $k = a - p$; в) $s = \frac{r}{a}$; г) $t = w + a$.
- 5.2. Виразіть v з формул для рівномірного руху автомобіля:
- а) $S = vt$; б) $t = \frac{s}{v}$.

5.3. Як має змінитися швидкість руху автомобіля, щоб за той самий час він долав більшу відстань?

6.1. Спростіть вираз $k \cdot 3 \cdot d$.

6.2. У магазин завезли a пакунків води. У кожному пакунку 6 пляшок води по 1,5 л. Скільки літрів води привезли до магазину? Запишіть вираз для знаходження розв'язку задачі.

6.3. Чи є вираз з задачі 6.2 одночленом?

7.1. Знайдіть значення виразу a^3 , якщо $a = 10$.

7.2. Обчисліть об'єм акваріума у формі куба, довжина ребра якого 3 дм.

7.3. Визначте, чи поміститься в акваріум з задачі 7.2 30 л води?

8.1. У скільки разів число $6,4 \cdot 10^4$ більше ніж $1,6 \cdot 10^4$?

8.2. Відстань від Землі до Сонця близько $1,5 \cdot 10^8$ км, а відстань від Нептуна до Сонця близько $4,5 \cdot 10^8$ км. У скільки разів відстань від Сонця до Нептуна більша за відстань від Сонця до Землі?

8.3. Як би змінився розв'язок другої задачі, коли б відстань від Нептуна до Сонця була $4,5 \cdot 10^9$?

9.1. Виразіть x з формули: $ax = bx + c$.

9.2. На першій шальці терезів є k гирок по x кг, а на другій — 3 гирки по x кг та ще гиря 2 кг. Терези перебувають у рівновазі. Запишіть вираз для знаходження x .

9.3. Чи зміниться вираз, якщо в другій задачі на першій шальці терезів буде 2 гирки по x кг?

10.1. Обчисліть:

$$\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 17}$$

10.2. Дмитро виконує певну роботу за два дні. Микола виконує цю роботу за три дні, а Назар — за 6 днів. За який час вони виконають цю роботу разом? Хто з хлопців працює найшвидше? Найповільніше?

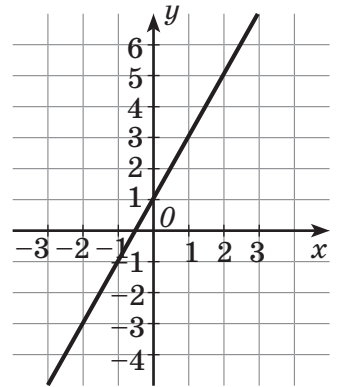
10.3. Хлопці з другої задачі виконали роботу разом й отримали 4500 грн. Скільки грошей належить кожному?

Функції

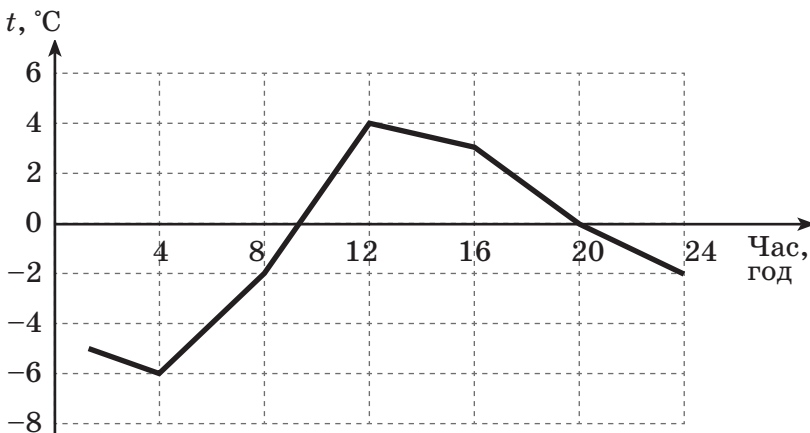
- 11.1. Дано функцію $y = 6x$. Знайдіть значення функції, якщо значення аргументу дорівнює 5. Обчисліть значення аргументу, якщо значення функції дорівнює 36.
- 11.2. Ціна 1 кг товару — 480 грн. Задайте формулою функцію, яка відображає залежність вартості цього товару від його маси. Яка вартість товару масою 15 кг? Товар якої маси коштує 240 грн?
- 11.3. Чи вистачить 3300 грн для купівлі 7 кілограмів товару з задачі 11.2?
- 12.1. Побудуйте таблицю для 5 значень аргументу і відповідних 5 значень функції $y = 10x$.
- 12.2. Скільки арів у k гектарах? Виразіть цю відповідність формулою. Складіть таблицю для 5 значень аргументу.
- 12.3. Чи може функція у другій задачі набувати від’ємних значень?

- 13.1. Користуючись графіком функції, заповніть таблицю.

x	0	-2	2			
y				0	-1	3



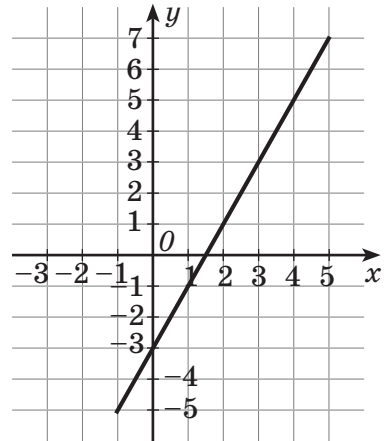
- 13.2. Користуючись графіком зміни температури установіть:
- 1) о котрій годині температура була: а) 4°C ; б) 3°C ; в) -6°C ; г) -2°C ;
- 2) яка температура була о: а) 20 год; б) 12 год; в) 4 год; г) 8 год.



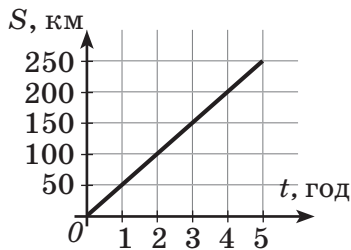
- 13.3. Яка різниця між максимальною і мінімальною температурами на проміжку від 8 до 16 год у другій задачі?

14.1. Заповніть таблицю значень, що відповідає графіку функції, зображеної на малюнку.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y							



14.2. Подано графік руху автомобіля протягом п'яти годин.



Заповніть таблицю значень функції, що відповідає цьому графіку.

Час руху (год)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Відстань (км)										

14.3. З якою швидкістю їхав автомобіль у другій задачі? Що можна сказати про його швидкість на всій ділянці шляху? Як називається такий рух?

15.1. Побудуйте графік функції:
$$\begin{cases} y = 2x, & 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4, & 2 < x < 4 \\ y = 2x - 4, & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

15.2. Побудуйте графік зміни руху велосипедиста, який 2 год їхав зі швидкістю 10 км/год, потім годину відпочивав, після чого з такою самою швидкістю їхав ще 2 год.

15.3. Яке взаємне розташування відрізків, які відображають рух перших двох годин та останніх двох годин у другій задачі?

16.1. Значення функції у 1,5 раза більше за значення аргументу. Задайте формулою цю функцію. Побудуйте її графік для додатних значень функції, які не більше за 6.

16.2. Кілограм кисломолочного сиру коштує 180 грн. Запишіть формулу залежності вартості сиру від його маси.

16.3. Побудуйте графік залежності вартості сиру від його маси з задачі 16.2, за умови, що можливості покупця обмежено 720 гривнями.

17.1. Проаналізуйте аналітичне задання функції $y = 20 - 4x$. Чи є ця функція лінійною? Яких значень може набувати:

а) абсциса; б) ордината?

17.2. Відстань між будинками Марійки і її бабусі 200 км. Марійка їде до бабусі на авто із середньою швидкістю 50 км/год. Поясніть залежність, задану функцією $y = 200 - 50x$.

17.3. Яких значень може набувати у другій задачі: а) x ; б) y ?

18.1. Відомо, що точки $(2; -3)$, $(3; -4)$ належать графіку лінійної функції. Знайдіть значення цієї функції, якщо значення аргументу дорівнює -2 .

18.2. Витрати виробництва на 20 одиниць продукції становлять 10 грн, а на 200 одиниць — 80 грн. Графічним способом визначте витрати на виробництво 40, 100, 120 одиниць продукції, вважаючи, що функція витрат — лінійна.

18.3. Порівняйте, більшими чи меншими за 160 грн є витрати на виробництво 400 одиниць продукції з задачі 18.2?

19.1. Чи є функція $y = 380x$ прямою пропорційністю?

19.2. На фарбування 1 м^2 стіни йде 200 г фарби. Запишіть формулою залежність маси фарби m від площі S стіни, яку фарбуватимуть. Чи є ця описана в другій задачі залежність прямо пропорційною?

19.3. Чи описана в другій задачі залежність маси витраченої фарби від площі стіни прямо пропорційною?

20.1. Заповніть таблицю для значень функції $y = 3x$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

20.2. Ціна чашки в магазині становить 200 грн. Залежність вартості a чашок задано функцією $P = 200a$.

Заповніть таблицю залежності вартості чашок від їх кількості.

Кількість чашок, a	1	2	3	4
Вартість, P (грн)				

Побудуйте графік заданої функції.

20.3. Знайдіть область визначення й область значень функції з задачі 20.2?

- 21.1.** Відомо, що абсциса точки на 7 менше за її ординату. Задайте формулою цю залежність.
- 21.2.** Олег і Максим народилися в один день. Але коли Олегу було 6 років, то Максиму виповнилося лише 2. Запишіть рівняння, що відображає залежність віку Олега від віку Максима.
- 21.3.** Чи задає рівняння з другої задачі лінійну функцію?

- 22.1.** На координатній площині позначте точки, координати яких записано в таблиці. Ці точки є графіком функції $y(x)$, що задана таблично.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0	1	2	3	4	5	6

- 22.2.** За допомогою таблиці зобразіть графічно залежність вартості покупки від кількості одиниць товару.

Кількість	0	1	2	3	4	5	6
Вартість, грн	0	5	10	15	20	25	30

- 22.3.** З яких фігур складається графік $y(x)$ у кожному із завдань 22.1 та 22.2?

- 23.1.** Складіть таблицю значень функції $y = 0,75x$ та побудуйте її графік для невід'ємних x .
- 23.2.** Рівняння руху катера вздовж річки $S = 40t$. Відобразіть цю залежність таблично і графічно.
- 23.3.** Яких значень може набувати t у другій задачі?

- 24.1.** Відомо, що ордината будь-якої точки функції y 5 разів більша за її абсцису. Запишіть цю залежність формулою і побудуйте відповідний графік функції.
- 24.2.** Костя тренується на біговій доріжці. Він хоче подолати зі сталою швидкістю 2 кілометри за 30 хвилин. Задайте рівняння його руху формулою. Побудуйте графік залежності відстані від часу.
- 24.3.** Чи буде продовжуватися графік після 30 хв у другій задачі?

- 25.1.** Знайдіть значення функції $y = 30x - 20$, якщо $x = -2$.
- 25.2.** Вартість оренди електричного самоката вираховується за формулою $y = 50 + 1,5x$, де y — загальна вартість (у грн), x — кількість кілометрів, яку орендар на ньому проїде. Скільки має заплатити за оренду Галина, якщо їй потрібно проїхати 12 км?
- 25.3.** Чи може вартість оренди електричного самоката з другої задачі бути меншою за 50 грн?

Рівняння та їх системи

- 26.1.** Розв'яжіть рівняння: $4 \cdot 3x + 2(2x - 3) = 26$.
- 26.2.** Діана збирала монети номіналом по 1, 5 і 10 грн. Усього їй вдалося зібрати 170 грн. Монет номіналом 1 грн на 30 більше ніж монет номіналом 5 грн, яких у 3 рази більше ніж монет номіналом 10 грн. Яка кількість монет кожного номіналу?
- 26.3.** Якщо порівняти загальну суму гривень у кожній з трьох купок (монети номіналом 1 грн, монети номіналом 5 грн, монети номіналом 10 грн з другої задачі), то в якій із купок сума грошей буде найбільшою?
- 27.1.** Розв'яжіть рівняння: $0,3x = 0,5(8 - x)$
- 27.2.** У театральному гуртку 50 дітей. Скільки серед них хлопців і скільки дівчат, якщо 0,4 кількості дівчат дорівнює 0,6 кількості хлопців?
- 27.3.** Кого в гуртку з другої задачі більше: хлопців чи дівчат?
- 28.1.** Розв'яжіть рівняння: $x + 80 = 3(x + 18)$.
- 28.2.** В Олександри і Тетяни було порівну грошей. Коли Олександра купила собі пазли за 90 грн, а Тетяна фарби за 120 грн, то в Тетяни грошей залишилося у 2 рази менше ніж в Олександри. Скільки грошей було в дівчат спочатку?
- 28.3.** Якби дівчата з задачі 28.2 не купували б фарби та пазли, то чи вистачило б їм грошей для купівлі піци за 330 грн, якщо у них є знижка 10%?
- 29.1.** Знайдіть значення x , для якого значення виразу $5x + 11$ у 3 рази більше ніж значення виразу $4x - 15$.
- 29.2.** Маси яблук, що лежать у ящику й кошику, відносяться як 5 : 3. Якщо з ящика забрати 13 кг, а у кошик покласти ще 9 кг яблук, то у ящику стане у 2 рази менше яблук, ніж у кошику. Скільки кілограмів яблук було в кошику і скільки в ящику спочатку?
- 29.3.** Порівняйте масу ящика з яблуками та двох кошиків з яблуками з задачі 29.2.
- 30.1.** Розв'яжіть рівняння: $8,5x = 1,5(x + 4)$.
- 30.2.** Від міста до селища мотоцикліст їхав 3 год, а на дорогу назад витратив 2,5 год, збільшивши швидкість на 5 км/год. Знайдіть його початкову швидкість.
- 30.3.** Якби мотоцикліст збільшив свою швидкість у 1,5 раза, чи подолав би він у 1,5 рази більшу відстань?

- 31.1.** Розв'яжіть рівняння: $0,2x + 0,2(x + 3) = 8$.
- 31.2.** Два автомобілі виїхали одночасно назустріч один одному з двох міст, відстань між якими дорівнює 420 км, і зустрілися через 3 год. Знайдіть швидкості автомобілів, якщо швидкість одного з них на 12 км/год більша за швидкість іншого.
- 31.3.** На скільки більше кілометрів проїхав автомобіль, у якого швидкість більша?

32.1. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x + 4y = 43 \end{cases}$$

- 32.2.** Родина Олеся пішла в театр. Вони купили 20 квитків і заплатили 3400 грн. Квиток на дитину коштує 150 грн, а на дорослого — 200 грн. Скільки було куплено квитків для дорослих, а скільки для дітей?
- 32.3.** Чи вистачить на всі квитки для дорослих з другої задачі 1500 грн?

33.1. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} 0,6x + 0,5y = 31 \\ x + y = 57 \end{cases}$$

- 33.3.** В одному притулку є кошенята і дорослі коти. Усього їх 100. За один місяць розібрали 35% кошенят і 40% дорослих котів. Скільки було в притулку кошенят і скільки дорослих котів, якщо всього за місяць розібрали 38 котів і кошенят?
- 33.3.** Кого у притулку з другої задачі залишилось більше: котів чи кошенят?

34.1. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 41 \\ 3x + 2y = 39 \end{cases}$$

- 34.2.** У пекарні Мар'яна купила за 150 грн два тістечка й чотири печива. У цій самій пекарні Артем купив за 165 грн одне таке тістечко і вісім штук такого печива. Яка ціна одного печива й одного тістечка?
- 34.3.** Виконайте перевірку отриманих результатів другої задачі.

- 35.1.** Побудуйте на одній координатній площині графіки двох рівнянь:
 $y = 5 + 2x$ та $y = 2 + 5x$.

- 35.2.** Інтернет провайдер А надає послуги за умови вхідного внеску 200 грн та щомісячної оплати 150 грн. Інтернет провайдер В надає послуги без вхідного внеску, але зі щомісячною оплатою 200 грн. Побудуйте графіки, що відображатимуть вартість оплати кожному з провайдерів за перші 5 місяців користування.
- 35.3.** За яких умов послуги компанії В з другої задачі будуть вигіднішими?

Робота з даними

- 36.1.** Сума числа та двадцяти відсотків цього числа дорівнює 240. Знайдіть це число.
- 36.2.** Протез зі знижкою 10% коштує 180 000 грн. Яка повна ціна протеза?
- 36.3.** Поясни, як перевірити відповідь до другої задачі.
- 37.1.** Знайдіть 8% від числа 240.
- 37.2.** Сім'я для придбання пральної машини взяла в банку позику 10 000 грн терміном на рік під 12 % річних. Який прибуток отримає банк через рік?
- 37.3.** У скільки обійшлась сім'ї з другої задачі купівля пральної машини?
- 38.1.** Який відсоток становить число 0,3 від числа 2,4?
- 38.2.** Посадовий оклад службовця 10 600 грн. Він отримав 4240 грн авансу. Який відсоток від окладу становить аванс?
- 38.2.** Для створення будівельної суміші змішали одну частину цементу та сім частин піску. Знайдіть відсоток цементу в суміші.
- 39.1.** Число спочатку збільшили на 10%, а потім зменшили на 10%. На скільки відсотків змінилося число після цих двох операцій?
- 39.2.** Сайт підвищив плату за рекламу на 20%, а потім нову ціну знизив на 10%. На скільки відсотків змінилася початкова ціна реклами?
- 39.3.** Остаточна ціна за рекламу на сайті з другої задачі більша чи менша за початкову?
- 40.1.** Скільки різних двоцифрових чисел можна утворити із цифр 2, 3, 4, 5, якщо цифри в числі не мають повторюватися?
- 40.2.** У мене є по одній свічці у формі цифр 1, 5, 7 і 9. Скільки двоцифрових чисел для святкового торта можна з них утворити?
- 40.3.** Які з свічок із завдання 40.2 знадобляться для подальшого святкування дня народження до 18 років Романа, якому зараз 10 років.
- 41.1.** Є 4 парних і 5 непарних одноцифрових чисел. Скільки є варіантів вибрати одне з одноцифрових чисел?
- 41.2.** У класі є 11 дівчат і 18 хлопців. Скільки існує варіантів обрати президента класу?
- 41.3.** А скільки є варіантів в другій задачі обрати дівчину президентом класу?

- 42.1. Яка ймовірність того, що записане одноцифрове натуральне число є парним?
- 42.2. У кишені в Євгена 5 монет номіналом 50 коп., 1 грн, 2 грн, 5 грн та 10 грн. Яка ймовірність, що він, не дивлячись, витягне «золоту» монету? Яка ймовірність, що витягне «срібну»?
- 42.3. Ймовірність якої події у другій задачі найбільша?

- 43.1. Дано набір чисел: 2, 4, 6, 8. Побудуйте кругову діаграму, яка відображатиме співвідношення простих і складених чисел у цьому наборі.
- 43.2. За малюнком побудуйте кругову діаграму, що відобразить співвідношення різних кульок у мішечку.
- 43.3. Яку кульку більша ймовірність витягти у другій задачі?



- 44.1. Обчисліть середнє арифметичне чисел: 6, -12, 8, -5, 7.
- 44.2. Левко щодня вимірював температуру повітря:

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Нд
-3°C	-1°C	-2°C	1°C	0°C	-4°C	-5°C

Знайдіть середню температуру: а) у будні дні; б) за цей тиждень.

- 44.3. Порівняйте середні температури з другої задачі.

8 клас

Степінь із цілим показником

45.1. Порівняйте числа a і b :

$$a = (3,45 \cdot 10^6) : (3 \cdot 10^3) \text{ і } b = 0,00115$$

45.2. Маса Землі дорівнює 6 000 000 000 000 000 000 000 т, а маса атома водню 0,000000000000000000000017 г. Запишіть у стандартному вигляді значення маси Землі й маси атома водню.

45.3. У скільки разів маса Землі більша за масу атома водню?

46.1. У скільки разів число $6 \cdot 10^{-5}$ більше числа $3 \cdot 10^{-8}$.

46.2. Довжина бактерії А становить $5 \cdot 10^{-6}$ м. Довжина бактерії В становить $1 \cdot 10^{-5}$ м. У скільки разів розміри бактерії В більші за розміри бактерії А.

46.3. У скільки разів розміри бактерії А в другій задачі менші за розміри бактерії В.

47.1. Обчисліть значення виразу: $2,4 \cdot 10^{10} \cdot 8 \cdot 10^{-5}$.

47.2. Чип має товщину $8,5 \cdot 10^{-3}$ мм. Якої висоти буде вежа з $3 \cdot 10^8$ чипів?

47.3. Запишіть висоту вежі з другої задачі в метрах.

48.1. Запишіть у стандартному вигляді числа:

а) 4600; б) 340 000; в) 35,26; г) 876 000 000;
г) 0,045; д) 0,00099; е) 0,53754; є) 0,0000008.

48.2. Виразіть:

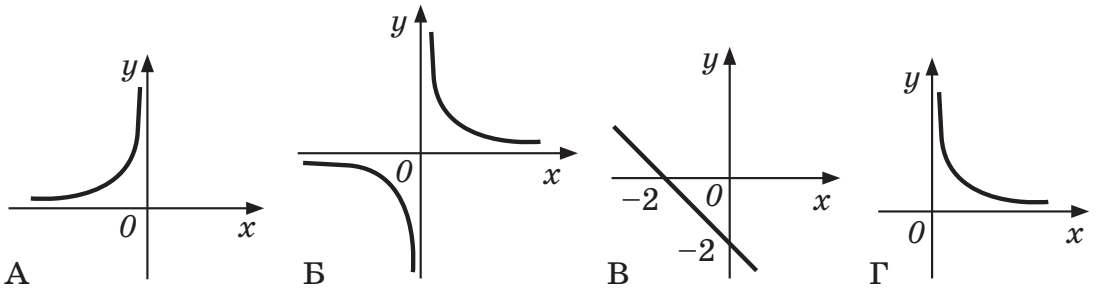
а) $4,4 \cdot 10^3$ т у грамах; б) $6,7 \cdot 10^{-4}$ км у сантиметрах;
в) $8,51 \cdot 10^{-1}$ кг у тоннах; г) $8,32 \cdot 10^5$ см у метрах.

48.3. Порівняйте маси автомобілів: $4,4 \cdot 10^3$ кг та $85,1 \cdot 10^2$ кг.

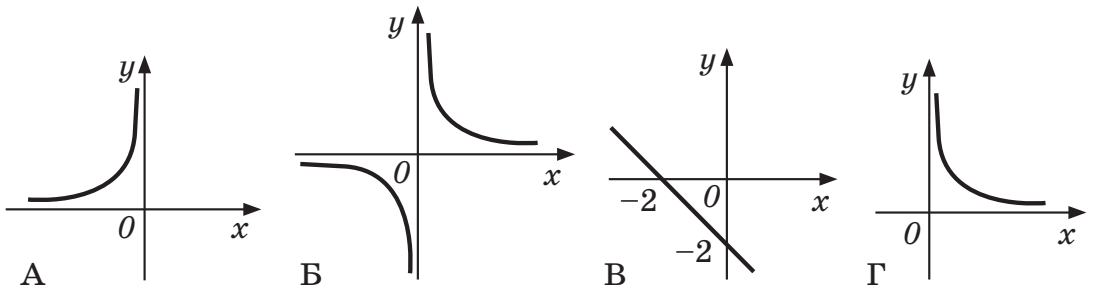
Функції

- 49.1.** Добуток a і b дорівнює 100. Задайте формулою залежність b від a .
- 49.2.** Сторони поля прямокутної форми дорівнюють x і y , а його площа 60 м². Запишіть формулу залежності y від x .
- 49.3.** Прямо пропорційною чи обернено пропорційною є залежність у другій задачі?
-
- 50.1.** Добуток двох чисел дорівнює 72. Виразіть:
- 1) перше число через друге;
 - 2) друге через перше.
- 50.2.** Задайте формулою залежність швидкості від часу:
- 1) a год — час, який має витратити автомобіль, щоб зі швидкістю b км/год подолати 12 км;
 - 2) y км/год — швидкість, з якою має рухатися автомобіль, щоб за x год подолати 96 км;
- 50.3.** Порівняйте y і b у другій задачі, якщо $a > x$.
-
- 51.1.** Які з формул: $y = -\frac{4}{x}$; $y = \frac{x}{12}$; $y = 0,3x$, $y = 3 + x$ задають прямо пропорційну залежність, а які обернено пропорційну?
- 51.2.** Які пари величин із цього переліку є обернено пропорційними, а які — прямо пропорційними:
- 1) подолана відстань і швидкість, якщо час руху є сталим;
 - 2) подолана відстань і час, якщо швидкість руху є сталою;
 - 3) час руху і швидкість, якщо відстань є сталою;
 - 4) площа під посівами й урожайність, якщо обсяг урожаю є сталим;
 - 5) обсяг урожаю й урожайність, якщо площа під посівами — стала;
 - 6) обсяг урожаю і площа під посівами, якщо урожайність є сталою?
- 51.3.** У скільки разів і як зміниться час подолання певної відстані, якщо швидкість збільшити вдвічі?

52.1. Який із графіків А–Г відображає обернено пропорційну залежність?



52.2. Пішохід рухається рівномірно з пункту А до пункту В, відстань між якими 18 км. Задайте формулою залежність часу y , який було витрачено, щоб подолати цю відстань, від швидкості x . Виберіть графік, який відповідає цій функціональній залежності, від швидкості x .



52.3. Знайдіть область визначення й область значень залежності, що описана в другій задачі.

53.1. Побудуйте графік функції $y = \frac{60}{x}$

53.2. Обернено пропорційна залежність часто застосовується в екології для математичного моделювання відносин типу «хижак — жертва»:

$$y = \frac{k}{x}, k = \text{const}, x \neq 0.$$

У певний період розвитку популяції зайців і вовків залежність кількості N популяції зайців від кількості n популяції вовків може бути виражена функцією, $N = \frac{k}{n}$, де параметр k визначається на осно-

ві даних натуральних спостережень і для певної місцевості може становити 2000. Запишіть залежність кількості N популяції зайців від кількості n популяції вовків із коефіцієнтом 2000. Побудуйте графік такої функції за допомогою Desmos Calculator.

(<https://www.desmos.com/calculator?lang=uk>).

53.3. Визначте область визначення і множину значень функції у другій задачі.

Множини

- 54.1. Дано множини $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, $B = \{1; 5; 7; 9\}$. Знайдіть кількість елементів у множині $A \cup B$.
- 54.2. Усі співробітники офісу замовляють обід. Сьогодні 25 працівників замовили піцу, 18 — борщ, а 13 — і борщ, і піцу. Скільки осіб працює в офісі?
- 54.3. Чи була б така сама відповідь, якби у другій задачі не було першого речення? Чому?
- 55.1. Дано множини $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, $B = \{1; 5; 7; 9\}$ і $C = \{2; 11\}$. Знайдіть $A \cap B$.
- 55.2. У класі 23 учнів, кожен з яких грає на гітарі або на фортепіано. 20 учнів уміють грати на гітарі, 9 — на фортепіано. Скільки учнів грають і на гітарі, і на фортепіано?
- 55.3. Збільшиться чи зменшиться кількість учнів, що грають на обох інструментах, якщо в умові другої задачі додати інформацію про те, що один з учнів не грає на жодному з інструментів?

Ірраціональні вирази

56.1. Знайдіть a , якщо $a^2 = 3600$.

56.2. Учора було a мг бактерій у пробнику досліду. Сьогодні a^2 мг бактерій у цьому пробнику. Якщо сьогодні 900 мг бактерій, то яка маса бактерій була вчора? Оберіть відповідь.

А 30 мг Б 300 мг В 8100 мг Г 810 000 мг

56.3. Єва обрала відповідь Б до попередньої задачі. Де вона припустилася помилки?

57.1. Квадрат деякого числа дорівнює сумі чисел 45 і 76. Знайдіть це число.

57.2. 63 а саду квадратної форми відведено під яблуні, а решту 81 а — під груші. Знайдіть довжину паркану, що потрібний для огорожі цього саду.

57.3. Якщо обгородити лише ту ділянку, що відведена під груші, то довжина огорожі буде більше чи менше ніж половина довжини огорожі у другій задачі?

58.1. Знайдіть a^2 , якщо $a^3 = 216$.

58.2. Знайдіть площу основи подарункової коробки у формі куба, якщо її об'єм 64 дм³.

58.3. Чи може в коробку з другої задачі поміститися м'яч радіусом 22 см?

59.1. З формули кінетичної енергії $E = \frac{mv^2}{2}$ виразіть: а) m ; б) v .

59.2. Куля котиться зі швидкістю 4 м/с і має кінетичну енергію 100 Дж. Знайдіть масу цієї кулі.

59.3. Як зміниться кінетична енергія кулі з другої задачі зі збільшенням швидкості у 2 рази?

Квадратні рівняння й ті, що зводяться до квадратних

60.1. Розв'яжіть рівняння: $\frac{x+3}{16} = \frac{1}{x-3}$

60.2. Моторний човен проплив 8 км за течією річки й повернувся назад, витративши на весь шлях 54 хв. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість човна дорівнює 18 км/год.

60.3. Зверніть увагу на значення величин у другій задачі. Скільки розв'язків має задача? Чи можна отримати правильну відповідь, не переводячи 54 хв у години? Як саме?

61.1. Розв'яжіть рівняння: $4x^2 + 4x = 15$.

61.2. Автомобіль на змаганнях, проїжджаючи під прапором зі швидкістю 80 дм/с, почав рухатися з прискоренням. Відстань, яку тепер долає автомобіль, можна описати виразом $30t^2 + 80t$, де t — це час рівноприскореного руху. Скільки часу знадобиться автомобілю, щоб подолати відстань 3 м?

61.3. Чи є моделлю до другої задачі рівняння $30t^2 + 80t = 3$? Чому? Поясніть.

62.1. Розв'яжіть рівняння: $2x^2 - 7x = -6$.

62.2. Рівняння тіла, що рухається з прискоренням, визначається за формулою $S = Vt + 0,5at^2$. На світлофорі стоїть автомобіль, що починає рухатися з прискоренням 4 м/с², коли вмикається зелене світло. У цей момент на відстані 8 м від автомобіля перебуває автобус, що рухається по зустрічній смузі зі сталою швидкістю 15 м/с. Через який час машини зустрінуться?

62.3. Яка з машин з другої задачі подолає більшу відстань до зустрічі?

63.1. Розв'яжіть рівняння: $x(x - 5) = 36$.

63.2. Від квадратного аркуша картону відрізали смужку шириною 3 см. Залишився шматок картону прямокутної форми площею 70 см². Визначте початкові розміри аркуша.

63.3. Площа якої частини аркуша з другої задачі більша?

64.1. Добуток двох послідовних чисел дорівнює 156. Знайдіть ці числа.

64.2. У концертному залі кількість місць у ряду на 8 більша за кількість рядів. Скільки рядів у кінотеатрі, коли всього є 884 місця?

64.3. Перевірте відповідь до другої задачі.

- 65.1. Знайдіть два числа, добуток яких дорівнює 357, а різниця становить 4.
 65.2. На облицювання стіни витратили 504 плитки, уклавши її так, що в кожному ряду кількість плиток виявилася на 3 меншою ніж кількість рядів. У скільки рядів уклали плитку?
 65.3. Скільки відповідей має друга задача?

- 66.1. Розв'яжіть рівняння: $(6x - 5)^2 + (6x - 2)(6x + 2) = 36 - 3x^2$.
 66.2. Знайдіть номерки трьох послідовних шафок у спортзалі, якщо подвоєний квадрат номера першої шафи на 26 більший за добуток двох інших.
 66.3. Чи змінилася би відповідь, якби у другій задачі йшлося про 3 послідовних цілих числа, а не про три послідовних номери шафок.

67.1. Розв'яжіть рівняння: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6}$.

- 67.2. Дві фірми, працюючи одночасно, поставили до міста певну кількість товару за 4 дні. За скільки днів може виконати цей самий обсяг товаропостачання кожна фірма окремо, якщо фірма, що є технічним лідером, може зробити це швидше за іншу на 6 днів.
 67.3. Скільки відповідей має друга задача?

68.1. Розв'яжіть рівняння: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+10} = 1$

- 68.2. Швидкість одного велосипедиста на 3 км/год більша за швидкість другого, тому 120 км він проїжджає на 2 год швидше ніж другий. Знайдіть швидкість кожного з велосипедистів.
 68.3. Значення якого з виразів більше $\frac{12}{x}$ чи $\frac{12}{x-5}$?

- 69.1. Знайдіть значення для t , якщо різниця дробів $\frac{120}{t-4}$ і $\frac{120}{t}$ становить 1.
 69.2. Два 3D-принтери виготовляють по 100 деталей. Перший виготовляє за годину на 5 деталей більше ніж другий, тому другий виконав весь обсяг на 1 годину пізніше ніж перший. Скільки деталей щогодини виготовляє кожен принтер?
 69.3. Чому друга задача має лише один розв'язок?

70.1. Розв'яжіть рівняння $\frac{7}{x+2} - \frac{3}{2-x} = \frac{16}{x}$

- 70.2. Човен проплив 20 км за течією річки і 16 км проти течії, витративши на це стільки часу, скільки йому треба, щоб проплисти 39 км по озеру. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії дорівнює 3 км/год.
 70.3. Зробіть перевірку результату виконання другої задачі.

Робота з даними

71.1. Дано вибірку: 11, 14, 12, 12, 11, 15, 14, 13, 12, 12, 12, 11. Побудуйте для неї частотну таблицю. Знайдіть середнє арифметичне вибірки.

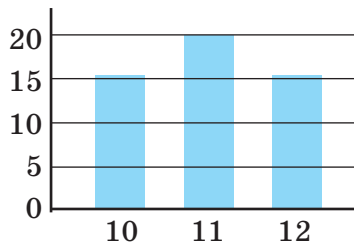
71.2. Для перевірки колцентру було виміряно час (у хв), який чекали 20 клієнтів. Значення вимірювання:

1, 5, 3, 1, 2, 4, 3, 5, 5, 6, 3, 4, 4, 4, 1, 5, 2, 3, 2, 4.

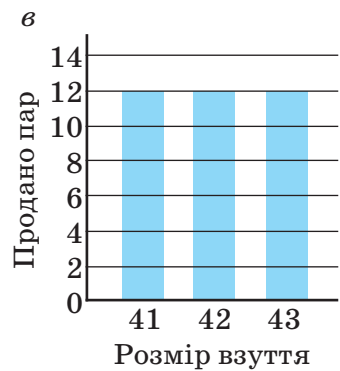
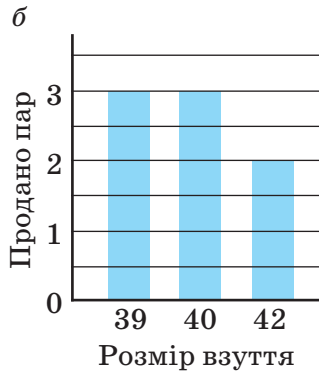
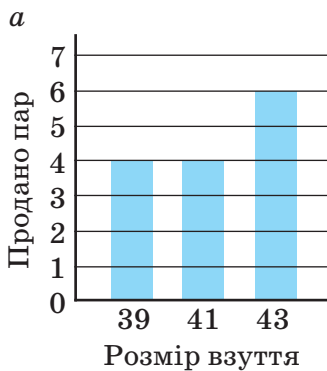
Складіть частотну таблицю. Знайдіть середнє значення часу, за який клієнт очікує відповіді. Знайдіть моду цієї вибірки.

71.3. Скільки клієнтів із двадцяти з другої задачі чекали довше за середній час очікування?

72.1. Чому дорівнює мода й медіана вибірки?



72.2. Чому дорівнює мода й медіана вибірки розмірів взуття працівників трьох офісів?



72.3. У якому з офісів другої задачі працює найбільша кількість людей?

73.1. Дано цифри 3, 7, 9. Скільки є варіантів утворити із цих цифр двоцифрові числа без повторень?

73.2. Подружжя чекає на дитину, але ще не відомо стать. Їм подобається 5 жіночих та 6 чоловічих імен і вони хочуть дати дитині подвійне ім'я. Скільки є різних наборів імен, якщо народиться дівчинка?

73.3. Якщо народиться хлопчик, то наборів у другій задачі буде менше чи більше?

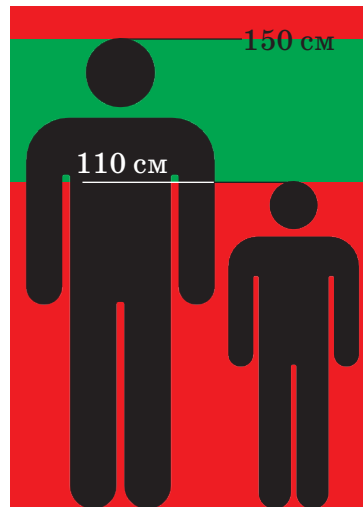
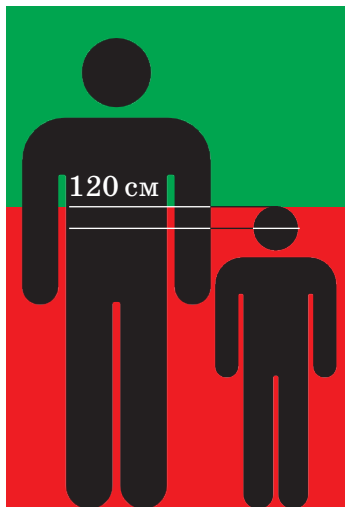
- 74.1.** Гострий, тупий або прямий кути можна накреслити олівцем чи ручкою. Скільки є варіантів накреслити один із таких кутів за цих умов?
- 74.2.** Оля вибирає собі велосипед. У магазині є три кольори велосипедів і кожен із них є у двох комплектаціях. Скільки в Олі є варіантів велосипедів?
- 74.3.** Якщо у другій задачі Оля визначиться з комплектацією велосипеда, то варіантів стане більше чи менше?
-
- 75.1.** На 4 картках зображено по одному із чотирьох многокутників: трикутник, чотирикутник, п'ятикутник і шестикутник. Яка ймовірність навмання вибрати трикутник?
- 75.2.** Пан Максим часто забуває пароль від своєї поштової скриньки. Узагалі для авторизації на різних сервісах він використовує один із 5 паролів, але навіть гадки не має, з якого почати. Яка ймовірність, що він із першого разу введе правильний пароль?
- 75.3.** Якби він постійно використовував лише 4 паролі, то ймовірність угадати з першого разу була б більшою чи меншою?
-
- 76.1.** Є дві купки по три картки. На кожній картці в одній із купок написано одне з трьох чисел: 1, 2, 3. Вибирають одну картку з однієї купки і ще одну картку з іншої. Знайдіть імовірність того, що на картках буде написано одне й те саме число.
- 76.2.** У суботу родини Ані та Деніса гуляють в одному з трьох парків їхнього району. Яка ймовірність того, що в цю суботу родини гулятимуть в одному парку?
- 76.3.** Імовірність якої події другої задачі більша: родини гуляють в одному парку чи родини гуляють у різних парках?
-
- 77.1.** Знайдіть 3,3% від числа 300.
- 77.2.** На думку фахівців, нафта, що потрапила у воду, за першу добу випаровується й біохімічно розкладається лише на 55%. Решта нафти деградує повністю лише за 10 років. У середньому у Світовий океан щорічно надходить 2,3 млн тонн нафти. Оцініть кількість нафтопродуктів, що накопичуються за рік у Світовому океані.
- 77.3.** Порівняйте знайдене значення з реальною кількістю нафти у Світовому океані (за інформацією з інтернету).
-
- 78.1.** Різниця двох чисел дорівнює 35. Знайдіть кожне із цих чисел, якщо друге становить 30% першого.
- 78.2.** Підлітки 10–11 років повинні спати на 1 год більше ніж підлітки 14–15 років. А час для сну підлітків 14–15 років становить 90 % часу, відведеного на сон для підлітків 10–11 років. Скільки мають спати діти з кожної вікової групи?
- 78.3.** Порівняйте норму часу сну для вашого віку із часом, який ви відводите на сон.

9 клас

Нерівності та їх системи

79.1. Змінна a більша 300, але менша 560. Запишіть відповідну нерівність.

79.2. Розгляньте інформаційні стенди біля атракціонів у Тематичному парку Ferrari World в Абу-Дабі. Яким має бути зріст людини, щоб вона могла покататися на: 1) першому атракціоні; 2) другому атракціоні. Запишіть відповідні нерівності.



79.3. Людина якого зросту зможе кататися на обох атракціонах з задачі 79.2?

80.1. $k = (p + t) : 2$. Оцініть значення k , якщо $4 \leq p \leq 10$ та $2 \leq t \leq 8$.

80.2. Від пристані A до пристані B човен іде за течією річки зі швидкістю b км/год, а від B до A — зі швидкістю a км/год. Пліт від A до B пливе зі швидкістю c км/год. Оцініть значення для c , якщо $3 \leq a \leq 5$ та $7 \leq b \leq 9$?

80.3. Порівняйте між собою a, b, c задачі 80.2. Запишіть подвійну нерівність.

81.1. Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності $14x \leq 340$.

81.2. Тестування учнів складається з однорівневих завдань і заплановано на весь урок тривалістю 45 хв. Марія Василівна розраховує, що на виконання кожного завдання учні будуть витратити не більше 4 хв. Яку найменшу кількість завдань вона має підготувати для тестування?

81.3. Більше чи менше завдань треба підготувати, якщо тестуванню у другій задачі передуватиме 10-хвилинний інструктаж?

- 82.1.** Розв'яжіть нерівність: $124 - 5x \geq 18$.
- 82.2.** Благодійний фонд зібрав 360 000 грн для закупки гаджетів для закладу освіти. Заклад вибрав нетбуки за ціною 12 000 грн та планшет за ціною 7000 грн. Якщо школа закупить 15 нетбуків, скільки ще можна закупити планшетів?
- 82.3.** Для другої задачі чи правильне твердження: «Якщо кількість закуплених нетбуків збільшити вдвічі, то максимальна кількість планшетів зменшиться в два рази»?
- 83.1.** Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності $11x < 400$.
- 83.2.** Співвідношення кількості дерев абрикос і слив у саду 2 : 7. Яка найбільша кількість абрикос може бути, якщо в саду ростуть тільки абрикоси та сливи і всього не більше 300 дерев?
- 83.3.** Яка найменша кількість дерев може бути в саду у другій задачі?
- 84.1.** Розв'яжіть нерівність: $2x > 18 - x$.
- 84.2.** Довжини сторін трикутної серветки — цілі числа. Дві сторони мають довжини 11 см і 19 см. Якої найбільшої довжини може бути третя сторона?
- 84.3.** Обчисліть найбільше й найменше значення периметра трикутної серветки у другій задачі.
- 85.1.** Розв'яжіть нерівність: $5 - 2(x - 1) \geq 4 - x$.
- 85.2.** Числа на трьох номерках у гардеробі театру є послідовними натуральними числами, кратними 3. Сума чисел на цих трьох номерках не перевищує 140. Знайдіть найбільше з можливих значення для першого із чисел цієї трійки.
- 85.3.** Знайдіть найменше значення третього числа із трійки чисел другої задачі.
- 86.1.** Розв'яжіть нерівність: $7 + 3x < 100$.
- 86.2.** Марко хоче записати пісню у студії. Оренда студії коштує 2250 грн за день. Він також має сплатити за оренду апаратури з розрахунку 800 грн за годину. У Марка вже є 2000 грн і він може позичити ще гроші в Ганни, у якої є 3500 грн. Оцініть, на скільки годин він може орендувати студію з апаратурою, якщо позичатиме гроші в Ганни?
- 86.3.** Скільки грошей у другій задачі має позичити Марко в Ганни, якщо хоче перебувати у студії якомога довше?

87.1. Знайди цілі розв'язки нерівності $-1 < x - 4 < 1$.

87.2. Номер квартири є двоцифровим числом. Кількість одиниць цього числа на 2 більше кількості в ньому десятків. Знайдіть номер цієї квартири, якщо він більший за 37 і менший за 48.

87.3. Скільки цілих розв'язків має нерівність:
 $-5 \leq 10 - x \leq 1?$

88.1. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{cases} 6x + 7 < 4x + 15 \\ 7 - 2x > 13 - 5x \end{cases}$$

88.2. На екрані довільним чином з'являються числа. Щойно з'явилося деяке число. Якщо до нього додати 4 і цю суму поділити на 2, то отримаємо число, більше за 19. Якщо ж від нього відняти 6 і цю різницю поділити на 6, отримаємо число, менше за 5. Знайдіть число, що з'явилося на екрані.

88.3. Скільки цілих розв'язків має система нерівностей:

$$\begin{cases} \frac{x+4}{2} > 19, \\ \frac{x-8}{6} < 5? \end{cases}$$

89.1. Відомо, що $a < b$. Розв'яжіть систему нерівностей:

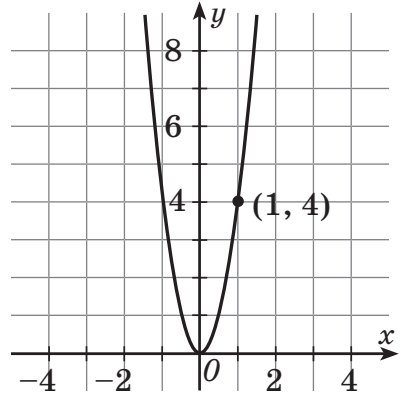
$$\begin{cases} 2a + b > 21 \\ a + 2b < 24 \end{cases}$$

89.2. На одній із вулиць лише п'ятиповерхівки і дев'ятиповерхівки, дев'ятиповерхівок менше ніж п'ятиповерхівок. Якщо кількість дев'ятиповерхівок збільшити вдвічі, то будинків загалом стане більше ніж 24, а якщо вдвічі збільшити кількість п'ятиповерхівок, то кількість будинків стане меншою від 27. Скільки п'ятиповерхівок і скільки дев'ятиповерхівок на цій вулиці?

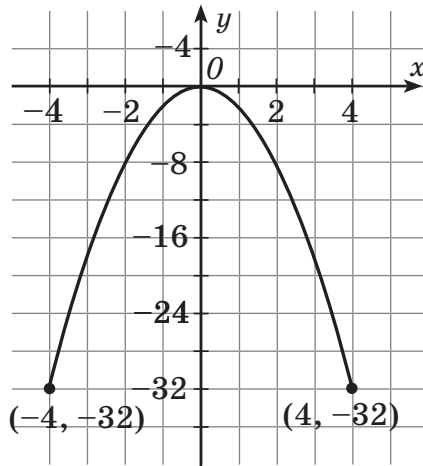
89.3. Скільки відповідей мала б друга задача, якби п'ятиповерхівок було менше ніж дев'ятиповерхівок?

Функції

90.1. Задайте формулою функцію, графік якої подано на малюнку.



90.2. Графік описує рух кита, що з 32 метрів глибини впливає на поверхню води, щоб зробити вдих повітря, а потім знов пірнає на глибину 32 м. Вісь x зображає поверхню води. Задайте формулою графік руху кита.



90.3. 1) Знайдіть область визначення й область значень графіка руху?
2) Яким був рух: рівномірним чи рівноприскореним?

91.1. Запишіть графік квадратичної функції, що утворений геометричним перетворенням із графіка $y = x^2$ на 2 клітинки вправо і 3 клітинки вниз, якщо одиничний відрізок дорівнює стороні клітинки.

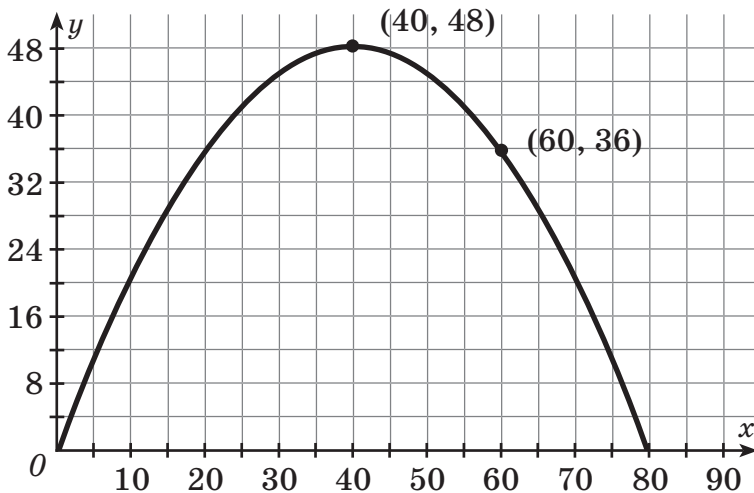
91.2. Іринка записала функцію, графік якої утворений із графіка $y = x^2$ на 4 клітинки вліво і 2 клітинки вгору у вигляді

$$y = (x - 4)^2 + 2.$$

Чи правильно вона записала функцію?

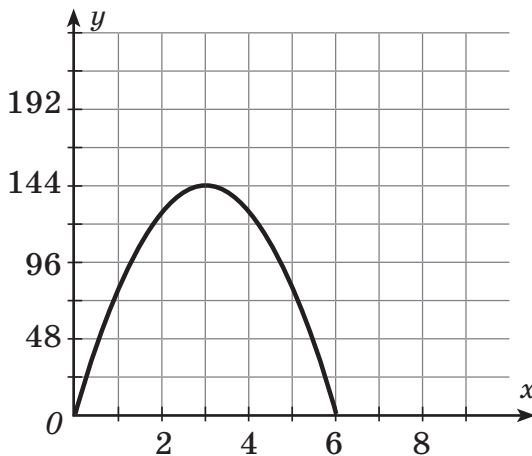
91.3. виправте помилки, які допустила Іринка.

92.1. Запишіть формулою функцію, графік якої зображено на малюнку. Для якого аргументу значення функції є найбільшим?



92.2. Гравець кинув м'яч під кутом до горизонту. Зміну висоти м'яча над землею з плином часу можна задати графіком, де вісь y відображає висоту над землею в дециметрах, а вісь x — час у секундах.

- 1) Якої висоти набрав м'яч? Через скільки секунд після кидка це відбулося?
- 2) Через який проміжок часу м'яч упав на землю?
- 3) Задайте функцію формулою.



92.3. Якщо гравець збільшить кут нахилу до горизонту й силу кидання м'яча, то як зміниться максимальна набрана м'ячем висота?

- 93.1.** Побудуйте графік функції $y = x^2 - 2x - 3$. Знайдіть нулі функції.
- 93.2.** Олег кинув м'яч під кутом до горизонту так, що рух м'яча можна задати рівнянням $h(t) = -t^2 + 3t + 2$, де h — набрана м'ячем висота в метрах та t — час у секундах. Визначте, через який час м'яч упав на землю.
- 93.3.** Що означає число 2 в рівнянні руху м'яча в другій задачі?
- 94.1.** Побудуйте графіки функцій $y = x$ та $y = x^2 - 2$ і знайдіть точки їх перетину.
- 94.2.** Процес відкладання грошей Алісою можна змодельовати функцією $y = 2x + 20$, а Максимом — функцією $y = x^2 + 5$, де x — кількість днів, що заощаджує кожен, а y — зекономлені гроші. Через скільки днів вони зекономлять однакову суму грошей? Побудуйте графіки й розв'яжіть завдання графічно.
- 94.3.** Хто з дітей з другої задачі зекономить більшу суму грошей за 4 дні?

Рівняння та системи рівнянь

95.1. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 2 \\ y = 4x - 8 \end{cases}$$

95.2. Допоможи Марку знайти спільні розв'язки двох рівнянь:

$$y = x^2 + 2x + 4 \quad \text{та} \quad y - 3 = x + 1.$$

95.3. Марко переконаний, що для розв'язування попередньої задачі треба прирівняти ліві частини обох рівнянь. Чи правильні його міркування?

96.1. Знайдіть спільні розв'язки двох рівнянь:

$$xy = 8 \quad \text{та} \quad (x - 2)(y + 3) = 10.$$

96.2. Замовлення на пошиття 150 військових курток підприємство мало виконати за декілька днів. Але вже за 2 дні до строку, шиючи щодня по 2 куртки понад план, воно не тільки виконало замовлення повністю, а й пошило ще 6 курток додатково. За скільки днів мало бути готове замовлення за планом?

96.3. Перевірте розв'язок другої задачі.

97.1. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} xy = 99 \\ (x-1)(y+1) = 96 \end{cases}$$

97.2. Для перевезення 60 т вантажу потрібна деяка кількість машин. Оскільки на кожну машину було завантажено на 1 т більше ніж планувалося, то дві машини виявилися непотрібними. Скільки машин було використано для перевезення?

97.3. Скільки машин планували використати для перевезення в другій задачі.

98.1. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} u - v = 2 \\ \frac{28}{v} - \frac{28}{u} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

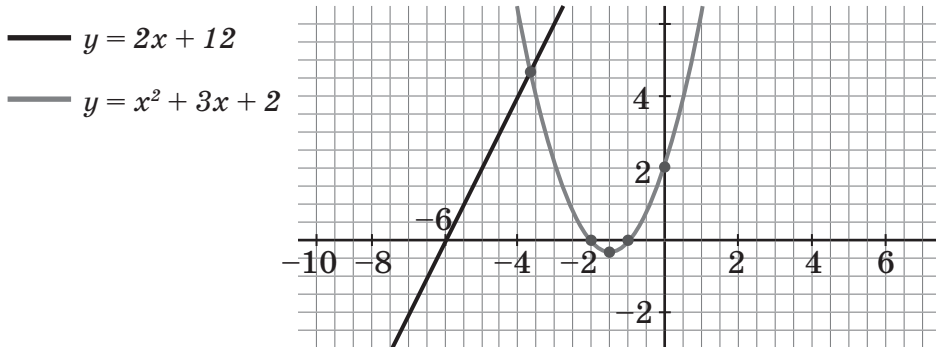
98.2. Швидкість першого гвинтокрила на 100 км/год більша за швидкість другого. Тому перший долає відстань 980 км на 24 хв довше ніж другий відстань 600 км. Знайдіть швидкості гвинтокрилів, якщо вони менші 360 км/год?

98.3. Скільки розв'язків має друга задача?

99.1. За допомогою Desmos Calculator (<https://www.desmos.com/calculator?lang=uk>) знайдіть графічно розв’язок системи рівнянь:

$$\begin{cases} y = 0,5x + 2 \\ y = x^2 - 2x - 4 \end{cases}$$

99.2. Матвій розв’язав графічно систему рівнянь за допомогою Desmos Calculator. І отримав графіки, зображені на малюнку. Матвій вважає, що система має єдиний розв’язок. Чи так це? Скільки розв’язків має система?



99.3. Поясніть, у чому помилка Матвія у другій задачі.

Числові послідовності

- 100.1.** Проаналізуйте числову послідовність: $-9, -6, -3, 0, 3, 6$. Чи є вона арифметичною прогресією?
- 100.2.** Проаналізуйте кількість людей, які можуть сісти за спільний стіл, додаючи щоразу ще один менший столик у кафе.



Запишіть числову послідовність, що відповідає цій ситуації.

- 100.3.** Чи є числова послідовність у другій задачі арифметичною прогресією?
- 101.1.** Чи є послідовність $28, 148, 268, 388, 408$ арифметичною прогресією? Якою формулою її можна задати?
- 101.2.** Унесок за оренду мотоцикла становить 4000 грн, а ціна за оренду багажника до нього 200 грн/год. Запишіть, скільки має заплатити за оренду мотоцикла пан Микола, якщо взяв його на $1, 2, 3, 4$ чи 5 год? Чи є записана послідовність арифметичною прогресією? Якою формулою її можна задати?
- 101.3.** Запишіть числову послідовність, якщо оплата за оренду мотоцикла йде по годинно і становить 1200 грн/год. Чи є записана послідовність арифметичною прогресією?
- 102.1.** Відомо, що четвертий член арифметичної прогресії становить 8 , а восьмий дорівнює 16 . Знайдіть двадцять п'ятий член цієї послідовності.
- 102.2.** Кількість місць у ряду кінотеатру щоразу зростає на однакове число. Визначте кількість місць у першому ряду, якщо третій ряд кінотеатру містить 22 місця, а сьомий — 34 місця.
- 102.3.** Скільки місць має 20 -й ряд у другій задачі?
- 103.1.** Відомо, що перший член арифметичної прогресії дорівнює 5 , а останній становить 85 . Скільки членів містить ця арифметична прогресія, якщо сума всіх її членів дорівнює 900 ?
- 103.2.** Для нагородження переможців у міській олімпіаді з математики було придбано декілька призів. Ціна найбільшого призу становила 3000 грн, а ціна наступного призу зменшувалася на одну і ту саму суму до найменшого в 600 грн. Скількох учасників олімпіади нагороджено призами, якщо на всі призи було витрачено $72\,000$ грн?
- 103.3.** Порівняй суму трьох найбільших призів, і суму, витрачену на решту призів у другій задачі. Яка з них більша?

- 104.1.** В арифметичній прогресії $a_1 = 7$; $d = -3$. Обчисліть S_9 .
- 104.2.** Під час вільного падіння тіло проходить за першу секунду 6 м, а за кожну наступну на 9,8 м більше. З якої висоти кинуто тіло, якщо воно торкнулося землі через 10 с після початку падіння?
- 104.3.** Чи збільшиться різниця арифметичної прогресії в другій задачі, якщо тіло кинути з висоти у 2 рази більшої?
- 105.1.** Знайдіть суму перших п'яти членів геометричної прогресії (b_n), якщо $b_4 = -2$, $q = 0,5$.
- 105.2.** Бактерія, потрапивши в живий організм, до кінця 20-ї хвилини ділиться на дві бактерії, кожна з них до кінця наступних 20 хвилин ділиться знову на дві і т.д. Знайдіть кількість бактерій, що утворюються через 12 годин.
- 105.3.** Округліть відповідь до другої задачі до мільярдів і запишіть у стандартному вигляді.
- 106.1.** $b_1 = 5$, $q = 2$, $n = 10$. Порівняйте 5000 і S_n .
- 106.2.** Уявіть собі, що ви стоїте перед дилемою — отримати 50 гривень одразу, протягом 10 днів чи отримувати монетки номіналом 10 коп., кількість яких щодня подвоюється (першого дня ви отримаєте лише 10 коп.). Який із варіантів обрали б ви?
- 106.3.** З'ясуйте за умовою другої задачі, через 8 днів буде грошей більше чи менше за 50 грн?
- 107.1.** $b_1 = 2$, $q = 2$, $S_n = 254$. Знайдіть n .
- 107.2.** У групі соціальної мережі 9840 учасників, окрім адміністратора. Адміністратор вирішив запустити флешмоб: відмітити трьох учасників і поставити сердечко. Через годину кожен із відмічених у чаті учасників відмічає ще 3 нових учасників і ставить у повідомленні сердечко, так само і кожен наступний раз через годину. Жоден з учасників не може бути відмічений двічі. Адміністратора теж не відмічають. Через скільки годин усіх учасників групи буде відмічено?
- 107.3.** Чи будуть відмічені половина всіх учасників за час, що на годину менший за відповідь до другої задачі?

Робота з даними

- 108.1.** Три числа відносяться як $2 : 3 : 4$. Знайдіть ці числа, якщо 30% їх суми становить 54.
- 108.2.** Для приготування варення беруть смородину, малину та цукор у відношенні $1 : 4 : 5$. Під час варіння втрачається 40% маси варення. Скільки кілограмів кожного інгредієнта треба взяти, щоб отримати 18 кг готового варення?
- 108.3.** Під час варіння у другій задачі втрачається більша чи менша частка варення?
- 109.1.** Знайдіть 20% від 3400 грн.
- 109.2.** На перший рахунок покладено 80 000 грн під 15% річних, а на другий — 75 000 грн під 20% річних. На якому з рахунків через 3 роки сума буде більшою? Розгляньте різні випадки нарахування відсотків.
- 109.3.** Порівняйте відповіді, отримані в другій задачі.
- 110.1.** Із цифр 1, 3, 5, 7 і 9 склали різні трицифрові числа, у кожному з яких всі цифри різні. Скільки чисел було складено?
- 110.2.** Кодовий замок на багажі складається з трьох цифр, що не повторюються. Скільки можна придумати різних кодів для цього замка, якщо кожне коліщатко містить цифри від 0 до 9?
- 110.3.** Більшим чи меншим буде кількість можливих кодів у другій задачі, якщо цифри в коді можуть повторюватись?
- 111.1.** Яка ймовірність, що вибране число з одноцифрових натуральних чисел є простим або кратним трьом?
- 111.2.** У лотереї розігрується 16 грошових і 20 речових призів. Усього є 1800 лотерейних квитків. Яка ймовірність виграти приз, придбавши один квиток?
- 111.3.** Яка ймовірність за умовою другої задачі не виграти жодного призу, придбавши один квиток?
- 112.1.** На площині позначено 5 точок, що не лежать на одній прямій. Скільки утвориться відрізків, якщо кожному з'єднати з усіма іншими?
- 112.2.** У класі навчаються 15 дівчат і 13 хлопців. Учні надсилають повідомлення один одному в соціальній мережі. Скільки буде відправлено повідомлень, якщо кожен учень і кожна учениця надішле повідомлення всім однокласникам, окрім себе.
- 112.3.** Скільки буде відправлено повідомлень за умовою другої задачі, якщо учень чи учениця надсилатиме повідомлення з привітанням лише тому з учнів, хто ще не надсилав йому чи їй привітання?

- 113.1.** Скільки є варіантів утворити двоцифрове число, обидві цифри якого будуть непарними.
- 113.2.** Олена завжди купує білети в парних рядах і на парних місцях. У кінотеатрі є 20 рядів по 18 крісел у кожному. Скільки варіантів придбати квиток у цьому залі є в Олені?
- 113.3.** Порівняйте кількість варіантів із другої задачі з кількістю варіантів купити квиток на непарних місцях у непарних рядах цього залу.
- 114.1.** Дано вибірку: 24, 18, 32, 48, 30, 18, 30, 32, 18, 26. Побудуйте частотну таблицю. Запишіть характеристики цієї вибірки.
- 114.2.** У школі щомісяця адміністрація пропонує загальний тест для учнів. Максимальна оцінка за тест 100 балів. Учні одного з класів отримали такі результати: 90, 65, 52, 90, 75, 90, 66, 52, 55, 90, 90, 55, 80, 75, 75, 80. Запишіть частотну таблицю. Знайдіть характеристики цієї вибірки.
- 114.3.** Які характеристики вибірки з другої задачі для вчителя будуть найважливішими? Які дані, на вашу думку, учитель повідомить адміністрації?

115.1. Вибірку задано на діаграмі:



Знайдіть її розмах, моду й медіану.

115.2. Діаграма показує розподіл співробітників однієї компанії за їх віком.



Знайдіть медіану, розмах і моду для цієї вибірки співробітників.

115.3. Як зміниться мода, медіана й розмах вибірки з другої задачі, якщо в компанії з'явиться співробітник, якому 38 років?

Відповіді

7 клас

- 1.1. $7x - 100c$.
 1.2. $(2800 + px)$ грн.
 2.1. $2(2a - c)$.
 2.2. $4x + 14$.
 3.1. 51,4.
 3.2. $2m + 3n$. 245 грн.
 4.1. $3a + 10x$.
 4.2. $20n + 40k + 30$
 5.1. б) $a = k + p$.
 5.2. $v = s:t$.
 6.2. $1,5 \cdot 6 \cdot a$ або $9a$.
 7.2. 27 дм^3 .
 8.2. У 3 рази.
 9.1. $x = c:(a - b)$.
 10.2. За 1 день. Дмитро. Назар.
 11.2. $P = 480t$. 7200 грн. 0,5 кг.
 16.2. $P = 180t$.
 18.1. 1.
 19.2. $m = 200S$. Так.
 21.1. $y = x + 7$.
 24.1. $y = 5x$.
 25.2. 68 грн.
 26.1. $x = 2$.
 27.2. 20 хлопців і 30 дівчат.
 28.2. 150 грн.
 29.2. 15 кг і 25 кг.
 30.2. 25 км/год.
 31.2. 64 км/год і 76 км/год.
 32.2. 8 для дорослих і 12 для дітей.
 33.1. $x = 25, y = 32$.
 34.2. Ціна печива — 15 грн,
 ціна тістечка — 45 грн.
 36.2. 200 000 грн.
 37.2. 1200 грн.
 38.1. 12,5%.
 39.2. Зросла на 8%.
 40.1. 24.
 41.2. 29.
 42.2. $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}$.
 44.2. а) -1, б) -2.

8 клас

- 46.2. У 2 рази.
 46.3. 255 м.
 49.1. $b = 100 : a$.
 50.2. 1) $b = 12:a$.
 51.3. Зменшиться вдвічі.
 52.2. Г.
 54.1. 8.
 55.2. 6 учнів.
 56.2. А.
 57.2. 480 м.
 58.1. 36.
 59.3. Збільшиться у 4 рази.
 60.2. 2 км/год.
 61.2. $\frac{1}{3}$ с.
 62.2. 0,5 с.
 63.2. 10 см \times 10 см.
 64.2. 26.
 66.2. 7, 8, 9.
 67.2. 6 днів та 12 днів.
 68.2. 12 км/год та 15 км/год.
 69.1. -20 і 24.
 70.2. 9 км/год.
 71.2.
- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 1 хв | 2 хв | 3 хв | 4 хв | 5 хв | 6 хв |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 4 | 1 |
- Приблизно 3 хв. Мода 4 хв.
 72.1. Мода: 11, медіана: 11.
 73.2. 20 наборів імен.

74.1. 6.

75.3. Більша.

76.1. $\frac{1}{3}$.

77.2. 1 035 000 тонн.

78.2. Підлітки 10–11 років мають спати 10 год, а 14–15 років — 9 год.

9 клас

79.2. 1) $110 \text{ см} \leq x \leq 150 \text{ см}$.

80.2. $c = 2 \text{ км/год}$.

81.2. 11 завдань.

82.2. 25 планшетів.

83.2. 66 дерева абрикос.

84.2. 29 см.

85.2. 42.

86.2. Від 1 год до 4 год.

87.2. 46.

88.1. $x = 3$.

89.2. 8 дев'ятиповерхових та 9 п'ятиповерхових.

90.1. $y = 4x^2$.

91.2. Ні.

92.2. Збільшиться.

93.3. Висота, з якої Олег кинув м'яча під кутом до горизонту.

94.2. Через 5 днів.

95.2. $(-1; 3)$, $(0; 4)$.

96.2. За 15 днів.

97.1. $(9; 11)$.

98.3. Один

99.2. Ні. Два.

100.1. Так.

101.2. Так. $4000 + 200л$.

102.3. 73 місця.

103.2. 16 учасників.

104.3. Ні. Бо різниця — це прискорення вільного падіння, що є сталим для Землі.

105.1. -31 .

106.3. Менше.

107.2. Через 8 год.

108.2. 3 кг, 12 кг та 15 кг.

109.1. 680 грн.

110.2. 720.

111.2. 0,02.

112.2. 756.

113.2. 90.

115.1. Розмах: 12. Мода: 43 і 45.
Медіана: 44.