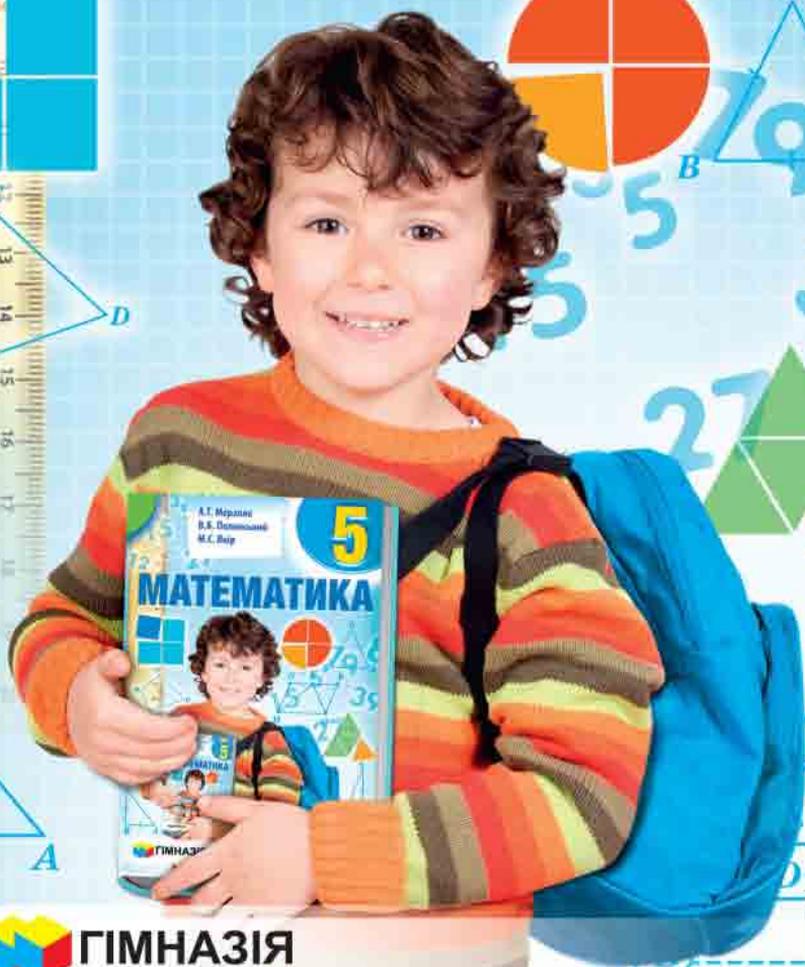


А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонський
М.С. Якір

5

МАТЕМАТИКА



 ГІМНАЗІЯ

Цифри Стародавнього Єгипту

							
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

Римські цифри

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Цифри Стародавньої Русі

Одиниці		Десятки		Сотні	
ā	1	ī	10	ř	100
ḃ	2	ķ	20	ċ	200
ģ	3	ļ	30	ť	300
ḍ	4	ḿ	40	ŷ	400
ē	5	ņ	50	ř	500
š	6	ž	60	ħ	600
z	7	ð	70	ψ	700
ñ	8	ḡ	80	ŵ	800
č	9	č	90	ć	900



Числа-велетні

10^{30} 3 нулі	тисяча	10^{36} 36 нулів	ундецильйон
10^{60} 6 нулів	мільйон	10^{39} 39 нулів	дуодецильйон
10^{90} 9 нулів	мільярд, більйон	10^{42} 42 нулі	третєцильйон
10^{120} 12 нулів	трильйон	10^{45} 45 нулів	кваттуордецильйон
10^{150} 15 нулів	квадрильйон	10^{48} 48 нулів	квіндецильйон
10^{180} 18 нулів	квінтильйон	10^{51} 51 нулі	седєцильйон
10^{210} 21 нулі	секстильйон	10^{54} 54 нулі	септєцильйон
10^{240} 24 нулі	септильйон	10^{57} 57 нулів	дуодєвігінтильйон
10^{270} 27 нулів	октильйон	10^{60} 60 нулів	ундєвігінтильйон
10^{300} 30 нулів	нонільйон	10^{63} 63 нулі	вігінтильйон
10^{330} 33 нулі	децильйон	10^{100} 100 нулів	гугол



А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонський
М. С. Якір

МАТЕМАТИКА

5 клас

Підручник
для закладів загальної
середньої освіти

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

Видання друге, доопрацьоване
відповідно до чинної навчальної програми

Харків
«Гімназія»
2018

УДК 373.167.1:51
М52

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України від 10.01.2018 р. № 22)

Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено

Мерзляк А. Г.

М52 Математика. 5 клас : підруч. для закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Вид. 2-ге, доопрац. відповідно до чинної навч. програми. — Х. : Гімназія, 2018. — 272 с.: іл.

ISBN 978-966-474-214-3.

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-966-474-214-3

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський,
М. С. Якір, 2013
© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський,
М. С. Якір, доопрацювання, 2018
© ТОВ ТО «Гімназія», оригінал-макет,
художнє оформлення, 2018

Від авторів

УЧНЯМ

ЛЮБИ ДІТИ!

Уміння рахувати, логічно міркувати, бути наполегливим і завзятим, уважним і акуратним — усе це необхідно кожній людині. А як набути таких якостей? Математика — та чарівна наука, яка допоможе вам розвинути ці вміння й здібності. І не важливо, яку професію ви оберете: будівельника чи кондитера, програміста чи фермера, лікаря чи економіста, — отримані математичні знання завжди стануть у пригоді.

Вивчення математики можна порівняти з нелегкою, але захоплюючою мандрівкою дивовижною країною. І ми сподіваємося, що цей підручник стане для вас надійним дороговказом і вірним провідником у світі знань.

Ознайомтеся, будь ласка, з будовою цієї книжки. Текст підручника поділено на два розділи, кожний з яких складається з параграфів, а параграф, у свою чергу, — з пунктів. Підручник містить 38 пунктів, кожен з яких починається з викладу теоретичного матеріалу. Вивчаючи його, особливу увагу звертайте на текст, який надруковано **жирним шрифтом**. Так у книзі виділено слова, що означають математичні терміни. *Жирним курсивом* і *курсивом* виділено правила та найважливіші математичні твердження.

Зазвичай виклад теоретичного матеріалу завершується прикладами розв'язування задач. Ці записи можна розглядати як один із можливих зразків оформлення розв'язання.

До кожного пункту дібрано завдання для самостійного розв'язування, приступати до яких радимо лише після засвоєння теоретичного матеріалу. Серед завдань є як прості й середні за складністю вправи, так і важкі задачі, особливо ті, що позначено зірочкою (*).

Кожний пункт завершується особливою задачею, яку ми назвали «Задача від Мудрої Сови». Для її розв'язання потрібно виявити винахідливість і кмітливість.

У рубриці «Коли зроблено уроки» ви зможете дізнатися про важливі математичні об'єкти — числа й фігури, про історію їх виникнення. Сподіваємося, що це зацікавить вас.

Зазначимо, що в курсі математики 5 класу є багато тем, які вивчались у молодших класах. І навіть якщо раніше у вас були якісь негарязди з математикою, то при бажанні можна все швидко надолужити.

Держайте! Бажаємо успіху!

УЧИТЕЛЯМ

ШАНОВНІ КОЛЕГИ ТА КОЛЕЖАНКИ!

Ми дуже сподіваємось, що цей підручник стане надійним помічником у вашій нелегкій і шляхетній праці, і будемо щиро раді, якщо він вам сподобається.

Бажаємо творчої наснаги й терпіння.

Умовні позначення:

- завдання, що відповідають початковому й середньому рівням навчальних досягнень;
- завдання, що відповідають достатньому рівню навчальних досягнень;
- .. завдання, що відповідають високому рівню навчальних досягнень;
- * задачі для математичних гуртків і факультативів;
- ◀ закінчення розв'язування прикладу;
- 340** завдання, які рекомендуються для домашньої роботи.

Розділ І

НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ



§ 1. НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА

1. Ряд натуральних чисел

Скільки днів залишилося до кінця канікул? Скільки друзів ви запросите на свій день народження? Скільки предметів ви вивчаєте у цьому навчальному році? Щоб відповісти на ці запитання, потрібно вміти рахувати.

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., які використовують при лічбі предметів, називають **натуральними**.

Наприклад, числа 1, 3, 24, 60, 365, 1 000 000 — натуральні числа.

Зазначимо, що не всі числа, якими ви користуєтесь, — натуральні. Так, числа 0 , $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ не є натуральними.

Усі натуральні числа, записані в порядку зростання, утворюють **ряд натуральних чисел**, або **натуральний ряд**. Першим числом натурального ряду є число 1, другим — число 2, третім — число 3 і т. д.

У натуральному ряду за кожним числом слідує ще одне число, яке більше за попереднє на одиницю. Тому в натуральному ряду немає останнього числа. Число 1 не має попереднього. Отже, серед натуральних чисел є найменше число — це число 1, але немає найбільшого.

Записати весь натуральний ряд неможливо. Зазвичай роблять так: записують поспіль кілька перших чисел натурального ряду, а потім ставлять три крапки:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...



1. Як називають числа, що використовують при лічбі предметів?
2. Чи є серед натуральних чисел найменше число? найбільше число? У разі ствердної відповіді назвіть це число.
3. Опишіть ряд натуральних чисел.
4. Чи кожне число в ряду натуральних чисел має: 1) наступне число; 2) попереднє число?

Розв'язуємо усно

1. Додайте:
 - 1) 48 і 7;
 - 2) 16 і 9;
 - 3) 25 і 34;
 - 4) 52 і 49.
2. Відніміть:
 - 1) 6 від 14;
 - 2) 7 від 23;
 - 3) від 32 число 8;
 - 4) від 45 число 19.
3. Помножте:
 - 1) 12 на 4;
 - 2) 5 на 20;
 - 3) 13 на 6;
 - 4) 10 на 100.
4. Поділіть:
 - 1) 36 на 12;
 - 2) 55 на 11;
 - 3) на 8 число 96;
 - 4) на 20 число 160.
5. Біля школи ростуть каштани і тополі. Каштанів росте 7, а тополь — у 3 рази більше. Скільки дерев росте біля школи?
6. У школі 370 учнів. Чи знайдуться серед них хоча б два учні, які святкують день народження в один і той самий день?

Вправи

- 1.° Назвіть 14 перших натуральних чисел.
- 2.° Якого числа не вистачає в записі, щоб він позначав натуральний ряд: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ...?
- 3.° Із чисел 5, $\frac{1}{6}$, 8, 129, 0, $\frac{3}{7}$, 4128, $\frac{1}{5}$ виберіть натуральні.
- 4.° Яке число в натуральному ряду стоїть за числом:
 - 1) 34;
 - 2) 246;
 - 3) 8297?
- 5.° Запишіть число, яке в натуральному ряду стоїть за числом:
 - 1) 72;
 - 2) 121;
 - 3) 6459.
- 6.° Яке число в натуральному ряду передує числу:
 - 1) 58;
 - 2) 631;
 - 3) 4500?
- 7.° Запишіть число, яке в натуральному ряду передує числу:
 - 1) 42;
 - 2) 215;
 - 3) 3240.

- 8.* Скільки чисел стоїть у натуральному ряду між числами:
1) 6 і 24; 2) 18 і 81?
- 9.* На уроці фізкультури всі 26 учнів класу вишикувались в одну шеренгу. Відомо, що Петро стояв чотирнадцятим, рахуючи зліва направо, а Олена — двадцятою, рахуючи справа наліво. Скільки учнів стояло між Петром і Оленою?
- 10.* Скільки чисел стоїть у натуральному ряду між числами:
1) 13 і 28; 2) 29 і 111?
- 11.* Деяке натуральне число, більше за 3, позначили буквою a . Запишіть для числа a два попередніх і три наступних натуральних числа.

Вправи для повторення

12. Обчисліть:
1) $238 + 435$; 4) $2000 - 546$; 7) $98 \cdot 34$;
2) $4385 + 2697$; 5) $3400 - 896$; 8) $645 \cdot 36$.
3) $843 - 457$; 6) $23 \cdot 46$;
13. Назва «Україна» вперше згадується в Київському літописі (за Іпатіївським списком) під 1187 роком на означення Переяславської, Київської і Чернігівської земель. Скільки років минуло від першої літописної появи назви «Україна»?
14. Виконайте дії:
1) $43 + 24 \cdot 58 - 39$; 3) $43 + 24 \cdot (58 - 39)$;
2) $(43 + 24) \cdot 58 - 39$; 4) $(43 + 24) \cdot (58 - 39)$.
15. Збираючись у гості до своєї бабусі, Карлсон вирішив підкріпитися. На сніданок він з'їв 26 банок варення, а на обід — на 16 банок більше. Скільки банок варення з'їв Карлсон?
16. На одній ділянці ростуть 34 кущі смородини, а на другій — на 18 кущів менше. Скільки всього кущів смородини росте на двох ділянках?



Задача від Мудрої Сови

17. У квадраті (рис. 1) суми чисел, записаних у кожному стовпчику, у кожному рядку і на кожній діагоналі, яка містить три клітини, мають бути рівними. Знайдіть число, яке має бути записане замість зірочки.

10	*	
9		13
14		

Рис. 1

2. Цифри. Десятковий запис натуральних чисел

Як дім будують із цеглин, а слова складають з літер, так натуральні числа записують за допомогою спеціальних знаків, які називають **цифрами**. Цих цифр десять: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Натуральні числа, записані однією цифрою, називають *одноцифровими*, двома цифрами — *двоцифровими*, трьома цифрами — *трицифровими* і т. д. Усі числа, крім одноцифрових, називають *багатоцифровими*. Багатоцифрове число може починатися з будь-якої цифри, крім цифри 0.

Легко прочитати трицифрове число 917, однак число 17025543607 прочитати набагато складніше. Щоб прочитати багатоцифрове число, цифри його запису розбивають справа наліво на групи по три цифри: 17 025 543 607 (при цьому крайня зліва група може складатися з трьох цифр, із двох цифр, як у нашому прикладі, або з однієї цифри). Ці групи називають **класами**. Перший справа клас називають класом **одиниць**, другий — класом **тисяч**, третій — класом **мільйонів**, четвертий — класом **мільярдів** і т. д.

Під час читання багатоцифрового числа число, записане в кожному класі, читають як трицифрове, двоцифрове або одноцифрове, додаючи при цьому назву класу (зазвичай назву класу одиниць не промовляють). Число 17 025 543 607 читають:

17 мільярдів 25 мільйонів 543 тисячі 607.

Кожний клас розбивають справа наліво на три **розряди**: одиниці, десятки, сотні.

Так, у наведеному прикладі в класі одиниць 7 одиниць, 0 десятків і 6 сотень, а в класі мільйонів — 5 одиниць, 2 десятки, 0 сотень. Назви всіх розрядів числа 17 025 543 607 наведено в поданій таблиці.

Клас мільярдів		Клас мільйонів			Клас тисяч			Клас одиниць			
	1	7	0	2	5	5	4	3	6	0	7
Десятки мільярдів	Одиниці мільярдів	Сотні мільйонів	Десятки мільйонів	Одиниці мільйонів	Сотні тисяч	Десятки тисяч	Одиниці тисяч	Сотні	Десятки	Одиниці	

Якщо всі цифри якогось класу числа є нулями, то, читаючи число, назву цього класу не промовляють. Наприклад, число 2 000 724 читають: 2 мільйони 724.

Запис натуральних чисел, яким ми користуємося, називають **десятковим**. Така назва пов'язана з тим, що десять одиниць кожного розряду складають одну одиницю наступного, старшого розряду. Наприклад, десять одиниць складають один десяток, десять десятків — одну сотню і т. д.

Число 2958 можна подати у вигляді суми:

$$2958 = 2000 + 900 + 50 + 8$$

або

$$2958 = 2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Останню рівність називають записом числа 2958 у вигляді *суми розрядних доданків*.



1. Скільки знаків використовують для запису натуральних чисел у десятичній системі? Як називають ці знаки?
2. Які натуральні числа називають одноцифровими? двоцифровими? трицифровими? багатоцифровими?
3. Яка цифра не може стояти першою в записі натурального числа?
4. Як називають групи із трьох цифр, на які розбивають багатоцифрові числа справа наліво?
5. Назвіть за порядком перші чотири класи в записі натуральних чисел.
6. Скільки розрядів має кожний клас? Як їх називають?
7. Як називають запис натуральних чисел, яким ми користуємося?
8. З чим пов'язана назва десятикового запису натуральних чисел?

Розв'язуємо усно

1. На скільки:
1) 18 більше за 6; 2) 4 менше від 12?
2. У скільки разів:
1) 18 більше за 6; 2) 4 менше від 12?
3. Обчисліть:
1) $12 \cdot 5 + 1$; 3) $12 \cdot (5 + 1)$; 5) $12 : (5 + 1)$;
2) $12 \cdot 5 - 1$; 4) $12 \cdot (5 - 1)$; 6) $12 : (5 - 1)$.
4. Назвіть п'ять послідовних натуральних чисел, починаючи з числа: 1) 423; 2) 1658; 3) 2997.
5. Назвіть у зворотному порядку п'ять послідовних натуральних чисел, починаючи з числа: 1) 358; 2) 1573; 3) 4001.
6. Назвіть усі чотирицифрові числа, сума цифр яких дорівнює 2.
7. Двоцифрове число закінчується цифрою 4. Якщо до цього числа додати число, записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку, то отримаємо число 99. Знайдіть ці два числа.

Вправи

18. Назвіть розряд, у якому стоїть цифра 4 в записі числа: 1) 34; 2) 246; 3) 473; 4) 24 569.
19. Прочитайте число:
1) 234 642; 5) 6 704 917 320;
2) 502 013; 6) 72 016 050 400;
3) 9 145 679; 7) 491 872 653 000;
4) 105 289 001; 8) 305 002 800 748.

20.° Запишіть десятковим записом число:

- 1) 34 мільйони 384 тисячі 523;
- 2) 85 мільйонів 128 тисяч 23;
- 3) 16 мільйонів 26 тисяч 4;
- 4) 6 мільйонів 60 тисяч 17;
- 5) 8 мільярдів 801 мільйон 30 тисяч 5;
- 6) 22 мільярди 33 мільйони 418;
- 7) 251 мільярд 538;
- 8) 46 мільярдів 854;
- 9) 607 мільярдів 3.

21.° Запишіть десятковим записом число:

- 1) 23 мільйони 275 тисяч 649;
- 2) 56 мільйонів 319 тисяч 48;
- 3) 12 мільйонів 20 тисяч 21;
- 4) 8 мільйонів 7 тисяч 3;
- 5) 6 мільярдів 325 мільйонів 800 тисяч 954;
- 6) 14 мільярдів 52 мільйони 819;
- 7) 368 мільярдів 742 тисячі;
- 8) 92 мільярди 29.

22.° Запишіть цифрами число:

- 1) сорок шість мільярдів чотириста п'ятдесят сім мільйонів сімсот двадцять сім тисяч триста вісімдесят вісім;
- 2) шістсот тридцять два мільярди двісті чотири мільйони тридцять п'ять тисяч сорок сім;
- 3) сто п'ять мільярдів п'ятсот тридцять дев'ять тисяч сто;
- 4) тридцять мільярдів двадцять тисяч дев'яносто;
- 5) вісім мільярдів сім мільйонів п'ятнадцять тисяч чотирнадцять;
- 6) один мільярд дві тисячі два.

23.° Запишіть цифрами число:

- 1) три мільйони триста тридцять три тисячі триста тридцять три;
- 2) три мільйони триста тисяч;
- 3) три мільйони три тисячі;
- 4) три мільйони тридцять;
- 5) три мільйони тридцять тисяч триста;
- 6) три мільйони три тисячі три;
- 7) три мільйони три.

24.° Запишіть цифрами число:

- 1) шістдесят вісім мільярдів двісті сорок дев'ять мільйонів дев'ятсот п'ятдесят чотири тисячі сімсот двадцять три;
- 2) вісімсот чотирнадцять мільярдів сто дев'ять мільйонів дві тисячі тридцять два;
- 3) триста сім мільярдів шістсот двадцять одна тисяча чотириста;
- 4) дев'яносто мільярдів десять тисяч двадцять;

- 5) два мільярди три мільйони чотири тисячі п'ять;
6) один мільярд одна тисяча один.
- 25.° Запишіть і прочитайте число, яке утвориться, якщо записати число 514 поспіль:
1) два рази; 2) три рази; 3) чотири рази.
- 26.° Запишіть і прочитайте число, яке утвориться, якщо записати число 48 поспіль:
1) два рази; 2) три рази; 3) чотири рази; 4) п'ять разів.
- 27.° Подайте у вигляді суми розрядних доданків число:
1) 846; 3) 12 619; 5) 32 598 009;
2) 2375; 4) 791 105; 6) 540 007 020.
- 28.° Подайте у вигляді суми розрядних доданків число:
1) 34 729; 2) 478 254; 3) 23 487 901.
- 29.° Запишіть число, яке:
1) на 1 менше від найменшого трицифрового числа;
2) на 4 більше за найбільше трицифрове число;
3) на 5 менше від найменшого п'ятицифрового числа;
4) на 6 більше за найбільше шестицифрове число;
5) на 7 більше за найменше восьмицифрове число.
- 30.° Запишіть найбільше восьмицифрове число та наступне за ним і попереднє до нього числа.
- 31.° Запишіть найменше семицифрове число та наступне за ним і попереднє до нього числа.
- 32.** Двоцифрове число записали два рази поспіль. У скільки разів отримане чотирицифрове число більше за дане двоцифрове число?
- 33.** Трицифрове число записали два рази поспіль. У скільки разів отримане шестицифрове число більше за дане трицифрове число?
- 34.* У книжці пронумеровано сторінки з першої по сто сімдесят другу. Скільки цифр було написано під час нумерування сторінок?
- 35.* Для нумерування сторінок книжки надрукували 2004 цифри. Скільки сторінок у цій книжці?
- 36.* Яких трицифрових чисел більше: тих, усі цифри яких парні, або тих, усі цифри яких непарні?

Вправи для повторення

37. Обчисліть:

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $24 \cdot 564$; | 5) $407 \cdot 306$; | 9) $1134 : 42$; |
| 2) $754 \cdot 60$; | 6) $852 : 6$; | 10) $3198 : 26$; |
| 3) $2504 \cdot 82$; | 7) $67\ 216 : 8$; | 11) $4532 : 22$; |
| 4) $364 \cdot 276$; | 8) $782 : 34$; | 12) $14\ 210 : 35$. |

38. Виконайте дії:

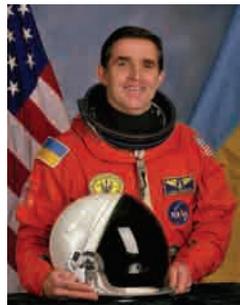
1) $49 + 26 \cdot (54 - 27)$;

3) $(801 - 316) \cdot 29$;

2) $36 : 9 + 18 \cdot 5$;

4) $(488 + 808) : 18$.

39. Перший політ у космос здійснив у 1961 р. громадянин Радянського Союзу Юрій Гагарін. Через 8 років після цього на Місяць ступила перша людина — американець Нейл Армстронг. Ще 28 років по тому у складі екіпажу корабля «Коламбія» до космосу полетів перший космонавт незалежної України Леонід Каденюк. У якому році відбувся цей політ?



Леонід Каденюк
(1951–2018)

40. Маса палиці Котигорошка дорівнює 60 пудів, а маса його шаблі у 12 разів менша. Яка загальна маса палиці та шаблі Котигорошка?

41. Щоб допомогти Карабасу Барабасу, який захворів, Дуремар вирішив поставити йому п'явки. Для першої процедури він використав 24 п'явки, а для другої — у 3 рази більше. Скільки всього п'явок було потрібно Дуремару, щобвилікувати Карабаса Барабаса?

42. Вертоліт за 4 год може пролетіти 720 км. Яку відстань він пролетить за 6 год з тією самою швидкістю?

43. За три дні коваль Вакула виготовив 432 підкови. Скільки підків він виготовить за 5 днів, працюючи так само завзято?



Задача від Мудрої Сови

44. У цьому році день народження батька був у неділю. У який день тижня святкувала день народження мати, якщо вона на 62 дні молодша від батька?

Коли зроблено уроки

Як рахували в давнину

У місцях, де жили стародавні люди, археологи знаходять предмети з вибитими крапками, надряпаними рисочками, глибокими зарубками. Ці знахідки дозволяють припустити, що вже в кам'яному віці люди вміли не лише рахувати, а й фіксувати («записувати») результати своїх підрахунків.



З розвитком суспільства вдосконалювалися і способи лічби. Адаже такі примітивні

засоби лічби, як зарубки на палиці, вузли на мотузці або камінці, складені в купки, не могли задовольнити потреби торгівлі та виробництва.

Приблизно за 3000 років до н. е. було зроблено найважливіше відкриття: люди винайшли спеціальні знаки для позначення певної кількості предметів. Наприклад, єгиптяни десяток позначали символом **П**, сотню — символом **С**. Число 123 записували так: **СЛПІІІ**.

У Стародавньому Римі записували числа за допомогою таких цифр:

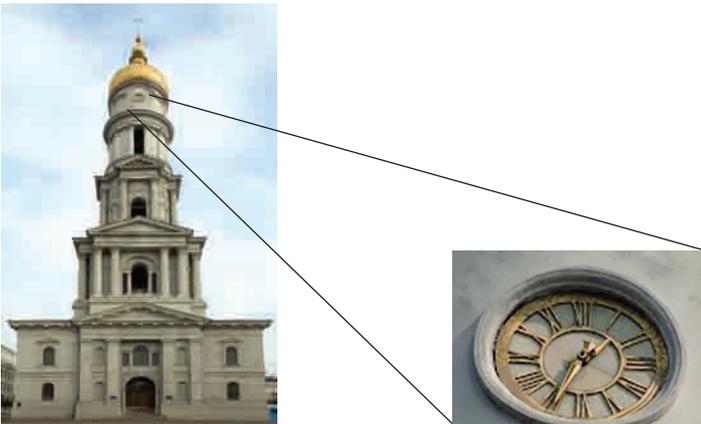
I — один;	C — сто;
V — п'ять;	D — п'ятсот;
X — десять;	M — тисяча.
L — п'ятдесят;	

Римська система числення ґрунтується на такому принципі: якщо при читанні зліва направо менша цифра стоїть після більшої, то вона додається до більшої: VI = 6, XXXII = 32; якщо менша цифра стоїть перед більшою, то вона віднімається від більшої: IV = 4, VL = 45.

У римській системі числення, наприклад, число 14 записують так: XIV. Тут цифра I стоїть між двома більшими цифрами X і V. У такому разі цифру I віднімають від цифри, яка стоїть праворуч від неї (у нашому прикладі це цифра V).

Рік 1814-й, у якому народився Тарас Шевченко, за допомогою римських цифр можна записати так: MDCCCXIV.

Ця система збереглася до наших днів. Часто можна зустріти записи, де використано римські цифри, наприклад: XXI століття, глава VI. Також їх можна побачити на циферблатах годинників, пам'ятниках архітектури.



Успенський собор (м. Харків)

Ви, мабуть, уже помітили, що навіть прочитати число, записане римськими цифрами, нелегко. Тим більше складно виконувати в такому записі чисел арифметичні дії з ними. Крім того, якщо потрібно записувати досить великі числа (мільйон, мільярд тощо), то слід придумувати нові цифри. Інакше запис числа буде дуже довгим. Наприклад, якщо для запису числа 1 000 000 використовувати тільки римську цифру М, то запис буде складатися з тисячі таких знаків. Усі ці недоліки істотно звужують можливість застосування римської системи числення.

У Стародавній Русі не стали придумувати спеціальні знаки для позначення цифр. Для цього використовували букви алфавіту. Над буквою ставили хвилясту лінію — титло.

Наприклад, число 241 записували так: **ĊMĀĪ**.

Ā	Ḃ	Ġ	Ḍ	Ė	Š	Ž	Ĳ	Ď
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ī	Ḳ	Ļ	Ṁ	Ń	Ź	Ń	Ṁ	Č
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ṗ	Ė	Ṭ	Ṳ	Ḟ	Ḫ	Ṳ	Ŵ	Č
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Одним з найвидатніших досягнень людства є винахід **десятькової позиційної системи числення**. За допомогою цієї системи записують як завгодно великі числа, використовуючи лише десять різних цифр. Таке можливо тому, що одна й та сама цифра має різні значення залежно від її **позиції** в числі.

Цифри 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 називають арабськими. Проте араби лише розповсюдили десяткову позиційну систему, створену індусами.

Деякі племена та народи використовували інші позиційні системи числення. Наприклад, індіанці племені майя використовували двадцяткову систему, а стародавній народ шумери — шістдесяткову.

Сліди двадцяткової системи можна віднайти в деяких європейських мовах. Так, французи замість «вісімдесят» говорять «чотири рази по двадцять» (*quatre-vingts*). Розбиття однієї години на 60 хвилин, а однієї хвилини на 60 секунд — приклад явного спадку шістдесяткової системи.

Лічба за допомогою десяти пальців рук спричинила появу десяткової системи. Загальна кількість пальців на руках і на ногах стала основою для створення двадцяткової системи. «Пальцьове» походження має і дванадцяткова система: спробуйте великим пальцем руки

підрахувати фаланги на інших пальцях цієї ж руки, вийде 12 (рис. 2). Так виникла лічба **дюжинами**.

І за наших днів у Європі дюжинами продають носовички, гудзики, курячі яйця. Кількість предметів у столових приборах і сервізах (виделки, ножі, ложки, тарілки, чашки, бокали тощо), як правило, дорівнює 6 (півдюжина), 12, 24 і т. д.

Існують також інші позиційні системи числення. Так, побудова і робота комп'ютера ґрунтуються на двійковій системі числення, яка використовує лише дві цифри — 0 і 1. Більш докладно про двійкову систему числення ви дізнаєтесь на уроках інформатики.

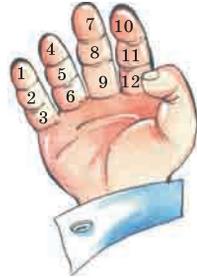


Рис. 2

Як називають «числа-велетні»

Число мільйон — велике чи мале? Наприклад, щоб провести на уроках один мільйон хвилини, вам довелося б навчатися в школі близько 20 років. Цей приклад показує, що мільйон — велике число.

Однак для задоволення потреб таких наук, як економіка, астрономія, фізика, хімія, потрібні числа, що значно більші за мільйон.

Тисячу мільйонів називають **більйоном** або мільярдом, тисячу більйонів — **трильйоном**. Якщо до трильйона приписати праворуч три нулі, то отримаємо **квадрильйон**. Далі, приписуючи кожного разу по три нулі, отримуємо послідовність чисел, що мають такі назви: **квінтильйон**, **секстильйон**, **септильйон**, **октильйон**, **нонільйон**.

Є назви й у чисел, більших від нонільйона (див. форзац).

Щоб ви могли уявити, наскільки величезні ці числа, наведемо ще один приклад. Вік нашого Всесвіту, за оцінками вчених, не перевищує квінтильйона хвилини.

3. Відрізок. Довжина відрізка

Якщо ви добре заточеним олівцем доторкнетесь до аркуша зошита, то залишиться слід, який дає уявлення про **точку** (рис. 3).

Точки прийнято позначати великими латинськими буквами: *A*, *B*, *C*, *D*,

Відмітимо на аркуші паперу дві точки *A* і *B*. Ці точки можна сполучити всілякими лініями (рис. 4). А як сполучити точки *A* і *B* найкоротшою лінією? Це можна зробити за допомогою лінійки (рис. 5).

Отриману лінію називають **відрізком**, а точки *A* і *B* — **кінцями відрізка**.

Точка і відрізок — приклади **геометричних фігур**.

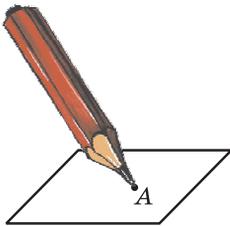


Рис. 3

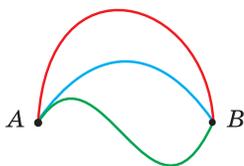


Рис. 4

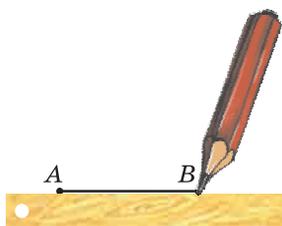


Рис. 5

Існує єдиний відрізок, кінцями якого є точки A і B . Тому відрізок позначають, записуючи точки, які є його кінцями. Наприклад, відрізок на рисунку 5 позначають одним із двох способів: AB або BA . Читають: «відрізок AB » або «відрізок BA ».

На рисунку 6 зображено три відрізки. Довжина відрізка AB дорівнює 1 см. Він уміщується у відрізку MN рівно три рази, а у відрізку EF — рівно чотири рази. Будемо говорити, що довжина відрізка MN дорівнює 3 см, а довжина відрізка EF — 4 см.

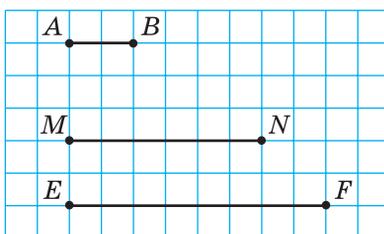


Рис. 6

Також прийнято говорити: «відрізок MN дорівнює 3 см», «відрізок EF дорівнює 4 см». Пишуть: $MN = 3$ см, $EF = 4$ см.

Довжини відрізків MN і EF ми вимірювали **одиничним відрізком**, довжина якого дорівнює 1 см. Для вимірювання відрізків можна обрати й інші **одиниці довжини**, наприклад 1 мм, 1 дм, 1 км. На рисунку 7, а довжина відрізка PK дорівнює 17 мм. Його вимірювали

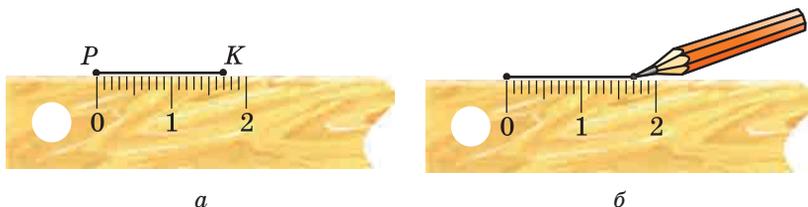


Рис. 7



Рис. 8

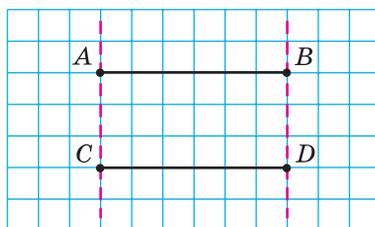


Рис. 9

одиничним відрізком, довжина якого дорівнює 1 мм, за допомогою лінійки з поділками. Також за допомогою лінійки можна побудувати (накреслити) відрізок заданої довжини (рис. 7, б).

Узагалі, *виміряти відрізок* — це означає *підрахувати, скільки одиничних відрізків у ньому міститься*.

Довжина відрізка має таку властивість.

Якщо на відрізку AB позначити точку C, то довжина відрізка AB дорівнює сумі довжин відрізків AC і CB (рис. 8).

Пишуть: $AB = AC + CB$.

На рисунку 9 зображено два відрізки AB і CD. Ці відрізки при накладанні сумістяться.

Два відрізки називають рівними, якщо вони суміщаються при накладанні.

Отже, відрізки AB і CD рівні.

Пишуть: $AB = CD$.

Рівні відрізки мають рівні довжини.

Із двох нерівних відрізків більшим вважатимемо той, довжина якого більша. Наприклад, на рисунку 6 відрізок EF більший за відрізок MN.

Довжину відрізка AB називають **відстанню** між точками A і B.

Якщо кілька відрізків розмістити так, як показано на рисунку 10, то утвориться геометрична фігура, яку називають **ламанною**. Зауважимо, що всі відрізки, зображені на рисунку 11, ламану не утворюють. Вважають, що відрізки утворюють ламану, якщо кінець першого

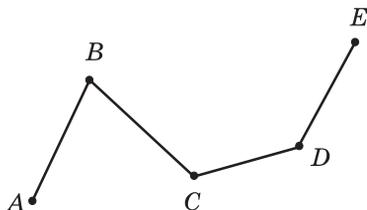


Рис. 10

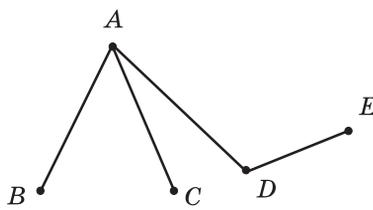


Рис. 11

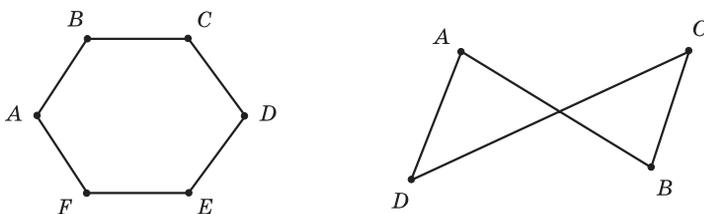


Рис. 12

відрізка збігається з кінцем другого, а інший кінець другого відрізка — з кінцем третього і т. д.

Точки A, B, C, D, E — **вершини** ламаної $ABCDE$ (рис. 10), точки A і E — **кінці** ламаної, а відрізки AB, BC, CD, DE — її **ланки**.

Довжиною ламаної називають суму довжин усіх її ланок.

На рисунку 12 зображено дві ламані, кінці яких збігаються. Такі ламані називають **замкненими**.

ПРИКЛАД 1 Відрізок BC на 3 см коротший від відрізка AB , довжина якого дорівнює 8 см (рис. 13). Знайдіть довжину відрізка AC .

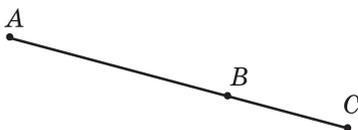


Рис. 13

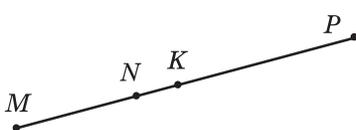


Рис. 14

Розв'язання. Маємо: $BC = 8 - 3 = 5$ (см).

Скориставшись властивістю довжини відрізка, можна записати: $AC = AB + BC$. Звідси $AC = 8 + 5 = 13$ (см).

Відповідь: 13 см. ◀

ПРИКЛАД 2 Відомо, що $MK = 24$ см, $NP = 32$ см, $MP = 50$ см (рис. 14). Знайдіть довжину відрізка NK .

Розв'язання. Маємо: $MN = MP - NP$. Звідси $MN = 50 - 32 = 18$ (см). Маємо: $NK = MK - MN$.

Тоді $NK = 24 - 18 = 6$ (см).

Відповідь: 6 см. ◀



1. Скільки існує відрізків, кінцями яких є дві дані точки?
2. Як позначають відрізок?
3. Які ви знаєте одиниці довжини?
4. Поясніть, що означає виміряти довжину відрізка.
5. Яку властивість має довжина відрізка?
6. Які відрізки називають рівними?
7. Які довжини мають рівні відрізки?

8. Який із двох нерівних відрізків вважають більшим?
9. Що називають відстанню між точками A і B ?
10. Поясніть, яку геометричну фігуру називають ламаною.
11. Що називають довжиною ламаної?
12. Яку ламану називають замкненою?

Розв'язуємо усно

1. Яке число більше за число 46 на 9? Яке число менше від числа 72 на 15? Яке число більше за число 21 у 7 разів? Яке число менше від числа 65 у 13 разів?
2. Назвіть усі двоцифрові числа, сума цифр яких дорівнює 6.
3. Назвіть усі двоцифрові числа, різниця цифр яких дорівнює 7.
4. Назвіть три послідовних натуральних числа, найменшим з яких є найбільше чотирицифрове число.
5. Назвіть три послідовних натуральних числа, найбільшим з яких є найменше чотирицифрове число.
6. Виразіть у сантиметрах:
 - 1) 7 дм 4 см;
 - 2) 4 м 1 см;
 - 3) 2 м 6 дм;
 - 4) 1 м 2 дм 5 см.
7. Виразіть у дециметрах і сантиметрах:
 - 1) 72 см;
 - 2) 146 см;
 - 3) 450 мм;
 - 4) 8 м 40 мм.

Вправи

- 45.° Назвіть усі відрізки, зображені на рисунку 15.

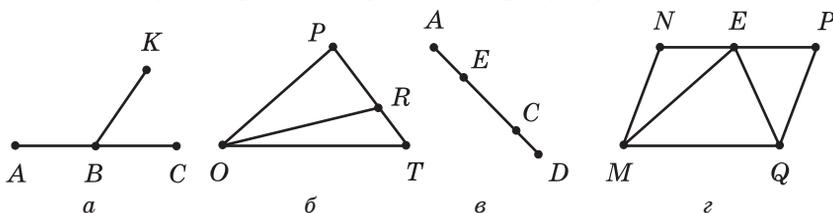


Рис. 15

- 46.° Запишіть усі відрізки, зображені на рисунку 16.

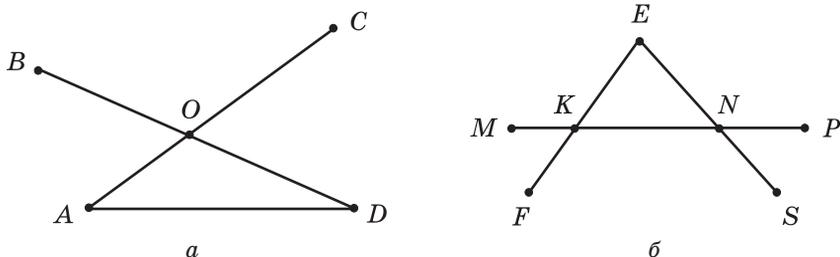


Рис. 16

- 47.° Позначте в зошиті точки A , B , C і D та сполучіть їх попарно відрізками. Скільки відрізків утворилося? Скільки відрізків мають своїм кінцем точку A ?
- 48.° Накресліть відрізки MN і AC так, щоб $MN = 6$ см 3 мм, $AC = 5$ см 3 мм.
- 49.° Накресліть відрізки EF і BK так, щоб $EF = 9$ см 2 мм, $BK = 7$ см 6 мм.
- 50.° Накресліть відрізок AB , довжина якого дорівнює 8 см 9 мм. Позначте на ньому точку C так, щоб $CB = 3$ см 4 мм. Обчисліть довжину відрізка AC .
- 51.° Накресліть відрізок TP , довжина якого дорівнює 7 см 8 мм. Позначте на ньому точку E так, щоб $TE = 2$ см 6 мм. Обчисліть довжину відрізка EP .
- 52.° Порівняйте на око відрізки AB і CD (рис. 17). Перевірте свій висновок вимірюванням.



Рис. 17

- 53.° Знайдіть усі ламані, зображені на рисунку 11. Які з них мають найбільшу кількість ланок?
- 54.° Назвіть ланки ламаної, зображеної на рисунку 18, і виміряйте їхні довжини (у міліметрах). Обчисліть довжину ламаної.

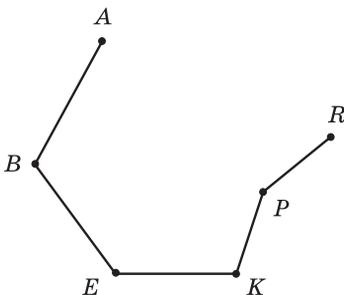


Рис. 18

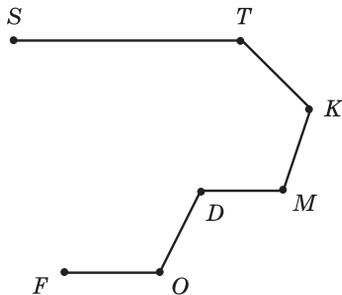


Рис. 19

- 55.° Запишіть ланки ламаної, зображеної на рисунку 19, і виміряйте їхні довжини (у міліметрах). Обчисліть довжину ламаної.
- 56.° Позначте у вузлі клітинок зошита точку A ; точку B позначте на 4 клітинки лівіше і на 5 клітинок вище від точки A ; точку C — на 3 клітинки правіше і на 1 клітинку вище від точки B ; точку D — на 3 клітинки правіше і на 3 клітинки нижче від точки C ; точку E — на 1 клітинку правіше і на 2 клітинки нижче від точки D .

Сполучіть послідовно відрізками точки A, B, C, D і E . Яка фігура утворилася? Запишіть її назву та вкажіть кількість ланок.

57.° Обчисліть довжину ламаної $ABCDE$, якщо $AB = 8$ см, $BC = 14$ см, $CD = 23$ см, $DE = 10$ см.

58.° Обчисліть довжину ламаної $MNKPEF$, якщо $MN = 42$ мм, $NK = 38$ мм, $KP = 19$ мм, $PE = 12$ мм, $EF = 29$ мм.

59.° Накресліть у зошиті ламану, зображену на рисунку 20. Виміряйте довжини ланок (у міліметрах) і знайдіть довжину ламаної.

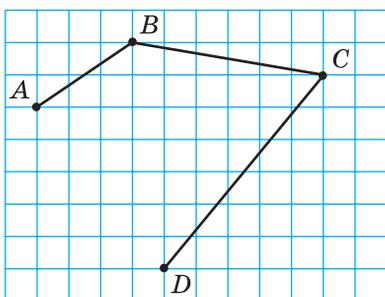


Рис. 20

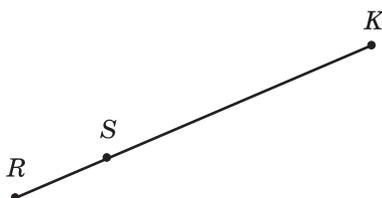


Рис. 21

60.° Відомо, що відрізок SK у 3 рази більший за відрізок RS (рис. 21). Знайдіть довжину відрізка RK , якщо $RS = 34$ см.

61.° Відомо, що відрізок DB у 5 разів менший від відрізка AD (рис. 22). Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $AD = 135$ см.

62.° Відомо, що $AC = 32$ см, $BC = 9$ см, $CD = 12$ см (рис. 23). Знайдіть довжини відрізків AB і BD .



Рис. 22

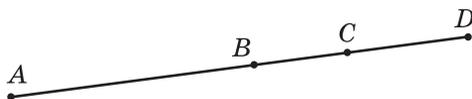


Рис. 23

63.° Відомо, що $MF = 43$ см, $ME = 26$ см, $KE = 18$ см (рис. 24). Знайдіть довжини відрізків MK і EF .



Рис. 24

64.° Дано дві точки. Скільки можна провести відрізків, що сполучають ці точки? Скільки можна провести ламаних, що сполучають ці точки?

- 65.* Накресліть відрізок MK і позначте на ньому точки A і C . Запишіть усі відрізки, що утворилися.
- 66.* Довжина відрізка AB дорівнює 28 см. Точки M і K належать цьому відрізку, причому точка K лежить між точками M і B , $AM = 12$ см, $BK = 9$ см. Знайдіть довжину відрізка MK .
- 67.* Точка C належить відрізку AB , відрізок AC дорівнює 15 см, а відрізок AB на 5 см більший за відрізок AC . Чому дорівнює довжина відрізка BC ? Чи є в умові задачі зайві дані?
- 68.* Відрізки MT і FK рівні (рис. 25). Порівняйте відрізки MF і TK .



Рис. 25

- 69.* Побудуйте ламану $ACDM$ так, щоб $AC = 15$ мм, $CD = 24$ мм, $DM = 32$ мм. Обчисліть довжину ламаної.
- 70.* Побудуйте ламану $CEFK$ так, щоб ланка CE дорівнювала 8 мм, ланка EF була на 14 мм більша за ланку CE , а ланка FK — на 7 мм менша від ланки EF . Обчисліть довжину ламаної.
- 71.* Обчисліть довжину ламаної, зображеної на рисунку 26.

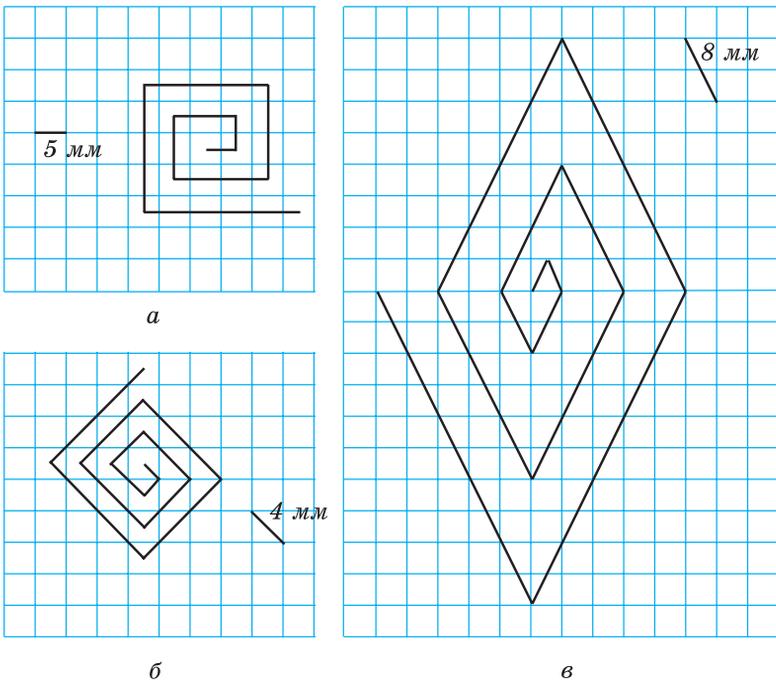


Рис. 26

72.* Відомо, що $AC = 8$ см, $BD = 6$ см, $BC = 2$ см (рис. 27). Знайдіть довжину відрізка AD .

73.* Відомо, що $MF = 30$ см, $ME = 18$ см, $KF = 22$ см (рис. 28). Знайдіть довжину відрізка KE .

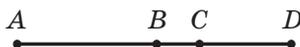


Рис. 27



Рис. 28

74.** Відомо, що $KP = PE = EF = FT = 2$ см (рис. 29). Які ще рівні відрізки є на цьому рисунку? Знайдіть їхні довжини.



Рис. 29



Рис. 30

75.** На першому відрізку позначили сім точок так, що відстань між сусідніми точками дорівнює 3 см, а на другому — десять точок так, що відстань між сусідніми точками дорівнює 2 см. Відстань між якими крайніми з позначених точок більша: тими, що лежать на першому відрізку, чи тими, що лежать на другому?

76.* Відомо, що $AE = 12$ см, $AQ = QB$, $BM = MC$, $CK = KD$, $DR = RE$, $MK = 4$ см (рис. 30). Знайдіть довжину відрізка QR .

77.* Яку найменшу кількість точок треба позначити на відрізках, зображених на рисунку 31, щоб на кожному з них, крім кінців відрізка, було по дві позначені точки?

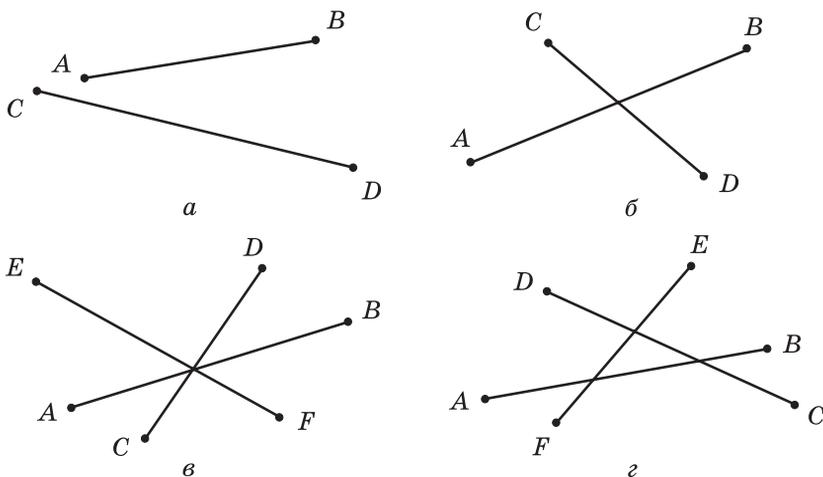


Рис. 31

- 78.* У Михайлика є лінійка, на шкалі якої позначено лише 0 см, 5 см і 13 см (рис. 32). Як, користуючись цією лінійкою, він зможе побудувати відрізок завдовжки: 1) 3 см; 2) 2 см; 3) 1 см?



Рис. 32

Вправи для повторення

79. Обчисліть:

1) $258 \cdot 75$;	5) $104 \cdot 904$;	9) $3328 : 52$;
2) $280 \cdot 70$;	6) $868 : 7$;	10) $9044 : 38$;
3) $6409 \cdot 48$;	7) $81\,225 : 9$;	11) $14\,496 : 48$;
4) $685 \cdot 293$;	8) $896 : 28$;	12) $37\,592 : 74$.

80. Виконайте дії:

1) $38 \cdot 17 - 4832 : 16$;	2) $3596 - 3596 : (2314 - 2256)$.
--------------------------------	------------------------------------

81. Видатний український педагог В. О. Сухомлинський (1918–1970) почав педагогічну діяльність у 1935 р., а з 1947 р. до кінця життя очолював Павлишську середню школу на Кіровоградщині. У якому віці Василь Олександрович почав учителювати? Скільки років він присвятив навчанню дітей? Скільки років В. О. Сухомлинський керував школою?

82. Дитячому садку подарували 4 ящики цукерок по 5 кг у кожному і 6 ящиків печива по 3 кг у кожному. На скільки кілограмів більше подаровано було цукерок, ніж печива?

83. На зиму Вінні-Пух заготовив 7 діжок меду по 12 кг у кожній і 8 діжок по 10 кг у кожній. Скільки всього кілограмів меду заготовив Вінні-Пух?

84. До магазину завезли 240 кг бананів і 156 кг апельсинів. Третину завезених фруктів продали першого дня, а решту — другого. Скільки кілограмів фруктів продали другого дня?

85. Барвінок зібрав у своєму саду 246 кг яблук і 354 кг груш. Шосту частину всіх фруктів Барвінок віддав друзям з дитячого садка, п'яту частину всіх фруктів — друзям зі школи, а решту — у лікарню. Скільки кілограмів фруктів віддав Барвінок у лікарню?



Задача від Мудрої Сови

86. Укажіть найменше натуральне число, сума цифр якого дорівнює 101.

Коли зроблено уроки

Від ліктів та долонь до метричної системи

Для вимірювання довжини відрізка кожний учень вашого класу може на свій розсуд узяти за одиничний відрізок будь-якої довжини. Однак у цьому разі спільно користуватися результатами вимірювань буде досить складно. Набагато зручніше узгодити свій вибір, тобто вказати відрізок, яким вимірюватимуть усі.

Приблизно так і виникли одиниці виміру довжини.

Споконвіку люди користувалися такою природною мірою довжини, як *крок*. Багато народів застосовували як міру довжини *дальність польоту стріли*. Великі відстані вимірювали *денними переходами*. Також використовували «вимірювальні прилади», які були напихваті: *п'ядь*, *лікоть*, *долоня*, *фут*, *дюйм*, *косовий сажень* (рис. 33) тощо.

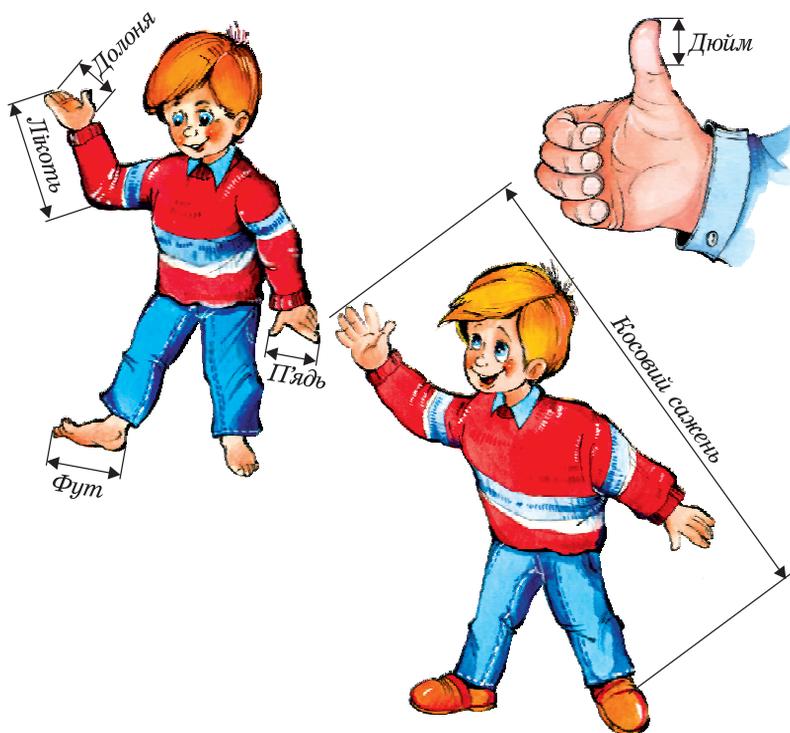


Рис. 33

Зрозуміло, що такі «еталони» довжини зручні, але дуже неточні. Крім того, їх різноманітність та неузгодженість стояли на

перешкоді у спілкуванні, розвитку торгівлі й виробництва. Так, у XVIII ст. майже кожне німецьке місто, більшість держав, що знаходилися на території сучасної Італії, вводили свої міри, які нерідко мали однакові назви, але не були рівними. У Франції дійшло навіть до того, що кожний феодал установлював у своїх володіннях власні міри.

У 1790 р. до Національних зборів Франції надійшла пропозиція про створення нової системи мір, і в 1791 р. було введено одиницю довжини — **метр**. Слово «метр» походить від грецького слова «метрон», що означає «міра». У 1799 р. виготовлено еталон метра у вигляді платиного стержня. Але тільки через 100 років **метрична система мір** зайняла в Європі міцні позиції.

Назви інших одиниць довжини, пов'язаних з метром, утворені за допомогою префіксів *деци-*, *санти-*, *мілі-*, що означає зменшення метра відповідно в 10, 100, 1000 разів. Наприклад, *дециметр* — десята частина метра, *міліметр* — тисячна частина метра. Префікс *кіло-* означає збільшення в 1000 разів, тому *кілометр* дорівнює 1000 метрів.



Рис. 34

Метрична система мір упроваджена практично в усьому світі, але панує вона не в усіх країнах. Наприклад, у Великій Британії поряд з метричною системою досі користуються такими середньовічними мірами довжини, як миля, ярд, фут, дюйм. На стіні обсерваторії в Гринвічі зображено ці еталони довжин (рис. 34).

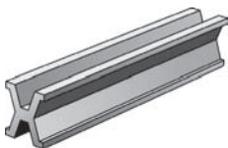


Рис. 35

У 1889 р. зі сплаву платини та іридію було виготовлено більш точний міжнародний еталон метра (рис. 35). Він зберігається в Міжнародному бюро мір і ваги в передмісті Парижа Севрі.

4. Площина. Пряма. Промінь

Розміри вашого зошита не дають можливості будувати відрізки великої довжини. А уявіть собі, що аркуш зошита збільшився до розмірів стола, тенісного корту, навіть футбольного поля. Такий «аркуш» слугує прикладом частини **площини**.

Площина *нескінченна*, тому її не можна зобразити. Цю геометричну фігуру можна лише уявити.

Тепер зрозуміло, що на площині можна накреслити відрізок дуже великої довжини. Більше того, будь-який відрізок можна за допомогою лінійки продовжити в обидві сторони. В уяві це можна зробити необмежено, і тоді ми отримаємо геометричну фігуру, яку називають **прямою**.

Пряма не має кінців. Вона нескінченна. Тому на рисунку ми можемо зобразити тільки частину прямої — відрізок.

Позначимо на аркуші паперу дві точки A і B . Проведемо через них пряму (рис. 36). Якщо спробуємо провести через ці точки ще одну пряму, то нам це не вдасться.

Через дві точки проходить тільки одна пряма.

Ця властивість дозволяє позначати пряму, називаючи дві будь-які її точки. Так, пряму, проведену через точки A і B (рис. 36), позначають одним із двох способів: AB або BA . Читають: «пряма AB » або «пряма BA ».

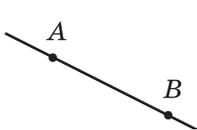


Рис. 36

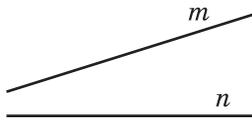


Рис. 37



Рис. 38

Прямі також позначають однією малою латинською літерою. На рисунку 37 зображено прямі m і n .

Проведемо пряму AB і позначимо на ній точку O (рис. 38). Ця точка ділить пряму на дві частини. Кожну з цих частин разом з точкою O називають **променем**. Точку O називають **початком променя**. Кінця у променя немає.

Так само, як і пряму, промінь позначають двома великими латинськими літерами. Спершу записують літеру, яка позначає початок променя, а потім літеру, яка позначає будь-яку іншу точку цього променя. Наприклад, промінь з початком у точці O (рис. 39) можна позначити OA або OB .

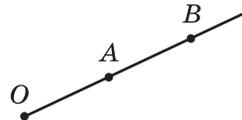


Рис. 39

Промінь — це ще один приклад геометричної фігури.



1. Чи є площина нескінченною?
2. Чи має пряма кінці?
3. Скільки прямих проходить через дві точки?
4. Як позначають пряму?
5. Як називають частини прямої, на які її ділить будь-яка точка цієї прямої? Як при цьому називають цю точку?
6. Як позначають промінь?
7. З якими геометричними фігурами ви ознайомились у цьому пункті?

Розв'язуємо усно

1. Обчисліть:

1) $312 \cdot 10$;	4) $720 : 9$;	7) $1212 : 12$;
2) $5 \cdot 1000$;	5) $480 : 4$;	8) $1010 : 5$.
3) $100 \cdot 10\,000$;	6) $480 : 16$;	
2. Подвойте число 26. Знайдіть половину числа 26. Потройте число 27. Знайдіть третину числа 27.
3. О 10 год ранку зі станції відправився поїзд зі швидкістю 60 км/год. На якій відстані від станції буде поїзд о 15 год того самого дня, якщо він рухатиметься з цією самою швидкістю та без зупинок?
4. Мотузку розрізали на три частини так, що перша частина виявилася на 3 м коротшою від другої частини і на 3 м довшою за третю. На скільки метрів третя частина коротша від другої?

Вправи

- 87.° Позначте в зошиті точки M і K та проведіть через них пряму. Позначте на відрізку MK точку N . Чи належить точка N прямій MK ? Позначте на прямій MK точку P , яка лежить поза відрізком MK . Запишіть усі можливі позначення проведеної прямої.
- 88.° Проведіть довільну пряму та позначте на ній точки A , B і C . Запишіть усі можливі позначення проведеної прямої.
- 89.° Користуючись рисунком 40, установіть, чи є правильним твердження:
 - 1) точка Q належить відрізку ME ;
 - 2) точка Q належить променю EF ;
 - 3) точка Q належить променю FE ;
 - 4) точка E належить променю MF і променю FM ;
 - 5) точка M належить відрізку QE ;
 - 6) точка M належить прямій QE .

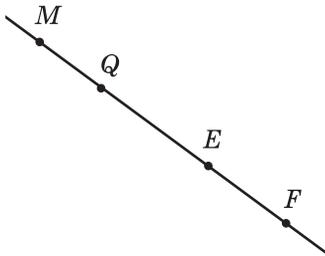


Рис. 40

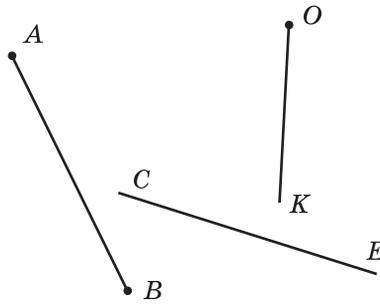


Рис. 41

90.° Чи перетинаються зображені на рисунку 41:

- 1) пряма CE і відрізок AB ;
- 2) промінь OK і пряма CE ;
- 3) промінь OK і відрізок AB ?

91.° Чи перетинаються зображені на рисунку 42:

- 1) пряма MP і відрізок EF ;
- 2) промінь ST і пряма MP ;
- 3) відрізок EF і промінь ST ?

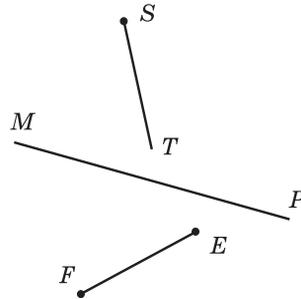
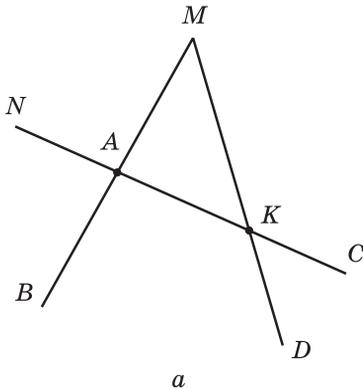


Рис. 42

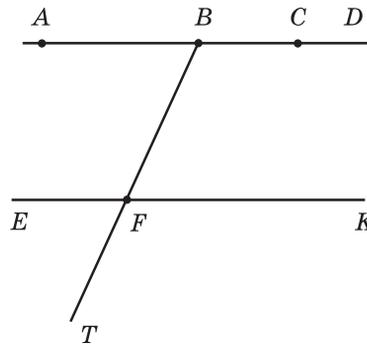
92.° Позначте в зошиті: 1) чотири точки, жодні три з яких не лежать на одній прямій; 2) п'ять точок, жодні три з яких не лежать на одній прямій.

93.° На прямій AB позначено дві точки M і N . Назвіть фігури, які утворилися при цьому.

94.° Назвіть усі відрізки, прямі та промені, зображені на рисунку 43.



а



б

Рис. 43

- 95.* Запишіть усі відрізки, прямі та промені, зображені на рисунку 44.
- 96.* Накресліть два промені так, щоб їхня спільна частина була: 1) точкою; 2) відрізком; 3) променем.
- 97.* Позначте на площині точки M , K , T і F так, щоб промінь MK перетинав пряму TF , а промінь TF не перетинав пряму MK .

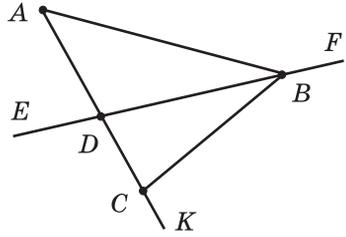


Рис. 44

- 98.* Накресліть пряму AC , відрізки KE і BD , промінь ST так, щоб відрізок KE перетинав пряму AC і не перетинав промінь ST , відрізок BD не перетинав пряму AC і відрізок KE і перетинав промінь ST , а пряма AC і промінь ST перетинались.
- 99.* Накресліть промінь CD , пряму AB і відрізки MK і OP так, щоб відрізок MK лежав на прямій AB , відрізок OP — на промені CD і щоб пряма AB перетинала відрізок OP , а промінь CD — відрізок MK .
- 100.* Скільки променів утвориться, якщо на прямій позначити: 1) 4 точки; 2) 100 точок?
- 101.* Точки A , B і C лежать на одній прямій. Знайдіть довжину відрізка BC , якщо $AB = 24$ см, $AC = 32$ см. Скільки розв'язків має задача?
- 102.* Точки M , K і N лежать на одній прямій. Знайдіть довжину відрізка KN , якщо $MK = 15$ см, $MN = 6$ см.
- 103.* На площині проведено п'ять прямих, що попарно перетинаються. Яка найменша можлива кількість точок перетину цих прямих? Яка найбільша кількість точок перетину може бути?
- 104.* На площині проведено три прямі. На яку найбільшу і на яку найменшу кількість частин ці прямі можуть розбити площину?
- 105.* Проведіть шість прямих і позначте на них 11 точок так, щоб на кожній прямій було позначено рівно чотири точки.
- 106.* На площині проведено три прямі. На першій прямій позначено 5 точок, на другій — 7 точок, а на третій — 3 точки. Яку найменшу кількість різних точок можна позначити?

Вправи для повторення

107. У парку росте 168 дубів, беріз — у 4 рази менше, ніж дубів, а кленів — на 37 дерев більше, ніж беріз. Скільки всього дубів, беріз і кленів росте в парку?
108. Група туристів пройшла пішки 72 км, проїхала поїздом у 5 разів більше, ніж пройшла пішки, а автобусом проїхала на

- 128 км менше, ніж поїздом. Скільки всього кілометрів подолали туристи?
109. Відправившись у гості до Івасика-Телесика, Баба-Яга пролетіла у своїй ступі 276 км за 4 год, а решту 156 км пройшла за 6 год у чоботах-скороходах. На скільки швидкість ступи більша за швидкість чобіт-скороходів?
110. За течією річки човен пропливає 95 км за 5 год, а проти течії — 119 км за 7 год. На скільки швидкість човна проти течії менша від його швидкості за течією?
111. На прямій позначили 20 точок так, що відстань між будь-якими двома сусідніми точками дорівнює 4 см. Знайдіть відстань між крайніми точками.
112. На прямій позначили точки так, що відстань між будь-якими двома сусідніми точками дорівнює 5 см, а між крайніми точками — 45 см. Скільки точок було позначено на прямій?



Задача від Мудрої Сови

113. Як вишикувати 16 учнів у три ряди, щоб у кожному ряду їх було порівну?

Коли зроблено уроки

Про лляну нитку та лінії

Відрізок, пряма, промінь — це приклади (види) **ліній**. Слід, який залишає ковзан фігуриста на льоду (рис. 45), нитка, що випадково опинилася на вашій шкільній формі, дають уявлення про лінію.



Рис. 45

Автомобільну дорогу на карті зображують лінією (рис. 46).



Рис. 46



Рис. 47

Давньогрецький математик Евклід у своїй знаменитій книзі «Начала» образно визначив лінію як «довжину без ширини».

Слово «лінія» походить від латинського слова «*linum*» — льон, льня нитка.

За допомогою гостро заточеного олівця ви можете намалювати дуже хитромудру лінію, наприклад особистий підпис. Так, на рисунку 47 подано зображення (факсиміле) підпису великого українського поета Т. Г. Шевченка.

Багато ліній, що вивчаються в математиці, мають ряд цікавих властивостей, деяким з них присвоєно власні імена. Приклади таких ліній наведено на рисунку 48.

Сім'я ліній дуже різноманітна. З властивостями деяких з них ви ознайомитеся у старших класах.



Коло

Еліпс

Парабола

Спіраль

Лемніската

(від грецького спіра — виток) (від латинського лемніскус — бант)



Кардіоїда
(від грецького кардіо — серце)



Астроїда
(від грецького астрон — зірка)



Циклоїда
(від грецького циклос — круг)



Клофоїда
(від грецького клофо — прясти)

Рис. 48

5. Шкала. Координатний промінь

За допомогою рівної дерев'яної рейки дві точки A і B можна сполучити відрізком (рис. 49). Однак цим примітивним інструментом виміряти довжину відрізка AB не вдасться. Удосконалимо цей інструмент.

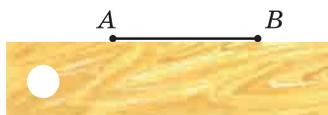


Рис. 49

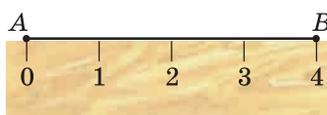


Рис. 50

На рейці через кожний сантиметр нанесемо штрихи. Під першим штрихом напишемо число 0, під другим — 1, під третім — 2 і т. д. (рис. 50). У таких випадках говорять, що на рейку нанесено **шкалу з ціною поділки 1 см**. Ця рейка зі шкалою схожа на лінійку. Але частіше за все на лінійку наносять шкалу з ціною поділки 1 мм (рис. 51).

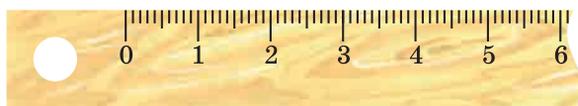


Рис. 51

З повсякденного життя вам добре відомі й інші вимірювальні прилади, які мають шкали різної форми. Циферблат годинника — це шкала з ціною поділки 1 хв (рис. 52); спідометр автомобіля (рис. 53) — шкала з ціною поділки 10 км/год; кімнатний термометр (рис. 54) — шкала з ціною поділки 1 °C.



Рис. 52

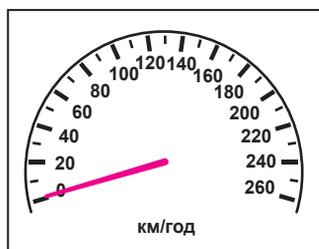


Рис. 53

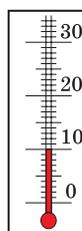


Рис. 54

Ваги (рис. 55) роблять з різними цінами поділки залежно від того, що на них зважують.

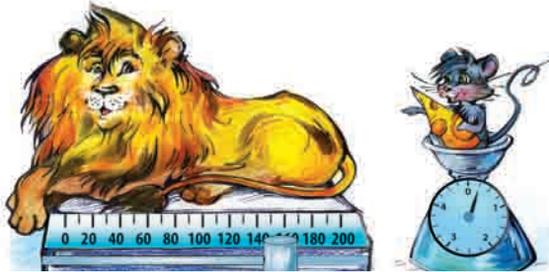


Рис. 55

Конструктор створює вимірювальні прилади, шкали яких скінченні, тобто серед позначених на шкалі чисел завжди є найбільше. А ось математик, озброївшись уявою, може побудувати й нескінченну шкалу.

Накреслимо промінь OX . Позначимо на цьому промені будь-яку точку E . Напишемо під точкою O число 0, а під точкою E — число 1 (рис. 56).

Говоритимемо, що точка O зображує число 0, а точка E — число 1. Також прийнято говорити, що точці O відповідає число 0, а точці E — число 1.

Відкладемо праворуч від точки E відрізок, що дорівнює відріzkу OE . Отримаємо точку M , яка зображує число 2 (рис. 56). Таким же чином позначимо точку N , яка зображує число 3. Так, крок за кроком, отримуємо точки, яким відповідають числа 4, 5, 6, Подумки цей процес можна продовжити як завгодно довго.

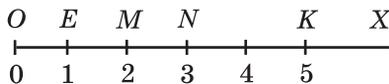


Рис. 56

Отриману нескінченну шкалу називають **координатним променем**, точку O — **початком відрізка**, а відрізок OE — **одичним відрізком** координатного променя.

На рисунку 56 точка K зображує число 5. Говорять, що число 5 є **координатою** точки K , і записують $K(5)$. Аналогічно можна записати $O(0)$, $E(1)$, $M(2)$, $N(3)$.

Часто замість вислову «позначимо точку з координатою, яка дорівнює...» говорять «позначимо число...».



1. Наведіть приклади приладів, які мають шкали.
2. Поясніть, що називають координатним променем.
3. У якому разі говорять, що число 7 є координатою точки A ?
4. Як записують, що число 7 є координатою точки A ?

Розв'язуємо усно

1. Виконайте додавання:
1) $18 + 14$; 2) $180 + 140$; 3) $180 + 14$; 4) $18 + 140$.
2. Чому дорівнює сума найбільшого трицифрового і найменшого чотирицифрового чисел?
3. У п'ять однакових пакетів розклали порівну 10 кг цукерок. Скільки потрібно таких пакетів, щоб розкласти 30 кг цукерок?
4. Чому дорівнює довжина ламаної, яка складається із шести рівних ланок завдовжки 7 см кожна?
5. Які три цифри треба закреслити в числі 8 724 516, щоб число, записане цифрами, що залишилися, у тій самій послідовності, було:
1) найбільшим з можливих; 2) найменшим з можливих?

Вправи

- 114.° Запишіть показання термометрів, зображених на рисунку 57.

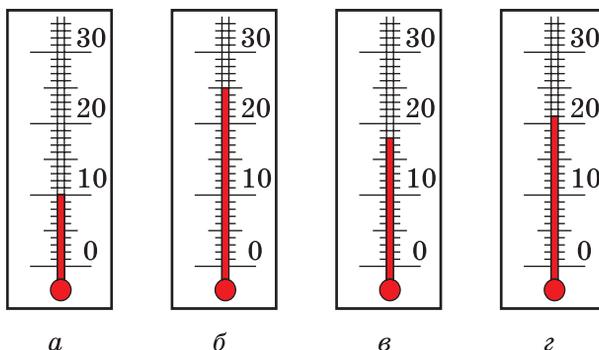


Рис. 57

- 115.° Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рисунку 57, *в*, якщо його стовпчик: 1) опуститься на 6 поділок; 2) підніметься на 4 поділки?
- 116.° Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рисунку 57, *г*, якщо його стовпчик: 1) підніметься на 3 поділки; 2) опуститься на 5 поділок?

117.° Знайдіть координати точок A, B, C, D, E на рисунку 58.

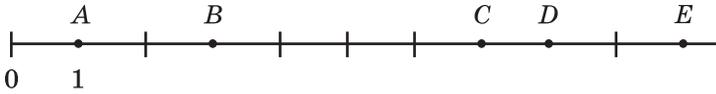


Рис. 58

118.° Знайдіть координати точок P, K, S, T, F на рисунку 59.

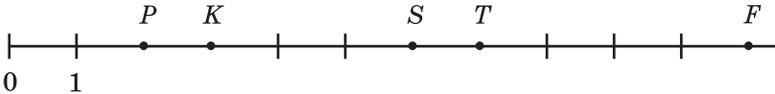


Рис. 59

119.° Позначте на координатному промені точки, що відповідають числам 1, 3, 5, якщо одиничний відрізок дорівнює 1 см. Накресліть ще два координатних промені та позначте ці самі числа, обравши довжину одиничного відрізка для одного променя 2 см, а для другого — 5 мм.

120.° Накресліть координатний промінь і позначте на ньому точки, що відповідають числам 0, 1, 4, 8, 9.

121.° Накресліть координатний промінь і позначте на ньому точки, що відповідають числам 0, 1, 5, 7, 10.

122.° Запишіть усі натуральні числа, розміщені на координатному промені: 1) ліворуч від числа 12; 2) ліворуч від числа 18, але праворуч від числа 8.

123.° Накресліть координатний промінь і позначте на ньому всі натуральні числа, більші за 3 і менші від 7.

124.° Накресліть координатний промінь і позначте на ньому всі натуральні числа, більші за 5 і менші від 10.

125.° Які натуральні числа лежать на координатному промені між числами:

1) 132 і 140;

3) 2126 і 2128;

2) 487 і 492;

4) 3714 і 3715?

126.° Запишіть натуральні числа, які лежать на координатному промені між числами:

1) 234 і 239;

2) 1518 і 1524;

3) 7564 і 7566.

127.° Накресліть відрізок завдовжки 8 см. Над одним кінцем відрізка напишіть число 0, а над другим — 16. Поділіть відрізок на 4 рівні частини. Назвіть числа, які відповідають кожній поділці. Позначте на отриманій шкалі числа 3, 7, 9, 14, 15.

128.* Накресліть відрізок завдовжки 9 см. Над одним кінцем відрізка напишіть число 0, а над другим — 18. Поділіть відрізок на 6 рівних частин. Назвіть числа, які відповідають кожній поділці. Позначте на отриманій шкалі числа 4, 8, 10, 16, 17.

129.* Знайдіть координати точок A, B, C, D, E, F на рисунку 60.

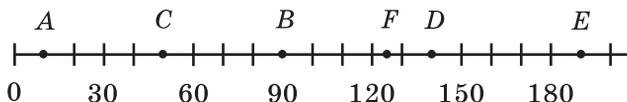


Рис. 60

130.* Знайдіть координати точок M, N, P, T, K, S на рисунку 61.

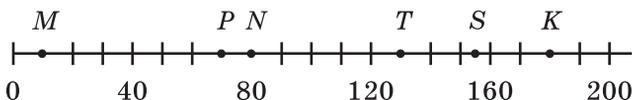


Рис. 61

131.* Перенесіть у зошит рисунок 62. Позначте на координатному промені точки $B (12), C (2), D (8)$.

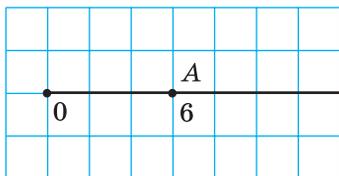


Рис. 62

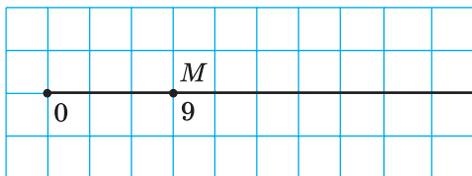


Рис. 63

132.* Перенесіть у зошит рисунок 63. Позначте на координатному промені точки $E (27), F (6), K (15), P (21)$.

133.* Накресліть координатний промінь і позначте на ньому точку, віддалену від точки $B (5)$ на:

- 1) шість одиничних відрізків;
- 2) три одиничних відрізків;
- 3) п'ять одиничних відрізків.

134.* Накресліть координатний промінь і позначте на ньому точку, віддалену від точки $A (7)$ на:

- 1) десять одиничних відрізків;
- 2) чотири одиничних відрізків.

135.* Яке число має бути записане на координатному промені в тій точці, куди вказує стрілка (рис. 64)?

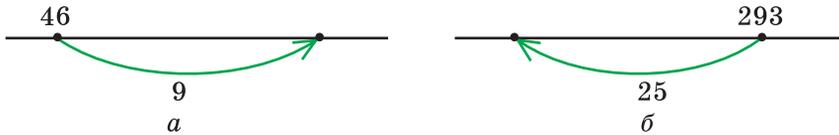


Рис. 64

136.* Яке число має бути записане на координатному промені в тій точці, у якій починається стрілка (рис. 65)?

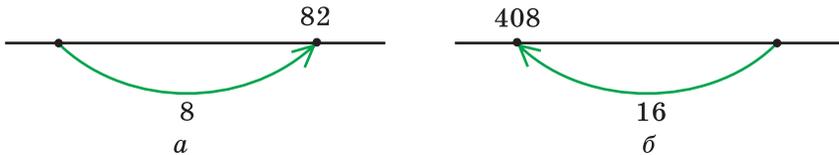


Рис. 65

137.** Коник за один стрибок переміщується вздовж координатного променя праворуч на 5 одиничних відрізків або ліворуч — на 3 одиничних відрізків. Перший стрибок він робить управо на 5 одиничних відрізків. Чи зможе він за кілька стрибків з точки O (0) потрапити: 1) у точку A (7); 2) у точку B (8)?

Вправи для повторення

138. Виконайте дії:

1) $265 + 35 \cdot 16$;

3) $336 - 192 : 12$;

2) $(265 + 35) \cdot 16$;

4) $(336 - 192) : 12$.

139. Відомо, що 7 кг яблук коштують стільки, скільки 4 кг груш. Скільки кілограмів груш можна купити на таку саму суму грошей, що й 42 кг яблук?

140. Висота Великої дзвіниці Києво-Печерської лаври становить майже 97 м, що на 12 м більше за висоту дзвіниці Михайлівського Золотоверхого собору (м. Київ). Висота дзвіниці Троїцького собору (м. Чернігів) дорівнює 58 м, що на 18 м менше від висоти дзвіниці Софіївського собору (м. Київ). Дзвіниця якого із соборів, Михайлівського чи Софіївського, вища й на скільки?



Задача від Мудрої Сови

141. Уздовж паркана ростуть 8 яблунь. Кількість яблук на сусідніх деревах відрізняється на одиницю. Чи може на всіх деревах разом рости 225 яблук?



**Велика дзвіниця
Києво-Печерської лаври**



**Михайлівський
Золотоверхий собор (м. Київ)**



**Троїцький собор
(м. Чернігів)**



**Софіївський собор
(м. Київ)**

6. Порівняння натуральних чисел

Порівняти два різних числа — це означає встановити, яке з них більше, а яке — менше.

Із двох натуральних чисел меншим є те, яке в натуральному ряду стоїть раніше, а більшим — те, яке в натуральному ряду стоїть пізніше. Тому, наприклад, число 5 менше від числа 7, а число 171 більше за число 19. Результати порівняння записують за допомогою знаків $<$ (менше) і $>$ (більше): $5 < 7$ і $171 > 19$. Такі записи називають **нерівностями**.

Число 0 менше від будь-якого натурального числа. Наприклад, $0 < 12$.

Порівнювати можна одночасно й три числа. Наприклад, число 17 більше за 15, але менше від 20. Це записують так: $15 < 17 < 20$. Такий запис називають **подвійною нерівністю**. Часто слово «подвійна» опускають, подвійну нерівність називаючи нерівністю.

Натуральні числа можна порівнювати, не звертаючись до натурального ряду.

Порівняти багатоцифрові числа, які мають різну кількість цифр, легко.

Із двох натуральних чисел, які мають різну кількість цифр, більшим є те, у якого кількість цифр більша.

Наприклад, число 597 013 617 — дев'ятицифрове, а число 99 982 475 — восьмицифрове, тому перше число більше за друге.

Якщо два багатоцифрових числа мають однакову кількість цифр, то слід керуватися таким правилом: *із двох натуральних чисел з однаковою кількістю цифр більшим є те, у якого більша перша (при читанні зліва направо) з неоднакових цифр.*

Наприклад, $7256 > 7249$, а $582\ 647 < 582\ 879$.

Зазначимо, що на координатному промені точка з меншою координатою знаходиться лівіше від точки з більшою координатою. Наприклад, точка А (7) лежить лівіше від точки В (9), оскільки $7 < 9$ (рис. 66).

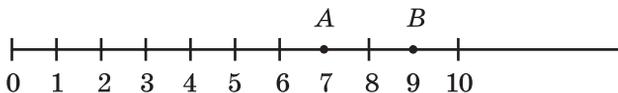


Рис. 66

На координатному промені з двох натуральних чисел менше число розташоване лівіше від більшого.

ПРИКЛАД 1 У записі чисел замість кількох цифр поставили зірочки. Порівняйте ці числа:

1) $69* \text{ і } **43$;

2) $72 *** \text{ і } 70 ***$.

Розв'язання. 1) Оскільки перше число трицифрове, а друге — чотирицифрове, то $69* < **43$.

2) Цифр у цих числах порівну. Перша цифра кожного з них дорівнює 7. Другі цифри цих чисел дорівнюють відповідно 2 і 0. Оскільки $2 > 0$, то $72 *** > 70 ***$. ◀

ПРИКЛАД 2 Порівняйте 8 км 24 м і 8146 м.

Розв'язання

Оскільки $8 \text{ км } 24 \text{ м} = 8024 \text{ м}$, то $8 \text{ км } 24 \text{ м} < 8146 \text{ м}$. ◀



1. Що означає порівняти два різних натуральних числа?
2. Як, використовуючи натуральний ряд, можна визначити, яке з натуральних чисел менше? більше?
3. Яке число менше від будь-якого натурального числа?

4. Як порівняти натуральні числа, що мають різну кількість цифр?
5. Яке з натуральних чисел з однаковою кількістю цифр більше?
6. Як на координатному промені розміщена точка з меншою координатою відносно точки з більшою координатою?

Розв'язуємо усно

1. Яке з чисел 516 і 615 розташоване на координатному промені лівіше?
2. Яке з чисел 405 і 504 розташоване на координатному промені правіше?
3. О 8 год термометр показував температуру повітря 4°C , о 14 год — 12°C . Чому дорівнює ціна поділки цього термометра, якщо його стовпчик піднявся на чотири поділки?
4. Зубну щітку потрібно міняти кожні 4 місяці. Скільки зубних щіток купує за рік родина Іваненків, яка складається з 5 осіб і дотримується цього правила гігієни?
5. Обчисліть:
 - 1) $(27 + 13) \cdot 8$;
 - 2) $(56 - 26) \cdot 9$;
 - 3) $(82 - 71) \cdot 6$;
 - 4) $(128 - 53) : 3$;
 - 5) $63 : (25 - 16)$;
 - 6) $120 : (26 + 14)$.
6. У коробці лежать п'ять червоних олівців і три зелених. Навманя з неї витягують по одному олівцю. Яку найменшу кількість олівців треба взяти, щоб серед них були хоча б два червоних і один зелений?



Вправи

- 142.° Прочитайте нерівність:
- | | | |
|----------------|------------------|---------------------|
| 1) $4 < 9$; | 3) $257 < 263$; | 5) $8 < 12 < 20$; |
| 2) $18 > 10$; | 4) $132 > 95$; | 6) $29 < 30 < 31$. |
- 143.° Запишіть нерівність:
- 1) 7 менше від 12;
 - 2) 16 більше за 13;
 - 3) 92 більше за 43;
 - 4) 2516 менше від 3939;
 - 5) 5 більше за 4, але менше від 6;
 - 6) 40 більше за 30, але менше від 50.

144.° Порівняйте числа:

- 1) 326 і 362;
- 2) 483 і 480;
- 3) 1999 і 2002;
- 4) 6235 і 6196;
- 5) 21 396 і 21 298;
- 6) 72 168 і 72 170;
- 7) 5 716 007 і 5 715 465;
- 8) 3 654 987 і 3 654 991;
- 9) 4 398 657 436 і 4 398 659 322;
- 10) 16 000 023 009 і 16 000 032 000.

145.° Порівняйте числа:

- 1) 642 і 624;
- 2) 786 і 779;
- 3) 4897 і 5010;
- 4) 4455 і 5444;
- 5) 1 400 140 і 1 401 400;
- 6) 224 978 і 224 988;
- 7) 6 130 852 і 6 130 941;
- 8) 5 287 746 525 і 5 287 736 638.

146.° Розташуйте в порядку зростання числа: 894, 479, 846, 591, 701.

147.° Розташуйте в порядку спадання числа: 639, 724, 731, 658, 693.

148.° Назвіть усі натуральні числа, які:

- 1) більші за 678 і менші від 684;
- 2) більші за 935 і менші від 940;
- 3) більші за 2 934 450 і менші від 2 934 454;
- 4) більші за 12 706 і менші від 12 708;
- 5) більші за 24 315 і менші від 24 316.

149.° Запишіть усі натуральні числа, які:

- 1) більші за 549 і менші від 556;
- 2) більші за 1 823 236 і менші від 1 823 240;
- 3) більші за 47 246 і менші від 47 248.

150.° Позначте на координатному промені всі натуральні числа, що: 1) менші від 12; 2) більші за 4 і менші від 10.

151.° Запишіть цифру, яку можна підставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність (розгляньте всі можливі випадки):

- 1) $526* < 5261$;
- 2) $4345 > 43*8$;
- 3) $7286 < 72*8$;
- 4) $2*09 > 2710$.

152.° Запишіть цифру, яку можна підставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність (розгляньте всі можливі випадки):

- 1) $321* > 3217$;
- 2) $93*0 < 9332$.

- 153.* Запишіть яке-небудь натуральне число, яке більше за 473 і менше від 664, що містить цифру 5 у розряді десятків. Скільки існує таких чисел?
- 154.* Запишіть яке-небудь натуральне число, яке більше за 578 і менше від 638, що містить цифру 6 у розряді сотень. Скільки існує таких чисел? Запишіть найменше і найбільше з таких чисел.
- 155.* Запишіть яке-небудь натуральне число, яке більше за 2364 і менше від 2432, що містить цифру 8 у розряді одиниць. Скільки таких чисел можна записати? Запишіть найменше і найбільше з таких чисел.
- 156.* На координатному промені позначили числа 5, 12, a , b і c (рис. 67).

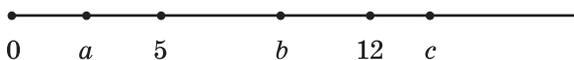


Рис. 67

Порівняйте:

- 1) a і 5; 2) 12 і b ; 3) a і 12; 4) c і a .

- 157.* Запишіть у вигляді подвійної нерівності твердження:

- 1) число 7 більше за 5 і менше від 10;
 2) число 62 менше від 70 і більше за 60;
 3) число 54 менше від 94 і більше за 44;
 4) число 128 більше за 127 і менше від 129.

- 158.* Між якими двома найближчими числами натурального ряду знаходиться число:

- 1) 24; 3) 258; 5) 999 999;
 2) 56; 4) 4325; 6) 1 300 000?

Відповідь запишіть у вигляді подвійної нерівності.

- 159.* У записі чисел замість кількох цифр поставили зірочки. Порівняйте ці числа:

- 1) $43***$ і $48***$; 3) $9*4$ і $9**3$;
 2) $38*$ і $1***$; 4) $6*9$ і $96*$.

- 160.* У записі чисел замість кількох цифр поставили зірочки. Порівняйте ці числа:

- 1) $35****$ і $32****$; 2) $**68$ і $86*$.

- 161.* Порівняйте:

- 1) 2 км і 1968 м; 6) 6 ц 23 кг і 658 кг;
 2) 4 дм і 4 м; 7) 4 т 275 кг і 42 ц 75 кг;
 3) 3 км 94 м і 3126 м; 8) 5 т 7 ц 36 кг і 5 т 863 кг;
 4) 712 кг і 8 ц; 9) 8 т і 81 ц;
 5) 15 т і 35 ц; 10) 83 дм 7 см і 8 м 30 см.

162.* Порівняйте:

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| 1) 6892 м і 7 км; | 5) 9 ц і 892 кг; |
| 2) 8 см і 8 дм; | 6) 2 ц 86 кг і 264 кг; |
| 3) 4 км 43 м і 4210 м; | 7) 3 т 248 кг і 32 ц 84 кг; |
| 4) 27 дм 3 см і 270 см; | 8) 12 т 2 кг і 120 ц 2 кг. |

Вправи для повторення

163. Обчисліть:

- 1) $936 : 24 - 2204 : 58$;
- 2) $5481 : 27 + 23 \cdot 27$;
- 3) $3000 - (1085 - 833) : 42$;
- 4) $(1248 + 652) \cdot (1423 - 1373)$.

164. Із 24 м тканини можна пошити сім однакових суконь. Скільки таких суконь можна пошити із 48 м цієї тканини?

165. Славетний університет Сорбонна, що знаходиться в Парижі (Франція), відраховує свій вік з 1215 року. Він на 6 років молодший від Кембриджського університету (Велика Британія), але на 417 років старший за Києво-Могилянську академію. Визначте рік заснування: 1) Кембриджського університету; 2) Києво-Могилянської академії. Скільки років виповнюється у цьому році Львівському університету, найстаршому в Україні, якщо Кембриджський університет на 452 роки старший за нього?



Києво-Могилянська академія



Львівський університет

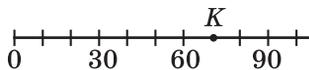
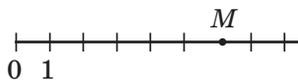
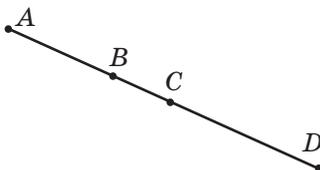


Задача від Мудрої Сови

166. Сім гномів зібрали разом 28 грибів, причому всі вони зібрали різну кількість грибів і в жодного не було порожнього кошика. Скільки грибів зібрав кожний гном?

ЗАВДАННЯ № 1 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

- Яке число в натуральному ряду передує числу 5100?
 А) 5009 Б) 5939 В) 5099 Г) 5199
- Скільки чисел стоїть у натуральному ряду між числами 31 і 82?
 А) 48 Б) 49 В) 50 Г) 51
- Яка цифра записана в розряді десятків класу тисяч числа 243 786?
 А) 2 Б) 4 В) 3 Г) 8
- Як записують цифрами число два мільйони двадцять тисяч двісті?
 А) 2 020 200 В) 2 002 200
 Б) 2 200 200 Г) 2 200 020
- Чому дорівнює довжина відрізка AD , зображеного на рисунку, якщо $AC = 18$ см, $BD = 20$ см, $BC = 6$ см?
 А) 38 см В) 28 см
 Б) 32 см Г) 26 см
- Яка з позначених точок не належить променю BD , зображеному на рисунку?
 А) B В) M
 Б) E Г) K
- Чому дорівнює координата точки M , зображеної на рисунку?
 А) 5 В) 7
 Б) 6 Г) 8
- Чому дорівнює координата точки K , зображеної на рисунку?
 А) 70 В) 80
 Б) 75 Г) 85
- Яку з даних цифр можна підставити замість зірочки в запис $1472 > 14 * 4$, щоб утворилася правильна нерівність?
 А) 8 В) 7 В) 6 Г) 9
- Скільки натуральних чисел розташовано на координатному промені лівіше від числа 15?
 А) 13 Б) 14 В) 15 Г) безліч



11. Будинки на вулиці пронумеровані послідовно числами від 1 до 25. Скільки разів цифра 2 повторюється в нумерації?
А) 5 Б) 7 В) 8 Г) 9
12. Укажіть правильну нерівність:
А) $6 \text{ ц} < 598 \text{ кг}$ В) $2 \text{ км } 85 \text{ м} > 2122 \text{ м}$
Б) $7 \text{ ц } 32 \text{ кг} > 723 \text{ кг}$ Г) $1 \text{ км } 42 \text{ м} > 1200 \text{ м}$

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 1

Натуральні числа

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 і т. д., які використовують при лічбі предметів, називають натуральними.

Властивість довжини відрізка

Якщо на відрізку AB позначити точку C , то довжина відрізка AB дорівнює сумі довжин відрізків AC і CB .

Рівні відрізки

Два відрізки називають рівними, якщо вони суміщаються при накладанні.

Властивість прямої

Через дві точки проходить тільки одна пряма.

Порівняння натуральних чисел

- Число 0 менше від будь-якого натурального числа.
- Із двох натуральних чисел, які мають різну кількість цифр, більшим є те, у якого кількість цифр більша.
- Із двох натуральних чисел з однаковою кількістю цифр більшим є те, у якого більша перша (при читанні зліва направо) з неоднакових цифр.

§ 2. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

7. Додавання натуральних чисел. Властивості додавання

Щоб додати числа 5 і 2, можна до числа 5 додати 1 і до отриманого числа 6 ще раз додати 1. Маємо: $5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7$. Але так ви додавали числа, коли тільки вчилися рахувати. Зараз ви, не замислюючись, з пам'яті пишете: $2 + 7 = 9$, $6 + 3 = 9$, $2 + 8 = 10$, $8 + 7 = 15$ і т. д., тобто знаєте напам'ять таблицю додавання одноцифрових чисел.

Чому так зручно додавати багатоцифрові числа у стовпчик? Додамо, наприклад, числа 3 853 164 і 2 700 503:

		3	8	5	3	1	6	4	
	+	2	7	0	0	5	0	3	
		6	5	5	3	6	6	7	

При такому *порозрядному* додаванні доводиться проводити обчислення тільки з одноцифровими числами, що не викликає ускладнень.

Нагадаємо, що в рівності $a + b = c$ числа a і b називають **доданками**, число c і запис $a + b$ — **сумою**. Тут буквами позначено числа. Докладніше про використання букв при записі виразів буде сказано в п. 9.

Ви добре знаєте **переставну властивість додавання**:
від перестановки доданків сума не змінюється.

У буквеному вигляді цю властивість записують так:

$$a + b = b + a$$

Як найзручніше обчислити суму $(64 + 23) + 77$?

Скоріш за все, ви зробите так:

$$(64 + 23) + 77 = 64 + (23 + 77) = 64 + 100 = 164.$$

Тут ми скористалися **сполучною властивістю додавання**:
щоб до суми двох чисел додати третє число, можна до першого числа додати суму другого та третього чисел.

У буквеному вигляді цю властивість записують так:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Із властивостей додавання випливає, що *при додаванні кількох чисел доданки можна міняти місцями та брати їх у дужки, тим самим визначаючи порядок обчислень.*

Наприклад, правильними є рівності:

$$a + b + c = c + b + a,$$

$$2 + 3 + 7 + 8 = (2 + 8) + (7 + 3).$$

При додаванні число 0 має особливу властивість:

якщо один із двох доданків дорівнює нулю, то сума дорівнює другому доданку:

$$a + 0 = a,$$

$$0 + a = a$$

ПРИКЛАД 1 Спростіть вираз $136 + (a + 214)$.

Розв'язання. Використовуючи переставну та сполучну властивості додавання, отримуємо:

$$136 + (a + 214) = 136 + (214 + a) =$$

$$= (136 + 214) + a = 350 + a. \blacktriangleleft$$

ПРИКЛАД 2 Знайдіть суму 7 хв 44 с + 5 хв 38 с.

Розв'язання. Ураховуючи, що 1 хв = 60 с, маємо:

$$7 \text{ хв } 44 \text{ с} + 5 \text{ хв } 38 \text{ с} = 7 \text{ хв} + 44 \text{ с} + 5 \text{ хв} + 38 \text{ с} =$$

$$= (7 \text{ хв} + 5 \text{ хв}) + (44 \text{ с} + 38 \text{ с}) = 12 \text{ хв} + 82 \text{ с} =$$

$$= 12 \text{ хв} + 60 \text{ с} + 22 \text{ с} = 12 \text{ хв} + 1 \text{ хв} + 22 \text{ с} = 13 \text{ хв } 22 \text{ с}. \blacktriangleleft$$

1. Як у рівності $a + b = c$ називають число a ? число b ? число c ? запис $a + b$?
2. Сформулюйте переставну властивість додавання.
3. Як записують у буквеному вигляді переставну властивість додавання?
4. Сформулюйте сполучну властивість додавання.
5. Як записують у буквеному вигляді сполучну властивість додавання?
6. Яку властивість має число 0 при додаванні?

Розв'язуємо усно

1. Обчисліть:

- | | | |
|-----------------|--------------------|---------------------|
| 1) $23 + 17$; | 5) $300 - 130$; | 9) $120 \cdot 40$; |
| 2) $230 + 17$; | 6) $300 - 13$; | 10) $72 : 8$; |
| 3) $23 + 170$; | 7) $12 \cdot 4$; | 11) $720 : 8$; |
| 4) $30 - 13$; | 8) $12 \cdot 40$; | 12) $720 : 80$. |

2. Назвіть два послідовних натуральних числа, сума яких дорівнює 91.

3. Назвіть двоцифрове число, сума цифр якого дорівнює найбільшому одноцифровому числу. Скільки існує таких чисел?

Вправи

- 167.° Знайдіть суму:
- 1) $14\ 238 + 18\ 345$;
 - 2) $25\ 726 + 46\ 177$;
 - 3) $32\ 662 + 4879$;
 - 4) $7892 + 34\ 608$;
 - 5) $295\ 361 + 475\ 829$;
 - 6) $28\ 177\ 246 + 42\ 989\ 511$;
 - 7) $2\ 713\ 486 + 733\ 982$;
 - 8) $75\ 392\ 867\ 428 + 9\ 671\ 635\ 803$.
- 168.° Виконайте додавання:
- 1) $47\ 586 + 4705$;
 - 2) $68\ 638 + 54\ 382$;
 - 3) $114\ 931 + 209\ 596$;
 - 4) $228\ 637 + 5\ 428\ 735$;
 - 5) $59\ 462\ 181\ 428 + 4\ 740\ 582\ 804$;
 - 6) $12\ 814 + 1\ 256\ 064 + 9787$.
- 169.° Наталка і Миколка розв'язували задачі. Миколка розв'язав 26 задач, а Наталка — на 16 задач більше. Скільки задач розв'язали Миколка і Наталка разом?
- 170.° Михайлик купив нову книжку за 74 грн, що на 24 грн менше, ніж заплатив Петрик за свою нову книжку. Скільки гривень заплатили за книжки Михайлик і Петрик разом?
- 171.° Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:
- 1) $(42 + 37) + 58$;
 - 2) $29 + (98 + 71)$;
 - 3) $(215 + 818) + 785$;
 - 4) $634 + (458 + 166)$;
 - 5) $183 + 732 + 268 + 317$;
 - 6) $339 + 584 + 416 + 661$;
 - 7) $(15\ 083 + 1458) + (4917 + 6542)$;
 - 8) $(1654 + 18\ 135) + (7346 + 11\ 865)$.
- 172.° Застосуйте властивості додавання при обчисленні:
- 1) $(146 + 322) + 178$;
 - 2) $784 + (179 + 116)$;
 - 3) $625 + 481 + 75 + 219$;
 - 4) $427 + 88 + 203 + 102$.
- 173.° Три білочки — Руденька, Жовтенька та Сиренька збирали горішки. Руденька збрала 38 горішків, що на 16 менше, ніж Жовтенька, а Сиренька — на 23 горішки більше, ніж Руденька. Скільки всього горішків вони збрали?
- 174.° Площа Київської області дорівнює $28\ 131\ \text{км}^2$, що на $1701\ \text{км}^2$ менше від площі Житомирської області. Площа Чернігівської області на $2033\ \text{км}^2$ більша за площу Житомирської області. Знайдіть загальну площу цих трьох областей України.



- 175.° На першій полиці було 17 книжок, на другій — на 18 книжок більше, ніж на першій, а на третій — на 6 книжок більше, ніж на першій і другій разом. Скільки книжок було на трьох полицях?
- 176.° Вирушивши у велосипедний похід, група туристів за перший день пододала 42 км, що на 12 км менше, ніж за другий, а за третій — на 4 км більше, ніж за перший і другий разом. Скільки кілометрів пройшли туристи за три дні?

177.* Спростіть вираз:

- | | |
|------------------------|--|
| 1) $(74 + x) + 38$; | 5) $(b + 457) + (143 + 872)$; |
| 2) $238 + (a + 416)$; | 6) $(2235 + c) + (4671 + 1765)$; |
| 3) $y + 324 + 546$; | 7) $(1696 + 3593) + (p + 1304)$; |
| 4) $2753 + m + 4199$; | 8) $(5432 + 8951) + (4568 + a + 1049)$. |

178.* Спростіть вираз:

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1) $(56 + a) + 14$; | 3) $805 + x + 195$; |
| 2) $342 + (b + 58)$; | 4) $m + 4563 + 1837$. |

179.* Дядя Федір виїхав з міста до Простоквашина о 15 год 40 хв і витратив на дорогу 3 год 50 хв. О котрій годині дядя Федір приїхав у Простоквашино?

180.* Поїзд відходить від станції А о 9 год 57 хв і рухається 2 год 36 хв до станції В. О котрій годині поїзд прибуває на станцію В?

181.* Як зміниться сума, якщо:

- 1) один з доданків збільшити на 12;
- 2) один з доданків збільшити на 23, а другий — на 17;
- 3) один з доданків зменшити на 34;
- 4) один з доданків зменшити на 16, а другий — на 9;
- 5) один з доданків збільшити на 28, а другий зменшити на 15?

182.* Один з доданків збільшили на 3. На скільки треба збільшити другий доданок, щоб сума збільшилася на 14?

183.* Один з доданків збільшили на 8. Як треба змінити другий доданок, щоб сума:

- | | |
|----------------------|---------------------|
| 1) збільшилася на 3; | 2) зменшилася на 5? |
|----------------------|---------------------|

184.* Знайдіть суму:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) 76 м 39 см + 41 м 58 см; | 5) 12 год 24 хв + 9 год 18 хв; |
| 2) 4 км 238 м + 3 км 474 м; | 6) 35 хв 17 с + 16 хв 35 с; |
| 3) 64 м 86 см + 27 м 45 см; | 7) 18 год 42 хв + 14 год 29 хв; |
| 4) 16 км 527 м + 37 км 783 м; | 8) 53 хв 32 с + 44 хв 56 с. |

185.* Знайдіть суму:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1) 4 дм 6 см + 5 дм 8 см; | 4) 2 т 4 ц 56 кг + 9 т 6 ц 48 кг; |
| 2) 8 м 5 см + 6 м 96 см; | 5) 3 год 48 хв + 2 год 26 хв; |
| 3) 12 км 29 м + 24 км 92 м; | 6) 25 хв 17 с + 7 хв 54 с. |

186.** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб додавання було виконано правильно:

1) $\begin{array}{r} + 17 * 6 \\ 4 * 5 * \\ \hline * 082 \end{array}$	2) $\begin{array}{r} + 253 * \\ * 79 * 8 \\ \hline 4 * * 97 \end{array}$	3) $\begin{array}{r} + 8 * 56 \\ * 36 * 7 \\ + 219 * \\ \hline 6 * 093 \end{array}$	4) $\begin{array}{r} + * * \\ * * * \\ \hline 197 \end{array}$
---	--	---	--

187.** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб додавання було виконано правильно:

1) $\begin{array}{r} + * 62 * \\ 84 * 7 \\ \hline * 2 * 62 \end{array}$	2) $\begin{array}{r} + 294 * \\ * 76 * 1 \\ \hline 6 * * 24 \end{array}$
---	--

188.** Не виконуючи обчислення, розташуйте подані суми в порядку зростання:

$$\begin{array}{lll} 782 + 659; & 782 + 943; & 288 + 659; \\ 943 + 1105; & 129 + 288; & 1105 + 2563. \end{array}$$

189.** Знайдіть суму найзручнішим способом:

- 1) $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$;
- 2) $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$.

190.* 1) На скільки сума $1 + 3 + 5 + \dots + 99$ менша від суми $2 + 4 + 6 + \dots + 100$?

- 2) Яка із сум $1 + 3 + 5 + \dots + 2001$ і $2 + 4 + 6 + \dots + 2000$ більша та на скільки?

191.* У записі 4 4 4 4 4 4 4 поставте між деякими цифрами знак «+» так, щоб утворився вираз, значення якого дорівнює 500.

192.* Замініть зірочки такими цифрами, щоб сума будь-яких трьох сусідніх чисел дорівнювала 20:

$$7, *, *, *, *, *, *, *, 9.$$

193.* Петрик розрізав дрот на кусочки та склав фігуру, зображену на рисунку 68. Чи зміг би Петрик розрізати цей дрот на кусочки, з яких міг би скласти фігуру, зображену на рисунку 69?

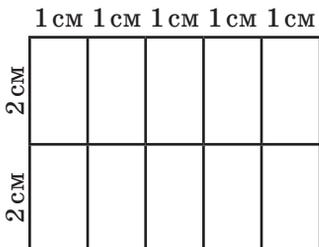


Рис. 68

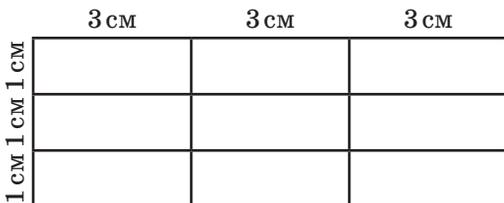


Рис. 69

Вправи для повторення

194. Позначте на координатному промені натуральні числа, більші за 6 і менші від 12.

195. Запишіть усі шестидигові числа, які більші за 999 888 і закінчуються цифрою 5.

196. Велосипедист проїхав 36 км за 4 год. На зворотному шляху він збільшив швидкість на 3 км/год. Скільки часу він витратив на зворотний шлях?

197. Василько старший за свою сестру Оленку на 5 років. На скільки років він буде старшим за неї через 7 років?



Задача від Мудрої Сови

198. Чи можна таблицю, яка містить 5 рядків і 6 стовпчиків, заповнити такими натуральними числами, щоб сума чисел у кожному рядку дорівнювала 30, а сума чисел у кожному стовпчику — 20?

8. Віднімання натуральних чисел

Дію віднімання означають, використовуючи дію додавання. Наприклад, відняти від числа 17 число 5 — це означає знайти таке число, яке в сумі з числом 5 дає число 17. Оскільки $5 + 12 = 17$, то $17 - 5 = 12$.

Узагалі, рівність $a - b = c$ є правильною, якщо правильна рівність $b + c = a$.

Розглянемо ще кілька прикладів:

$$173 - 89 = 84, \text{ оскільки } 89 + 84 = 173;$$

$$2368 - 572 = 1796, \text{ оскільки } 572 + 1796 = 2368.$$

Нагадаємо, що в рівності $a - b = c$ число a називають **зменшуваним**, число b — **від'ємником**, число c і запис $a - b$ — **різницею**.

Різниця $a - b$ показує, на скільки число a більше за число b або на скільки число b менше від числа a .

При відніманні число 0 має особливу властивість. *Якщо від'ємник дорівнює нулю, то різниця дорівнює зменшуваному:*

$$a - 0 = a$$

Справедливою є і така властивість. *Якщо зменшуване і від'ємник рівні, то різниця дорівнює нулю:*

$$a - a = 0$$

Ці рівності легко перевірити за допомогою додавання. Переконайтеся в цьому самостійно.

ПРИКЛАД 1 Довжина річки Дніпро (у межах України) становить 981 км. Довжина річки Південний Буг на 175 км менша від неї і на 89 км більша за довжину річки Псел. Знайдіть довжини річок Південний Буг і Псел.

Розв'язання. 1) $981 - 175 = 806$ (км) — довжина Південного Бугу.

2) $806 - 89 = 717$ (км) — довжина Псла.

Відповідь: 806 км, 717 км. ◀

ПРИКЛАД 2 Обчисліть: $428 - (128 + 126)$.

Розв'язання. Маємо:

$$428 - (128 + 126) = 428 - 254 = 174. \blacktriangleleft$$

Обчислити можна було інакше, скориставшись **правилом віднімання суми від числа**:

щоб від числа відняти суму двох доданків, можна від цього числа відняти один із доданків і потім від результату відняти другий доданок.

$$\text{Маємо: } 428 - (128 + 126) = (428 - 128) - 126 = 300 - 126 = 174.$$

ПРИКЛАД 3 Обчисліть: $(619 + 282) - 319$.

$$\text{Маємо: } (619 + 282) - 319 = 901 - 319 = 582. \blacktriangleleft$$

Обчислити можна було в інший спосіб, скориставшись **правилом віднімання числа від суми**:

щоб від суми двох доданків відняти число, можна відняти це число від одного з доданків (якщо цей доданок більший або дорівнює від'ємнику) і потім до результату додати другий доданок.

$$\text{Маємо: } (619 + 282) - 319 = (619 - 319) + 282 = 300 + 282 = 582.$$

Зауважимо, що, наприклад, до виразу $(17 + 19) - 25$ наведене правило застосувати неможливо, оскільки в сумі $17 + 19$ кожний із доданків менший від 25.

ПРИКЛАД 4 Знайдіть різницю 9 год 8 хв – 2 год 26 хв.

Розв'язання. Маємо: 9 год 8 хв – 2 год 26 хв =

$$= 8 \text{ год } 68 \text{ хв} - 2 \text{ год } 26 \text{ хв} = 6 \text{ год } 42 \text{ хв}. \blacktriangleleft$$

При обчисленнях були використані правила віднімання суми від числа і віднімання числа від суми.

Маємо: 8 год 68 хв – 2 год 26 хв =

$$= 8 \text{ год } 68 \text{ хв} - (2 \text{ год} + 26 \text{ хв}) =$$

$$= (8 \text{ год } 68 \text{ хв} - 2 \text{ год}) - 26 \text{ хв} =$$

$$= ((8 \text{ год} + 68 \text{ хв}) - 2 \text{ год}) - 26 \text{ хв} =$$

$$= ((8 \text{ год} - 2 \text{ год}) + 68 \text{ хв}) - 26 \text{ хв} =$$

$$= (6 \text{ год} + 68 \text{ хв}) - 26 \text{ хв} =$$

$$= 6 \text{ год} + (68 \text{ хв} - 26 \text{ хв}) = 6 \text{ год} + 42 \text{ хв} =$$

$$= 6 \text{ год } 42 \text{ хв}.$$



1. Що означає відняти від числа a число b ?
2. Як у рівності $a - b = c$ називають число a ? число b ? число c ? запис $a - b$?
3. Що показує різниця $a - b$?
4. Чому дорівнює різниця двох чисел, якщо від'ємник дорівнює нулю?
5. Чому дорівнює різниця двох рівних чисел?
6. Як можна від числа відняти суму двох доданків?
7. Як від суми двох доданків можна відняти число?

Розв'язуємо усно

- Збільште суму чисел 24 і 18 на 36.
- Подвойте суму чисел 418 і 232.
- Знайдіть третину від суми чисел 103 і 47.
- З автобуса на зупинці вийшло 15 пасажирів. Дев'ятеро з них пішли до пішохідного переходу, а решта людей почали переходити дорогу, обходячи автобус спереду. Скільки людей вчинили неправильно?
- У коробці лежать сині та зелені олівці. Зелених олівців є 19, що на 17 менше, ніж синіх. Скільки олівців лежить у коробці?
- Є два відра місткістю 9 л і 4 л. Як, користуючись ними, можна налити в діжку 6 л води?

Вправи

- 199.° Знайдіть різницю:
- | | |
|-----------------------|---------------------------------|
| 1) 27 146 – 24 317; | 4) 46 000 185 – 8 123 456; |
| 2) 56 789 – 9876; | 5) 72 430 034 – 23 082 408; |
| 3) 524 278 – 344 929; | 6) 1 000 000 000 – 637 891 452. |
- 200.° Знайдіть різницю:
- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| 1) 35 476 – 24 839; | 4) 372 894 – 216 156; |
| 2) 46 002 – 28 396; | 5) 38 020 301 – 18 479 563; |
| 3) 60 015 – 7428; | 6) 537 866 285 – 496 707 539. |
- 201.° На скільки:
- число 4328 менше від числа 21 514;
 - число 258 143 більше за число 164 275?
- 202.° На скільки:
- число 34 725 більше за число 28 816;
 - число 16 546 менше від числа 56 289?
- 203.° У таблиці наведено максимальні відстані від Сонця до деяких планет Сонячної системи:

Меркурій	57 910 000 км	Юпітер	816 355 600 км
Венера	108 210 000 км	Сатурн	1 506 750 000 км
Земля	149 600 000 км	Уран	3 007 665 000 км

Прочитайте наведені дані. Знайдіть, на скільки:

- Земля знаходиться ближче до Сонця, ніж Сатурн;
 - Уран розташований далі від Сонця, ніж Меркурій.
- 204.° У таблиці наведено розміри штрафів, установлених у Тридесятому царстві за перевищення дозвільної швидкості руху.

Перевищення швидкості, км/год	10–20	21–30	31–40	Більше за 40
Розмір штрафу, грн	400	600	800	2000

Який штраф має сплатити водій автомобіля, якщо він їхав:



1) зі швидкістю 74 км/год на ділянці дороги з максимально дозволеною швидкістю 60 км/год;

2) зі швидкістю 128 км/год на ділянці дороги з максимально дозволеною швидкістю 80 км/год?



205. Довжина сухопутного кордону України дорівнює 5624 км, а довжина морської берегової лінії (без затоки Сиваш) на 2931 км менша від неї. Чому дорівнює загальна довжина сухопутного кордону і берегової лінії України?

206. Захопившись грибним полюванням, пес Шарик одного дня зібрав 73 гриби, що на 16 грибів більше, ніж другого дня. Скільки грибів зібрав Шарик за два дні?

207. У серпні корова Зірочка дала 278 л молока, у вересні — на 26 л менше. Скільки літрів молока дала Зірочка за ці два місяці?

208. Площа Франції дорівнює 544 000 км², що на 94 000 км² більше за площу Швеції, яка на 154 000 км² менша від площі України. Скільки квадратних кілометрів становить площа України?

209.* Обчисліть:

1) $25\,375 + 16\,686 - 21\,239$;

2) $(7829 - 5878) - (20\,000 - 18\,453)$;

3) $(5689 - 3458 + 1723) - (25\,002 - 24\,848) + 2967$.

210.* Обчисліть:

1) $84\,218 - 57\,134 + 34\,615$;

2) $(44\,516 - 17\,398) - (14\,259 + 12\,262)$;

3) $(6754 + 2853 - 1508) - (29\,006 - 27\,999) + 5818$.

211.* Дорогу з Горіхівки в Гайове побудували за три місяці. За перший місяць побудували частину дороги завдовжки 21 км, за другий — на 8 км меншу, ніж за перший. Разом за ці два місяці побудували на 13 км більше, ніж за третій. Яка відстань між Горіхівкою та Гайовим?

212.* Петро, Василь і Микола здали на завод цукрові буряки. Петро здав 56 ц буряків, що на 18 ц більше, ніж Василь. Разом вони здали на 28 ц буряків більше, ніж Микола. Скільки всього центнерів цукрових буряків вони здали?

213.* За три дні Рокфор з'їв 230 головок сиру. За перший день він з'їв 74 головки, що на 16 головок більше, ніж за другий. Скільки головок сиру з'їв Рокфор за третій день?

214.* Щукін, Карпов і Сомов відправилися на риболовлю. Разом вони зловили 192 рибки, причому Щукін зловив 53 рибки, що на 15 більше, ніж зловив Карпов. Скільки рибок зловив Сомов?

215.* Аладдін, Жасмин і джин збирали в саду султана персики. Аладдін і Жасмин зібрали разом 112 кг персиків, а Жасмин і джин — 193 кг персиків. Скільки кілограмів персиків зібрав кожен з них, якщо всього було зібрано 240 кг?

216.* У саду Марічка вирощує квіти. Жоржин і троянд у неї 78, а реста — гладіолуси, причому гладіолусів на 9 менше, ніж троянд. Скільки квітів кожного виду росте в саду, якщо всього їх 124?

217.* У Тернопільській області є багато печер. Довжина ходів однієї з них, печери Оптимістична, є найбільшою у світі. Довжина ходів печери Озерна (або печери Блакитних озер) дорівнює 128 км, що на 105 км більше за довжину ходів печери Кришталева. Довжина ходів печери Вертеба на 14 км менша від довжини ходів печери Кришталева. Довжина ходів печери Оптимістична на 222 км більша за довжину ходів печери Вертеба. Знайдіть довжину ходів печери Оптимістична.



Печера Вертеба

218.* Перевірте, чи є правильною нерівність:

- 1) $24\ 017 - 15\ 035 < 12\ 386 - 2987$;
- 2) $1674 - (673 + 437) > 1885 - (648 + 664)$.

219.* Перевірте, чи є правильною нерівність

$$6011 - (1539 - 438) < 5791 - (2418 - 1336).$$

220.* Поїзд відходить від станції А о 7 год 37 хв і в той самий день прибуває на станцію В о 9 год 12 хв. Скільки часу рухається поїзд від станції А до станції В?

221.* Поїзд відходить від станції А і в той самий день прибуває на станцію В о 15 год 20 хв. О котрій годині поїзд відходить від станції А, якщо на шлях від А до В він витрачає 6 год 48 хв?

222.* Знайдіть різницю:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) 76 м 39 см – 41 м 24 см; | 5) 12 год 24 хв – 9 год 18 хв; |
| 2) 64 м 45 см – 27 м 86 см; | 6) 18 хв 42 с – 14 хв 29 с; |
| 3) 22 км 527 м – 17 км 783 м; | 7) 35 хв 17 с – 15 хв 35 с; |
| 4) 4 км 238 м – 3 км 474 м; | 8) 53 год 32 хв – 44 год 56 хв. |

223.* Знайдіть різницю:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1) 3 дм 2 см – 2 дм 6 см; | 4) 8 т 6 ц 25 кг – 4 т 8 ц 74 кг; |
| 2) 54 м 18 см – 27 м 35 см; | 5) 16 год 26 хв – 9 год 52 хв; |
| 3) 4 км 8 м – 1 км 19 м; | 6) 10 хв 4 с – 5 хв 40 с. |

224.* Як зміниться різниця, якщо:

- 1) зменшуване збільшити на 8;
- 2) зменшуване зменшити на 4;
- 3) від'ємник збільшити на 7;

- 4) від'ємник зменшити на 5;
 5) зменшуване збільшити на 10, а від'ємник — на 6;
 6) зменшуване збільшити на 9, а від'ємник — на 12;
 7) зменшуване зменшити на 14, а від'ємник — на 9;
 8) зменшуване збільшити на 3, а від'ємник зменшити на 6;
 9) зменшуване зменшити на 20, а від'ємник збільшити на 15?

225.* Зменшуване збільшили на 2. Як треба змінити від'ємник, щоб різниця:

- 1) зменшилася на 12; 3) збільшилася на 2;
 2) збільшилася на 6; 4) не змінилася?

226.* Від'ємник зменшили на 8. Як треба змінити зменшуване, щоб різниця:

- 1) збільшилася на 3; 3) зменшилася на 10;
 2) зменшилася на 5; 4) збільшилася на 8?

227.** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб віднімання було виконано правильно:

$$\begin{array}{r} 1) _ * * * * \\ \quad * * * \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) _ * 6 5 * * \\ \quad * 1 7 2 \\ \hline 7 7 * 6 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) _ 7 2 * * \\ \quad * 3 5 9 \\ \hline 2 * 1 9 \end{array}$$

228.** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб віднімання було виконано правильно:

$$\begin{array}{r} 1) _ * 5 6 7 * \\ \quad * 9 * 7 \\ \hline 8 6 * 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) _ * * 5 * 2 \\ \quad 7 * 1 * \\ \hline 7 6 7 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) _ * 9 4 * 7 6 \\ \quad 1 * 7 8 * 9 \\ \hline 1 3 * 8 0 * \end{array}$$

229.** На зупинці з тролейбуса вийшло 15 пасажирів, а ввійшло 8. На другій зупинці вийшло 6 пасажирів і ввійшло 12. Скільки пасажирів було в тролейбусі до першої зупинки, якщо після другої зупинки їх стало 31?

230.** Між сніданком і обідом Євген з'їв 7 слив з тих, що лежали на тарілці. Після обіду мати поклала туди ще 14 слив. Між обідом і вечерею Євген з'їв 9 слив. Після вечері мати поклала ще 5 слив, і на тарілці стало 20 слив. Скільки слив було на тарілці спочатку?



231.** Першого дня фермер зібрав у своєму саду 26 ящиків яблук, а другого — 14 таких ящиків яблук. Скільки кілограмів яблук зібрав фермер першого дня і скільки — другого, якщо другого дня він зібрав на 192 кг менше, ніж першого?

232.** Один поїзд був у дорозі 7 год, а другий — 13 год. Другий поїзд пройшов на 360 км більше, ніж перший. Скільки кілометрів пройшов кожний поїзд, якщо вони рухалися з однаковими швидкостями?

233.** Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення:

- 1) $(412 + 116) - 112$; 3) $844 - (244 + 318)$;
2) $(593 + 675) - 275$; 4) $729 - (396 + 229)$.

234.** Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення:

- 1) $(176 + 343) - 243$; 3) $1287 - (487 + 164)$;
2) $(684 + 915) - 484$; 4) $971 - (235 + 371)$.

235.** Спростіть вираз:

- 1) $(35 + x) - 15$; 3) $96 - (m + 48)$;
2) $(432 + b) - 265$; 4) $516 - (216 + x)$.

236.** Спростіть вираз:

- 1) $(a + 546) - 328$; 3) $272 - (125 + y)$;
2) $(c + 961) - 592$; 4) $925 - (p + 735)$.

237.** Заповніть наявні пропуски в таблиці, у якій наведено дані про виступи українських школярів на Міжнародних математичних олімпіадах протягом 2008–2017 років.



Місце проведення	Рік	Кількість медалей			
		Золоті	Срібні	Бронзові	Разом медалей
Іспанія	2008	2	2	2	
Німеччина	2009	3	1		6
Казахстан	2010	1	2		6
Нідерланди	2011	1		3	6
Аргентина	2012		3		5
Колумбія	2013	1	3	1	
ЮАР	2014	2		1	6
Таїланд	2015	2	3		6
Гонконг	2016			4	6
Бразилія	2017	1		2	5
Усього медалей		13	23		

238.** У двоцифровому числі 6 десятків. Між цифрами цього числа вписали цифру 0. На скільки отримане трицифрове число більше за дане двоцифрове?

239.* У записі 1 2 3 4 5 6 7 8 9 поставте між деякими цифрами знак «+» або знак «-» так, щоб значення отриманого виразу дорівнювало 100.

Вправи для повторення

240. Виконайте дії:

1) $25 \cdot (63 - 741 : 19)$;

3) $3926 : 13 \cdot 8 + 2584$;

2) $(900 - 7218 : 9) \cdot 12$;

4) $690 - 2944 : 64 \cdot 15$.

241. На відрізку AB позначили точку C . Відстань між серединами відрізків AC і BC становить 12 см. Яка довжина відрізка AB ?

242. Накресліть координатний промінь і позначте на ньому точки A (1), B (7), C (3), D (9). На цьому ж промені позначте точки, які віддалені від точки B : 1) на 3 одиничних відрізки; 2) на 8 одиничних відрізків. Знайдіть координати цих точок.



Задача від Мудрої Сови

243. У скільки разів шлях по сходах з першого поверху на десятій довший за шлях з першого поверху на другий?

9. Числові і буквені вирази. Формули

Як знайти периметр прямокутника, сторони якого дорівнюють 3 см і 5 см (рис. 70)?

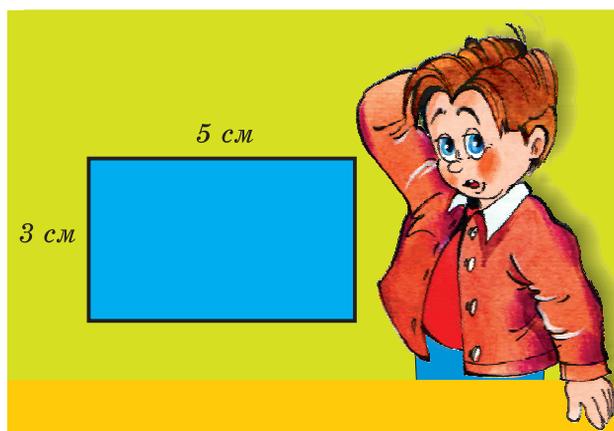


Рис. 70

Відповідаючи на це запитання, ви, скоріше за все, зробите такий запис: $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

Цей запис являє собою **числовий вираз**.

Наведемо ще кілька прикладів числових виразів: $12 : 4 - 1$, $(5 + 17) + 11$, $(19 - 7) \cdot 3$. Ці вирази складені з чисел, знаків арифметичних дій і дужок. Зауважимо, що не будь-який запис, складений із чисел, знаків арифметичних дій і дужок, є числовим виразом. Наприклад, запис $+) + 3 - (2 -$ це набір символів, який не має сенсу.

Завершивши розв'язання задачі про периметр прямокутника, отримаємо відповідь 16 см. У таких випадках говорять, що число 16 є **значенням виразу** $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

А чому дорівнює периметр прямокутника, сторони якого дорівнюють 3 см і a см? Відповідь можна записати у вигляді $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$.

Запис $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$ являє собою **буквений вираз**.

Наведемо ще кілька прикладів буквених виразів: $(a + b) + 11$, $5 + 3 \cdot x$, $n : 2 + k \cdot 5$. Ці вирази складені з чисел, букв, знаків арифметичних дій і дужок.

Як правило, у буквених виразах знак множення пишуть тільки між числами. У решті випадків його опускають. Наприклад, замість $5 \cdot y$, $m \cdot n$, $2 \cdot (a + b)$ відповідно пишуть $5y$, mn , $2(a + b)$.

Нехай сторони прямокутника дорівнюють a см і b см. У цьому разі буквений вираз для знаходження його периметра матиме такий вигляд: $2a + 2b$.

Підставимо в цей вираз замість a і b відповідно числа 3 і 5. Отримаємо числовий вираз $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$, який ми вже записували для знаходження периметра прямокутника на початку цього пункту. Якщо ж замість a і b підставити, наприклад, числа 4 і 9, то отримаємо числовий вираз для знаходження периметра іншого прямокутника — із сторонами 4 см і 9 см. Узагалі, з одного буквеного виразу можна отримати безліч числових виразів.

Позначимо периметр прямокутника буквою P . Тоді рівність

$$P = 2a + 2b$$

можна використати для знаходження периметра *будь-якого* прямокутника. Такі рівності називають **формулами**.

Наприклад, якщо сторона квадрата дорівнює a , то його периметр обчислюють за формулою

$$P = 4a$$

Рівність

$$s = vt,$$

де s — пройдений шлях, v — швидкість руху, а t — час, за який пройдено шлях s , називають **формулою шляху**.

ПРИКЛАД 1 Зібрані у своєму саду яблука Барвінок розклав у п'ять ящиків по a кг і в b ящиків по 20 кг. Скільки кілограмів яблук зібрав Барвінок? Обчисліть значення отриманого виразу при $a = 18$, $b = 9$.

Розв'язання. У п'яти ящиках міститься $5a$ кг яблук, а в b ящиках — $20b$ кг. Разом Барвінок зібрав $(5a + 20b)$ кг яблук.

Якщо $a = 18$, $b = 9$, то отримуємо: $5 \cdot 18 + 20 \cdot 9 = 90 + 180 = 270$ (кг).

Відповідь: $(5a + 20b)$ кг, 270 кг. ◀

ПРИКЛАД 2 Знайдіть, користуючись формулою шляху, швидкість, з якою поїзд пройшов 324 км за 6 год.

Розв'язання. Оскільки $s = vt$, то $v = s : t$. Тоді можна записати: $v = 324 : 6 = 54$ (км/год).

Відповідь: 54 км/год. ◀

ПРИКЛАД 3 Петрик купив m булочок по 4 грн і шоколадку за 30 грн. Складіть формулу для обчислення вартості покупки та обчисліть цю вартість, якщо: 1) $m = 4$; 2) $m = 12$.

Розв'язання. За m булочок Петрик заплатив $4m$ грн.

Позначивши вартість покупки буквою k , отримаємо формулу $k = 4m + 30$.

1) Якщо $m = 4$, то $k = 4 \cdot 4 + 30 = 46$;

2) якщо $m = 12$, то $k = 4 \cdot 12 + 30 = 78$.

Відповідь: $k = 4m + 30$, 46 грн, 78 грн. ◀



1. Опишіть, що являє собою числовий вираз.
2. Опишіть, що являє собою буквений вираз.
3. Яку рівність називають формулою шляху?

Розв'язуємо усно

1. Яке число стоїть у кінці ланцюжка обчислень?



2. Яке число потрібно додати до 18, щоб отримати 64?
3. Від якого числа потрібно відняти 36, щоб отримати 16?
4. Яке число потрібно відняти від числа 82, щоб отримати 24?

5. Дві черепахи повзуть зі швидкістю 6 м/хв і 4 м/хв. З якою швидкістю вони віддаляються одна від одної, якщо повзуть:
1) у протилежних напрямках; 2) в одному напрямку?
6. Спочатку книга подешевшала на 24 грн, а потім подорожчала на 16 грн. Як змінилася, збільшилася чи зменшилася, порівняно з початковою ціна книги і на скільки?

Вправи

- 244.° Прочитайте дані числові вирази, використовуючи терміни «сума», «різниця», «добуток», «частка»:
1) $12 + 16$; 4) $98 : 14$; 7) $204 : 6 - 102 : 3$;
2) $39 - 24$; 5) $(238 + 124) - 95$; 8) $(53 + 8) \cdot (53 - 8)$.
3) $18 \cdot 19$; 6) $39 \cdot 16 + 48 \cdot 2$;
- 245.° Знайдіть значення виразу:
1) $56 + 42 : 14 - 7$; 3) $(56 + 42) : 14 - 7$;
2) $(56 + 42) : (14 - 7)$; 4) $56 + 42 : (14 - 7)$.
- 246.° Знайдіть значення виразу:
1) $374 + x$, якщо $x = 268$;
2) $374 - x$, якщо $x = 268$;
3) $a + b + 988$, якщо $a = 714$, $b = 569$;
4) $a - 314 + 625 - c$, якщо $a = 836$, $c = 442$.
- 247.° Знайдіть значення виразу:
1) $y + 653$, якщо $y = 894$;
2) $y - 653$, якщо $y = 894$;
3) $a - b - 569$, якщо $a = 2316$, $b = 1495$.
- 248.° У класі навчається a хлопчиків і 14 дівчинок. Скільки всього учнів у цьому класі?
- 249.° У саду ростуть 158 дерев, з них a дерев становлять яблуні, а решта — вишні. Скільки вишень росте в саду?
- 250.° За 8 год літак пролетів s км. З якою швидкістю летів літак?
- 251.° Автомобіль проїхав s км зі швидкістю 65 км/год. Скільки часу автомобіль був у дорозі?
- 252.° Знайдіть за формулою шляху відстань, яку проїде поїзд за 6 год зі швидкістю 67 км/год.
- 253.° Знайдіть за формулою шляху відстань, яку пропливе моторний човен за 7 год зі швидкістю 32 км/год.
- 254.° Обчисліть значення y за формулою $y = 4x - 7$, якщо: 1) $x = 26$;
2) $x = 15$.
- 255.° Обчисліть значення a за формулою $a = 86 - 5b$, якщо: 1) $b = 17$;
2) $b = 9$.
- 256.° Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:
1) різниця суми чисел 238 і 416 та числа 519;

- 2) сума різниці чисел 823 і 374 та різниці чисел 3477 і 3086;
3) добуток суми та різниці чисел 15 і 12;
4) частка суми чисел 209 і 193 та різниці чисел 42 930 і 42 924.
- 257.*** Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:
1) сума різниці чисел 238 і 149 та числа 506;
2) частка суми та різниці чисел 48 і 16;
3) добуток суми чисел 124 і 126 та різниці чисел 313 і 307;
4) різниця добутку чисел 32 і 15 та частки чисел 896 і 28.
- 258.*** Спростіть вираз і знайдіть його значення:
1) $476 + a + 224$, якщо $a = 221$;
2) $x + 246 - 46$, якщо $x = 137$;
3) $973 - 243 - y$, якщо $y = 258$.
- 259.*** Спростіть вираз і знайдіть його значення:
1) $2318 + b + 6682$, якщо $b = 5195$;
2) $829 - 329 + m$, якщо $m = 700$.
- 260.*** На першій ділянці росло 67 кущів смородини. Потім x кущів пересадили на другу ділянку, а на першій посадили y нових кущів. Скільки кущів стало на першій ділянці? Обчисліть значення отриманого виразу, якщо $x = 18$, $y = 25$.
- 261.*** У Вінні-Пуха було m горщиків меду. П'ятачок подарував йому ще 24 горщики, і вони разом з'їли n горщиків меду. Скільки горщиків меду після цього залишилось у Вінні-Пуха? Обчисліть значення отриманого виразу, якщо $m = 56$, $n = 12$.
- 262.*** Буратіно купив m олівців по 24 сольдо і 5 зошитів по n сольдо, заплативши за зошити більше, ніж за олівці. На скільки сольдо більше заплатив Буратіно за зошити, ніж за олівці? Обчисліть значення отриманого виразу при $m = 6$, $n = 32$.
- 263.*** Мальвіна купила 8 цукерок по a сольдо і b тістечок по 65 сольдо, заплативши за цукерки менше, ніж за тістечка. На скільки сольдо менше заплатила Мальвіна за цукерки, ніж за тістечка? Обчисліть значення отриманого виразу при $a = 14$, $b = 4$.
- 264.**** У Карлсона було 712 тістечок. Щогодини він з'їдав 18 тістечок. Складіть формулу для обчислення кількості тістечок, що залишились у нього через t год, та обчисліть цю кількість, якщо:
1) $t = 4$; 2) $t = 12$.
- 265.**** Фірма «Джерело», яка будує криниці із залізобетонних кілець, розраховує вартість роботи за таким правилом: замовник має заплатити 750 грн незалежно від кількості кілець і ще по 320 грн за кожне встановлене кільце. Позначивши вартість замовлення на побудову криниці буквою P , а кількість залізобетонних кілець буквою n , складіть формулу для обчислення вартості замовлення. Користуючись складеною формулою, обчисліть вартість замовлення, якщо: 1) $n = 6$; 2) $n = 14$.

Вправи для повторення

266. Точки A , B і C лежать на одній прямій. Відстань між точками A і B дорівнює 30 см, а між точками B і C — 10 см. Знайдіть відстань між точками A і C .
267. Наталка придбала художній альбом за 126 грн і кілька збірок поезій по 18 грн кожна. Скільки збірок купила Наталка, якщо за всю покупку вона заплатила 198 грн?
268. Маса повного ящика з яблуками складає 25 кг. Після того як продали половину яблук, маса ящика з рештою яблук склала 15 кг. Яка маса порожнього ящика?



Задача від Мудрої Сови

269. Кабінки розважального атракціону «Колесо огляду» послідовно пронумеровано числами 1, 2, 3 і т. д. Скільки всього є кабінків, якщо відомо, що коли кабінка з номером 24 займає найвищу позицію, то кабінка з номером 10 — найнижчу?

Коли зроблено уроки

Мова, яка зрозуміла всім

Речення «Сума чисел два і три дорівнює п'яти» російською мовою перекладається так: «Сумма чисел два и три равна пяти»; французькою: «La somme des nombres deux et trois est égale cinq»; англійською: «The sum of the numbers two and three is equal to five»; німецькою: «Die Summe der Zahlen zwei und drei ist gleich fünf».

Але це речення можна записати таким чином, що воно буде зрозумілим вашим одноліткам, які живуть у будь-якій країні. Ось цей запис: $2 + 3 = 5$. Його зрозуміє кожний, оскільки переклад зроблено **математичною мовою**, а ця мова — міжнародна.

Як і будь-яка мова, вона має свій алфавіт. Його букви прийнято називати *математичними символами (знаками)*. Наприклад, десять цифр — це букви, з яких можна складати слова та речення, тобто числа та числові вирази.

Цікаво, що математичний алфавіт включає букви латинського та грецького алфавітів.

Важливий етап у формуванні математичної мови настав, коли для позначення чисел почали використовувати букви. Уже в I ст. грецький учений Герон Александрійський позначав буквами невідомі величини.

Будь-яка мова розвивається. Так, українська мова до появи «Енеїди» та «Наталки Полтавки» І. П. Котляревського значно відрізнялася від сучасної. Так само й відомі вам математичні символи



за часів Середньовіччя мали зовсім інший вигляд.

Наприклад, у XIV ст. для позначення дії додавання використовували букву *p* — першу букву латинського слова *plus*.

Існує кілька гіпотез походження сучасного знака «+». Наприклад, вірогідним здається пояснення, що цей знак є скороченим записом латинського слова *et*, що в перекладі українською мовою означає «і». Спочатку писали *et*, потім *t* і, нарешті, «+».

Цікаво, що знак «=», хоча й з'явився у XVI ст., але міцно укріпився лише у XVIII ст. Це пов'язане з тим, що деякі математики використовували знак рівності для позначення різниці. У XVII ст., наслідуючи французького вченого Рене Декарта, знак рівності зображували так: ∞ .

В українському алфавіті 33 букви, у грецькому — 24, в англійському — 26. Вивчаючи іноземну мову, ви вже на початкових етапах знайомитеся зі всіма її буквами. Щодо математики, то вам поки що відома лише невелика частина математичного алфавіту. Але, вивчаючи цей предмет, ви ознайомитеся з новими символами. Якщо ж оберете професію математика, то, можливо, і самі колись придумаете нову «математичну букву».

10. Рівняння

Розглянемо таку задачу. На зупинці з автобуса вийшло 6 пасажирів, а ввійшло 10. Після цього в автобусі стало 40 пасажирів. Скільки пасажирів було в автобусі до зупинки?

Якщо позначити шукане число пасажирів буквою x , то наша задача зводиться до такої: яким числом треба замінити x , щоб значення буквеного виразу $(x - 6) + 10$ дорівнювало 40?

У таких випадках говорять, що треба **розв'язати рівняння** $(x - 6) + 10 = 40$.

Якщо в це рівняння замість букви x підставити число 36, то отримаємо *правильну* числову рівність $(36 - 6) + 10 = 40$. Говорять, що число 36 — **корінь** рівняння $(x - 6) + 10 = 40$.

Коренем рівняння називають число, яке при підстановці його замість букви перетворює рівняння на правильну числову рівність.

Так, число 3 є коренем рівняння $2x + 2 = 8$, а, наприклад, число 4 не є коренем цього рівняння. Справді, $2 \cdot 3 + 2 = 8$, а $2 \cdot 4 + 2 \neq 8$ (знак « \neq » читають «не дорівнює»).

Часто корінь рівняння називають **розв'язком рівняння**.

Рівняння не обов'язково має один корінь. Наприклад, рівняння $x - x = 0$ має *безліч* коренів: будь-яке число є його коренем; а рівняння $x - x = 1$ коренів не має.

Розв'язати рівняння — це означає знайти всі його корені або переконатися, що їх взагалі немає.

ПРИКЛАД 1 Розв'яжіть рівняння $78 + x = 100$.

Розв'язання. Застосуємо відоме вам правило знаходження невідомого доданка: *щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок.*

$$\begin{aligned} \text{Маємо: } x &= 100 - 78; \\ x &= 22. \end{aligned}$$

Відповідь: 22. ◀

ПРИКЛАД 2 Розв'яжіть рівняння $x - 34 = 82$.

Розв'язання. Застосуємо відоме вам правило знаходження невідомого зменшуваного: *щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник.*

$$\begin{aligned} \text{Маємо: } x &= 82 + 34; \\ x &= 116. \end{aligned}$$

Відповідь: 116. ◀

ПРИКЛАД 3 Розв'яжіть рівняння $108 - x = 96$.

Розв'язання. Застосуємо відоме вам правило знаходження невідомого від'ємника: *щоб знайти невідомий від'ємник, треба від зменшуваного відняти різницю.*

$$\begin{aligned} \text{Маємо: } x &= 108 - 96; \\ x &= 12. \end{aligned}$$

Відповідь: 12. ◀

ПРИКЛАД 4 Розв'яжіть рівняння $(m - 124) + 316 = 900$.

Розв'язання. Скориставшись правилом знаходження невідомого доданка, отримуємо:

$$\begin{aligned} m - 124 &= 900 - 316; \\ m - 124 &= 584. \end{aligned}$$

Далі застосовуємо правило знаходження невідомого зменшуваного:

$$\begin{aligned} m &= 584 + 124; \\ m &= 708. \end{aligned}$$

Відповідь: 708. ◀

ПРИКЛАД 5 Розв'яжіть рівняння $1000 - (537 - a) = 642$.

Розв'язання. Застосуємо двічі правило знаходження невідомого від'ємника:

$$\begin{aligned} 537 - a &= 1000 - 642; \\ 537 - a &= 358; \end{aligned}$$

$$a = 537 - 358;$$

$$a = 179.$$

Відповідь: 179. ◀



1. Яке число називають коренем (розв'язком) рівняння?
2. Що означає розв'язати рівняння?
3. Як знайти невідомий доданок?
4. Як знайти невідоме зменшуване?
5. Як знайти невідомий від'ємник?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть значення виразу $53 + x$, якщо: 1) $x = 29$; 2) $x = 61$.
2. Знайдіть значення виразу $12y$, якщо: 1) $y = 7$; 2) $y = 20$.
3. Знайдіть за формулою шляху $s = 50t$ відстань (у метрах), яку проходить Петро: 1) за 4 хв; 2) за 10 хв. Що означає числовий множник у цій формулі?
4. Число a на 10 більше за число b . У вигляді яких з даних рівностей це можна записати:
1) $a - b = 10$; 2) $b - a = 10$; 3) $a - 10 = b$; 4) $b + 10 = a$?
5. Знайдіть усі натуральні значення a , при яких вираз $20 : a$ набуває натуральних значень.
6. На одну шальку терезів поставили кілька гир по 2 кг, а на іншу — по 3 кг, після чого терези врівноважилися. Скільки поставили гир кожного виду, якщо разом їх поставили 10?

Вправи

- 270.° Яке з чисел 3, 12, 14 є коренем рівняння:
1) $x + 16 = 28$; 2) $4x - 5 = 7$?
- 271.° Яке з чисел 3, 12, 14 є коренем рівняння:
1) $234 - y = 220$; 2) $72 : b + 13 = 19$?
- 272.° Розв'яжіть рівняння:
1) $238 + y = 416$; 3) $895 - a = 513$;
2) $a + 157 = 324$; 4) $m - 2092 = 1067$.
- 273.° Розв'яжіть рівняння:
1) $x + 48 = 94$; 3) $x - 174 = 206$;
2) $234 + y = 452$; 4) $378 - b = 165$.
- 274.* Розв'яжіть рівняння:
1) $(134 + x) - 583 = 426$; 5) $(942 - a) - 126 = 254$;
2) $(208 + x) - 416 = 137$; 6) $(801 - b) - 224 = 368$;
3) $(x - 506) + 215 = 429$; 7) $475 - (x - 671) = 325$;
4) $(y - 164) + 308 = 500$; 8) $972 - (y - 504) = 284$;

$$\begin{array}{ll} 9) 403 - (634 - a) = 366; & 11) 987 - (x + 364) = 519; \\ 10) 643 - (581 - b) = 292; & 12) 3128 - (m + 425) = 1509. \end{array}$$

275.* Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) (39 + x) - 84 = 78; & 4) 253 - (x - 459) = 138; \\ 2) (x - 83) + 316 = 425; & 5) 502 - (217 - x) = 421; \\ 3) (600 - x) - 92 = 126; & 6) 871 - (x + 157) = 385. \end{array}$$

276.* Розв'яжіть за допомогою рівняння задачу:

- 1) Оленка задумала число. Якщо до цього числа додати 43 і отриману суму відняти від числа 96, то одержимо 25. Яке число задумала Оленка?
- 2) У Буратіно було 74 сольдо. Після того як він купив собі підручники для школи, тато Карло дав йому 25 сольдо. Тоді у Буратіно стало 68 сольдо. Скільки сольдо витратив Буратіно на підручники?

277.* Розв'яжіть за допомогою рівняння задачу:

- 1) Івасик задумав число. Якщо до цього числа додати 27 і від отриманої суми відняти 14, то одержимо число 36. Яке число задумав Івасик?



- 2) Бабуся спекла 60 пиріжків. Частина пиріжків вона віддала сусідам, а 20 пиріжками пригостила онуків. Після цього в неї залишилось 28 пиріжків. Скільки пиріжків бабуся віддала сусідам?

278.** Яке число треба підставити замість a , щоб коренем рівняння:

$$1) (x + a) - 7 = 42 \text{ було число } 22; \quad 2) (a - x) + 4 = 15 \text{ було число } 3?$$

279.** Яке число треба підставити замість a , щоб коренем рівняння:

$$1) (x - 7) + a = 23 \text{ було число } 9; \quad 2) (11 + x) + 101 = a \text{ було число } 5?$$

Вправи для повторення

280. Олеся була у школі з 8 год 15 хв до 15 год 20 хв. Увечері вона пішла на тренування, на якому була на 5 год 40 хв менше, ніж у школі. Скільки часу була Олеся на тренуванні?

281. Накресліть у зошиті відрізок завдовжки 12 см. Над одним кінцем відрізка напишіть число 0, а над другим — 480. Поділіть відрізок на шість рівних частин. Позначте на утвореній шкалі числа 40, 280, 100, 360, 420.

282. Мати дала Василькові 300 грн і доручила купити банани, мандарини й апельсини. Василько вирішив купити 3 кг бананів по 28 грн за 1 кг, 2 кг мандаринів по 34 грн і 4 кг апельсинів по 30 грн. Чи вистачить йому на це грошей? У разі позитивної відповіді вкажіть, скільки грошей у нього залишиться.



Задача від Мудрої Сови

283. У трьох ящикках лежать кульки: у першому ящикку — дві білі, у другому — дві чорні, у третьому — біла і чорна. На ящикки наклеєно етикетки ББ, ЧЧ і БЧ так, що вміст кожного з них не відповідає етикетці. Як, вийнявши одну кульку, дізнатися, що в якому ящикку лежить?

11. Кут. Позначення кутів

Проведемо на аркуші паперу два промені BA і BC із спільним початком у точці B (рис. 71).

Фігуру, утворену двома променями, які мають спільний початок, називають кутом.

Ці промені називають сторонами кута, а їх спільний початок — вершиною кута.

На рисунку 71 промені BA і BC — сторони кута, а точка B — вершина кута.

Кут на рисунку 71 позначають так: $\angle ABC$ або $\angle CBA$. Звернемо увагу, що цей кут не можна позначати так: $\angle BAC$ або $\angle BCA$. Буква, яка відповідає вершині, має бути другою з трьох букв.

Цей самий кут можна позначити коротше — його вершиною: $\angle B$.

Так, кути, зображені на рисунку 72, можна позначити $\angle PQR$, $\angle EFT$, $\angle KOZ$ або відповідно $\angle Q$, $\angle F$, $\angle O$.

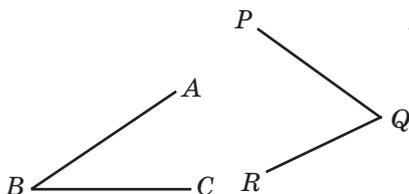


Рис. 71

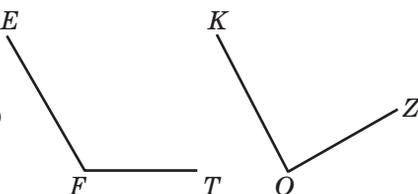


Рис. 72

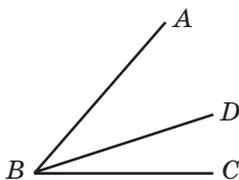


Рис. 73

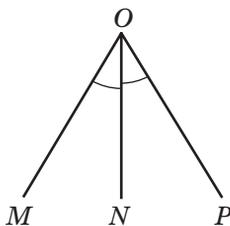


Рис. 74

Зауважимо, що жодний із трьох кутів на рисунку 73 не можна позначити тільки однією буквою, оскільки у них одна й та сама вершина — точка B .

З вершини B кута ABC проведено промінь BD так, як показано на рисунку 73. У цьому випадку говорять, що промінь BD проходить між сторонами кута ABC і ділить його на два кути: ABD і DBC .

Якщо аркуш паперу перегнути по прямій ON (рис. 74), то кути MON і NOP сумістяться.

Два кути називають рівними, якщо вони суміщаються при накладанні.

Отже, кути MON і NOP рівні. Пишуть: $\angle MON = \angle NOP$. На рисунку рівні кути, як правило, позначають рівною кількістю дужок.

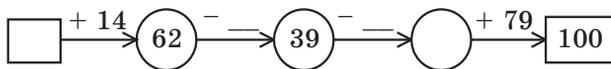
На рисунку 74 промінь ON ділить кут MOP на два рівних кути. Такий промінь називають **бісектрисою** кута.



1. Яку фігуру називають кутом?
2. Які два кути називають рівними?
3. Як називають промінь, що ділить кут на два рівних кути?

Розв'язуємо усно

1. Яких чисел не вистачає в ланцюжку обчислень?



2. Розв'яжіть рівняння:

1) $x + 13 = 28$; 2) $20 - x = 12$; 3) $x - 11 = 79$; 4) $10 + x = 6$.

3. Коренем яких з даних рівнянь є число 5:

1) $2x - 3 = 7$; 4) $x \cdot x \cdot x + 25 = 150$;
 2) $x + 20 = 20 + x$; 5) $0 \cdot x = 10$;
 3) $36 - 3x = 20$; 6) $x + 12 = 22 - x$?

4. У Петрика і Михайлика було порівну цукерок. Петрик віддав Михайликові 8 цукерок. На скільки цукерок у Михайлика стало більше, ніж у Петрика?

Вправи

284.° Як можна позначити кут, зображений на рисунку 75?

285.° На якому з рисунків 76, а, б, в промінь OK є бісектрисою кута AOB ?

286.° Назвіть усі кути, зображені на рисунку 77.

287.° Запишіть усі кути, зображені на рисунку 78.

288.° Які з променів, зображених на рисунку 79, перетинають сторону кута BOC ?

289.° Які з променів, зображених на рисунку 80, перетинають сторону кута BOC ?

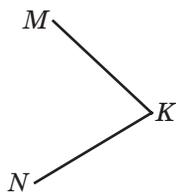


Рис. 75

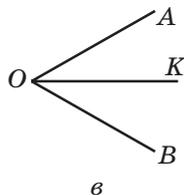
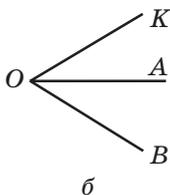
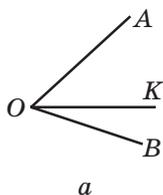


Рис. 76

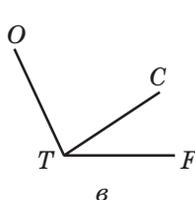
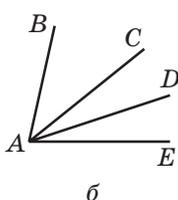
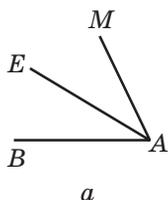


Рис. 77

Рис. 78

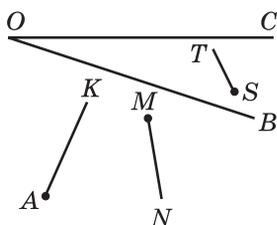


Рис. 79

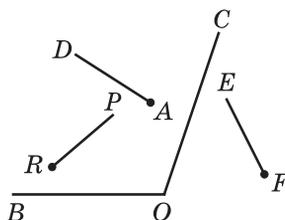


Рис. 80

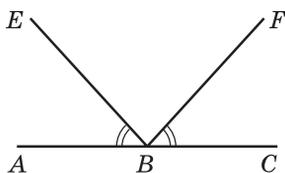


Рис. 81

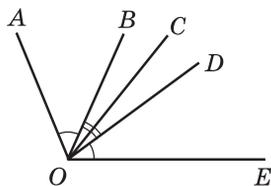


Рис. 82

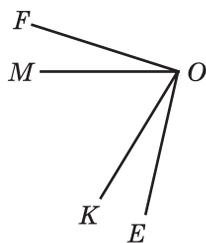
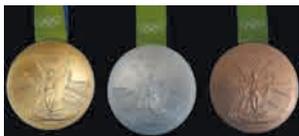


Рис. 83

- 290.* Накресліть кут MNE і проведіть промені NA і NC між його сторонами. Запишіть усі кути, що утворилися.
- 291.* На рисунку 81 $\angle ABE = \angle CBF$. Чи є ще на цьому рисунку рівні кути?
- 292.* На рисунку 82 $\angle AOB = \angle DOE$, $\angle BOC = \angle COD$. Чи є ще на цьому рисунку рівні кути?
- 293.* На рисунку 83 кути FOK і MOE рівні. Які ще кути, зображені на цьому рисунку, рівні?

Вправи для повторення

294. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:
- 1) добуток суми чисел 18 і 20 та числа 8;
 - 2) частка різниці чисел 128 і 29 та числа 11;
 - 3) частка добутку чисел 15 і 6 та їхньої різниці.
295. Розв'яжіть рівняння:
- 1) $x + 504\ 968 = 1\ 017\ 216$;
 - 2) $120\ 340\ 526 - x = 7\ 908\ 049$.
296. На XXXI Олімпійських іграх, що відбулися у 2016 р. у Ріо-де-Жанейро (Бразилія), олімпійська збірна України здобула 11 медалей. Наші спортсмени отримали 7 золотих і срібних медалей, а золотих і бронзових — 9. Скільки медалей кожного виду завоювала на цій олімпіаді наша збірна?
297. Учні п'ятих класів їхали двома автобусами на екскурсію. Коли з одного автобуса, у якому було 42 учні, 8 учнів перейшли у другий автобус, то в обох автобусах учнів стало порівну. Скільки учнів було в другому автобусі спочатку?



Задача від Мудрої Сови

298. Відстань між містами A і B дорівнює 30 км. Із міста A в місто B виїхав велосипедист, який рухався зі швидкістю 15 км/год. Одночасно з ним з міста B у напрямку міста A вилетів птах зі швидкістю

30 км/год. Зустрівшись із велосипедистом, птах розвернувся і полетів назад. Прилетівши в місто B , він знову розвернувся і полетів назустріч велосипедисту. Зустрівшись із ним, птах розвернувся і полетів назад у місто B . Птах літав таким чином доти, доки велосипедист не приїхав у місто B . Скільки кілометрів пролетів птах?

12. Види кутів. Вимірювання кутів

На кожному з рисунків 84, a – $г$ зображено два промені. На якому з рисунків пара променів утворює кут, сторонами якого є ці промені?

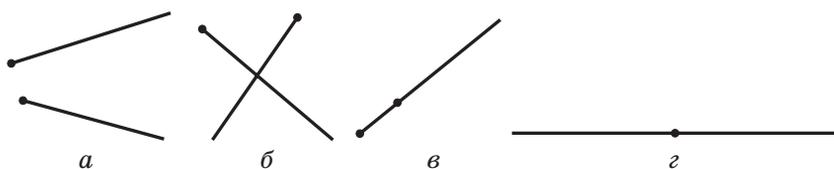


Рис. 84

Оскільки на рисунках 84, a – $в$ початки променів не збігаються, то кутів вони не утворюють. Промені на рисунку 84, $г$ утворюють пряму. При цьому початки променів збігаються, а отже, вони утворюють кут. Такий кут називають **розгорнутим**.

Кут, сторони якого утворюють пряму, називають розгорнутим.

Кути, як і відрізки, можна вимірювати. Нагадаємо, що для вимірювання відрізків ми застосували одиничний відрізок (1 мм, 1 см тощо). Однак для вимірювання кутів у нас поки що немає **одиничного кута**.

Створити його можна, наприклад, так. Поділимо розгорнутий кут на 180 рівних кутів (рис. 85). Кут, утворений двома сусідніми променями, обирають за одиницю виміру. Його величину називають **градусом** (від лат. *gradus* — «крок», «сходінка») і записують: 1° .

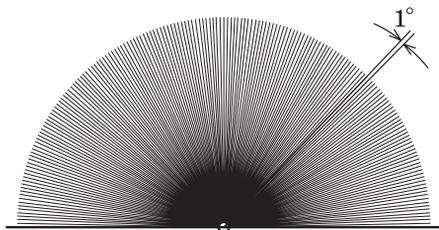


Рис. 85

Виміряти кут — це означає підрахувати, скільки одиничних кутів у ньому міститься.

Тоді **величина** або, як ще прийнято говорити, **градусна міра** розгорнутого кута дорівнює 180° . Можна сказати й так: розгорнутий кут дорівнює 180° .

Для вимірювання кутів використовують спеціальний прилад — **транспортир** (рис. 86). Він складається зазвичай з півкільця, з'єднаного з лінійкою. Його шкала містить 180 поділок.



Рис. 86

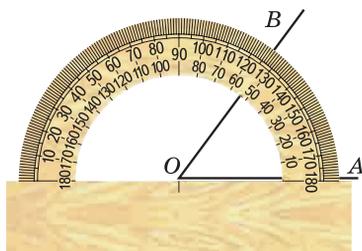


Рис. 87

Щоб виміряти кут, сумістимо його вершину з центром транспортира так, щоб одна із сторін кута пройшла по лінійці (рис. 87). Тоді штрих на шкалі, через який пройде друга сторона, укаже градусну міру (величину) цього кута.

Так, на рисунку 87 $\angle AOB = 53^\circ$, на рисунку 88 $\angle MON = 136^\circ$.

Рівні кути мають рівні градусні міри. Із двох нерівних кутів більшим будемо вважати той, градусна міра якого більша. Наприклад, із трьох кутів, зображених на рисунку 89, $\angle MON$ — найбільший. У цьому легко переконатися, вимірявши кути транспортиром.

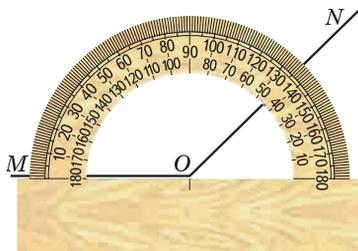


Рис. 88

Величина кута має таку властивість.

Якщо між сторонами кута ABC провести промінь BD, то градусна міра кута ABC дорівнюватиме сумі градусних мір кутів ABD і DBC (рис. 90), тобто

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC.$$

Зазначимо, що бісектриса розгорнутого кута ділить його на два кути, градусна міра кожного з яких дорівнює 90° (рис. 91).

Кут, градусна міра якого дорівнює 90° , називають прямим. Зокрема, на рисунку 91 кожний із кутів AOC і BOC є прямим.

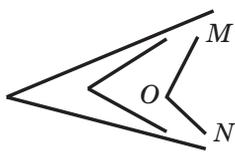


Рис. 89

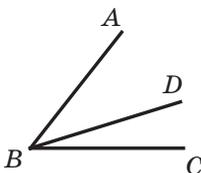


Рис. 90

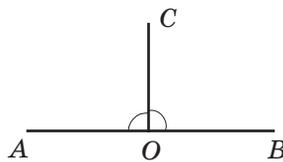


Рис. 91

Прямий кут позначають так, як на рисунку 92.

Кут, градусна міра якого менша від 90° , називають гострим (рис. 93).

Кут, градусна міра якого більша за 90° , але менша від 180° , називають тупим (рис. 94).



Прямий кут

Рис. 92



Гострий кут

Рис. 93



Тупий кут

Рис. 94

ПРИКЛАД 1 Дано промінь OA . Побудуйте кут BOA , градусна міра якого дорівнює 72° .

Розв'язання. Сумістимо центр транспортира з точкою O так, щоб промінь OA пройшов по лінійці. Виберемо на кільці транспортира штрих, який відповідає 72° . Біля цього штриха позначимо точку B (рис. 95). Проведемо промінь OB . Кут BOA — шуканий. ◀

Якщо дано промінь OA і побудовано кут BOA , то говорять, що від променя OA відкладено кут BOA .

ПРИКЛАД 2 З вершини кута ABC проведено промені BK і BM так, що $\angle ABK = 48^\circ$, $\angle CBM = 72^\circ$ (рис. 96). Обчисліть величину кута ABC , якщо $\angle MBK = 16^\circ$.

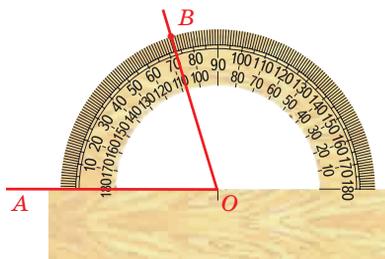


Рис. 95

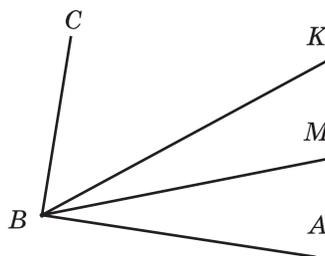


Рис. 96

Розв'язання. Маємо: $\angle ABM = \angle ABK - \angle MBK$;

$$\angle ABM = 48^\circ - 16^\circ = 32^\circ;$$

$$\angle ABC = \angle ABM + \angle CBM;$$

$$\angle ABC = 32^\circ + 72^\circ = 104^\circ.$$

Відповідь: 104° . ◀



1. Який кут називають розгорнутим?
2. У яких одиницях вимірюють кути?
3. Яка градусна міра розгорнутого кута?
4. Що означає виміряти кут?
5. Як називають прилад, що використовують для вимірювання кутів?
6. Розкажіть, як користуватися транспортиром.
7. Які градусні міри мають рівні кути?
8. Який із двох нерівних кутів вважають більшим?
9. Яку властивість має величина кута?
10. Який кут називають прямим?
11. Який кут називають гострим?
12. Який кут називають тупим?
13. На які кути ділить розгорнутий кут його бісектриса?

Розв'язуємо усно

1. Назвіть два числа, одне з яких:
 - 1) на 27 більше за друге;
 - 2) на 15 менше від другого;
 - 3) у 7 разів менше від другого;
 - 4) у 3 рази більше за друге.
2. Годинник спішить на 10 хв і зараз показує 10 год 8 хв. Котра година насправді?
3. Годинник відстає на 7 хв і зараз показує 16 год 55 хв. Котра година насправді?
4. Які з даних рівнянь не мають коренів:

1) $2x = x$;	4) $0x = 6$;	7) $8x = 0$;
2) $0x = 0$;	5) $x \cdot x = x$;	8) $3 - x = 2$;
3) $3 - x = 3$;	6) $x + 6 = 7 + x$;	9) $1 \cdot x = 5$;
5. Для озеленення вулиці завдовжки 3 км на одному її боці посадили дерева на відстані 20 м одне від одного. Перше дерево посадили на початку вулиці, а останнє — у її кінці. Скільки дерев було посаджено? Чому дорівнює відстань між першим і п'ятим деревами?

Вправи

299. ◦ Накресліть: 1) гострий кут EFC ; 2) прямий кут ORT ; 3) тупий кут D ; 4) розгорнутий кут KAP .

300.° Знайдіть на рисунку 97 гострі, тупі та прямі кути.

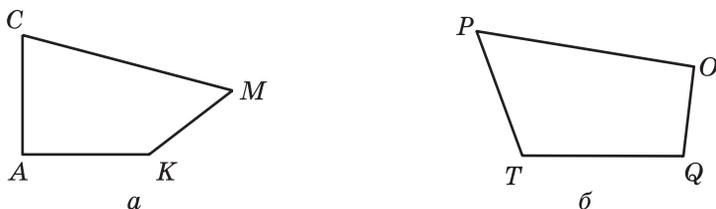


Рис. 97

301.° Які з даних кутів гострі, тупі, прямі, розгорнуті: $\angle A = 96^\circ$, $\angle B = 84^\circ$, $\angle S = 180^\circ$, $\angle D = 90^\circ$, $\angle R = 162^\circ$, $\angle E = 60^\circ$, $\angle Q = 100^\circ$, $\angle M = 72^\circ$?

302.° Знайдіть, користуючись транспортиром, градусну міру кутів, зображених на рисунку 98. Визначте вид кожного кута.

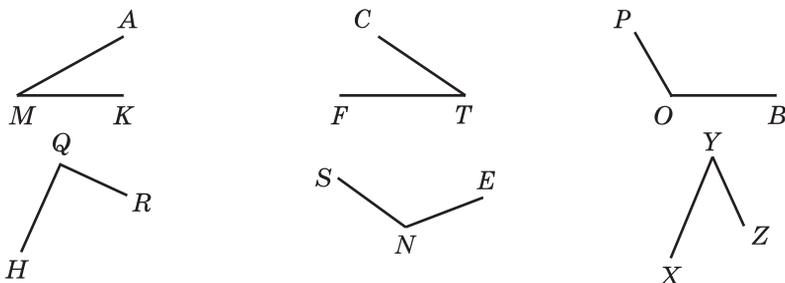


Рис. 98

303.° Знайдіть, користуючись транспортиром, градусну міру кутів, зображених на рисунку 99. Визначте вид кожного кута.

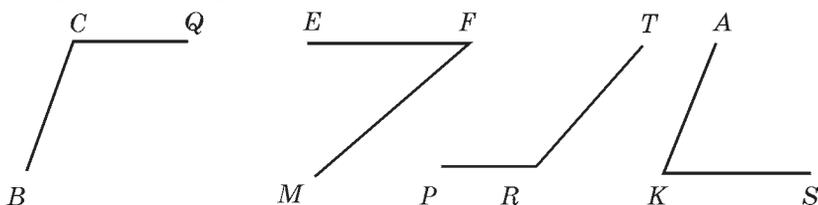


Рис. 99

304.° Накресліть кут, градусна міра якого дорівнює: 1) 38° ; 2) 124° ; 3) 92° ; 4) 90° ; 5) 87° ; 6) 54° ; 7) 170° ; 8) 65° . Визначте вид кожного кута.

305.° Проведіть промінь. Відкладіть від цього променя кут, градусна міра якого дорівнює: 1) 40° ; 2) 130° ; 3) 68° ; 4) 164° . Визначте вид кожного з побудованих кутів.

- 306.° На рисунку 100 $\angle CMK = 132^\circ$, а кут AMK — розгорнутий. Обчисліть величину кута AMC .

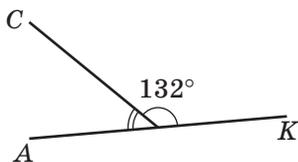


Рис. 100

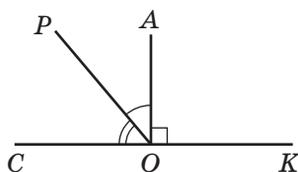


Рис. 101

- 307.° На рисунку 101 кут AOK — прямий, $\angle COP = 54^\circ$, а кут COK — розгорнутий. Обчисліть величину кута AOP .

- 308.° Який із кутів, зображених на рисунку 102, найбільший? найменший?

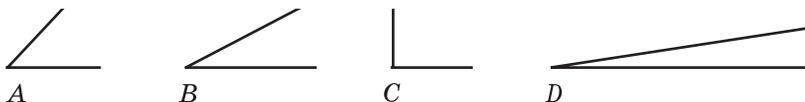


Рис. 102

- 309.° Накресліть кут CDE , який дорівнює 152° . Променем DA розділіть його на два кути так, щоб $\angle CDA = 98^\circ$. Обчисліть величину кута ADE .

- 310.° Накресліть кут ABC , який дорівнює 106° . Променем BD розділіть цей кут на два кути так, щоб $\angle ABD = 34^\circ$. Обчисліть величину кута DBC .

- 311.° З вершини прямого кута BOM (рис. 103) проведено промені OA і OC так, що $\angle BOC = 74^\circ$, $\angle AOM = 62^\circ$. Обчисліть величину кута AOC .

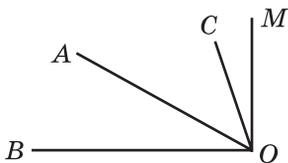


Рис. 103

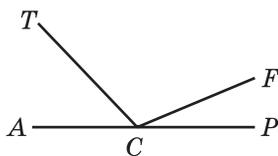


Рис. 104

- 312.° З вершини розгорнутого кута ACP (рис. 104) проведено промені CT і CF так, що $\angle ACF = 158^\circ$, $\angle TCF = 134^\circ$. Обчисліть величину кута TCP .

- 313.° Чи правильне твердження:

- 1) будь-який кут, менший від тупого, — гострий;
- 2) кут, менший від розгорнутого, — тупий;
- 3) бісектриса тупого кута ділить його на два гострих кути;

- 4) сума градусних мір двох гострих кутів більша за 90° ;
 5) кут, більший за прямий, — тупий?

314.* Знайдіть градусну міру кута між стрілками годинника, якщо вони показують: 1) 3 год; 2) 6 год; 3) 4 год; 4) 11 год; 5) 7 год.

315.* Промінь BK є бісектрисою кута CBD , $\angle ABK = 146^\circ$ (рис. 105). Обчисліть градусну міру кута CBD .

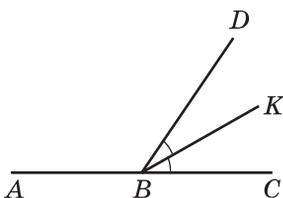


Рис. 105

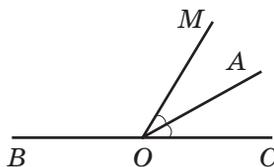


Рис. 106

316.* Промінь OA є бісектрисою кута COM , $\angle COM = 54^\circ$ (рис. 106). Обчисліть градусну міру кута AOB .

317.* Проведіть три прямі, що перетинаються в одній точці. Запишіть усі розгорнуті кути, які утворилися при цьому.

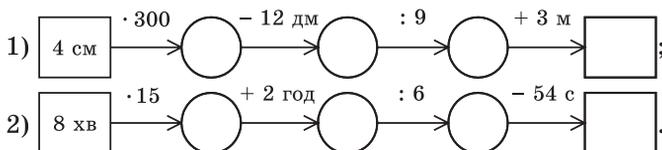
318.* Проведіть шість прямих, що перетинаються в одній точці. Чи правильно, що серед кутів, які при цьому утворилися, є кут, градусна міра якого менша від 31° ?

319.* Як, використовуючи шаблон кута, градусна міра якого дорівнює 13° , побудувати кут, градусна міра якого дорівнює 2° ?

320.* Як побудувати кут, градусна міра якого 1° , використовуючи шаблон кута, градусна міра якого дорівнює: 1) 19° ; 2) 7° ?

Вправи для повторення

321. Заповніть ланцюжок обчислень:



322. Чи правильна нерівність

$$(a + 253) \cdot 7 < (9864 - a) : 4 \text{ при } a = 124?$$

323. У чотирьох стаканах вміщується стільки ж молока, як і в банці.

У стакані та банці вміщується разом 1 кг 200 г молока. Скільки грамів молока вміщується у стакані?

324. Прокат човна коштує 16 грн за першу годину або її частину.

Кожна наступна година прокату або її частина коштує 12 грн.

Василь узяв човна о 9 год 40 хв, а повернув о 13 год 15 хв того самого дня. Скільки заплатив Василь за прокат човна?



Задача від Мудрої Сови

325. Равлик удень піднімається вгору по жердині на 3 м, а вночі з'їжджає по ній на 2 м вниз. На який день він добереться до вершини жердини, довжина якої дорівнює 20 м?

13. Многокутники. Рівні фігури

На рисунках 107 і 108 зображено три фігури, кожна з яких обмежена замкненою ламаною, що складається з чотирьох ланок: AB , BC , CD і DA .

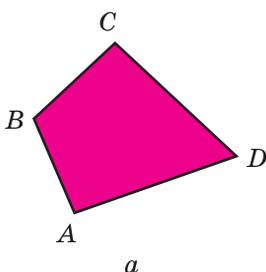


Рис. 107

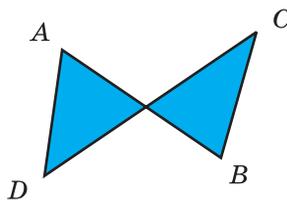
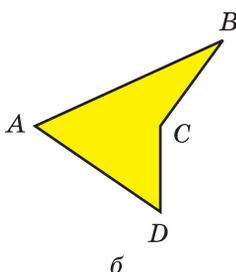


Рис. 108

Чим відрізняються межі фігур на рисунку 107 від межі фігури на рисунку 108? На рисунку 107 ланки ламаних не перетинаються. Фігури, зображені на рисунку 107, називають **чотирикутниками**.

На рисунку 109 зображено трикутники, на рисунку 110 — п'ятикутники, на рисунку 111 — шестикутники.

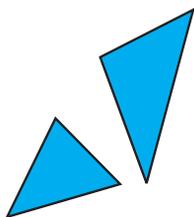


Рис. 109

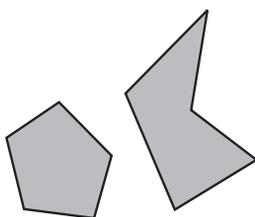


Рис. 110

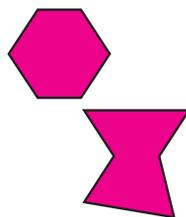


Рис. 111

Усі ці фігури є прикладами **многокутників**. Фігура, зображена на рисунку 108, не є многокутником.

Кожний многокутник має **вершини** і **сторони**. Так, на рисунку 107, a точки A , B , C , D — вершини чотирикутника, відрізки AB , BC , CD , DA — його сторони. Кути A , B , C , D називають **кутами** чотирикутника.

Многокутник називають і позначають за його вершинами. Для цього треба послідовно записати або назвати всі його вершини, починаючи з будь-якої.

Зображені на рисунку 107 чотирикутники можна назвати, наприклад, так: $ABCD$, або $BCDA$, або $DCBA$ і т. д.

Суму довжин усіх сторін многокутника називають його **периметром**.

Два многокутники називають рівними, якщо вони суміщаються при накладанні.

На рисунку 112 зображено два рівних семикутники.

Дві фігури називають рівними, якщо вони суміщаються при накладанні.

На рисунку 113 зображено фігури, які суміщаються при накладанні. Ці фігури рівні.

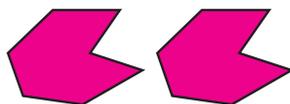


Рис. 112

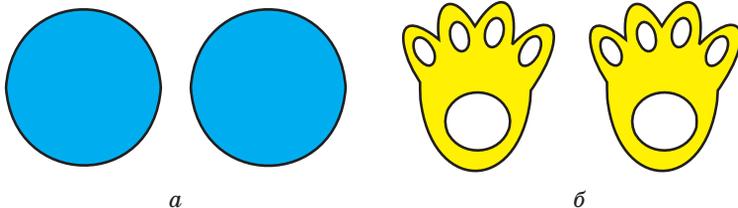


Рис. 113

1. Яка фігура обмежує многокутник?
2. Чи можуть ланки ламаної, яка обмежує многокутник, перетинатися?
3. Які елементи многокутника ви знаєте?
4. Як називають і позначають многокутник?
5. Що називають периметром многокутника?
6. Які многокутники називають рівними?
7. Які фігури називають рівними?

Розв'язуємо усно

1. Суму чисел 24 і 18 зменшіть на 33.
2. Різницю чисел 30 і 14 збільште у 3 рази.
3. Добуток чисел 12 і 5 збільште на 19.
4. Частку чисел 189 і 9 зменшіть у 7 разів.
5. Укажіть серед даних відрізків рівні, якщо $AB = 5 \text{ см } 3 \text{ мм}$, $CD = 4 \text{ м } 5 \text{ см}$, $PK = 45 \text{ см}$, $EF = 2 \text{ дм } 8 \text{ мм}$, $TQ = 53 \text{ мм}$, $MN = 208 \text{ мм}$.

Вправи

326. Назвіть вершини та сторони п'ятикутника, зображеного на рисунку 114.

327. Нарисуйте: 1) чотирикутник; 2) п'ятикутник; 3) шестикутник; 4) семикутник.

328. Обчисліть периметр п'ятикутника, сторони якого дорівнюють 2 см, 4 см, 5 см, 5 мм, 6 см, 7 см.

329. Обчисліть периметр шестикутника, три сторони якого дорівнюють по 8 см, а три інші — по 10 см.

330. Нарисуйте в зошиті фігуру, яка рівна тій, що зображена на рисунку 115.

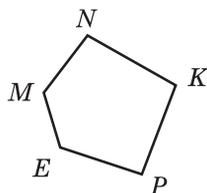


Рис. 114

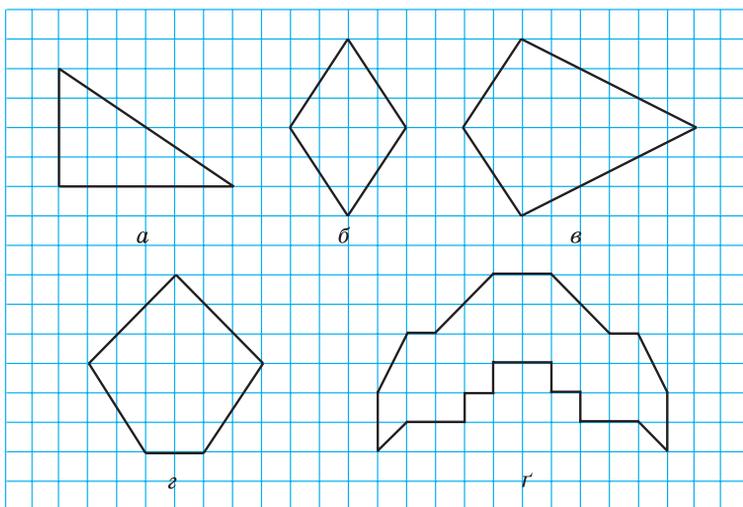


Рис. 115

331. Нарисуйте в зошиті фігуру, яка рівна тій, що зображена на рисунку 116.

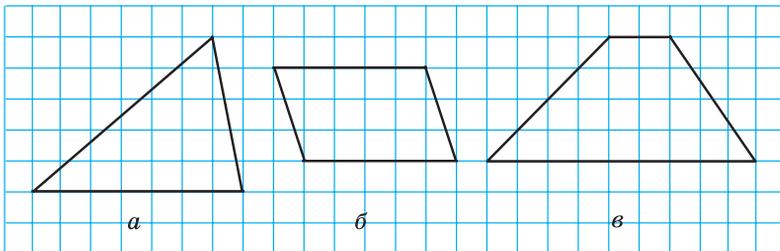


Рис. 116

- 332.* Одна із сторін чотирикутника дорівнює 8 см, друга сторона у 3 рази більша за першу, а третя — на 7 см менша від другої і на 9 см більша за четверту. Обчисліть периметр чотирикутника.
- 333.* Сторони п'ятикутника пронумерували. Перша сторона дорівнює 4 см, а кожна наступна сторона на 2 см довша за попередню. Обчисліть периметр п'ятикутника.
- 334.* 1) Скільки діагоналей¹ можна провести з однієї вершини: а) п'ятикутника; б) дев'ятикутника; в) n -кутника, де $n > 3$?
2) Скільки всього діагоналей можна провести: а) у п'ятикутнику; б) у дев'ятикутнику; в) у n -кутнику, де $n > 3$?
- 335.* Чи існує многокутник, периметр якого дорівнює 1 000 000 см і який можна помістити у квадрат із стороною 1 см?

Вправи для повторення

336. Порівняйте:
- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1) 3986 г і 4 кг; | 3) 60 см і 602 мм; |
| 2) 6 м і 712 см; | 4) 999 кг і 10 ц. |
337. Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислення:
- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 1) $(636 + 927) + 364$; | 3) $212 + 493 + 788 + 807$; |
| 2) $(425 + 798) + 675$; | 4) $161 + 455 + 839 + 945$. |
338. Відомо, що $\angle ABC = 74^\circ$, а промінь BD — його бісектриса. Обчисліть величину кута DBC .
339. Найвища вершина Кримських гір — гора Роман-Кош має висоту 1545 м. Вона на 477 м нижча від карпатської гори Піп-Іван Чорногорський, яка на 86 м вища за гору Піп-Іван Мармароський. Яка висота найвищої гори України Говерли, якщо вона на 125 м вища за гору Піп-Іван Мармароський?



¹ Діагоналлю многокутника називають відрізок, який сполучає дві несусідні його вершини.



Задача від Мудрої Сови

340. Лимони однакової маси продають поштучно. Маса кожного лимона, виражена в грамах, є натуральним числом. Купили більше 2, але менше 7 лимонів. Маса всієї покупки становить 850 г. Яка маса одного лимона?

14. Трикутник і його види

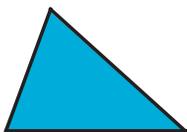
З усіх багатокутників **трикутники** мають найменшу кількість сторін.

Трикутники можна розрізняти за видом їхніх кутів.

Якщо всі кути трикутника гострі, то його називають **гострокутним трикутником** (рис. 117).

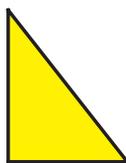
Якщо один із кутів трикутника прямий, то його називають **прямокутним трикутником** (рис. 118).

Якщо один із кутів трикутника тупий, то його називають **тупокутним трикутником** (рис. 119).



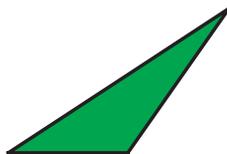
Гострокутний
трикутник

Рис. 117



Прямокутний
трикутник

Рис. 118



Тупокутний
трикутник

Рис. 119

Говорять, що ми *класифікували* трикутники за видом їхніх кутів.

Трикутники можна класифікувати не тільки за видом кутів, а й за кількістю рівних сторін.

Якщо дві сторони трикутника рівні, то його називають **рівнобедреним трикутником**.

На рисунку 120 зображено рівнобедрений трикутник ABC , у якого $AB = BC$. На рисунку рівні сторони позначають однаковою кількістю штрихів. Рівні сторони AB і BC називають **бічними сторонами**, а сторону AC — **основою** рівнобедреного трикутника ABC .

Якщо три сторони трикутника рівні, то його називають **рівностороннім трикутником**.

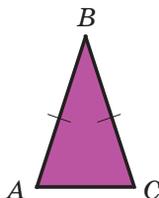


Рис. 120

Трикутник, зображений на рисунку 121, — рівносторонній, у нього $MN = NE = EM$.

Якщо три сторони трикутника мають різні довжини, то його називають **різностороннім трикутником**.

Трикутники, зображені на рисунках 117–119, — рівносторонні.

Якщо сторона рівностороннього трикутника дорівнює a , то його периметр P обчислюють за формулою

$$P = 3a$$

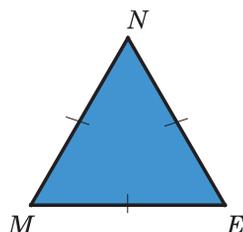


Рис. 121

ПРИКЛАД 1 За допомогою лінійки та транспортира побудуйте трикутник, дві сторони якого дорівнюють 3 см і 2 см, а кут між ними — 50° .

Розв'язання. За допомогою транспортира побудуємо кут A , градусна міра якого 50° (рис. 122). На сторонах цього кута від його вершини за допомогою лінійки відкладемо відрізок AB завдовжки 3 см і відрізок AC завдовжки 2 см (рис. 123). Сполучивши відрізком точки B і C , отримаємо шуканий трикутник ABC (рис. 124). ◀

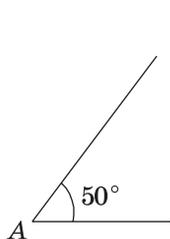


Рис. 122

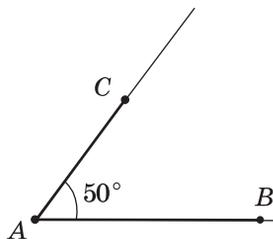


Рис. 123

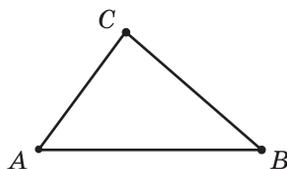


Рис. 124

ПРИКЛАД 2 За допомогою лінійки та транспортира побудуйте трикутник ABC , сторона AB якого дорівнює 3 см, а кути CAB і CBA відповідно дорівнюють 40° і 110° .

Розв'язання. За допомогою лінійки будуємо відрізок AB завдовжки 3 см (рис. 125). Від променя AB за допомогою транспортира відкладаємо кут з вершиною в точці A , градусна міра якого дорівнює 40° . Від променя BA по той самий бік від прямої AB , по який було відкладено перший кут, відкладаємо кут з вершиною в точці B ,



Рис. 125

градусна міра якого дорівнює 110° (рис. 126). Знайшовши точку C перетину сторін кутів A і B , отримаємо шуканий трикутник ABC (рис. 127). ◀

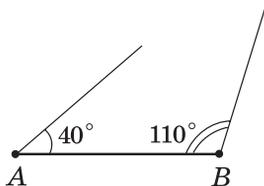


Рис. 126

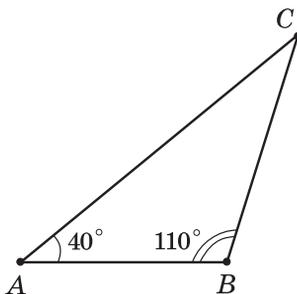


Рис. 127

1. Які бувають види трикутників залежно від виду їхніх кутів?
2. Який трикутник називають гострокутним? прямокутним? тупокутним?
3. Які бувають види трикутників залежно від кількості рівних сторін?
4. Який трикутник називають рівнобедреним? рівностороннім? різностороннім?
5. Як називають сторони рівнобедреного трикутника?
6. За якою формулою обчислюють периметр рівностороннього трикутника?

Розв'язуємо усно

1. Чому дорівнює периметр восьмикутника, кожна сторона якого дорівнює 4 см?
2. Обчисліть суму $27 + 16 + 33 + 24$.
3. Яких чисел не вистачає в ланцюжку обчислень?



4. На трьох кущах розквітло 15 троянд. Коли на одному з цих кущів розпустилися ще 3 троянди, то на всіх кущах троянд стало порівну. Скільки троянд було на кожному кущі спочатку?

Вправи

- 341.° Визначте вид трикутника, зображеного на рисунку 128, залежно від виду його кутів та кількості рівних сторін.
- 342.° Нарисуйте:
 - 1) рівносторонній гострокутний трикутник;
 - 2) рівнобедрений прямокутний трикутник;
 - 3) рівнобедрений тупокутний трикутник.

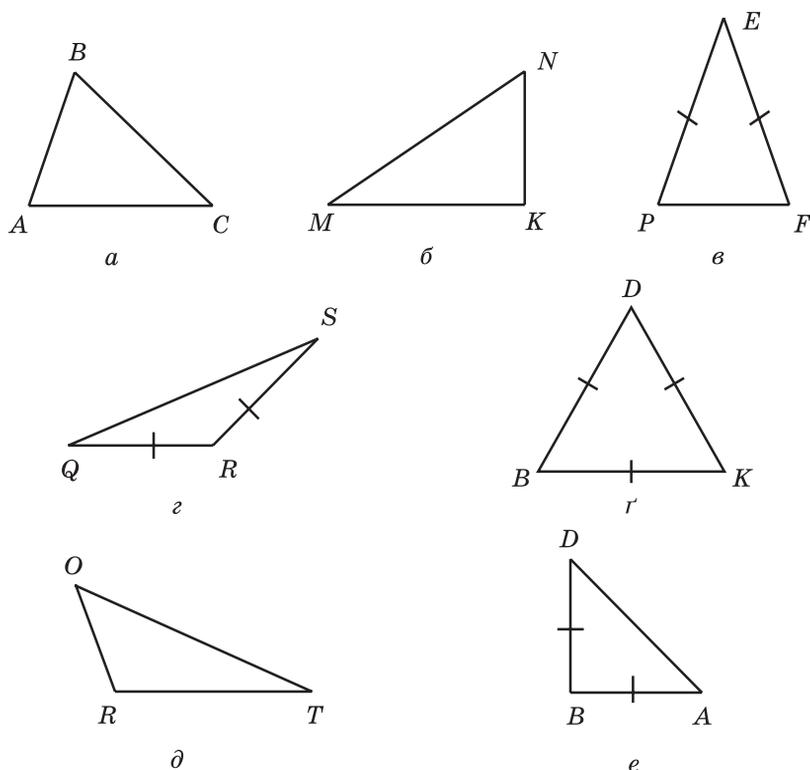


Рис. 128

343.° Нарисуйте:

- 1) різносторонній прямокутний трикутник;
- 2) різносторонній тупокутний трикутник;
- 3) рівнобедрений гострокутний трикутник.

344.° Знайдіть периметр трикутника із сторонами 16 см, 22 см і 28 см.

345.° Знайдіть периметр трикутника із сторонами 14 см, 17 см і 17 см.

346.° Нарисуйте довільний трикутник, виміряйте його сторони та кути, обчисліть периметр і суму кутів цього трикутника.

347.° Одна сторона трикутника дорівнює 24 см, друга сторона на 18 см більша за першу, а третя у 2 рази менша від другої. Знайдіть периметр трикутника.

348.° Одна сторона трикутника дорівнює 12 см, друга сторона у 3 рази більша за першу, а третя на 8 см менша від другої. Знайдіть периметр трикутника.

- 349.* 1) Знайдіть периметр рівнобедреного трикутника, основа якого дорівнює 13 см, а бічна сторона — 8 см.
- 2) Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 39 см, а основа — 15 см. Знайдіть бічні сторони трикутника.
- 350.* Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 28 см, а бічна сторона — 10 см. Знайдіть основу трикутника.
- 351.* Периметр трикутника дорівнює p см, одна сторона — 22 см, друга сторона — b см. Складіть вираз для знаходження третьої сторони. Обчисліть довжину третьої сторони, якщо $p = 72$, $b = 26$.
- 352.* Периметр трикутника дорівнює 97 см, одна сторона — a см, друга сторона — b см. Складіть вираз для знаходження третьої сторони. Обчисліть довжину третьої сторони, якщо $a = 32$, $b = 26$.
- 353.* За допомогою лінійки та транспортира побудуйте трикутник і вкажіть його вид, якщо:
- 1) дві сторони дорівнюють 3 см і 6 см, а кут між ними — 40° ;
 - 2) дві сторони дорівнюють 2 см 5 мм і 5 см, а кут між ними — 130° ;
 - 3) дві сторони дорівнюють по 3 см 5 мм, а кут між ними — 54° ;
 - 4) одна сторона дорівнює 4 см, а кути, що прилягають до цієї сторони, — 30° і 70° ;
 - 5) одна сторона дорівнює 2 см 5 мм, а кути, що прилягають до цієї сторони, — 100° і 20° ;
 - 6) одна сторона дорівнює 5 см, а кути, що прилягають до цієї сторони, — 30° і 60° ;
 - 7) одна сторона дорівнює 5 см 5 мм, а кути, що прилягають до цієї сторони, — по 45° ;
 - 8) одна сторона дорівнює 5 см 5 мм, а кути, що прилягають до цієї сторони, — по 60° .
- 354.* За допомогою лінійки та транспортира побудуйте трикутник і вкажіть його вид, якщо:
- 1) дві сторони дорівнюють 3 см і 4 см, а кут між ними — 90° ;
 - 2) дві сторони дорівнюють по 4 см 5 мм, а кут між ними — 60° ;
 - 3) одна сторона дорівнює 6 см, а кути, що прилягають до цієї сторони, — 90° і 45° ;
 - 4) одна сторона дорівнює 4 см 5 мм, а кути, що прилягають до цієї сторони, — по 35° .
- 355.** Побудуйте трикутник, сторони якого містять чотири точки, зображені на рисунку 129.



Рис. 129

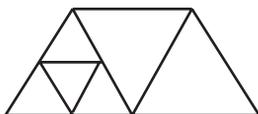


Рис. 130



Рис. 131

356.** Скільки трикутників зображено на рисунку 130?

357.** Скільки трикутників зображено на рисунку 131?

Вправи для повторення

358. Запишіть усі кути, зображені на рисунку 132, і вкажіть вид кожного кута.

359. Михайлик виконував домашнє завдання з математики з 16 год 48 хв до 17 год 16 хв, а Дмитрик — із 17 год 53 хв до 18 год 20 хв. Хто з хлопчиків довше виконував завдання та на скільки хвилин?

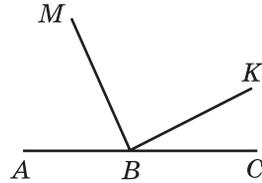


Рис. 132

360. Розв'яжіть рівняння:

1) $429 + m = 2106$;

3) $(m + 326) - 569 = 674$;

2) $348 - k = 154$;

4) $5084 - (k - 299) = 568$.

361. Замість зірочок поставте цифри так, щоб дія була виконана правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad * 4 7 * 8 \\ + \quad 2 * * 3 * \\ \hline 1 0 0 0 0 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad _ 1 * * * * 0 \\ \quad \quad 4 5 6 7 * \\ \hline \quad \quad 5 5 5 5 5 \end{array}$$



Задача від Мудрої Сови

362. Кожен учень гімназії вивчає принаймні одну з двох іноземних мов. Англійську мову вивчають 328 учнів, французьку мову — 246 учнів, а англійську та французьку одночасно — 109 учнів. Скільки всього учнів навчається в гімназії?

15. Прямокутник

Якщо в чотирикутнику всі кути прямі, то його називають **прямокутником**.

На рисунку 133 зображено прямокутник $ABCD$.

Сторони AB і BC мають спільну вершину B . Їх називають **сусідніми** сторонами прямокутника $ABCD$. Також сусідніми є, наприклад, сторони BC і CD .

Сусідні сторони прямокутника називають його **довжиною** і **шириною**.

Сторони AB і CD не мають спільних вершин. Їх називають **протилежними** сторонами прямокутника $ABCD$. Також протилежними є сторони BC і AD .



Рис. 133

Протилежні сторони прямокутника рівні.

На рисунку 133 $AB = CD$, $BC = AD$.

Якщо сусідні сторони прямокутника дорівнюють a і b , то його периметр P обчислюють за вже відомою вам формулою

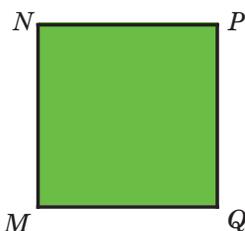


Рис. 134

$$P = 2a + 2b$$

Прямокутник, у якого всі сторони рівні, називають квадратом (рис. 134).

Якщо сторона квадрата дорівнює a , то його периметр P обчислюють за формулою

$$P = 4a$$



1. Який чотирикутник називають прямокутником?
2. Які сторони прямокутника називають сусідніми? протилежними?
3. Що називають довжиною і шириною прямокутника?
4. Яку властивість мають протилежні сторони прямокутника?
5. Яку фігуру називають квадратом?
6. За якою формулою обчислюють периметр прямокутника?
7. За якою формулою обчислюють периметр квадрата?

Розв'язуємо усно

1. Один із доданків збільшили на 19. Як треба змінити другий доданок, щоб сума не змінилася?
2. Від'ємник зменшили на 47. Як треба змінити зменшуване, щоб різниця не змінилася?
3. Зменшуване збільшили на 26. Як треба змінити від'ємник, щоб різниця не змінилася?
4. Кожна сторона трикутника дорівнює 12 см. Як називають такий трикутник? Чому дорівнює його периметр?
5. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 32 см, а одна з його сторін — 12 см. Знайдіть довжини двох інших сторін трикутника. Скільки розв'язків має задача?
6. Знайдіть сторону рівностороннього трикутника, якщо вона менша від його периметра на 10 см.
7. Обчисліть значення y за формулою $y = x \cdot x + 12$, якщо: 1) $x = 1$; 2) $x = 10$.

Вправи

363. ° Побудуйте: 1) прямокутник, сторони якого дорівнюють 4 см і 2 см; 2) квадрат зі стороною 3 см.

- 364.**° Побудуйте прямокутник, сторони якого дорівнюють 25 мм і 35 мм.
- 365.**° Обчисліть периметр:
- 1) прямокутника, сторони якого дорівнюють 42 см і 23 см;
 - 2) квадрата із стороною 8 дм.
- 366.**° Знайдіть периметр прямокутника, сторони якого дорівнюють 13 мм і 17 мм.
- 367.**° Довжина однієї із сторін прямокутника дорівнює 14 см, що на 5 см більше за довжину другої сторони. Знайдіть периметр прямокутника.
- 368.**° Периметр прямокутника дорівнює 34 см, а одна із його сторін — 12 см. Знайдіть довжину сусідньої сторони прямокутника.
- 369.**° Одна сторона прямокутника дорівнює 8 см, а сусідня — у 4 рази більша. Знайдіть периметр прямокутника.
- 370.**° Квадрат зі стороною 12 см і прямокутник, одна із сторін якого дорівнює 8 см, мають рівні периметри. Знайдіть невідому сторону прямокутника.
- 371.**° Прямокутник, сусідні сторони якого дорівнюють 42 см і 14 см, та квадрат мають рівні периметри. Знайдіть сторону квадрата.
- 372.**° Парк має форму прямокутника, сусідні сторони якого дорівнюють 460 м і 240 м. Навколо парку встановлено огорожу, а в парку на відстані 2 м від огорожі вздовж неї прокладено бігову доріжку, яка також має форму прямокутника. Петро, який дотримується здорового образу життя, щоранку до початку уроків бігає по цій доріжці, двічі оббігаючи парк. Яку відстань пробігає Петро?



- 373.**° У спортивному залі потрібно розмістити різними кольорами баскетбольний і волейбольний майданчики, які мають форму прямокутників. Сусідні сторони баскетбольного майданчика дорівнюють 26 м і 14 м, а волейбольного — 18 м і 9 м.

Щоб провести лінію завдовжки 1 м, потрібно 50 г фарби. Скільки потрібно фарби, щоб обвести лініями контури обох майданчиків?

374.** Скільки квадратів зображено на рисунку 135?

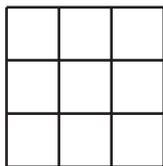


Рис. 135

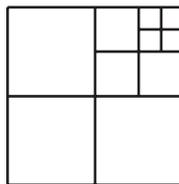


Рис. 136

375.** Скільки квадратів зображено на рисунку 136?

376.** З куса дроту зробили модель п'ятикутника (рис. 137). Які з моделей перелічених фігур, довжини сторін яких, виражені в сантиметрах, є натуральними числами, можна зробити з цього куса дроту: 1) квадрат; 2) п'ятикутник, усі сторони якого рівні; 3) рівносторонній трикутник?

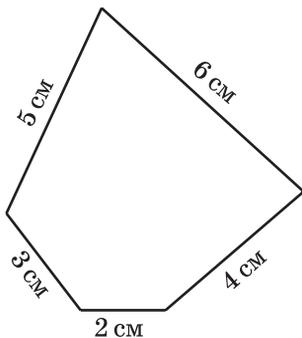


Рис. 137

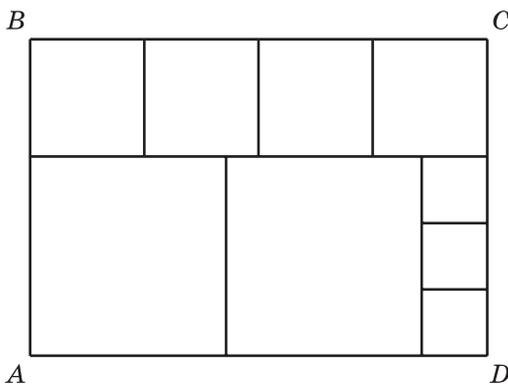


Рис. 138

377.** Прямокутник $ABCD$ розіслали на квадрати так, як показано на рисунку 138. Сторона найменшого квадрата дорівнює 4 см. Знайдіть довжини сторін прямокутника $ABCD$.

378.** Нарисуйте прямокутник, сусідні сторони якого дорівнюють 3 см і 6 см. Розбийте його на три рівних прямокутники. Обчисліть периметр кожного з утворених прямокутників. Скільки розв'язків має задача?

- 379.*** Чи є серед прямокутників з периметром 12 см такий, що його можна розбити на два рівних квадрати? У разі позитивної відповіді виконайте рисунок та обчисліть периметр кожного з утворених квадратів.
- 380.*** Як треба розрізати квадрат на чотири рівні частини, щоб із них можна було скласти два квадрати?
- 381.*** Як треба розрізати рівнобедрений прямокутний трикутник на чотири рівні частини, щоб із них можна було скласти квадрат?
- 382.*** Як треба розрізати прямокутник із сторонами 8 см і 4 см на чотири частини, щоб із них можна було скласти квадрат?
- 383.*** Як треба розрізати квадрат на трикутник і чотирикутник, щоб із них можна було скласти трикутник?
- 384.*** Як треба розрізати квадрат із стороною 6 см на дві частини по ламаній, яка містить три ланки, щоб з отриманих частин можна було скласти прямокутник?

Вправи для повторення

- 385.** Проведіть пряму MK , промінь PS і відрізок AB так, щоб промінь PS перетинав відрізок AB і пряму MK , а пряма MK не перетинала відрізок AB .
- 386.** У крамниці є лимони, апельсини та мандарини, загальна маса яких дорівнює 740 кг. Якби продали 55 кг лимонів, 36 кг апельсинів і 34 кг мандаринів, то маси лимонів, апельсинів і мандаринів, що залишилися, виявилися б рівними. Скільки кілограмів фруктів кожного виду є в крамниці?
- 387.** Від міського будинку, у якому проживає сім'я Петренків, до їхньої дачі можна доїхати або автобусом, або електричкою, або маршрутним таксі. У таблиці наведено час, який потрібно витратити на кожну ділянку шляху. За який найменший час сім'я Петренків може доїхати до дачі? Яким видом транспорту вони мають при цьому скористатися?

Вид транспорту	Час на дорогу від будинку до зупинки транспорту	Час на проїзд у транспорті	Час на дорогу від зупинки транспорту до дачі
Автобус	10 хв	1 год 15 хв	5 хв
Електричка	8 хв	56 хв	10 хв
Маршрутне таксі	7 хв	1 год 5 хв	8 хв

388. Знайдіть суму коренів рівнянь:

1) $(x - 18) - 73 = 39$ і $24 + (y - 52) = 81$;

2) $(65 - x) + 14 = 51$ і $(y + 16) + 37 = 284$.



Задача від Мудрої Сови

389. Як за допомогою п'ятилітрового бідона й трилітрової банки набрати на березі річки 4 л води?

ЗАВДАННЯ № 2 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Чому дорівнює різниця $738\ 621 - 239\ 507$?

- А) 499 114 Б) 498 104 В) 489 014 Г) 488 124

2. Чому дорівнює сума 2 год 36 хв + 6 год 48 хв?

- А) 9 год 34 хв В) 9 год 24 хв
Б) 8 год 14 хв Г) 8 год 24 хв

3. У вигляді якої рівності можна записати, що число m на 18 менше від числа n ?

- А) $m - n = 19$ В) $m + n = 18$
Б) $n - m = 18$ Г) $m = n + 18$

4. Чому дорівнює корінь рівняння $(x - 63) + 105 = 175$?

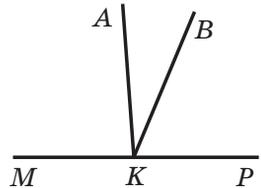
- А) 133 Б) 7 В) 343 Г) 217

5. Укажіть правильне твердження.

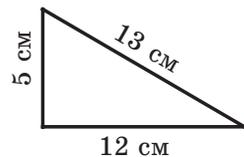
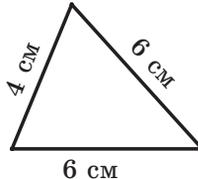
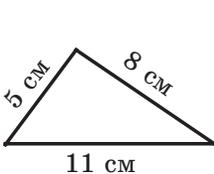
- А) кут, більший за гострий кут, — тупий
Б) кут, менший від тупого кута, — прямий
В) будь-який гострий кут менший від тупого кута
Г) кут, більший за прямий кут, — розгорнутий

6. З вершини розгорнутого кута MKP , зображеного на рисунку, проведено промені KA і KB так, що $\angle MKB = 115^\circ$, $\angle AKP = 94^\circ$. Обчисліть градусну міру кута AKB .

- А) 21° Б) 27° В) 29° Г) 32°



7. Знайдіть периметр того з трикутників, який є рівнобедреним.



- А) 24 см Б) 16 см В) 30 см Г) 20 см

8. Одна сторона прямокутника дорівнює 8 см, а сусідня — на 7 см більша. Чому дорівнює периметр прямокутника?
А) 15 см Б) 30 см В) 23 см Г) 46 см
9. На виконання домашнього завдання учень витратив 2 год 15 хв. При цьому завдання з української мови і математики він виконував по 40 хв, завдання з історії — 25 хв, а решту часу — завдання з англійської мови. Скільки часу зайняло виконання домашнього завдання з англійської мови?
А) 40 хв Б) 35 хв В) 25 хв Г) 30 хв
10. Квадрат зі стороною 12 см і прямокутник, одна із сторін якого дорівнює 10 см, мають рівні периметри. Чому дорівнює невідома сторона прямокутника?
А) 8 см Б) 26 см В) 2 см Г) 14 см
11. При якому значенні a є правильною рівність $a + a = a - a$?
А) при будь-якому значенні a В) при $a = 0$
Б) такого значення a не існує Г) при $a = 1$
12. Клас, у якому 30 учнів, прийшов на екскурсію до музею. Вхідний квиток для одного учня коштує a грн, а за супровід групи екскурсиводом треба заплатити додатково 50 грн. Укажіть формулу для обчислення загальної вартості b екскурсії.
А) $b = a + 50$ В) $b = 30(a + 50)$
Б) $b = 30a + 50$ Г) $b = 50a + 30$

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 2

Властивості додавання

Переставна властивість: $a + b = b + a$

Сполучна властивість: $(a + b) + c = a + (b + c)$

Корінь рівняння

Коренем (розв'язком) рівняння називають число, яке при підстановці його замість букви перетворює рівняння на правильну числову рівність.

Розв'язання рівнянь

Розв'язати рівняння — це означає знайти всі його корені або переконатися, що їх взагалі немає.

Кут

Фігуру, утворену двома променями, які мають спільний початок, називають кутом.

Рівні фігури

Дві фігури називають рівними, якщо вони суміщаються при накладанні.

Бісектриса кута

Промінь, який ділить кут на два рівних кути, називають бісектрисою кута.

Властивість величини кута

Якщо між сторонами кута ABC провести промінь BD , то градусна міра кута ABC дорівнює сумі градусних мір кутів ABD і DBC , тобто $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$.

Розгорнутий кут

Кут, сторони якого утворюють пряму, називають розгорнутим. Градусна міра розгорнутого кута дорівнює 180° .

Прямий кут

Кут, градусна міра якого дорівнює 90° , називають прямим.

Гострий кут

Кут, градусна міра якого менша від 90° , називають гострим.

Тупий кут

Кут, градусна міра якого більша за 90° , але менша від 180° , називають тупим.

Гострокутний трикутник

Якщо всі кути трикутника гострі, то його називають гострокутним трикутником.

Прямокутний трикутник

Якщо один із кутів трикутника прямий, то його називають прямокутним трикутником.

Тупокутний трикутник

Якщо один із кутів трикутника тупий, то його називають тупокутним трикутником.

Рівнобедрений трикутник

Якщо дві сторони трикутника рівні, то його називають рівнобедреним трикутником.

Рівносторонній трикутник

Якщо три сторони трикутника рівні, то його називають рівностороннім трикутником.

Різносторонній трикутник

Якщо три сторони трикутника мають різну довжину, то його називають різностороннім трикутником.

Прямокутник

Якщо в чотирикутнику всі кути прямі, то його називають прямокутником.

Властивість прямокутника

Протилежні сторони прямокутника рівні.

Квадрат

Прямокутник, у якого всі сторони рівні, називають квадратом.

§ 3. МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

16. Множення.

Переставна властивість множення

Накреслимо на аркуші в клітинку прямокутник із сторонами 5 см і 3 см. Розіб'ємо його на квадрати із стороною 1 см (рис. 139). Як підрахувати кількість цих квадратів?

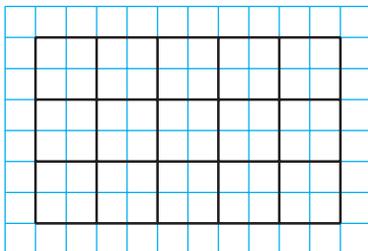


Рис. 139

Можна, наприклад, міркувати так. Прямокутник розділено на три ряди, у кожному з яких є п'ять квадратів. Тому шукане число дорівнює $5 + 5 + 5 = 15$. У лівій частині записаної рівності знаходиться сума рівних доданків. Як ви знаєте, таку суму записують коротше: $5 \cdot 3$. Отже, $5 \cdot 3 = 15$.

У рівності $a \cdot b = c$ числа a і b називають **множниками**, а число c і запис $a \cdot b$ — **добутком**.

Можна записати, що $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$.

Аналогічно:

$$\begin{aligned}3 \cdot 5 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3; \\7 \cdot 4 &= 7 + 7 + 7 + 7; \\1 \cdot 6 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; \\0 \cdot 5 &= 0 + 0 + 0 + 0 + 0.\end{aligned}$$

У буквеному вигляді записують так:

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_b \text{ доданків}$$

Добутком числа a на натуральне число b , яке не дорівнює 1, називають суму, що складається з b доданків, кожний з яких дорівнює a .

А якщо $b = 1$? Тоді доведеться розглядати суму, яка складається з одного доданка, що в математиці не прийнято. Тому домовились, що

$$a \cdot 1 = a$$

Якщо $b = 0$, то домовилися вважати, що

$$a \cdot 0 = 0$$

Зокрема,

$$0 \cdot 0 = 0$$

Розглянемо добутки $1 \cdot a$ і $0 \cdot a$, де a — натуральне число, відмінне від 1.

$$\text{Маємо: } 1 \cdot a = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_a = a,$$

$$0 \cdot a = \underbrace{0+0+0+\dots+0}_a = 0.$$

Тепер можна зробити такі висновки.

Якщо один із двох множників дорівнює 1, то добуток дорівнює другому множнику:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

Якщо один із множників дорівнює нулю, то добуток дорівнює нулю:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

Добуток двох чисел, відмінних від нуля, нулем бути не може.

Якщо добуток дорівнює нулю, то хоча б один із множників дорівнює нулю.

Кількість квадратів на рисунку 139 ми підрахували так: $5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 = 15$. Проте цей підрахунок можна було зробити й іншим способом. Прямокутник поділено на п'ять стовпчиків, у кожному з яких є три квадрати. Тому шукане число квадратів дорівнює:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 5 = 15.$$

Підрахунок квадратів на рисунку 139 двома способами ілюструє **переставну властивість множення:**

від перестановки множників добуток не змінюється.

Цю властивість у буквенному вигляді записують так:

$$ab = ba$$

Ви вмієте множити письмово (у стовпчик) багатоцифрове число на двоцифрове. Аналогічно виконують множення будь-яких двох багатоцифрових чисел.

Наприклад:

						4	5	6	3																																				
						×																																							

Цей спосіб зручний тим, що множити усно доводиться тільки одоцифрові числа.

Розглянемо задачі, у розв'язуванні яких використовують дію множення.

ПРИКЛАД 1 У саду ростуть вишні, яблуні та груші. Вишень є 24 дерева, що в 6 разів менше, ніж яблунь, і на 18 дерев менше, ніж груш. Скільки всього дерев росте в саду?

Розв'язання. 1) $24 \cdot 6 = 144$ (дерева) — становлять яблуні.

2) $24 + 18 = 42$ (дерева) — становлять груші.

3) $24 + 144 + 42 = 210$ (дерев) — росте в саду.

Відповідь: 210 дерев. ◀

ПРИКЛАД 2 З одного міста одночасно в одному напрямі виїхали вантажівка зі швидкістю 48 км/год і легковий автомобіль зі швидкістю 64 км/год. Якою буде відстань між ними через 3 год після початку руху?

Розв'язання. 1) $64 - 48 = 16$ (км) — на стільки збільшується відстань між автомобілями щогодини.

2) $16 \cdot 3 = 48$ (км) — відстань між автомобілями через 3 год.

Відповідь: 48 км. ◀

ПРИКЛАД 3 З одного села в протилежних напрямках вирушили одночасно вершник зі швидкістю 14 км/год і пішохід зі швидкістю 4 км/год. Якою буде відстань між ними через 4 год після початку руху?

Розв'язання. 1) $14 + 4 = 18$ (км) — на стільки збільшується відстань між вершником і пішоходом щогодини.

2) $18 \cdot 4 = 72$ (км) — відстань між вершником і пішоходом через 4 год.

Відповідь: 72 км. ◀

ПРИКЛАД 4 Від двох пристаней одночасно назустріч один одному відійшли два катери, які зустрілися через 5 год після початку руху. Один із катерів рухався зі швидкістю 28 км/год, а другий — зі швидкістю 36 км/год. Знайдіть відстань між пристанями.

Розв'язання. 1) $28 + 36 = 64$ (км) — на стільки зближувались катери щогодини.

2) $64 \cdot 5 = 320$ (км) — відстань між пристанями.

Відповідь: 320 км. ◀



1. Що називають добутком числа a на натуральне число b , яке не дорівнює 1?
2. Як у рівності $a \cdot b = c$ називають число a ? число b ? число c ? запис $a \cdot b$?
3. Чому дорівнює добуток двох множників, один з яких дорівнює 1?
4. Чому дорівнює добуток двох множників, один з яких дорівнює 0?
5. У якому випадку добуток може дорівнювати нулю?
6. Сформулюйте переставну властивість множення.
7. Як записують у буквеному вигляді переставну властивість множення?

Розв'язуємо усно

1. Чому дорівнює сума:
1) $20 + 20 + 20$; 2) $12 + 12 + 12 + 12$; 3) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$?
2. Обчисліть:
1) $6 + 4 \cdot 3 - 2$; 3) $6 + 4 \cdot (3 - 2)$;
2) $(6 + 4) \cdot 3 - 2$; 4) $(6 + 4) \cdot (3 - 2)$.
3. Знайдіть добуток чисел 14 і 6.
4. Збільште число 18 у 3 рази.
5. Знайдіть бічну сторону рівнобедреного трикутника, якщо його периметр на 12 см більший за основу.
6. Визначте вид трикутника, дві сторони якого дорівнюють 8 см і 12 см, а периметр — 28 см.
7. Знайдіть периметр квадрата, якщо він більший за його сторону на 18 см.
8. Чи існує таке значення a , при якому є правильною рівність:
1) $a \cdot 5 = a$; 2) $a \cdot 1 = a$; 3) $a \cdot a = a$; 4) $0 \cdot a = a$?

Вправи

390.° Запишіть суму у вигляді добутку:

- 1) $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$; 3) $n + n + n + n + n + n + n$;
- 2) $9 + 9 + 9 + 9 + 9$; 4) $\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{101 \text{ доданок}}$;

5) $\underbrace{5 + 5 + \dots + 5}_m$;

6) $\underbrace{m + m + \dots + m}_k$.

391. Виконайте множення:

- | | | |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $516 \cdot 32$; | 4) $314 \cdot 258$; | 7) $626 \cdot 480$; |
| 2) $418 \cdot 46$; | 5) $133 \cdot 908$; | 8) $1234 \cdot 567$; |
| 3) $4519 \cdot 52$; | 6) $215 \cdot 204$; | 9) $2984 \cdot 4006$. |

392. Виконайте множення:

- | | | |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $706 \cdot 53$; | 4) $591 \cdot 289$; | 7) $934 \cdot 260$; |
| 2) $304 \cdot 29$; | 5) $465 \cdot 506$; | 8) $2468 \cdot 359$; |
| 3) $5245 \cdot 67$; | 6) $328 \cdot 406$; | 9) $1234 \cdot 2007$. |

393. Обчисліть:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| 1) $704 \cdot 69 + 1424$; | 5) $(294 + 16) \cdot (348 - 279)$; |
| 2) $412 \cdot 42 - 7304$; | 6) $294 + 16 \cdot 348 - 279$; |
| 3) $(938 - 543) \cdot 34$; | 7) $(294 + 16) \cdot 348 - 279$; |
| 4) $85 \cdot (870 - 567)$; | 8) $294 + 16 \cdot (348 - 279)$. |

394. Обчисліть:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 1) $603 \cdot 84 + 2536$; | 3) $64 \cdot 96 - 77$; |
| 2) $318 \cdot 56 - 5967$; | 4) $64 \cdot (96 - 77)$. |

395. Обчисліть значення виразу:

- 1)
- $17x + 432$
- , якщо
- $x = 58$
- ; 2)
- $(739 - x) \cdot y$
- , якщо
- $x = 554$
- ,
- $y = 4900$
- .

396. Обчисліть значення виразу:

- 1)
- $976 - 24x$
- , якщо
- $x = 36$
- ; 2)
- $x \cdot 63 - y$
- , якщо
- $x = 367$
- ,
- $y = 19\,742$
- .

397. Виконайте множення:

- | | | |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $693 \cdot 100$; | 3) $540 \cdot 20$; | 5) $760 \cdot 350$; |
| 2) $974 \cdot 1000$; | 4) $120 \cdot 400$; | 6) $460 \cdot 1800$. |

398. Виконайте множення:

- | | | |
|----------------------|--------------------------|-----------------------|
| 1) $214 \cdot 10$; | 3) $10\,000 \cdot 546$; | 5) $580 \cdot 240$; |
| 2) $100 \cdot 328$; | 4) $140 \cdot 80$; | 6) $270 \cdot 3000$. |

399. Для нормального функціонування організму людина щодня має отримувати 500 мг вітаміну С. Паління однієї цигарки руйнує 25 мг вітаміну С. Скільки міліграмів цього вітаміну краде в себе той, хто викурює 12 цигарок на день? Скільки міліграмів вітаміну С надходить до його організму, якщо він споживатиме вітамін за нормою?

400. Готуючись до школи, Буратіно купив 34 зошити по 12 сольдо і 18 зошитів по 16 сольдо. Скільки сольдо заплатив Буратіно за всі зошити?

401. На фермі є 78 корів, кожна з яких дає за день 12 л молока. Молоко з ферми вивозять у бідонах ємністю 40 л. Одного дня на фермі був 21 порожній бідон. Чи вистачить бідонів, щоб вивезти з ферми молоко, яке надоїли за цей день?

- 402.° Кіт Матроскін продав 42 л молока по 96 к. за літр і 16 кг сиру по 2 грн за кілограм. Скільки грошей отримав Матроскін за свій товар?
- 403.° За п'ять місяців (з травня по вересень) одна тополя поглинає 44 кг вуглекислого газу, а один дуб — 28 кг. На скільки більше кілограмів вуглекислого газу поглинають за цей період 40 тополь, ніж 40 дубів?



Булвар Т. Г. Шевченка в м. Києві

- 404.° Вирушивши в похід, Барвінок 14 год плыв річкою на човні зі швидкістю 8 км/год і йшов пішки 23 год зі швидкістю 4 км/год. Який шлях, річкою чи суходолом, він подолав більший і на скільки кілометрів?
- 405.° Івасик-Телесик плыв на моторному човні 5 год річкою зі швидкістю 27 км/год і 7 год озером зі швидкістю 21 км/год. Який шлях, річкою чи озером, був довшим і на скільки кілометрів?
- 406.° Знайдіть значення виразу:
 1) $(318 \cdot 207 - 64 \cdot 934) \cdot 276 + 604 \cdot 88$;
 2) $869 \cdot (61 \cdot 124 - 488 \cdot 125) - 509 \cdot 74$.
- 407.° Знайдіть значення виразу:
 1) $(214 \cdot 104 + 7544) \cdot 35 - 508 \cdot 722$;
 2) $647 \cdot (36 \cdot 900 - 255 \cdot 144) - 318 \cdot 92$.
- 408.° З одного порту в інший одночасно відійшли теплохід і катер. Швидкість теплохода дорівнює 28 км/год, а швидкість катера — 36 км/год. Якою буде відстань між ними через 5 год після початку руху?
- 409.° З одного села в одному напрямі вирушили одночасно два велосипедисти. Один із них їхав зі швидкістю 12 км/год, а другий — зі швидкістю 9 км/год. Якою буде відстань між ними через 6 год після початку руху?

- 410.*** З однієї станції в протилежних напрямках одночасно відійшли два поїзди. Один із них рухався зі швидкістю 64 км/год, а другий — зі швидкістю 57 км/год. Якою буде відстань між ними через 9 год після початку руху?
- 411.*** З одного міста в протилежних напрямках виїхали одночасно два автомобілі. Швидкість одного з них дорівнювала 74 км/год, що на 8 км/год більше, ніж швидкість другого. Якою буде відстань між ними через 7 год після початку руху?
- 412.*** Із міст Конотоп і Сміла одночасно назустріч один одному виїхали велосипедист і легковий автомобіль. Велосипедист їхав зі швидкістю 11 км/год, а автомобіль — у 7 разів швидше. Знайдіть відстань між цими містами, якщо велосипедист і автомобіль зустрілися через 4 год після початку руху.
- 413.*** Із двох селищ одночасно назустріч один одному вирушили велосипедист і пішохід. Пішохід рухався зі швидкістю 3 км/год, що в 4 рази менше від швидкості велосипедиста. Знайдіть відстань між селищами, якщо велосипедист і пішохід зустрілися через 3 год після початку руху.
- 414.*** Чи завжди добуток двох натуральних чисел більший за їхню суму?
- 415.*** Як зміниться добуток двох натуральних чисел, якщо:
- 1) один із множників збільшити у 8 разів;
 - 2) один із множників зменшити в 5 разів;
 - 3) кожний із множників збільшити в 6 разів;
 - 4) один множник збільшити в 13 разів, а другий — у 40 разів;
 - 5) один множник збільшити у 12 разів, а другий зменшити в 3 рази?
- 416.**** Із двох хуторів, відстань між якими дорівнює 3 км, виїшли одночасно назустріч один одному два пішоходи. Один із них рухався зі швидкістю 5 км/год, а другий — зі швидкістю 4 км/год. Якою буде відстань між пішоходами через 2 год після початку руху?
- 417.**** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб множення було виконано правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times 43 \\ \quad \quad 2* \\ \hline \quad 3*4 \\ + \quad 8* \\ \hline 12*4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times 52 \\ \quad \quad * * \\ \hline \quad 1* * \\ + \quad * * 8 \\ \hline \quad * * 8 * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times * 8 \\ \quad \quad * \\ \hline \quad 8 * * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \times 6 * \\ \quad \quad * * * \\ \hline \quad * * * \\ + \quad * * \\ \hline \quad * * * 6 \end{array}$$

418.** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб множення було виконано правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times * 7 \\ \quad \times 6 * \\ \hline \quad 5 1 * \\ + * * * \\ \hline * * * 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times 7 4 \\ \quad \times * * \\ \hline \quad * 1 * \\ + * * \\ \hline * * * 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times 5 2 \\ \quad \times * * \\ \hline \quad * * \\ + * * \\ \hline * * * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \times * * * \\ \quad \times * * 2 \\ \hline \quad * 0 8 \\ + * 6 * \\ \hline * 1 2 * \end{array}$$

419.** Сума і добуток чотирьох натуральних чисел дорівнюють 8. Що це за числа?

420.* У записі $1 * 2 * 3 * 4 * 5$ замініть зірочки на знак «+» або знак « \cdot » та поставте дужки так, щоб значення отриманого виразу дорівнювало 100.

421.* У записі $1 * 2 * 3 * 4$ замість кожної зірочки можна поставити знак «+» або знак « \cdot ». Чому дорівнює найбільше значення виразу, який можна отримати?

Вправи для повторення

422. Знайдіть величину кута ABM (рис. 140), якщо $\angle MBK$ прямий і $\angle ABM = \angle CBK$.

423. Кут ABC дорівнює 72° , промінь BD — бісектриса кута ABC , промінь BE — бісектриса кута ABD . Обчисліть величину кута CBE .

424. За формулою $a = b : 4 - 6$ знайдіть значення a , якщо: 1) $b = 600$; 2) $b = 64$; 3) $b = 24$.

425. Сума довжин першої і другої сторін трикутника дорівнює 33 см, першої і третьої — 39 см, другої і третьої — 42 см. Знайдіть периметр трикутника.

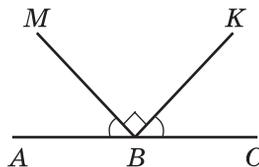


Рис. 140



Задача від Мудрої Сови

- 1) Складіть із 10 сірників три квадрати.
- 2) Складіть із 19 сірників шість квадратів.
- 3) Які чотири сірники треба забрати (рис. 141), щоб залишилося п'ять квадратів?

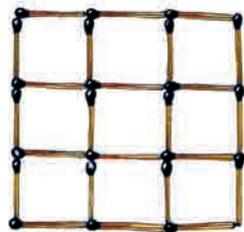


Рис. 141

17. Сполучна і розподільна властивості множення

Нарисуємо на аркуші в клітинку прямокутник із сторонами 5 см і 3 см. Розіб'ємо його на квадрати зі стороною 1 см (рис. 142). Підрахуємо кількість клітинок зошита, що містяться в прямокутнику. Це можна зробити, наприклад, так.

Кількість квадратів із стороною 1 см дорівнює $5 \cdot 3$. Кожний такий квадрат містить 4 клітинки. Тому загальна кількість клітинок дорівнює $(5 \cdot 3) \cdot 4$.

Цю задачу можна розв'язати інакше. Кожний із п'яти стовпчиків, на які розділено прямокутник, складається з трьох квадратів із стороною 1 см. Тому в одному стовпчику міститься $3 \cdot 4$ клітинок. Отже, усього клітинок буде $5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Підрахунок клітинок на рисунку 142 двома способами ілюструє **сполучну властивість множення** для чисел 5, 3 і 4. Маємо: $(5 \cdot 3) \cdot 4 = 5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Щоб добуток двох чисел помножити на третє число, можна перше число помножити на добуток другого і третього чисел.

У буквенному вигляді цю властивість записують так:

$$(ab)c = a(bc)$$

З переставної та сполучної властивостей множення випливає, що *при множенні кількох чисел множники можна міняти місцями та брати в дужки, тим самим визначаючи порядок обчислень*.

Наприклад, правильними є рівності:

$$abc = cba,$$

$$17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = (17 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5).$$

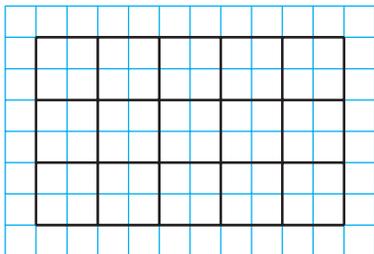


Рис. 142

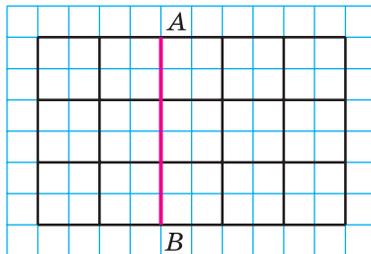


Рис. 143

На рисунку 143 відрізок AB ділить прямокутник, який ми розглядали вище, на прямокутник і квадрат.

Підрахуємо кількість квадратів із стороною 1 см двома способами.

З одного боку, в утвореному квадраті їх міститься $3 \cdot 3$, а в прямокутнику — $3 \cdot 2$. Усього маємо $3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ квадратів. З другого боку, у кожному з трьох рядків, на які розділено даний прямокутник, міститься $3 + 2$ квадрати. Тоді їхня загальна кількість дорівнює $3 \cdot (3 + 2)$.

Рівність $3 \cdot (3 + 2) = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ ілюструє **розподільну властивість множення відносно додавання**.

Щоб число помножити на суму двох чисел, можна це число помножити на кожний доданок і отримані добутки додати.

У буквеному вигляді цю властивість записують так:

$$a(b + c) = ab + ac$$

З розподільної властивості множення відносно додавання випливає, що

$$ab + ac = a(b + c).$$

Ця рівність дозволяє формулу $P = 2a + 2b$ для знаходження периметра прямокутника записати в такому вигляді:

$$P = 2(a + b).$$

Зазначимо, що розподільна властивість виконується для трьох і більше доданків. Наприклад:

$$a(m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

Також є справедливою **розподільна властивість множення відносно віднімання**: якщо $b > c$ або $b = c$, то

$$a(b - c) = ab - ac$$

ПРИКЛАД 1 Обчисліть зручним способом:

1) $25 \cdot 867 \cdot 4$;

2) $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246$.

Розв'язання. 1) Застосуємо переставку, а потім сполучну властивість множення:

$$25 \cdot 867 \cdot 4 = 867 \cdot (25 \cdot 4) = 867 \cdot 100 = 86\,700.$$

2) Маємо: $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246 = 329 \cdot (754 + 246) = 329 \cdot 1000 = 329\,000$. ◀

ПРИКЛАД 2 Спростіть вираз: 1) $4a \cdot 3b$; 2) $18m - 13m$.

Розв'язання. 1) Використовуючи переставку і сполучну властивість множення, отримуємо:

$$4a \cdot 3b = (4 \cdot 3) \cdot ab = 12ab.$$

2) Використовуючи розподільну властивість множення відносно віднімання, отримуємо:

$$18m - 13m = m(18 - 13) = m \cdot 5 = 5m. \quad \blacktriangleleft$$

ПРИКЛАД 3 Запишіть вираз $5(2t + 7)$ так, щоб він не містив дужок.

Розв'язання. За розподільною властивістю множення відносно додавання маємо:

$$5(2t + 7) = 5 \cdot 2t + 5 \cdot 7 = 10t + 35. \blacktriangleleft$$

Таке перетворення називають **розкриттям дужок**.

ПРИКЛАД 4 Обчисліть зручним способом значення виразу $125 \cdot 24 \cdot 283$.

Розв'язання. Маємо:

$$\begin{aligned} 125 \cdot 24 \cdot 283 &= 125 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 283 = \\ &= (125 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 283) = 1000 \cdot 849 = 849\,000. \blacktriangleleft \end{aligned}$$

ПРИКЛАД 5 Виконайте множення: 3 доби 18 год \cdot 6.

Розв'язання. Маємо:

$$3 \text{ доби } 18 \text{ год} \cdot 6 = 18 \text{ діб } 108 \text{ год} = 22 \text{ доби } 12 \text{ год}. \blacktriangleleft$$

При розв'язанні прикладу було використано розподільну властивість множення відносно додавання:

$$\begin{aligned} 3 \text{ доби } 18 \text{ год} \cdot 6 &= (3 \text{ доби} + 18 \text{ год}) \cdot 6 = 3 \text{ доби} \cdot 6 + 18 \text{ год} \cdot 6 = \\ &= 18 \text{ діб} + 108 \text{ год} = 18 \text{ діб} + 96 \text{ год} + 12 \text{ год} = \\ &= 18 \text{ діб} + 4 \text{ доби} + 12 \text{ год} = 22 \text{ доби } 12 \text{ год}. \end{aligned}$$



1. Сформулюйте сполучну властивість множення.
2. Як записують у буквеному вигляді сполучну властивість множення?
3. Сформулюйте розподільну властивість множення відносно додавання.
4. Як записують у буквеному вигляді розподільну властивість множення відносно додавання? віднімання?

Розв'язуємо усно

1. Заповніть ланцюжок обчислень:



2. Добуток чисел 3 і 8 помножьте на 100.
3. Число 3 помножьте на добуток чисел 8 і 100.
4. Знайдіть добуток суми чисел 8 і 7 та числа 6.
5. Знайдіть суму добутків чисел 8 і 6 та чисел 7 і 6.
6. Чи можна подати число 6 у вигляді добутку 100 множників?
7. В інкубаторі було 1000 яєць. Із кожних 100 яєць вилупилося 95 курчат. Скільки всього вилупилося курчат?

Вправи

427.° Обчисліть зручним способом:

- 1) $2 \cdot 328 \cdot 5$; 3) $25 \cdot 243 \cdot 4$; 5) $50 \cdot 236 \cdot 2$;
 2) $125 \cdot 43 \cdot 8$; 4) $4 \cdot 36 \cdot 5$; 6) $250 \cdot 3 \cdot 4$.

428.° Обчисліть зручним способом:

- 1) $4 \cdot 17 \cdot 25$; 3) $8 \cdot 475 \cdot 125$; 5) $2 \cdot 916 \cdot 50$;
 2) $5 \cdot 673 \cdot 2$; 4) $73 \cdot 5 \cdot 4$; 6) $5 \cdot 9 \cdot 200$.

429.° Спростіть вираз:

- 1) $13 \cdot 2a$; 4) $28 \cdot y \cdot 5$; 7) $27m \cdot 3n$;
 2) $9x \cdot 8$; 5) $6a \cdot 8b$; 8) $4a \cdot 8 \cdot b \cdot 3 \cdot c$;
 3) $23 \cdot 4b$; 6) $11x \cdot 14y$; 9) $12x \cdot 3y \cdot 5z$.

430.° Спростіть вираз:

- 1) $12 \cdot 3x$; 3) $5a \cdot 7b$; 5) $2a \cdot 3b \cdot 4c$;
 2) $10x \cdot 6$; 4) $8m \cdot 12n$; 6) $5x \cdot 2y \cdot 10z$.

431.° Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $318 \cdot 78 + 318 \cdot 22$; 3) $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$;
 2) $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$; 4) $65 \cdot 246 - 65 \cdot 229 - 65 \cdot 17$.

432.° Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $47 \cdot 632 + 632 \cdot 53$; 3) $754 \cdot 324 - 754 \cdot 314$;
 2) $598 \cdot 49 - 597 \cdot 49$; 4) $37 \cdot 46 - 18 \cdot 37 + 37 \cdot 72$.

433.° Розкрийте дужки:

- 1) $2(a + 5)$; 4) $(c - 9) \cdot 11$; 7) $7(6a + 8b)$;
 2) $8(7 - x)$; 5) $(8 + y) \cdot 16$; 8) $10(2m - 3n + 4k)$;
 3) $12(x + y)$; 6) $15(4a - 3)$; 9) $(24x + 17y - 36z) \cdot 4$.

434.° Розкрийте дужки:

- 1) $4(a + 2)$; 3) $(p - q) \cdot 9$; 5) $5(2m - 1)$;
 2) $3(m - 5)$; 4) $12(a + b)$; 6) $(3c + 5d) \cdot 14$.

435.° Спростіть вираз:

- 1) $6a + 8a$; 3) $m + 29m$; 5) $4x + 13x + 15x$;
 2) $28c - 15c$; 4) $98p - p$; 6) $67z - 18z + 37$.

436.° Спростіть вираз:

- 1) $13b + 19b$; 3) $34n + n$; 5) $36y - 19y + 23y$;
 2) $44d - 37d$; 4) $127q - q$; 6) $49a + 21a + 30$.

437.° Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $25x \cdot 4y$, якщо $x = 12$, $y = 11$; 2) $8k \cdot 125c$, якщо $k = 58$, $c = 8$.

438.° Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $5a \cdot 20b$, якщо $a = 4$, $b = 68$; 2) $4m \cdot 50n$, якщо $m = 22$, $n = 34$.

439.° Обчисліть найзручнішим способом значення виразу:

- 1) $398 \cdot 36 + 36b$, якщо $b = 602$; 2) $986b - 86 \cdot 83$, якщо $b = 83$.

440.* Обчисліть найзручнішим способом значення виразу:

1) $631 \cdot 18 + x \cdot 369$, якщо $x = 18$; 2) $58a - 58 \cdot 824$, якщо $a = 1024$.

441.* Спростіть вираз і обчисліть його значення:

- 1) $13p + 37p$, якщо $p = 14$;
- 2) $72b - 43b$, якщо $b = 54$;
- 3) $38x + 17x - 54x + x$, якщо $x = 678$;
- 4) $86c - 35c - c + 296$, якщо $c = 47$.

442.* Спростіть вираз і обчисліть його значення:

- 1) $34x + 66x$, якщо $x = 8$;
- 2) $54a - 39a$, якщо $a = 26$;
- 3) $18m - 5m + 7m$, якщо $m = 394$;
- 4) $19z - 12z + 33z - 192$, якщо $z = 82$.

443.* Обчисліть зручним способом:

- 1) $16 \cdot 25$; 2) $25 \cdot 8 \cdot 5$; 3) $15 \cdot 12$; 4) $375 \cdot 24$.

444.* Обчисліть зручним способом:

- 1) $25 \cdot 4 \cdot 6$; 2) $125 \cdot 25 \cdot 32$; 3) $75 \cdot 36$; 4) $96 \cdot 50$.

445.** Обчисліть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $43 \cdot 64 + 43 \cdot 23 - 87 \cdot 33$; 2) $84 \cdot 53 - 84 \cdot 28 + 16 \cdot 61 - 16 \cdot 36$.

446.** Обчисліть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $93 \cdot 24 - 27 \cdot 24 + 66 \cdot 76$; 2) $82 \cdot 46 + 82 \cdot 54 + 135 \cdot 18 - 18 \cdot 35$.

447.** Виконайте множення:

- 1) $2 \text{ км } 56 \text{ м} \cdot 68$; 3) $4 \text{ км } 90 \text{ м} \cdot 43$; 5) $3 \text{ год } 48 \text{ хв} \cdot 25$;
2) $7 \text{ грн } 9 \text{ к.} \cdot 54$; 4) $3 \text{ т } 5 \text{ ц } 65 \text{ кг} \cdot 8$; 6) $5 \text{ год } 12 \text{ хв } 36 \text{ с} \cdot 15$.

448.** Виконайте множення:

- 1) $8 \text{ ц } 26 \text{ кг} \cdot 27$; 3) $6 \text{ т } 45 \text{ кг} \cdot 82$; 5) $7 \text{ хв } 5 \text{ с} \cdot 24$;
2) $14 \text{ грн } 80 \text{ к.} \cdot 406$; 4) $5 \text{ м } 8 \text{ см} \cdot 42$; 6) $4 \text{ доби } 6 \text{ год} \cdot 12$.

449.** Скількома нулями закінчується добуток усіх натуральних чисел:

- 1) від 1 до 10 включно; 3) від 10 до 30 включно;
2) від 15 до 24 включно; 4)* від 1 до 100 включно?

Вправи для повторення

450. Кут ABC — прямий, промінь BP — бісектриса кута ABK , промінь BM — бісектриса кута CBK (рис. 144). Яка градусна міра кута MBP ?

451. По двору бігали кошенята та курчата. Вони разом мали 14 голів і 38 ніг. Скільки кошенят і скільки курчат бігало по двору?

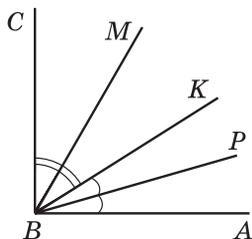


Рис. 144

452. Сім'я із двох дорослих і дитини може поїхати на відпочинок поїздом або на автомобілі. Квиток на поїзд для одного дорослого коштує 870 грн, а для дитини — у два рази менше. Автомобіль витрачає 12 л бензину на 100 км, а ціна одного літра бензину становить 26 грн. Відстань до місця відпочинку по автошляху дорівнює 600 км. Яким видом транспорту цій сім'ї дешевше доїхати до місця відпочинку?



Задача від Мудрої Сови

453. У 5 класі навчаються троє друзів: Михайлик, Дмитрик і Сашко. Один із них займається футболом, другий — плаванням, а третій — боксом. У футболіста немає ні брата, ні сестри, він наймолодший із друзів. Михайлик старший за боксера й товаришує із сестрою Дмитрика. Яким видом спорту займається кожний із друзів?

18. Ділення

Дію ділення означають за допомогою дії множення. Наприклад, поділити число 51 на 17 — це означає знайти таке число, добуток якого з числом 17 дорівнює 51. Маємо: $17 \cdot 3 = 51$, тому $51 : 17 = 3$.

Узагалі, для натуральних чисел a , b і c рівність $a : b = c$ є правильною, якщо правильна рівність $b \cdot c = a$.

Розглянемо ще кілька прикладів:

$$168 : 12 = 14, \text{ оскільки } 12 \cdot 14 = 168;$$

$$1197 : 21 = 57, \text{ оскільки } 21 \cdot 57 = 1197.$$

У рівності $a : b = c$ число a називають **діленим**, число b — **дільником**, число c і запис $a : b$ — **часткою**.

Частка $a : b$ показує, у скільки разів число a більше за число b або у скільки разів число b менше від числа a .

Чи можна, наприклад, обчислити частку $11 : 0$? Якщо припустити, що така частка існує і дорівнює деякому числу c , то має виконуватися рівність $0 \cdot c = 11$, але насправді $0 \cdot c = 0$. Отже, обчислити частку $11 : 0$ неможливо.

А чи можна обчислити частку $0 : 0$? Нехай $0 : 0 = c$. Тоді $0 \cdot c = 0$. Така рівність справедлива за будь-якого c . А це означає, що значенням числового виразу $0 : 0$ може бути будь-яке число, тобто таку частку обчислити неможливо.

Отже, робимо висновок: **на нуль ділити не можна**.

Разом з тим, оскільки $a \cdot 0 = 0$, то для будь-якого натурального числа a правильна рівність

$$0 : a = 0$$

Для будь-якого натурального числа a справедливі рівності:

$$a : a = 1$$

$$a : 1 = a$$

Ці рівності легко перевірити за допомогою множення. Переконайтеся в цьому самостійно.

Ви вмієте ділити письмово (куточком) багатоцифрове число на двоцифрове. Аналогічно виконують ділення будь-яких багатоцифрових чисел, наприклад:

	2	4	4	9	4	4	3	2	4		7	4	3	4	1	9	0	1	2	3	8
	2	2	6	8			7	5	6		7	4	2	8				6	0	0	5
		1	8	1	4							6	1	9	0						
		1	6	2	0							6	1	9	0						
			1	9	4	4										0					
			1	9	4	4															
						0															

ПРИКЛАД 1 Розв'яжіть рівняння $12x = 84$.

Розв'язання. Застосуємо правило знаходження невідомого множника: *щоб знайти невідомий множник, треба добуток поділити на відомий множник.*

Маємо: $x = 84 : 12;$
 $x = 7.$

Відповідь: 7. ◀

ПРИКЛАД 2 Розв'яжіть рівняння $x : 21 = 16$.

Розв'язання. Застосуємо правило знаходження невідомого діленого: *щоб знайти невідоме ділене, треба дільник помножити на частку.*

Маємо: $x = 21 \cdot 16;$
 $x = 336.$

Відповідь: 336. ◀

ПРИКЛАД 3 Розв'яжіть рівняння $576 : x = 18$.

Розв'язання. Застосуємо правило знаходження невідомого дільника: *щоб знайти невідомий дільник, треба ділене поділити на частку.*

Маємо: $x = 576 : 18;$
 $x = 32.$

Відповідь: 32. ◀

ПРИКЛАД 4 Моторний човен проходить відстань між двома пристанями, яка дорівнює 64 км, проти течії річки за 8 год. За скільки годин він пройде цю відстань за течією річки, якщо швидкість течії дорівнює 4 км/год?

Розв'язання. 1) $64 : 8 = 8$ (км/год) — швидкість човна проти течії.

2) $8 + 4 = 12$ (км/год) — власна швидкість човна.

3) $12 + 4 = 16$ (км/год) — швидкість човна за течією.

4) $64 : 16 = 4$ (год) — час руху за течією.

Відповідь: 4 год. ◀

ПРИКЛАД 5 Із двох міст, відстань між якими дорівнює 588 км, виїхали назустріч один одному два автомобілі, які зустрілися через 6 год після початку руху. Швидкість одного автомобіля становила 46 км/год. Знайдіть швидкість другого автомобіля.

Розв'язання. 1) $588 : 6 = 98$ (км) — на стільки зменшувалася відстань між ними щогодини.

2) $98 - 46 = 52$ (км/год) — швидкість другого автомобіля.

Відповідь: 52 км/год. ◀



ПРИКЛАД 6 Відстань між двома селищами дорівнює 24 км. Із цих селищ одночасно в одному напрямі вирушили пішохід і велосипедист. Попереду йшов пішохід. Через скільки годин після початку руху велосипедист наздогнав пішохода, якщо пішохід ішов зі швидкістю 4 км/год, а велосипедист їхав зі швидкістю 12 км/год?

Розв'язання. 1) $12 - 4 = 8$ (км) — на стільки зменшувалася відстань між велосипедистом і пішоходом щогодини.

2) $24 : 8 = 3$ (год) — час, за який велосипедист наздогнав пішохода.

Відповідь: 3 год. ◀

ПРИКЛАД 7 Івасик розв'язав у 3 рази більше задач з алгебри, ніж з геометрії. Скільки задач з геометрії розв'язав Івасик, якщо відомо, що їх було на 18 задач менше, ніж з алгебри?

Розв'язання. Нехай Івасик розв'язав x задач з геометрії, тоді з алгебри він розв'язав $3x$ задач. Оскільки за умовою задачі x на 18 менше від $3x$, то $3x - x = 18$.

Тоді $2x = 18$.

Звідси $x = 18 : 2$;

$x = 9$.

Відповідь: 9 задач. ◀

ПРИКЛАД 8 Фермери Гречуха, Медовий і Запашний зібрали на своїх полях 600 кг полуниць. Медовий зібрав у 2 рази більше, ніж Гречуха, а Запашний — на 128 кг більше, ніж Гречуха. Скільки кілограмів полуниць зібрав кожний фермер?

Розв'язання. Нехай Гречуха зібрав x кг полуниць, тоді Медовий зібрав $2x$ кг, а Запашний — $(x + 128)$ кг. Оскільки разом вони зібрали 600 кг, то складемо рівняння:

$$x + 2x + x + 128 = 600.$$

Тоді

$$4x + 128 = 600;$$

$$4x = 600 - 128;$$

$$4x = 472;$$

$$x = 472 : 4;$$

$$x = 118.$$

Отже, Гречуха зібрав 118 кг полуниць, Медовий зібрав $2 \cdot 118 = 236$ (кг), а Запашний зібрав $118 + 128 = 246$ (кг).

Відповідь: 118 кг, 236 кг, 246 кг. ◀



1. Що означає поділити число a на число b ?
2. Як у рівності $a : b = c$ називають число a ? число b ? число c ? запис $a : b$?
3. Що показує частка двох чисел?
4. На яке число ділити не можна?
5. Чому дорівнює частка від ділення числа 0 на будь-яке натуральне число?
6. Чому дорівнює частка $a : a$, де $a \neq 0$?
7. Чому дорівнює частка $a : 1$?
8. Як знайти невідомий множник?
9. Як знайти невідоме ділене?
10. Як знайти невідомий дільник?

Розв'язуємо усно

1. Заповніть ланцюжок обчислень:



2. Виконайте ділення:

1) $432 : 4$;

2) $609 : 3$;

3) $3600 : 6$;

4) $1500 : 50$.

3. Укажіть серед даних добутків найбільший:
 1) $239 \cdot 4 \cdot 25$; 3) $10 \cdot 239 \cdot 10$;
 2) $239 \cdot 20 \cdot 4$; 4) $239 \cdot 10 \cdot 12$.
4. Доганяючи Сашка, Славко біжить зі швидкістю 180 м/хв. Чому дорівнює швидкість Сашка, якщо хлопчики зближуються зі швидкістю 12 м/хв?
5. Два автомобілі рухаються назустріч один одному, причому один із них зі швидкістю 74 км/год. Чому дорівнює швидкість другого автомобіля, якщо вони зближуються зі швидкістю 150 км/год?
6. Щоб бути здоровою, людина щодня має споживати 3 г білка на кожні 4 кг своєї маси. Скільки грамів білка має отримувати на день дитина, маса якої становить 36 кг?
7. Чи існує таке значення a , при якому є правильною рівність:
 1) $a : 9 = 0$; 2) $16 : a = 0$; 3) $a : a = 0$; 4) $0 : a = 5$?

Вправи

- 454.° Відомо, що $243 \cdot 425 = 103\,275$. Чому дорівнює значення виразу:
 1) $103\,275 : 243$; 2) $103\,275 : 425$?
- 455.° Відомо, що $4608 : 48 = 96$. Чому дорівнює значення виразу:
 1) $96 \cdot 48$; 2) $4608 : 96$?
- 456.° Заповніть таблицю:

Ділене	320	96		0		945	637	3232
Дільник	40		6	264	128	1		16
Частка		8	14		0		1	

- 457.° Виконайте ділення:
 1) $1548 : 36$; 4) $3672 : 34$; 7) $16\,320 : 48$;
 2) $2668 : 58$; 5) $15\,552 : 72$; 8) $906\,192 : 126$;
 3) $5562 : 18$; 6) $16\,728 : 68$; 9) $942\,866 : 178$.
- 458.° Виконайте ділення:
 1) $2812 : 74$; 4) $9384 : 46$; 7) $63\,378 : 63$;
 2) $1248 : 24$; 5) $18\,526 : 59$; 8) $153\,216 : 38$;
 3) $6565 : 13$; 6) $15\,652 : 26$; 9) $1\,334\,504 : 214$.
- 459.° Виконайте ділення:
 1) $34\,250\,000 : 10$; 5) $25\,600 : 800$;
 2) $34\,250\,000 : 1000$; 6) $2\,430\,000 : 180$;
 3) $34\,250\,000 : 10\,000$; 7) $2\,430\,000 : 1800$;
 4) $25\,600 : 80$; 8) $2\,430\,000 : 18\,000$.

460.° Виконайте ділення:

- | | |
|---------------------------|--------------------------------|
| 1) $32\ 596\ 800 : 10$; | 4) $450\ 000 : 150$; |
| 2) $876\ 900 : 100$; | 5) $36\ 000 : 12\ 000$; |
| 3) $240\ 000 : 10\ 000$; | 6) $124\ 360\ 000 : 40\ 000$. |

461.° Виконайте дії:

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| 1) $256 + 144 : 16 - 8$; | 3) $(256 + 144) : 16 - 8$; |
| 2) $(256 + 144) : (16 - 8)$; | 4) $256 + 144 : (16 - 8)$. |

462.° Знайдіть значення виразу:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1) $4704 - 4704 : (46 + 38)$; | 2) $2808 : 72 + 15\ 808 : 52$. |
|--------------------------------|---------------------------------|

463.° Знайдіть значення виразу:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1) $3264 - 3264 : (92 - 44)$; | 2) $18\ 144 : 84 - 2924 : 68$. |
|--------------------------------|---------------------------------|

464.° Розв'яжіть рівняння:

- | | | |
|-------------------------|-----------------------|---------------------|
| 1) $13x = 195$; | 3) $11x + 6x = 408$; | 5) $x : 19 = 26$; |
| 2) $x \cdot 18 = 468$; | 4) $33m - m = 1024$; | 6) $476 : x = 14$. |

465.° Розв'яжіть рівняння:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|---------------------|
| 1) $19x = 95$; | 3) $38x - 16x = 1474$; | 5) $x : 25 = 16$; |
| 2) $x \cdot 22 = 132$; | 4) $y + 27y = 952$; | 6) $324 : x = 27$. |

466.° Замість одного дерева в паперовій промисловості можна використати 60 кг макулатури. Скільки дерев урятують учні школи, у якій навчається 520 школярів, якщо кожний із них здасть 3 кг макулатури?

467.° Вершник долає відстань між двома селищами за 5 год, якщо рухається зі швидкістю 12 км/год. З якою швидкістю він має рухатися, щоб подолати цю відстань за 4 год?

468.° Купили 8 кг печива за ціною 72 грн за кілограм. Скільки кілограмів печива за ціною 48 грн за кілограм можна купити за ці самі гроші?

469.° Знайдіть значення виразу:

- $82\ 275 - 64 \cdot 56 + 9680 : 16 - 23\ 637$;
- $(204 \cdot 402 - 30\ 456 : 423) : 36 - 1388$;
- $1376 : (621 - 589) + (138 - 69) \cdot 29$.

470.° Знайдіть значення виразу:

- $49\ 184 + 4575 : 15 - 62 \cdot 93 - 33\ 999$;
- $(306 \cdot 307 - 187 \cdot 36) : 45 + 5780$;
- $1885 : (542 - 477) + 48 \cdot (134 - 92)$.

471.° Малюк купив для Карлсона 8 тістечок і 12 булочок з повидлом, заплативши за всю покупку 408 крон. Одне тістечко коштує 24 крони. Скільки крон коштує одна булочка?

472.° Дід Панас заготовив на зиму 6 діжок квашеної капусти і 14 діжок солоних огірків. В одну діжку вміщується 26 кг

- капусти. Скільки кілограмів огірків міститься в одній діжці, якщо всього дід Панас заготовив 324 кг овочів?
- 473.* Скільки кілограмів масла можна виготовити з 261 кг вершків, якщо з 9 кг вершків отримують 2 кг масла?
- 474.* У Петра Івановича є автомобіль «Таврія». Чи вистачить йому 28 л бензину, щоб доїхати з Києва до Полтави, відстань між якими 337 км, якщо витрата бензину на проїзд 100 км становить 7 л?
- 475.* Курочка Ряба зібрала 328 кг проса. Скільки кілограмів пшона вона зможе отримати із цього проса, якщо з 4 кг проса виходить 3 кг пшона?
- 476.* Відстань між двома пристанями дорівнює 476 км. Рухаючись за течією річки, катер проходить цю відстань за 14 год. За скільки годин він пройде цю відстань проти течії річки, якщо швидкість течії дорівнює 3 км/год?
- 477.* Відстань між двома портами дорівнює 504 км. Рухаючись проти течії річки, теплохід проходить цю відстань за 21 год. За скільки годин він пройде цю відстань за течією річки, якщо швидкість течії дорівнює 2 км/год?
- 478.* Із сіл Квіткове і Казкове, відстань між якими дорівнює 136 км, виїхали одночасно назустріч один одному козаки Шибайголова та Гострошабленко. Шибайголова рухався зі швидкістю 16 км/год. З якою швидкістю їхав Гострошабленко, якщо козаки зустрілися через 4 год після виїзду?



- 479.* Відстань між двома містами дорівнює 1264 милі¹. Із них одночасно вилетіли назустріч один одному два килими-літаки й зустрілися через 8 год після вильоту. Один із килимів пролітав 82 милі за годину. З якою швидкістю летів другий килим?

¹ 1 сухопутна миля = 1609 м.

- 480.** Із двох станцій, відстань між якими дорівнює 24 км, одночасно в одному напрямі вийшли два поїзди. Попереду йшов поїзд зі швидкістю 58 км/год. Через 4 год після початку руху його наздогнав другий поїзд. Знайдіть швидкість другого поїзда.
- 481.** Відстань між селами Вишневе та Яблуневе дорівнює 15 км. Із цих сіл одночасно в одному напрямі вирушили козаки Чорновус і Сірошапка. Чорновус скакав на коні зі швидкістю 9 км/год і через 3 год після початку руху наздогнав Сірошапку, який ішов пішки. З якою швидкістю йшов Сірошапка?
- 482.** О 6 год ранку з Мурома до Києва виїхав зі швидкістю 9 км/год Ілля Муромець. О 8 год ранку з Мурома до Києва виїхав Альоша Попович, який наздогнав Іллю Муромця о 2 год дня. З якою швидкістю рухався Альоша Попович?
- 483.** О 8 год 57 хв черепаха Катріна вирушила в подорож зі свого ставка до сусіднього. О 9 год 5 хв із цього ж ставка в тому самому напрямі вирушила черепаха Вікторія, яка наздогнала Катріну о 9 год 29 хв. Знайдіть швидкість, з якою рухалася Катріна, якщо відомо, що Вікторія повзла зі швидкістю 8 м/хв.
- 484.** Відстань між містечками Сен-Жермен і Сен-Антуан дорівнює 12 льє¹. Із цих містечок одночасно в одному напрямі виїхали Портос зі швидкістю 1 льє/год і д'Артаньян зі швидкістю 3 льє/год, причому Портос рухався попереду. Через скільки годин після виїзду д'Артаньян наздогнав Портоса?
- 485.** Відстань між островами Акулячий і Китовий дорівнює 48 морських миль². Від цих островів одночасно в одному напрямі вирушили фрегати «Відважний» і «Стрімкий», причому «Відважний» ішов попереду «Стрімкого». «Відважний» проходив за годину 12 миль, а «Стрімкий» — 18 миль. Через скільки годин «Стрімкий» наздогнав «Відважного»?
- 486.** Школярі Василько, Андрійко, Данилко і Сергійко зібрали 326 кг моркви. Василько зібрав 37 кг моркви, що в 3 рази менше, ніж Андрійко, а Данилко і Сергійко зібрали моркви порівну. Хто зі школярів зібрав найбільше моркви?
- 487.** Робітники Іван, Петро, Степан і Павло виготовили 160 деталей. Іван виготовив 81 деталь, що у 3 рази більше, ніж Петро, а Степан і Павло виготовили деталей порівну. Хто з робітників виготовив найменше деталей?
- 488.** Буратіно живе на відстані 1 км 200 м від школи. Уроки в школі починаються о 8 год 30 хв. Буратіно робить за хвилину

¹ Льє — старовинна французька одиниця довжини (1 льє приблизно дорівнює 4444 м).

² 1 морська миля = 1852 м.

- 120 кроків, довжина кроку — 40 см. О котрій годині Буратіно має виходити з дому, щоб приходити до школи за 10 хв до початку занять?
489. Чергові першого загону туристів за 6 хв можуть почистити 24 картоплини, а чергові другого загону за 9 хв — 45 картоплин. За скільки хвилин спільної роботи вони почистять 198 картоплин?
490. На скільки днів шкільній їдальні вистачить 800 л соку, якщо хлопчики за 8 днів випивають 960 л соку, а дівчатка за 6 днів — 480 л?
491. За 4 дні роботи три оператори набрали на комп'ютері разом 288 сторінок. Скільки сторінок набере один оператор за 7 днів, якщо в них однакова продуктивність праці?
492. Для роботи 6 однакових двигунів протягом 8 год потрібно 672 л палива. На скільки годин роботи вистачить одному такому двигуну 98 л палива?
493. Білочки Руденька та Жовтенька збирали горіхи. Руденька збрала 6 мішечків горіхів, а Жовтенька — 7 таких самих мішечків. Разом вони збрали 52 кг горіхів. Скільки кілограмів горіхів збрала Руденька і скільки — Жовтенька?
494. Рухаючись пустелею протягом 3 днів, караван подолав 63 км. Першого дня караван рухався 6 год, другого — 8 год, а третього — 7 год. Скільки кілометрів проходив караван кожного дня, якщо відомо, що він рухався всі дні зі сталою швидкістю?
495. Дід Часник привіз на ринок 420 кг яблук і 180 кг груш у 50 однакових ящиках. Скільки було ящиків з яблуками і скільки — з грушами?
496. Алі-Баба перевозив знайдене в печері розбійників золото на 4 віслюках у 22 однакових мішках. На першого віслюка він навантажив 80 кг золота, на другого — 100 кг, на третього — 120 кг, на четвертого — 140 кг. Скільки мішків золота було навантажено на першого віслюка?



497.* Розв'яжіть рівняння:

1) $21(18 + x) = 714$;

2) $16(4x - 34) = 608$;

3) $12(152 + 19x) = 2052$;

4) $(152x + 32) \cdot 6 = 192$.

498.* Розв'яжіть рівняння:

1) $8(x - 14) = 56$;

2) $(46 - x) \cdot 19 = 418$;

3) $9(143 - 13x) = 234$;

4) $17(5x - 16) = 238$.

499.* Розв'яжіть рівняння:

1) $14x + 4x - 48 = 240$;

2) $25b - 7b - 9 = 279$;

3) $16a - 7a + 96 = 222$;

4) $20y + 5y + y + 19 = 227$.

500.* Розв'яжіть рівняння:

1) $9b + 6b - 15 = 615$;

2) $17x - x + 5x - 19 = 170$.

501.* Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + 14) : 9 = 13$;

2) $966 : (x + 17) = 23$;

3) $x : 8 - 6 = 49$;

4) $52 + 72 : x = 56$;

5) $56 : (x - 6) = 8$;

6) $56 : x - 6 = 8$.

502.* Розв'яжіть рівняння:

1) $(x - 23) : 26 = 8$;

2) $1728 : (56 - x) = 36$.

503.* Батько із сином посадили 108 кущів помідорів, причому батько посадив у 2 рази більше, ніж син. Скільки кущів помідорів посадив син?

504.* До двох магазинів завезли 268 кг шампінйонів, причому до першого магазину завезли шампінйонів у 3 рази менше, ніж до другого. Скільки кілограмів шампінйонів завезли до кожного магазину?

505.* У султана було двогорбих верблюдів у 7 разів більше, ніж одnogорбих. Скільки в султана було одnogорбих верблюдів, якщо відомо, що їх на 156 менше, ніж двогорбих?

506.* Валентин подарував Валентині троянди й орхідеї, причому орхідей було в 4 рази менше, ніж троянд. Скільки троянд подарував Валентин, якщо відомо, що їх було на 51 більше, ніж орхідей?

507.* З вершини прямого кута проведено промінь так, що він ділить прямий кут на два кути, один з яких більший за другий на 20° . Знайдіть величину кожного з утворених кутів.

508.* З вершини розгорнутого кута проведено промінь так, що він ділить розгорнутий кут на два кути, один з яких менший від другого на 50° . Знайдіть величину кожного з утворених кутів.

509.* На день народження Вінні-Пуху порося П'ятачок, віслюк Іа та кенгуру Кенга подарували 264 кг меду. П'ятачок подарував у 3 рази більше меду, ніж Кенга, а Іа — у 2 рази більше, ніж Кенга. Скільки кілограмів меду подарував кожен із гостей?

510.* За чотири дні подорожі Сіндбад-мореплавець проплив 546 миль. За другий день він проплив у 4 рази більше, ніж за

- перший, за третій — у 3 рази більше, ніж за перший, а за четвертий — у 5 разів більше, ніж за перший. Скільки миль пропливав Сіндбад кожного дня?
- 511.** Тарас, Богдан і Олень зловили 256 окунів. Тарас зловив у 3 рази більше окунів, ніж Богдан, а Олень — стільки, скільки Тарас і Богдан разом. Скільки окунів зловив найкращий рибалка?
- 512.** Червона Шапочка, Мальвіна, Попелюшка та Дюймовочка зліпили 500 вареників. Червона Шапочка зліпила у 2 рази більше вареників, ніж Дюймовочка, Мальвіна — стільки, скільки Червона Шапочка та Дюймовочка разом, а Попелюшка — стільки, скільки Мальвіна та Дюймовочка разом. Скільки вареників зліпила кожна дівчинка?
- 513.** У трьох вагонах електропоїзда їхало 246 пасажирів. У першому вагоні було у 2 рази більше пасажирів, ніж у другому, а в третьому — на 78 пасажирів більше, ніж у другому. Скільки пасажирів їхало в кожному вагоні?
- 514.** Між трьома школами розподілили 552 кг апельсинів, причому одна школа отримала в 6 разів менше апельсинів, ніж друга, і на 136 кг менше, ніж третя. Скільки кілограмів апельсинів отримала кожна школа?
- 515.** Одна зі сторін трикутника в 5 разів менша від другої і на 25 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 74 см.
- 516.** Одна зі сторін трикутника у 2 рази більша за другу сторону, а друга — на 7 дм менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 99 дм.
- 517.** 1) Чи правильно, що коли кожний доданок ділиться на деяке число, то й сума цих доданків ділиться на це число? Проілюструйте свою відповідь прикладами.
- 2) Чи може сума кількох доданків ділитися на деяке число, якщо кожний доданок не ділиться на це число? Проілюструйте свою відповідь прикладами.
- 518.** Як зміниться частка, якщо:
- 1) ділене збільшити в 7 разів;
 - 2) ділене зменшити у 2 рази;
 - 3) дільник збільшити в 4 рази;
 - 4) дільник зменшити в 5 разів;
 - 5) ділене збільшити у 8 разів, а дільник — у 2 рази;
 - 6) ділене зменшити в 9 разів, а дільник — у 3 рази;
 - 7) ділене збільшити в 6 разів, а дільник зменшити у 2 рази;
 - 8) ділене зменшити в 6 разів, а дільник збільшити у 2 рази?

519.* Ділене збільшили в 3 рази. Як треба змінити дільник, щоб частка: 1) збільшилась у 6 разів; 2) зменшилась у 6 разів; 3) не змінилась?

520.** Обчисліть зручним способом:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(44 \cdot 58) : 11$; | 4) $(350 \cdot 48) : 70$; |
| 2) $(69 \cdot 60) : 30$; | 5) $(2 \cdot 17 \cdot 14) : 28$; |
| 3) $(63 \cdot 88) : 21$; | 6) $(21 \cdot 18) : 14$. |

521.** Обчисліть зручним способом:

- | | |
|----------------------------|---------------------------------|
| 1) $(36 \cdot 21) : 12$; | 3) $(5 \cdot 6 \cdot 78) : 3$; |
| 2) $(40 \cdot 420) : 60$; | 4) $(45 \cdot 63) : 81$. |

522.* Поставте в записі $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ дужки так, щоб значення отриманого виразу дорівнювало: 1) 75; 2) 23.

523.* Поставте в записі $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ дужки так, щоб значення отриманого виразу дорівнювало: 1) 50; 2) 72.

524.* Складіть числовий вираз із використанням тільки знаків чотирьох арифметичних дій та чотирьох цифр 2 так, щоб значення отриманого виразу дорівнювало:

- | | | | |
|-------|-------|-------|--------|
| 1) 1; | 3) 3; | 5) 5; | 7) 8; |
| 2) 2; | 4) 4; | 6) 6; | 8) 10. |

Правила для повторення

525. Периметр чотирикутника $ABCD$ дорівнює 34 см, $AB = 6$ см, сторона BC у 2 рази більша за сторону AB , сторони CD і AD рівні. Обчисліть довжину сторони AD .

526. Серед придбаних конвертів 18 виявились рожевого кольору, а 12 конвертів — з марками. Крім того, серед рожевих конвертів 8 було з марками. Скільки всього купили конвертів?



Задача від Мудрої Сови

527. На столі розташовано 7 зубчастих коліс так, що перше зчеплене з другим, друге — з третім і т. д., а сьоме зчеплене з першим. Чи можуть усі колеса обертатись одночасно?

19. Ділення з остачею

Як поділити число 20 на число 6? Відповідь на це запитання можна отримати, розв'язавши таку задачу. Як поділити порівну 20 цукерок між шістьма друзями?

Найімовірніше, кожний отримає по 3 цукерки, але при цьому 2 цукерки залишаться.

Такий розподіл цукерок ілюструє рівність

$$20 = 6 \cdot 3 + 2.$$



Значимо, що 3 — це *найбільше* число, добуток якого на дільник 6 менший від діленого 20. У записі $20 = 6 \cdot 3 + 2$ число 3 називають **неповною часткою**, а число 2 — **остачею**. Також говорять, що при діленні числа 20 на число 6 отримали неповну частку, яка дорівнює 3, і остачу, яка дорівнює 2. Зауважимо, що остача 2 менша від дільника 6.

Цукерки можна було розділити й іншим способом, наприклад, дати кожному по дві цукерки й залишити 8. Адже $20 = 6 \cdot 2 + 8$. Але тут число 2 не є неповною часткою, а число 8 — остачею.

Остача завжди менша від дільника.

Поділимо число 189 на число 13:

	1	8	9	1	3
	1	3		1	4
		5	9		
		5	2		
			7		

Оскільки $7 < 13$, то ми змушені припинити процес ділення. Це означає, що при діленні числа 189 на число 13 отримали неповну частку, яка дорівнює 14, і остачу, яка дорівнює 7. Тобто $189 = 13 \cdot 14 + 7$.

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб знайти ділене, треба дільник помножити на неповну частку й додати остачу.

У буквеному вигляді це правило записують так:

$$a = bq + r,$$

де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача, $r < b$.

Розглянемо рівність $21 = 7 \cdot 3$. Її можна переписати так: $21 = 7 \cdot 3 + 0$. Говорять, що при діленні числа 21 на число 7 остача дорівнює нулю. Також можна сказати, що число 21 ділиться **націло** на число 7.

ПРИКЛАД Оленка поділила число 61 на деяке число й одержала остачу 5. На яке число ділила Оленка?

Розв'язання. Оскільки ділене дорівнює 61, а остача — 5, то добуток дільника та неповної частки дорівнює $61 - 5 = 56$. Запишемо число 56 у вигляді добутку двох множників:

$$56 = 7 \cdot 8 = 14 \cdot 4 = 28 \cdot 2 = 56 \cdot 1.$$

Ураховуючи, що остача (у цьому випадку число 5) має бути меншою від дільника, бачимо, що дільником може бути будь-яке з чисел 7, 8, 14, 28 і 56. ◀



1. Яку властивість має неповна частка при діленні з остачею?
2. Порівняйте остачу і дільник.
3. Сформулюйте правило знаходження діленого при діленні з остачею.
4. Як записують у буквену вигляді правило знаходження діленого при діленні з остачею?
5. У яких випадках говорять, що одне натуральне число ділиться на цілому на друге?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:



2. У числі 72 560 000 закреслили три останніх нулі. Як змінилося, збільшилося чи зменшилося, це число і в скільки разів?
3. Один насос за 1 хв перекачує 120 л води, а другий — 180 л. За який час вони разом можуть наповнити водою цистерну, місткість якої дорівнює 6000 л?
4. Зменшуване на 129 більше за від'ємник. Чому дорівнює різниця?
5. Дільник у 48 разів менший від діленого. Чому дорівнює частка?

Вправи

528. Виконайте ділення з остачею:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|-------------------|
| 1) $42 : 5$; | 3) $428 : 37$; | 5) $1372 : 13$; | 7) $3196 : 74$; |
| 2) $592 : 24$; | 4) $684 : 30$; | 6) $5721 : 28$; | 8) $6516 : 204$. |

529. Виконайте ділення з остачею:

- | | | |
|----------------|-----------------|-------------------|
| 1) $54 : 7$; | 3) $158 : 12$; | 5) $2964 : 18$; |
| 2) $212 : 6$; | 4) $534 : 15$; | 6) $4848 : 106$. |

530. 1) Знайдіть остачу при діленні на 10 числа: 31; 47; 53; 148; 1596; 67 389; 240 750.
- 2) Знайдіть остачу при діленні на 5 числа: 14; 61; 86; 235; 2658; 54 769; 687 903.

- 531.**° Знайдіть остачу при діленні на 100 числа: 106; 202; 421; 836; 2764; 100 098; 672 305; 1 306 579; 562 400.
- 532.**° Запишіть остачі, які можна одержати при діленні на: 1) 7; 2) 13; 3) 24.
- 533.**° Запишіть остачі, які можна одержати при діленні на: 1) 5; 2) 19.
- 534.**° Цукерка коштує 76 к. Яку найбільшу кількість цукерок можна купити за 4 грн 50 к.?
- 535.**° На одну вантажівку можна навантажити 5 т піску. Яка найменша кількість таких вантажівок потрібна, щоб перевезти 42 т піску?
- 536.**° В один ящик уміщується 20 кг яблук. Яка найменша кількість таких ящиків потрібна, щоб розкласти в них 176 кг яблук?
- 537.**° Заповніть таблицю:

Ділене	Дільник	Неповна частка	Остача
22	6		
45	7		
	5	2	3
	8	3	5

- 538.**° Знайдіть ділене, якщо дільник дорівнює 12, неповна частка — 7, а остача — 9.
- 539.**° Знайдіть ділене, якщо дільник дорівнює 18, неповна частка — 4, а остача — 11.
- 540.**° Виразіть ділене через неповну частку, дільник і остачу у вигляді рівності $a = bq + r$, де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача, якщо $a = 82$, $b = 8$.
- 541.**° Виразіть ділене через неповну частку, дільник і остачу у вигляді рівності $a = bq + r$, де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача, якщо $a = 45$, $b = 7$.
- 542.**° При якому найменшому натуральному a значення виразу:
1) $48 + a$ ділиться націло на 6;
2) $65 - a$ ділиться націло на 8;
3) $96 - a$ при діленні на 9 дає остачу 4?
- 543.**° При якому найменшому натуральному a значення виразу:
1) $53 + a$ ділиться націло на 7;
2) $a + 24$ при діленні на 5 дає остачу 2?
- 544.**** Катруся поділила число 211 на деяке число й одержала остачу 26. На яке число ділила Катруся?
- 545.**** Михайлик поділив число 111 на деяке число й отримав остачу 7. На яке число ділив Михайлик?

- 546.* Павло поділив число 70 на деяке число й отримав остачу 4. На яке число ділив Павло?
- 547.* Яка найбільша кількість понеділів може бути в році?
- 548.* В одному осінньому місяці субот і понеділів виявилось більше, ніж п'ятниць. Який це був місяць? Яким днем тижня було дев'ятнадцяте число цього місяця?
- 549.* Відомо, що число a — ділене, число b — дільник, причому $a < b$. Знайдіть неповну частку й остачу при діленні числа a на число b .
- 550.* Доведіть, що остання цифра числа a дорівнює остачі при діленні цього числа на 10.
- 551.* Придумайте буквенний вираз, при підстановці в який замість букви будь-якого натурального числа буде отримано числовий вираз, значення якого при діленні на 3 дає в остачі 1.

Вправи для повторення

552. Спростіть вираз і знайдіть його значення:
- 1) $14a \cdot 6b$, якщо $a = 2$, $b = 3$; 3) $5x + 8x - 3x$, якщо $x = 17$;
 2) $25m \cdot 3n$, якщо $m = 8$, $n = 1$; 4) $16y - y + 5y$, якщо $y = 23$.
553. Периметр прямокутника дорівнює 54 см, а його ширина на 3 см менша від довжини. Знайдіть сторони прямокутника.
554. Розв'яжіть рівняння $8(3x - 16) = 208$. Зверніть увагу, що корінь цього рівняння дорівнює віку, з якого дозволяється їздити велосипедом по вулицях міст і шосейних дорогах.



Задача від Мудрої Сови

555. Відомо, що мотузка згорає за 4 хв і горить при цьому нерівномірно. Як з допомогою:
- 1) однієї мотузки відміряти 2 хв;
 2) двох таких мотузок відміряти 3 хв?

20. Степінь числа

Як ви знаєте, за допомогою добутку зручно записувати суму кількох рівних доданків.

Наприклад, $7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$.

У математиці придумали спосіб коротко записувати добуток, у якому всі множники рівні.

Наприклад, $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$.

Вираз 7^4 називають **степенем** і читають: «сім у четвертому степені» або «четвертий степінь числа сім». При цьому число 7 називають **основною степеня**, а число 4 — **показником степеня**. Число 4 показує, скільки множників, кожний з яких дорівнює 7, містить добуток.

Обчислення значення виразу 7^4 називають **піднесенням числа 7 до четвертого степеня**.

Розглянемо ще приклади:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243;$$

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125;$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100;$$

$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a;$$

$$(2b)^3 = 2b \cdot 2b \cdot 2b.$$

Другий степінь числа також називають **квадратом числа**. Наприклад, запис a^2 читають: « a у квадраті». Третій степінь числа називають **кубом числа**, і запис a^3 читають: « a в кубі».

Чи може показник степеня дорівнювати одиниці? Так, може. Оскільки не прийнято розглядати добуток, який складається з одного множника, то домовилися, що $a^1 = a$. Наприклад, $2^1 = 2$, $17^1 = 17$.

Звернемо увагу, що піднесення числа до степеня — це нова, п'ята арифметична дія. Визначимо черговість її виконання при знаходженні значення числового виразу.

Якщо в числовий вираз входить степінь, то спочатку виконують піднесення до степеня, а потім — інші дії.

Наприклад, $5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20;$

$$5 + 2^2 = 5 + 4 = 9.$$



1. Як називають вираз 8^5 ? Як при цьому називають число 8? число 5?
2. Як читають запис 8^5 ?
3. Як називають другий степінь числа? третій степінь числа?
4. Як читають запис a^2 ? a^3 ?
5. Чому дорівнює перший степінь числа?
6. У якому порядку виконують обчислення, якщо до числового виразу входить степінь?

Розв'язуємо усно

1. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x - 10) = 20;$

3) $x \cdot 10 - 2 = 8;$

2) $(x + 10) \cdot 2 = 20;$

4) $x : 10 + 2 = 8.$

2. Чи є правильною рівність $90 = 14 \cdot 5 + 20$? Чи можна стверджувати, що при діленні 90 на 14 отримаємо неповну частку 5 і остачу 20?

3. Василько розклав 60 яблук на купки по 8 яблук, і ще 4 яблука у нього залишилися. На скільки купок Василько розклав яблука?
4. Турист мав подолати маршрут завдовжки 25 км. Після того як він ішов 4 год, йому залишилося пройти 1 км. З якою швидкістю йшов турист?
5. На двох клумбах росло 20 кущів троянд. Після того як з першої клумби пересадили 2 кущі троянд на другу, на обох клумбах стало по 10 кущів троянд. Скільки кущів троянд росло на кожній клумбі спочатку?

Вправи

556.° Назвіть основу і показник степеня:

- 1) 4^8 ; 2) 13^{10} ; 3) a^9 ; 4) 6^m ; 5) 2^{39} ; 6) 93^1 .

557.° Спростіть вираз, замінивши добуток однакових множників степенем:

1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$;

5) $3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m$;

2) $10 \cdot 10 \cdot 10$;

6) $\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6}_{10 \text{ множників}}$;

3) $b \cdot b$;

7) $\underbrace{y \cdot y \cdot \dots \cdot y}_{8 \text{ множників}}$;

4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$;

8) $\underbrace{c \cdot c \cdot \dots \cdot c}_l \text{ множників}$.

558.° Знайдіть значення виразу:

- 1) 3^3 ; 2) 7^2 ; 3) 5^4 ; 4) 2^5 ; 5) 0^6 ; 6) 1^{12} .

559.° Знайдіть значення виразу:

- 1) 9^3 ; 2) 12^2 ; 3) 2^4 ; 4) 1^{100} ; 5) 100^1 ; 6) 10^3 .

560.° Обчисліть:

1) $10^2 - 7^2$;

3) $42^2 : 14 - 4^2 \cdot 6$;

5) $25^2 : (24^2 + 7^2)$;

2) $5^3 - 5^2$;

4) $8^3 : 4^2 - 2^3$;

6) $10^3 - 10^2 + 9^3$.

561.° Обчисліть:

1) $3^2 + 4^2$;

3) $26^2 - (12^2 \cdot 3 + 175)$;

5) $15^2 : (13^2 - 124)$;

2) $3^3 + 2^3$;

4) $6^3 - 2 \cdot 4^3 - 1^3$;

6) $8^3 : (4^2 - 2^3)$.

562.° Знайдіть значення виразу:

1) $16 - c^3$, якщо $c = 2$;

5) $(x^2 - y^2) : (x - y)$, якщо $x = 4$, $y = 2$;

2) $x^3 - x^2$, якщо $x = 10$;

6) $(x^2 - y^2) : x - y$, якщо $x = 4$, $y = 2$;

3) $15a^2$, якщо $a = 4$;

7) $x^2 - y^2 : (x - y)$, якщо $x = 4$, $y = 2$;

4) a^2b^3 , якщо $a = 6$, $b = 10$;

8) $x^2 - y^2 : x - y$, якщо $x = 4$, $y = 2$.

563.° Знайдіть значення виразу:

1) $x^2 - 14$, якщо $x = 5$; 7; 18; 2) $2y^2 + 13$, якщо $y = 6$; 8; 9; 100.

564.° Запишіть у вигляді степеня з основою 3 число: 1) 9; 2) 27;

3) 243; 4) 81.

565.** Запишіть у вигляді степеня з основою 2 число: 1) 4; 2) 16; 3) 32; 4) 256.

566.** Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

- 1) сума куба числа 5 і квадрата числа 8;
- 2) різниця квадратів чисел 6 і 2;
- 3) квадрат різниці чисел 6 і 2.

567.** Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

- 1) куб різниці чисел 9 і 8;
- 2) квадрат суми чисел 8 і 7;
- 3) сума квадратів чисел 8 і 7.

Вправи для повторення

568. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $7(x - 19) = 133$;
- 2) $9(213 - 2x) = 927$;
- 3) $1344 : (x + 26) = 32$;
- 4) $384 : (51 - 5x) = 24$.

569. Для приготування 10 порцій морозива витрачають 200 г цукру. На скільки порцій морозива вистачить 500 г цукру?

570. Василько задумав трицифрове число, у якого з кожним із чисел 652, 153 і 673 збігається один із розрядів, а два інших не збігаються. Яке число задумав Василько?



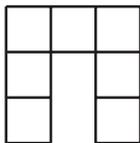
Задача від Мудрої Сови

571. У черзі за квитками в цирк стояли Мишко, Наталка, Петрик, Дмитрик і Марійка. Марійка купила квиток раніше, ніж Мишко, але пізніше за Наталку, Петрик і Наталка не стояли поруч, а Дмитрик не був поруч ні з Наталкою, ні з Марійкою, ні з Петриком. Хто за ким стояв у черзі?

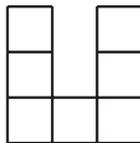
21. Площа. Площа прямокутника

Фігури на рисунку 145, a , b рівні, оскільки вони суміщаються при накладанні.

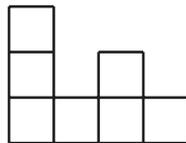
Очевидно, що фігури на рисунку 145, a , $в$ нерівні. Проте кожна з них складається із семи квадратів із стороною 1 см.



a



b



$в$

Рис. 145

Про такі фігури говорять, що їхні **площі** рівні.

З такою величиною, як площа, ви часто стикаєтесь у повсякденному житті: площа квартири, площа дачної ділянки, площа поля тощо.

Досвід підказує вам, що рівні земельні ділянки мають рівні площі, що площа квартири дорівнює сумі площ усіх її приміщень (кімнат, кухні, передпокою тощо). Ці приклади ілюструють такі властивості площі фігури.

1) Рівні фігури мають рівні площі.

2) Площа фігури дорівнює сумі площ фігур, з яких вона складається.

Як можна виміряти площу фігури?

Нагадаємо, що для вимірювання відрізків ми вводили одиничний відрізок, а для вимірювання кутів — одиничний кут.

Узагалі, *коли потрібно виміряти якусь величину, вводять одиницю виміру.*

За одиницю виміру площі беруть квадрат, сторона якого дорівнює одиничному відрізку. Такий квадрат називають **одиничним**.

Площу квадрата зі стороною 1 м називають **квадратним метром**. Пишуть: 1 м^2 .

Площу квадрата зі стороною 1 см називають **квадратним сантиметром**. Пишуть: 1 см^2 .

Площу квадрата зі стороною 1 мм називають **квадратним міліметром**. Пишуть: 1 мм^2 .

Виміряти площу фігури — це означає підрахувати, скільки одиничних квадратів у ній уміщується.

Так, площа кожної фігури, зображеної на рисунку 145, дорівнює 7 см^2 .

Якщо одна сторона прямокутника дорівнює 6 см, а сусідня сторона — 4 см, то цей прямокутник можна розбити на $6 \cdot 4$ одиничних квадратів (рис. 146). Тому його площа дорівнює $6 \cdot 4 = 24 \text{ (см}^2\text{)}$.

Міркуючи аналогічно, доходимо висновку, що коли одна сторона прямокутника дорівнює a одиничним відрізкам, а друга — b одиничним відрізкам, то цей прямокутник можна розбити на $a \cdot b$ одиничних квадратів, а отже, його площа дорівнює ab квадратних одиниць.

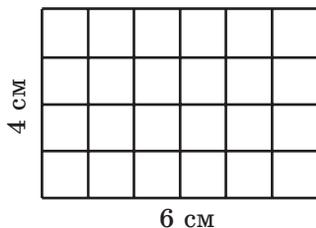


Рис. 146

Площа прямокутника дорівнює добутку довжин його сусідніх сторін:

$$S = ab,$$

де S — площа прямокутника, a і b — довжини його сусідніх сторін, виражені в одних і тих самих одиницях.

Оскільки у квадрата всі сторони рівні, то його площу обчислюють за формулою

$$S = a^2,$$

де S — площа квадрата, a — довжина його сторони. Саме тому другий степінь числа називають квадратом числа.

Ви знаєте, що рівні фігури мають рівні площі. Проте якщо площі фігур рівні, то не обов'язково будуть рівними самі фігури (рис. 145).

Для вимірювання площ земельних ділянок також використовують такі одиниці виміру: **ар** (замість 1 ар скорочено пишуть: 1 а) і **гектар** (замість 1 гектар скорочено пишуть: 1 га):

$$1 \text{ а} = 10 \text{ м} \cdot 10 \text{ м} = 100 \text{ м}^2,$$

$$1 \text{ га} = 100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м} = 10\,000 \text{ м}^2.$$

У побуті 1 ар називають **соткою**.



1. Які властивості площі фігури ви знаєте?
2. Що роблять, коли хочуть виміряти якусь величину?
3. Який квадрат називають одиничним?
4. Які одиниці виміру площі ви знаєте?
5. Що означає виміряти площу фігури?
6. Чому дорівнює площа прямокутника?
7. За якою формулою обчислюють площу квадрата?
8. Чи правильно, що коли площі фігур рівні, то рівні й самі фігури?

Розв'язуємо усно

1. Скільки:

- 1) сантиметрів міститься в: 1 дм; 1 м; 3 дм; 5 м 2 дм; 12 дм 5 см; 40 мм;
- 2) метрів міститься в: 1 км; 2 км 418 м; 4 км 16 м; 800 см; 20 дм?

2. Обчисліть:

- 1) суму кубів чисел 3 і 2;
- 2) куб суми чисел 3 і 2;
- 3) різницю квадратів чисел 8 і 6;
- 4) квадрат різниці чисел 8 і 6.

3. Човен за 5 год пройшов 40 км. За скільки годин він пройде з тією самою швидкістю 24 км?
4. Скільки літрів води може перекачати насос за 8 хв, якщо 5 таких насосів за 6 хв перекачують 450 л води?
5. Яку одну й ту саму цифру треба поставити замість зірочок, щоб запис $1* + 3* + 5* = 111$ став правильною рівністю?

Вправи

- 572.° 1) Скільки квадратних сантиметрів містить 1 дм²? 1 м²?
2) Скільки квадратних метрів містить 1 км²?
- 573.° Обчисліть площу прямокутника, сусідні сторони якого дорівнюють 14 см і 8 см.
- 574.° Обчисліть площу квадрата зі стороною 7 дм.
- 575.° Сторона прямокутника дорівнює 16 см, а сусідня сторона на 6 см більша за неї. Обчисліть площу прямокутника.
- 576.° Сторона прямокутника дорівнює 48 см, а сусідня сторона у 8 разів менша від неї. Обчисліть площу прямокутника.
- 577.° Периметр прямокутника дорівнює 162 дм, а одна зі сторін — 47 дм. Знайдіть площу прямокутника.
- 578.° Периметр прямокутника дорівнює 96 м, і він у 8 разів більший за одну зі сторін прямокутника. Знайдіть площу прямокутника.
- 579.° Знайдіть площу квадрата, периметр якого дорівнює 96 см.
- 580.° Периметр прямокутника дорівнює 4 м 8 дм, одна з його сторін у 5 разів більша за сусідню сторону. Знайдіть площу прямокутника.
- 581.° Периметр прямокутника дорівнює 6 дм 8 см, одна з його сторін на 1 дм 6 см менша від сусідньої сторони. Знайдіть площу прямокутника.
- 582.° Виразіть:
 - 1) в арах: 12 га; 45 га; 6 га 28 а; 14 га 68 а; 32 400 м²; 123 800 м²; 2 км² 14 га 5 а; 4 км² 72 га 16 а;
 - 2) у квадратних метрах: 5 а; 17 а; 8 га; 63 га; 5 га 72 а; 14 га 43 а;
 - 3) у гектарах і арах: 530 а; 1204 а; 16 300 м²; 85 200 м².
- 583.° Виразіть:
 - 1) у квадратних сантиметрах: 8 дм²; 16 дм²; 4 м²; 38 м²; 16 м² 19 дм²; 74 м² 3 дм²;
 - 2) у гектарах: 340 000 м²; 5 830 000 м²; 53 км²; 14 км²; 5 км² 18 га; 24 км² 6 га.
- 584.° Поле прямокутної форми має площу 56 а, його довжина — 80 м. Обчисліть периметр поля.
- 585.° Поле прямокутної форми має площу 48 а, його ширина — 150 м. Обчисліть периметр поля.

586.* Обчисліть периметр і площу фігури, зображеної на рисунку 147 (розміри дано в сантиметрах).

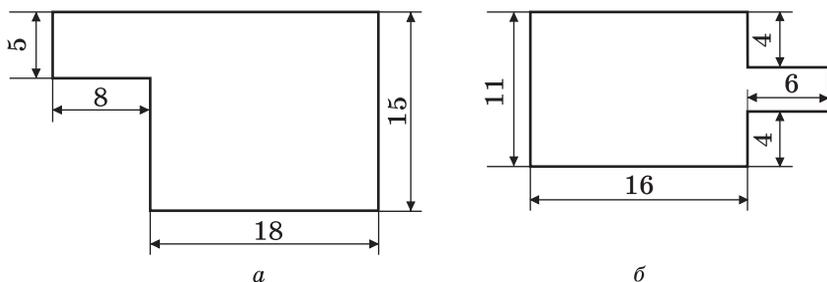


Рис. 147

587.* Обчисліть периметр і площу фігури, зображеної на рисунку 148 (розміри дано в сантиметрах).

588.* Чи вистачить 5 т гороху, щоб засіяти ним поле, яке має форму прямокутника зі сторонами 500 м і 400 м, якщо на 1 га землі треба висіяти 260 кг гороху?

589.* Батько вирішив обкласти кахлем стіну кухні, довжина якої дорівнює 4 м 50 см, а висота — 3 м. Чи вистачить йому 15 ящиків кахлю, якщо одна плитка має форму квадрата зі стороною 15 см, а в одному ящику міститься 40 плиток?

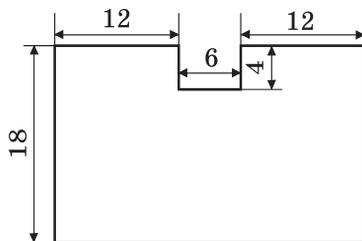


Рис. 148

590.* Фермер Петро Працелюб посіяв огірки в теплиці, довжина якої дорівнює 16 м 50 см, а ширина — 12 м. Скільки кілограмів огірків збере фермер у своїй теплиці, якщо з 1 м² збирають 30 кг огірків?

591.* Витрати емалевої фарби на одношарове покриття становлять 180 г на 1 м². Чи вистачить 3 кг емалі, щоб пофарбувати стіну довжиною 6 м і висотою 3 м?

592.** Квадрат із стороною 12 см і прямокутник, довжина якого дорівнює 18 см, мають однакові площі. Знайдіть периметр прямокутника.

593.** Квадрат і прямокутник мають рівні площі, сусідні сторони прямокутника дорівнюють 3 см і 12 см. Знайдіть периметр квадрата.

594.** Ширина прямокутника дорівнює 26 см. На скільки квадратних сантиметрів збільшиться площа цього прямокутника, якщо його довжину збільшити на 4 см?

595.** У скільки разів збільшаться периметр і площа прямокутника, якщо кожен його сторону збільшити в 4 рази?

596.** Довжина прямокутника дорівнює 32 см. На скільки квадратних сантиметрів зменшиться площа цього прямокутника, якщо його ширину зменшити на 5 см?

597.* Площа квадрата $ABCD$ дорівнює 16 см^2 (рис. 149). Чому дорівнює площа прямокутника $ACFE$?

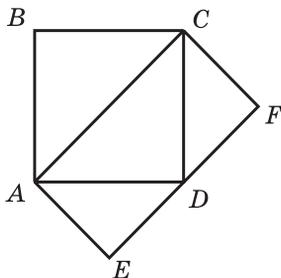


Рис. 149

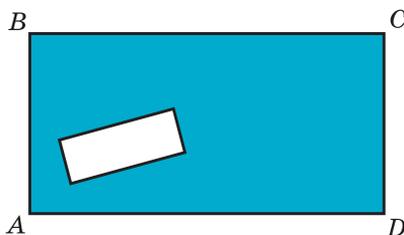


Рис. 150

598.* Довжина кожної зі сторін прямокутного аркуша паперу дорівнює цілому числу сантиметрів, а площа аркуша — 12 см^2 . Скільки квадратів площею 4 см^2 можна вирізати із цього прямокутника?

599.* Довжина кожної зі сторін прямокутного аркуша паперу дорівнює цілому числу сантиметрів, а площа аркуша — 18 см^2 . Скільки квадратів зі стороною 3 см можна вирізати із цього аркуша?

600.* У середині прямокутника $ABCD$ (рис. 150) вирізали отвір прямокутної форми. Як одним прямолінійним розрізом поділити отриману фігуру на дві фігури, що мають рівні площі?

601.* Використовуючи чотири з п'яти зображених на рисунку 151 фігур, складіть квадрат.

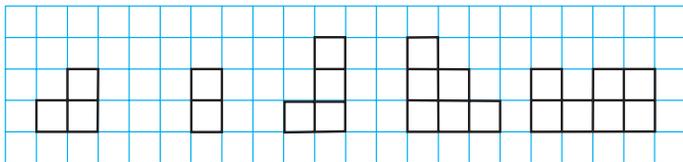


Рис. 151

602.* Чи можна розрізати квадрат на кілька частин так, щоб з них можна було скласти два квадрати, довжини сторін яких дорівнюють цілому числу сантиметрів, якщо сторона даного квадрата дорівнює: 1) 5 см; 2) 6 см?

Вправи для повторення

603. Із вершини прямого кута ABC (рис. 152) провели промені BD і BE так, що кут ABE більший за кут DBE на 34° , а кут CBD більший за кут DBE на 23° . Яка градусна міра кута DBE ?

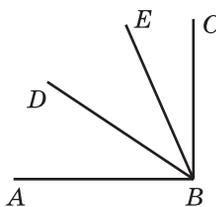


Рис. 152

604. Виконайте дії:

1) $1008 \cdot 604 - 105\,984 : 12 - 54\,321$;

2) $(57 \cdot 34 + 812\,754 : 27) : 18$.

605. Для проведення Дня іменинника батьківський комітет класу придбав цукерки, тістечка та вафлі. Рахунок за цю покупку необережно залили соком. Допоможіть членам батьківського комітету відновити рахунок.

Назва товару	Кількість упаковок	Ціна упаковки, грн	Вартість, грн
Вафлі		7	84
Цукерки	5		
Печиво	9	14	
Підсумок			305



Задача від Мудрої Сови

606. На озері почали розпускатися лілії. Кожного дня площа поверхні озера, зайнята ліліями, збільшувалась удвічі. На двадцятий день ліліями заросла вся поверхня озера. На який день половина озера була вкрита ліліями?

22. Прямокутний паралелепіпед. Піраміда

Коли ви були маленькими і гралися кубиками, то, можливо, складали фігури, зображені на рисунку 153.

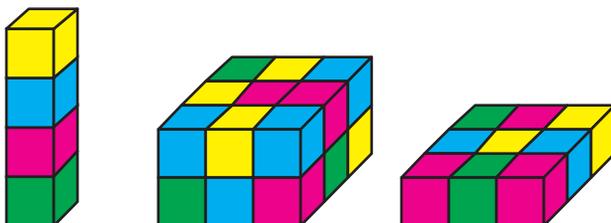
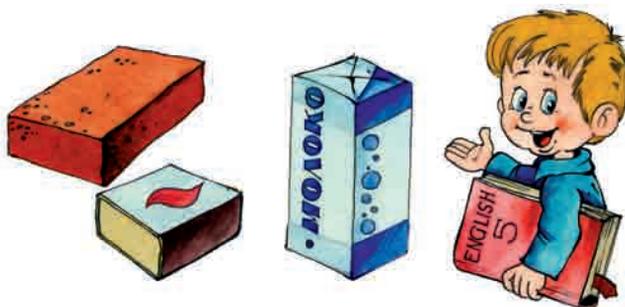


Рис. 153



Ці фігури дають уявлення про **прямокутний паралелепіпед**. Форму прямокутного паралелепіпеда мають, наприклад, коробка цукерок, книга, цеглина, коробка сірників, пакувальний ящик, пакет молока.

На рисунку 154 зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Прямокутний паралелепіпед обмежений шістьма **гранями**. Кожна грань — це прямокутник, тобто поверхня прямокутного паралелепіпеда складається із шести прямокутників.

Сторони граней називають **ребрами прямокутного паралелепіпеда**, вершини граней — **вершинами прямокутного паралелепіпеда**. Наприклад, відрізки AB , BC , $A_1 B_1$ — ребра, а точки B , A_1 , C_1 — вершини паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 154).

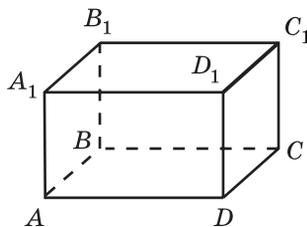


Рис. 154

У прямокутного паралелепіпеда 8 вершин і 12 ребер.

Грані $AA_1 B_1 B$ і $DD_1 C_1 C$ не мають спільних вершин. Такі грані називають **протилежними**. У паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є ще дві пари протилежних граней: прямокутники $ABCD$ і $A_1 B_1 C_1 D_1$, а також прямокутники $AA_1 D_1 D$ і $BB_1 C_1 C$.

Протилежні грані прямокутного паралелепіпеда рівні.

На рисунку 154 грань $ABCD$ називають **основою** прямокутного паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Площею поверхні прямокутного паралелепіпеда називають суму площ усіх його граней.

Щоб мати уявлення про розміри прямокутного паралелепіпеда, достатньо розглянути будь-які три ребра, що мають спільну вершину. Довжини цих ребер називають **вимірами** прямокутного паралелепіпеда. Щоб їх розрізнити, користуються назвами: **довжина**, **ширина**, **висота** (рис. 155).

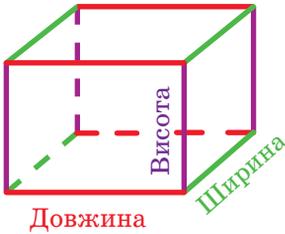


Рис. 155

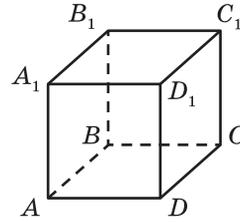


Рис. 156

Прямокутний паралелепіпед, у якого всі виміри рівні, називають **кубом** (рис. 156). Поверхня куба складається із шести рівних квадратів.

Якщо коробку, яка має форму прямокутного паралелепіпеда, відкрити (рис. 157) і розрізати по чотирьох вертикальних ребрах (рис. 158), а потім розгорнути, то отримаємо фігуру, яка складається із шести прямокутників (рис. 159). Цю фігуру називають **розгорткою прямокутного паралелепіпеда**.

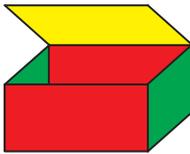


Рис. 157

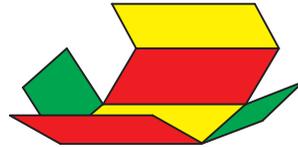


Рис. 158

На рисунку 160 зображено фігуру, яка складається із шести рівних квадратів. Вона є **розгорткою куба**.

За допомогою розгортки можна виготовити модель прямокутного паралелепіпеда. Це можна зробити, наприклад, так. Накреслити на папері його розгортку. Вирізати її, зігнути по відрізках, що відповідають ребрам прямокутного паралелепіпеда (рис. 158), і склеїти.

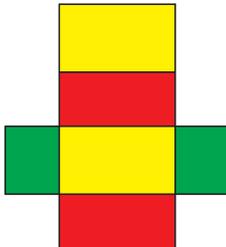


Рис. 159

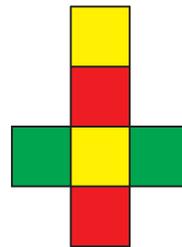


Рис. 160

Прямокутний паралелепіпед є видом **многогранника** — фігури, поверхня якої складається з багатокутників. На рисунку 161 зображено многогранники.

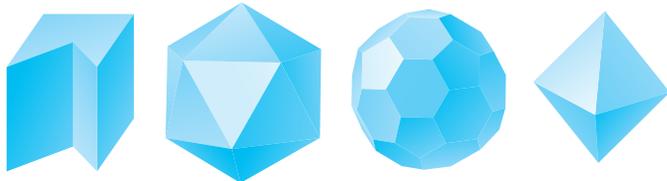


Рис. 161

Одним із видів многогранника є **піраміда**.

Ця фігура для вас не є новою. Скоріш за все, ви чули про одне із семи чудес світу — єгипетські піраміди.



Єгипетські піраміди

На рисунку 162 зображено піраміди $MABC$, $MABCD$, $MABCDE$. Поверхня піраміди складається з **бічних граней** — трикутників, які мають спільну вершину, і **основи**, яка є багатокутником (рис. 163).

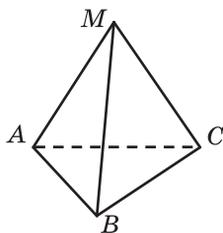
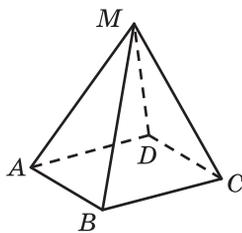
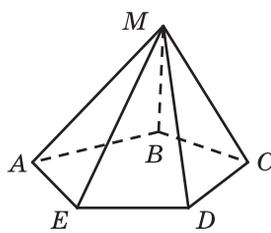
Трикутна
пірамідаЧотирикутна
пірамідаП'ятикутна
піраміда

Рис. 162

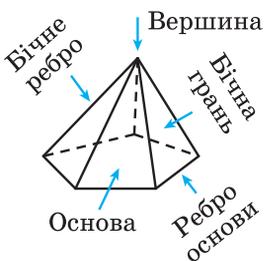


Рис. 163

Спільну вершину бічних граней називають **вершиною піраміди**. Сторони основи піраміди називають **ребрами основи піраміди**, а сторони бічних граней, які не належать основі, — **бічними ребрами піраміди**.

Піраміди можна класифікувати за кількістю сторін основи (рис. 162): трикутна, чотирикутна, п'ятикутна й т. д.

Поверхня трикутної піраміди складається з чотирьох трикутників. Будь-який із цих трикутників може слугувати основою піраміди. Це єдиний вид піраміди, будь-яку грань якої можна вважати її основою.

На рисунку 164 зображено фігуру, яка може слугувати **розгорткою чотирикутної піраміди**. Вона складається з квадрата й чотирьох рівних рівнобедрених трикутників.



Рис. 164

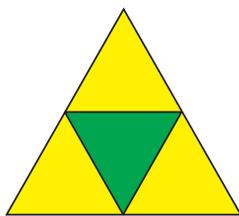


Рис. 165

На рисунку 165 зображено фігуру, що складається з чотирьох рівних рівносторонніх трикутників. За допомогою цієї фігури можна зробити модель трикутної піраміди, у якій всі грані — рівносторонні трикутники.

Многогранники є прикладами **геометричних тіл**.

На рисунку 166 зображено знайомі вам геометричні тіла, які не є многогранниками.

Докладніше з цими тілами ви ознайомитесь у 6 класі.

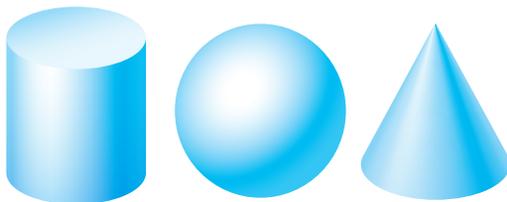


Рис. 166



1. Які предмети дають уяву про прямокутний паралелепіпед?
2. З яких фігур складається поверхня прямокутного паралелепіпеда?
3. Скільки граней має прямокутний паралелепіпед?
4. Яку властивість мають протилежні грані прямокутного паралелепіпеда?
5. Скільки має прямокутний паралелепіпед вершин? ребер?
6. Яка спільна назва довжин трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, що мають спільну вершину?
7. Які назви вимірів прямокутного паралелепіпеда використовують, щоб їх розрізнити?
8. Яку фігуру називають кубом?
9. З яких фігур складається поверхня куба?
10. З яких фігур складається поверхня піраміди?

Розв'язуємо усно

1. Обчисліть:

1) $13 \cdot 4 \cdot 25$;	2) $4 \cdot 5 \cdot 78 \cdot 5$;	3) $125 \cdot 943 \cdot 8$.
----------------------------	-----------------------------------	------------------------------
2. Спростіть вираз:

1) $3a \cdot 16b$;	2) $4m \cdot 9n \cdot 5k$;	3) $7a \cdot 2b \cdot 50c \cdot 8d$.
---------------------	-----------------------------	---------------------------------------
3. Розкрийте дужки:

1) $2(a + b)$;	2) $(3 - b) \cdot 5$;	3) $6m(7n + 8p)$.
-----------------	------------------------	--------------------
4. Знайдіть периметр прямокутника, площа якого дорівнює 28 см^2 , а одна з його сторін — 7 см .
5. У магазині розклали 6 ц яблук по ящиках так, що в кожному ящику міститься по 12 кг яблук. Скільки ящиків заповнили яблуками?
6. У скільки разів площа квадрата зі стороною 6 см більша за площу квадрата зі стороною 2 см ?

Вправи

- 607.° На рисунку 167 зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDMNKP$. Назвіть:
- 1) грані, яким належить вершина C ;
 - 2) ребра, що дорівнюють ребру BC ;
 - 3) верхню грань;
 - 4) вершини, що належать нижній грані;
 - 5) грані, що мають спільне ребро AM ;
 - 6) грань, що дорівнює грані $DPKC$.
- 608.° Виміри прямокутного паралелепіпеда $MNKPEFST$ (рис. 168) дорівнюють 9 см , 5 см і 6 см . Обчисліть суму довжин усіх його ребер та площу його поверхні.

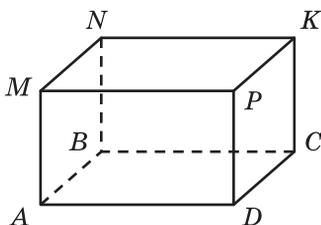


Рис. 167

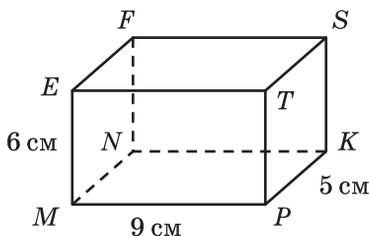


Рис. 168

- 609.° Знайдіть суму довжин усіх ребер прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 13 см, 16 см, 21 см.
- 610.° Знайдіть площу поверхні прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 9 м, 24 м, 11 м.
- 611.° Обчисліть площу поверхні та суму довжин усіх ребер куба, ребро якого дорівнює 5 см.
- 612.° Знайдіть суму довжин усіх ребер і площу поверхні куба, ребро якого дорівнює 7 см.
- 613.° На рисунку 169 зображено піраміду $MABC$. Укажіть:
- 1) основу піраміди;
 - 2) вершину піраміди;
 - 3) бічні грані піраміди;
 - 4) бічні ребра піраміди;
 - 5) ребра основи піраміди.

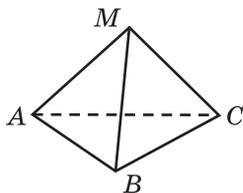


Рис. 169

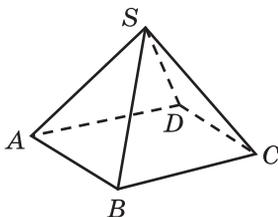


Рис. 170

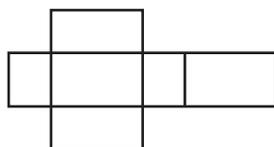


Рис. 171

- 614.° На рисунку 170 зображено піраміду $SABCD$. Укажіть:
- 1) основу піраміди;
 - 2) вершину піраміди;
 - 3) бічні грані піраміди;
 - 4) бічні ребра піраміди;
 - 5) ребра основи піраміди.
- 615.° На рисунку 171 зображено розгортку прямокутного паралелепіпеда.
- 1) Зі скількох прямокутників складається розгортка?
 - 2) Скільки пар рівних прямокутників містить розгортка?
 - 3) Яка площа цієї розгортки, якщо виміри паралелепіпеда дорівнюють 10 см, 7 см і 3 см?

616.* Обчисліть площу поверхні прямокутного паралелепіпеда, розгортку якого зображено на рисунку 172.

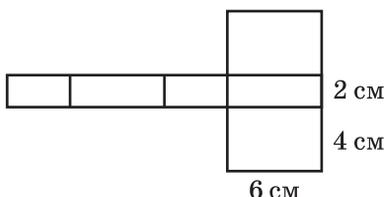


Рис. 172

617.* Дерев'яний брусок має форму прямокутного паралелепіпеда. Його ширина дорівнює 20 см, що на 5 см менше від його довжини та в 3 рази менше від його висоти. Скільки лаку потрібно, щоб одним шаром покрити ним усю поверхню цього бруска, якщо на 1 дм^2 витрачається 4 г лаку?



618.* Сума довжин усіх ребер прямокутного паралелепіпеда дорівнює 28 см. Знайдіть суму довжин трьох його ребер, що мають спільну вершину.

619.** Прямокутний паралелепіпед і куб мають рівні площі поверхні. Довжина паралелепіпеда дорівнює 18 м, що у 2 рази більше, ніж його ширина, і на 8 м більше, ніж його висота. Знайдіть ребро куба.

620.** Брусок, що має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 4 см, 5 см і 6 см, пофарбували з усіх сторін і розрізали на кубики з ребром 1 см. Скільки утворилося кубиків, у яких пофарбовано: 1) три грані; 2) дві грані; 3) одну грань?

Правила для повторення

621. Швидкість ракети дорівнює 8 км/с. За скільки хвилин вона пролетить 960 км?

622. З листа картону можна вирізати шість однакових квадратів. Скільки листів картону потрібно для того, щоб вирізати 50 таких квадратів?

623. Поїзд вийшов зі станції о 16 год зі швидкістю 54 км/год. О 19 год з цієї ж станції у протилежному напрямі вийшов другий поїзд. О 24 год відстань між поїздами становила 642 км. З якою швидкістю рухався другий поїзд?

624. Розв'яжіть рівняння:

1) $6x + 8x - 7x = 714$;

2) $23x - 19x + 5x = 1827$;

3) $11x - 6x + 17 = 2042$;

4) $5x + 3x - 47 = 6401$.



Задача від Мудрої Сови

625. Як за допомогою лінійки виміряти діагональ¹ цеглини, маючи ще кілька таких цеглин?

23. Об'єм прямокутного паралелепіпеда

Фігури на рисунку 173, *a*, *b* складаються з рівної кількості однакових кубиків. Про такі фігури можна сказати, що їхні **об'єми рівні**. Прямокутні паралелепіпеди, зображені на рисунку 173, *в*, *г*, складаються відповідно з 18 і 9 однакових кубиків. Тому можна сказати, що об'єм першого з них у два рази більший за об'єм другого.

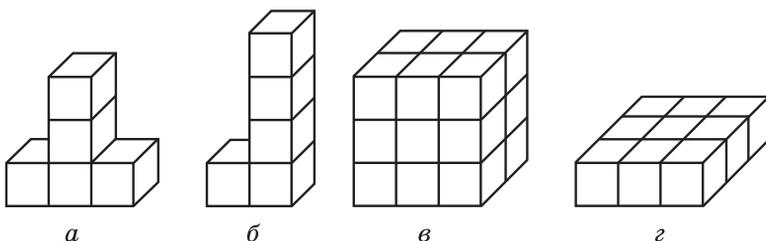


Рис. 173

З такою величиною, як об'єм, ви часто стикаєтесь у повсякденному житті: об'єм паливного бака, об'єм басейну, об'єм класної кімнати, показники споживання газу або води на лічильниках тощо.

Досвід підказує вам, що однакові ємності мають рівні об'єми. Наприклад, однакові бочки мають рівні об'єми.

Якщо ємність поділити на кілька частин, то об'єм усієї ємності дорівнюватиме сумі об'ємів її частин. Наприклад, об'єм двокамерного холодильника дорівнює сумі об'ємів його камер.

Ці приклади ілюструють такі властивості об'єму фігури.

1) Рівні фігури мають рівні об'єми.

2) Об'єм фігури дорівнює сумі об'ємів фігур, з яких вона складається.

Як і у випадках з іншими величинами (довжина, площа), треба ввести одиницю виміру об'єму.

За одиницю виміру об'єму беруть куб, ребро якого дорівнює одиничному відрізку. Такий куб називають **одиничним**.

Об'єм куба зі стороною 1 мм називають **кубічним міліметром**. Пишуть: 1 мм³.

¹ Діагональ паралелепіпеда — це відрізок, що сполучає дві його вершини, які не належать одній грані.

Об'єм куба зі стороною 1 см називають **кубічним сантиметром**.
Пишуть: 1 см^3 .

Об'єм куба зі стороною 1 дм називають **кубічним дециметром**.
Пишуть: 1 дм^3 .

При вимірюванні об'ємів рідин і газів 1 дм^3 називають **літром**.
Пишуть: 1 л. Отже, $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$.

Об'єм куба зі стороною 1 м називають **кубічним метром**. Пишуть: 1 м^3 .

Об'єм куба зі стороною 1 км називають **кубічним кілометром**. Пишуть: 1 км^3 .

Виміряти об'єм фігури — це означає підрахувати, скільки **одиничних кубів** у ній **вміщується**.

Якщо об'єм червоного кубика (рис. 174) взяти за одиницю, то об'єми фігур, наведених на рисунку 173, a – $г$, відповідно дорівнюють 5, 5, 18 і 9 кубічних одиниць.

Якщо довжина, ширина та висота прямокутного паралелепіпеда відповідно дорівнюють 5 см, 6 см, 4 см, то цей паралелепіпед можна розбити на $5 \cdot 6 \cdot 4$ одиничних кубів (рис. 175). Тому його об'єм дорівнює $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120 \text{ (см}^3\text{)}$.



Рис. 174

Міркуючи аналогічно, доходимо висновку, що коли довжина, ширина і висота прямокутного паралелепіпеда відповідно дорівнюють a , b і c одиничним відрізкам, то цей паралелепіпед можна розбити на $a \cdot b \cdot c$ одиничних кубів. А тому його об'єм дорівнює abc кубічних одиниць.

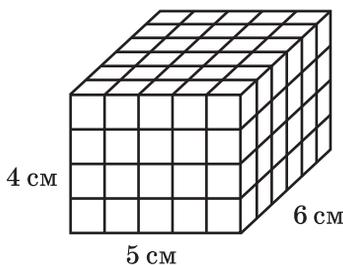


Рис. 175

Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку трьох його вимірів:

$$V = abc,$$

де V — об'єм паралелепіпеда, a , b і c — його виміри, виражені в одних і тих самих одиницях.

Оскільки у куба всі ребра рівні, то його об'єм обчислюють за формулою

$$V = a^3,$$

де V — об'єм куба, a — довжина його ребра. Саме тому третій степінь числа називають кубом числа.

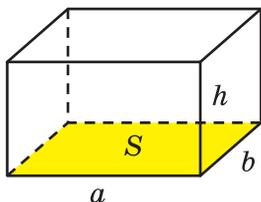


Рис. 176

Добуток довжини a і ширини b прямокутного паралелепіпеда дорівнює площі S його основи: $S = ab$ (рис. 176). Позначимо висоту паралелепіпеда буквою h . Тоді об'єм V прямокутного паралелепіпеда дорівнює $V = abh$.

Звідси

$$V = abh = (ab)h = Sh.$$

Отже, ми отримали ще одну формулу для обчислення об'єму прямокутного паралелепіпеда:

$$V = Sh$$

Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку площі основи на висоту.

ПРИКЛАД Яка висота бака, що має форму прямокутного паралелепіпеда, якщо його об'єм становить 324 дм^3 , а площа дна — 54 дм^2 ?

Розв'язання. Із формули $V = Sh$ випливає, що $h = V : S$.

Тоді шукану висоту h бака можна обчислити так:

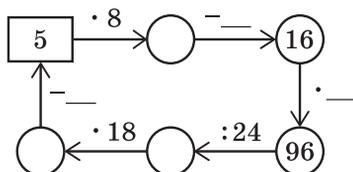
$$h = 324 : 54 = 6 \text{ (дм)}.$$

Відповідь: 6 дм. ◀

1. Які властивості має об'єм фігури?
2. Який куб називають одиничним?
3. Наведіть приклади одиниць виміру об'єму.
4. Що означає виміряти об'єм фігури?
5. Чому дорівнює об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами a , b і c ?
6. За якою формулою обчислюють об'єм куба?
7. Як обчислити об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо відомо його площу основи та висоту?

Розв'язуємо усно

1. Заповніть пропуски в ланцюжку обчислень:



- Скільки потрібно використати кубиків з ребром 1 см, щоб скласти кубик з ребром 2 см?
- Скільки сантиметрів дроту необхідно для виготовлення дротяного каркаса прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 3 см, 5 см і 6 см?
- Розставте замість зірочок знаки «+» і «-» так, щоб запис $20 * 30 * 10 * 80 * 70 = 50$ став правильною рівністю.

Вправи

- 626.° 1) Скільки сантиметрів в одному дециметрі? квадратних сантиметрів в одному квадратному дециметрі? кубічних сантиметрів в одному кубічному дециметрі?
- 2) Скільки сантиметрів в одному метрі? квадратних сантиметрів в одному квадратному метрі? кубічних сантиметрів в одному кубічному метрі?
- 627.° Фігури, зображені на рисунку 177, складено з кубиків, ребра яких дорівнюють 1 см. Знайдіть об'єм кожної фігури.

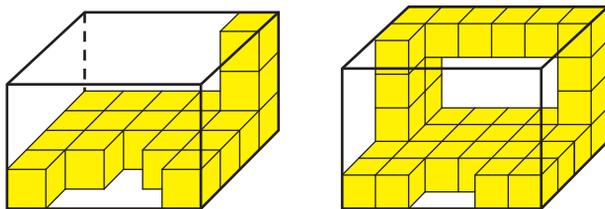


Рис. 177

- 628.° Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 12 м, 15 м і 6 м.
- 629.° Знайдіть об'єм куба, ребро якого дорівнює 6 см.
- 630.° Чому дорівнює об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами 10 дм, 8 дм і 4 дм?

631.* Виразить:

- 1) у кубічних міліметрах: 7 см^3 ; 38 см^3 ; 12 см^3 243 мм^3 ; 42 см^3 68 мм^3 ; 54 см^3 4 мм^3 ; 1 дм^3 20 мм^3 ; 18 дм^3 172 см^3 ; 35 дм^3 67 см^3 96 мм^3 ;
- 2) у кубічних дециметрах: 4 м^3 ; 264 м^3 ; 10 м^3 857 дм^3 ; 28 м^3 2 дм^3 ; 44 000 см^3 ; 5 430 000 см^3 .

632.* Виразить у кубічних сантиметрах: 8 дм^3 ; 62 дм^3 ; 378 000 мм^3 ; 520 000 мм^3 ; 78 дм^3 325 см^3 ; 56 дм^3 14 см^3 ; 8 м^3 4 дм^3 6 см^3 .

633.* Ширина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 15 дм, довжина на 3 дм більша за ширину, а висота в 3 рази менша від довжини. Знайдіть об'єм даного паралелепіпеда.

634.* Висота прямокутного паралелепіпеда дорівнює 20 см, що на 4 см менше від його довжини і в 5 разів більше за його ширину. Обчисліть об'єм даного паралелепіпеда.

635.* Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 560 см^3 , довжина — 14 см, ширина — 8 см. Знайдіть висоту даного паралелепіпеда.

636.* Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 18 см, висота — 15 см, а об'єм — 3240 см^3 . Знайдіть ширину даного паралелепіпеда.

637.* Об'єм кімнати, яка має форму прямокутного паралелепіпеда, дорівнює 144 м^3 , а висота — 4 м. Знайдіть площу підлоги кімнати.

638.* Площа підлоги спортивного залу, який має форму прямокутного паралелепіпеда, дорівнює 192 м^2 , а його об'єм — 960 м^3 . Знайдіть висоту спортивного залу.

639.* Знайдіть об'єм фігури, зображеної на рисунку 178 (розміри дано в сантиметрах).

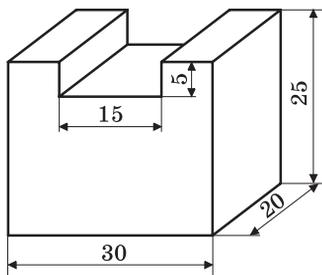


Рис. 178

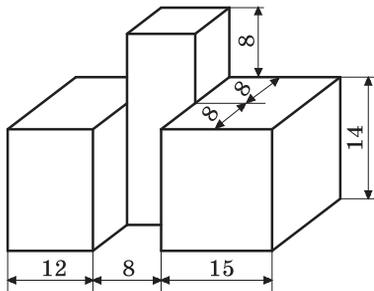


Рис. 179

640.* Знайдіть об'єм фігури, зображеної на рисунку 179 (розміри дано в сантиметрах).

- 641.* Ребро куба, виготовленого з цинку, дорівнює 4 см. Знайдіть масу куба, якщо маса 1 см^3 цинку становить 7 г.
- 642.* Знайко сконструював машину, що за 8 год може викопати траншею, яка має форму прямокутного паралелепіпеда і довжина якої дорівнює 150 м, глибина — 80 см, а ширина — 60 см. Скільки кубометрів землі викопує ця машина за 1 год? Роботу скількох коротунів виконує ця машина, якщо за 8 год один коротун може викопати 240 дм^3 землі?
- 643.** Куб і прямокутний паралелепіпед мають рівні об'єми. Знайдіть площу поверхні куба, якщо довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 12 см, що у 2 рази більше за ширину і в 4 рази більше за висоту паралелепіпеда.
- 644.** Ребро одного куба в 4 рази більше за ребро другого. У скільки разів: 1) площа поверхні першого куба більша за площу поверхні другого; 2) об'єм першого куба більший за об'єм другого?
- 645.** Як зміниться об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо:
- 1) довжину збільшити в 4 рази, ширину — у 2 рази, висоту — у 5 разів;
 - 2) ширину зменшити в 4 рази, висоту — у 2 рази, а довжину збільшити в 16 разів?
- 646.** Як зміниться об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо:
- 1) кожний вимір збільшити у 2 рази;
 - 2) довжину зменшити в 3 рази, висоту — у 5 разів, а ширину збільшити в 15 разів?
- 647.** У басейн, площа дна якого дорівнює 1 га, налили 1 000 000 л води. Чи можна в цьому басейні провести змагання з плавання?
- 648.** У кубі, ребро якого дорівнює 3 см, зробили три наскрізних квадратних отвори зі стороною 1 см (рис. 180). Знайдіть об'єм частини, що залишилась.
- 649.* Розміри куска мила, що має форму прямокутного паралелепіпеда, дорівнюють 12 см, 6 см і 4 см. Щодня витрачають однакову масу мила. Через 14 днів усі розміри куска мила зменшились у 2 рази. На скільки днів вистачить куска мила, що залишився?

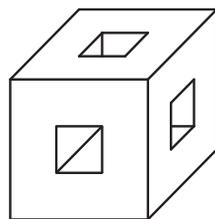


Рис. 180

Вправи для повторення

650. З одного міста одночасно в протилежних напрямках виїхали автобус і вантажівка. Через 4 год після початку руху відстань між ними становила 528 км. Швидкість руху автобуса 58 км/год. З якою швидкістю рухалась вантажівка?

651. Із двох населених пунктів, відстань між якими дорівнює 54 км, одночасно виїхали назустріч один одному два велосипедисти й зустрілися через 2 год після початку руху. Швидкість руху першого велосипедиста становила 12 км/год. З якою швидкістю рухався другий велосипедист?
652. Знайдіть значення виразу:
- 1) $7a + 7b$, якщо $a + b = 14$;
 - 2) $m \cdot 17 + n \cdot 17$, якщо $m + n = 1000$;
 - 3) $k \cdot 9 + 9l$, якщо $k + l = 12$;
 - 4) $4c - 4d$, якщо $c - d = 125$;
 - 5) $x \cdot 23 - 23y$, якщо $x - y = 4$;
 - 6) $56p - r \cdot 56$, якщо $p - r = 11$.



Задача від Мудрої Сови

653. У записі одного трицифрового числа використано тільки цифри 2 і 3, а в записі другого — тільки цифри 3 і 4. Чи може добуток цих чисел бути записаним тільки цифрами 2 і 4?

24. Комбінаторні задачі

Припустимо, що ви не можете пригадати останню цифру номера телефону свого друга. Яку найбільшу кількість номерів доведеться набрати, щоб йому додзвонитися?

Оскільки в кінці телефонного номера може стояти будь-яка з десяти цифр, то вам у найгіршому випадку доведеться зробити 10 спроб, тим самим перебравши всі можливі варіанти.

Нерідко в повсякденному житті ми стикаємось із задачами, розв'язання яких потребує розгляду та підрахунку всіх можливих випадків, або, як ще прийнято говорити, усіх можливих **комбінацій**. Тому такі задачі називають **комбінаторними**.

ПРИКЛАД 1 Однокласниці Олена, Валентина та Катерина чергують по школі. Скількома способами класний керівник може розставити дівчинок по одній на кожному з трьох поверхів школи?

Розв'язання. Припустимо, що Олену призначили чергувати на третьому поверсі. Тоді на другому поверсі може чергувати Валентина або Катерина, а на першому — відповідно Катерина або Валентина.

Отримуємо два способи (дві комбінації, два варіанти) розподілу чергування (дівчинок позначено першими буквами імен):

3-й поверх:	О	О
2-й поверх:	В	К
1-й поверх:	К	В

Нехай тепер черговою на третьому поверсі призначили Валентину. Тоді на другому поверсі може чергувати Олена або Катерина, а на першому — відповідно Катерина або Олена. Отримуємо ще два способи розподілу чергування:

3-й поверх: В В
2-й поверх: О К
1-й поверх: К О

І нарешті, припустимо, що черговою на третьому поверсі призначили Катерину. Отримуємо ще два способи розподілу чергування:

3-й поверх: К К
2-й поверх: В О
1-й поверх: О В

Таким чином, отримали шість способів розподілу чергування:

3-й поверх	О	О	В	В	К	К
2-й поверх	В	К	О	К	В	О
1-й поверх	К	В	К	О	О	В

Відповідь: 6 способів. ◀

ПРИКЛАД 2 Скільки кутів зображено на рисунку 181?

Розв'язання. Позначення будь-якого кута, зображеного на рисунку, складається з трьох букв, другою з яких обов'язково є буква *O*, а дві інші вибирають із букв *A, B, C, D*. Тому шукана кількість кутів дорівнює кількості способів вибрати з букв *A, B, C, D* дві букви.

Записуючи всі можливі варіанти, треба врахувати, що комбінації, які відрізняються порядком слідування букв, відповідають одному й тому самому куту. Наприклад, комбінації *AB* і *BA* відповідають одному й тому самому куту *AOB*.

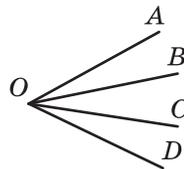


Рис. 181

Спочатку запишемо всі пари букв, першою в яких є буква *A*:
AB, AC, AD.

Тепер запишемо пари букв, першою в яких є буква *B*, а другою не є буква *A*:

BC, BD.

Залишилося записати пари букв, першою в яких є буква *C*, а другою не є ні буква *A*, ні буква *B*:

CD.

Таким чином, отримали шість комбінацій: *AB, AC, AD, BC, BD, CD*.

Отже, на рисунку 181 зображено шість кутів.

Відповідь: 6 кутів. ◀



Які задачі називають комбінаторними?

Розв'язуємо усно

- Одним шаром паперу оклеїли куб, ребро якого дорівнює 3 дм. Скільки квадратних дециметрів паперу витратили на оклеювання куба?
- Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 240 см^3 . Якою з даних трійок чисел можна задати виміри цього паралелепіпеда:
 - 4 см, 6 см, 12 см;
 - 5 см, 6 см, 8 см;
 - 3 см, 5 см, 10 см;
 - 10 см, 10 см, 24 см?
- Скільки центнерів пшениці можна засипати в бункер, який має форму прямокутного паралелепіпеда, якщо його довжина дорівнює 8 м, ширина — 2 м, висота — 1 м, а маса 1 м^3 зерна становить 8 ц?
- Що більше та на скільки:
 - квадрат суми чисел 4 і 3 чи сума їхніх квадратів;
 - різниця квадратів чисел 10 і 8 чи квадрат їхньої різниці;
 - різниця кубів чисел 5 і 3 чи куб їхньої різниці?

Вправи

- 654.*** Запишіть усі двоцифрові числа, у записі яких використовуються тільки цифри 1, 2 і 3 (цифри в числі можуть повторюватися).
- 655.*** Запишіть усі двоцифрові числа, у записі яких використовуються тільки цифри 1, 2 і 0 (цифри в числі можуть повторюватися).
- 656.*** Віслук Іа має три надувні кульки: червону, зелену та жовту. Він хоче подарувати по одній кульці своїм друзям: Вінні-Пуху, П'ятачку і Кролику. Скільки варіантів зробити подарунки своїм друзям є у віслука Іа?
- 657.*** Скільки двоцифрових чисел, усі цифри яких різні, можна записати за допомогою цифр 0, 1 і 2?
- 658.*** У футбольному турнірі беруть участь команди 5 «А» класу, 5 «Б» класу і 5 «В» класу. Скільки існує способів розподілу першого та другого місць серед цих команд? Розв'язання якої із задач за номерами 654–657 аналогічне розв'язанню цієї задачі?
- 659.*** Запишіть усі трицифрові числа, для запису яких використовуються цифри:
- 3, 4 і 6;
 - 4, 7 і 0.
- (Цифри в числі не можуть повторюватися.)

660.* Скільки різних трицифрових чисел можна записати за допомогою цифр:

1) 1 і 2;

2) 0 і 1?

(Цифри в числі можуть повторюватися.)

661.* Запишіть усі двоцифрові числа, у записі яких використовуються тільки цифри 2, 4, 9 і 0. (Цифри в числі можуть повторюватися.)

662.* Скільки двоцифрових чисел можна записати за допомогою цифр 6, 7, 8 і 9 так, щоб цифри були записані в порядку зростання?

663.* Скільки двоцифрових чисел можна записати за допомогою цифр 6, 7, 8 і 9 так, щоб цифри були записані в порядку спадання?

664.* Скільки існує двоцифрових чисел, сума цифр яких дорівнює 5?

665.* Скільки двоцифрових чисел, сума цифр яких дорівнює парному числу, можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4 (цифри в числі можуть повторюватися)?

666.* Скільки двоцифрових чисел, сума цифр яких дорівнює непарному числу, можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3?

667.* Скільки існує різних прямокутників, периметри яких дорівнюють 24 см, а довжини сторін, виражені в сантиметрах, є натуральними числами?

668.** Ганнуся має 30 однакових кубиків. Скільки різних прямокутних паралелепіпедів вона може з них скласти, якщо для побудови одного паралелепіпеда треба використати всі наявні 30 кубиків?

669.** На прямій позначили чотири точки: A , B , C і D . Скільки існує відрізків з кінцями в позначених точках?

670.** Підніжжя гори та її вершину зв'язують три стежки. Скільки існує маршрутів, які ведуть від підніжжя до вершини й потім униз до підніжжя?

671.** Тетянка має чотири плаття та дві пари туфель. Скільки у Тетянки є варіантів вибрати наряд?

672.* У загоні космонавтів є три пілоти та два інженери. Скільки існує способів скласти екіпаж з одного пілота й одного інженера?

673.* На рисунку 182 зображено план одного району міста. Відрізками зображено вулиці. Скільки існує маршрутів з точки A в точку B , якщо пересуватися дозволено вулицями, що ведуть на північ або на схід?

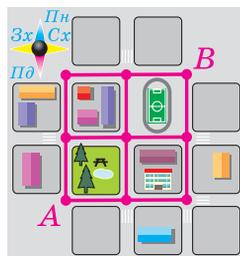
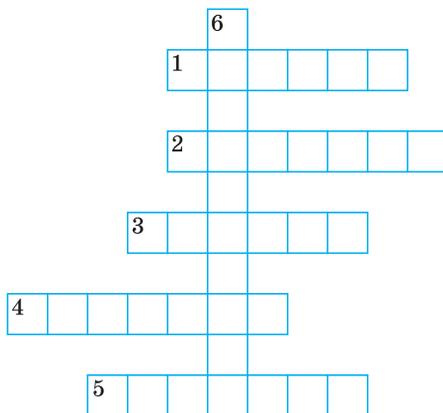


Рис. 182

Вправи для повторення

674. Відстань між двома селами дорівнює 28 км. Із цих сіл одночасно в одному напрямку виїхали мотоцикліст і автобус. Автобус їхав попереду зі швидкістю 42 км/год, а мотоцикліст їхав зі швидкістю 56 км/год. Через скільки годин після початку руху мотоцикліст наздогнав автобус?
675. Розв'яжіть рівняння:
 1) $1376 : (34 - x) = 86$; 3) $(x - 57) : 29 = 205$;
 2) $9680 : (x + 219) = 16$; 4) $(x - 72) \cdot 9 = 927$.
676. Один із доданків у 14 разів більший за другий. У скільки разів їхня сума більша за менший із доданків?
677. Від'ємник у 12 разів більший за різницю. У скільки разів зменшуване більше за різницю?
678. Розгадайте кросворд:



По горизонталі: 1. Результат дії ділення. 2. Одиниця часу. 3. Одиниця виміру кутів. 4. Компонент множення. 5. Компонент додавання.

По вертикалі: 6. «Цариця наук».



Задача від Мудрої Сови

679. У класі 30 учнів. Вони сидять по двоє за 15 партами так, що половина всіх дівчинок сидить з хлопчиками. Чи можна учнів класу пересадити так, щоб половина всіх хлопчиків сиділа з дівчинками?

ЗАВДАННЯ № 3 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Яку з даних одиниць виміру використовують при вимірюванні площі?
А) 1 см Б) 1 с В) 1 га Г) 1 г
2. Чому дорівнює корінь рівняння $(x - 28) \cdot 16 = 1632$?
А) 130 Б) 120 В) 60 Г) 40
3. Спростіть вираз $52 \cdot m \cdot 3$.
А) $156m$ Б) $52m$ В) $55m$ Г) $126m$
4. Укажіть правильну рівність.
А) $2(5 + x) = 5 + 2x$ В) $2(5 + x) = 12x$
Б) $2(5 + x) = 10 + x$ Г) $2(5 + x) = 10 + 2x$
5. Чому дорівнює корінь рівняння $7x + x - 5x = 132$?
А) 66 Б) 44 В) 12 Г) 11
6. Укажіть число, яке може бути остачею при діленні натурального числа a на 98.
А) 102 Б) 100 В) 98 Г) 96
7. Із двох сіл, відстань між якими дорівнює 18 км, одночасно в одному напрямі вирушили пішохід і велосипедист. Пішохід ішов попереду зі швидкістю 3 км/год, а велосипедист їхав зі швидкістю 12 км/год. Через скільки годин після початку руху велосипедист наздогнав пішохода?
А) 1 год Б) 2 год В) 3 год Г) 4 год
8. У кожному під'їзді на кожному поверсі дев'ятиповерхового будинку розташовано по вісім квартир. Знайдіть номер поверху, на якому міститься квартира № 173.
А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6
9. Стіну завдовжки 6 м і заввишки 2 м 40 см планують обкласти кахлем. Одна кахляна плитка має форму квадрата зі стороною 15 см, а в одному контейнері міститься 120 плиток. Яку найменшу кількість контейнерів з кахлем потрібно придбати для запланованої роботи?
А) 4 контейнери В) 6 контейнерів
Б) 5 контейнерів Г) 7 контейнерів
10. Об'єм акваріума дорівнює $120\,000\text{ см}^3$. Знайдіть висоту акваріума, якщо його довжина дорівнює 60 см, а ширина — 40 см.
А) 5000 см Б) 500 см В) 50 см Г) 5 см

11. Машиніст пасажирського поїзда, який рухався зі швидкістю 56 км/год, помітив, що зустрічний товарний поїзд, який рухався зі швидкістю 34 км/год, пройшов повз нього за 15 с. Яка довжина товарного поїзда?
- А) 360 м Б) 375 м В) 400 м Г) 425 м
12. У меню шкільної їдальні є два види салату, два види першої страви і два види другої страви. Скільки варіантів вибрати обід має учень цієї школи, якщо обід складається із салату, першої страви і другої страви?
- А) 8 Б) 12 В) 9 Г) 3

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 3

Множення

- Добутком числа a на натуральне число b , яке не дорівнює 1, називають суму, що складається з b доданків, кожний з яких дорівнює a .
- У рівності $a \cdot b = c$ числа a і b називають множниками, а число c і запис $a \cdot b$ — добутком.
- Якщо один із двох множників дорівнює 1, то добуток дорівнює другому множнику.
- Якщо один із множників дорівнює нулю, то добуток дорівнює нулю.
- Якщо добуток дорівнює нулю, то хоча б один із множників дорівнює нулю.

Властивості множення

- Переставна властивість: $ab = ba$.
- Сполучна властивість: $(ab)c = a(bc)$.
- Розподільна властивість множення відносно додавання:
 $a(b + c) = ab + ac$.
- Розподільна властивість множення відносно віднімання:
 $a(b - c) = ab - ac$.

Ділення

- Для натуральних чисел a , b і c рівність $a : b = c$ є правильною, якщо є правильною рівність $b \cdot c = a$.
- У рівності $a : b = c$ число a називають діленим, число b — дільником, число c і запис $a : b$ — часткою.
- На нуль ділити не можна.
- Для будь-якого натурального числа a правильними є рівності:
 $0 : a = 0$; $a : a = 1$; $a : 1 = a$.

Ділення з остачею

- $a = bq + r$, де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача, $r < b$.
- Якщо остача дорівнює нулю, то говорять, що число a ділиться націло на число b .

Властивості площі фігури

- 1) Рівні фігури мають рівні площі;
- 2) площа фігури дорівнює сумі площ фігур, з яких вона складається.

Площа прямокутника

Площа прямокутника дорівнює добутку довжин його сусідніх сторін, виражених в одних і тих самих одиницях.

Площа квадрата

$S = a^2$, де S — площа квадрата, a — довжина його сторони.

Властивості об'єму фігури

- 1) Рівні фігури мають рівні об'єми;
- 2) об'єм фігури дорівнює сумі об'ємів фігур, з яких вона складається.

Об'єм прямокутного паралелепіпеда

$V = abc$, де V — об'єм паралелепіпеда, a , b і c — його виміри, виражені в одних і тих самих одиницях;

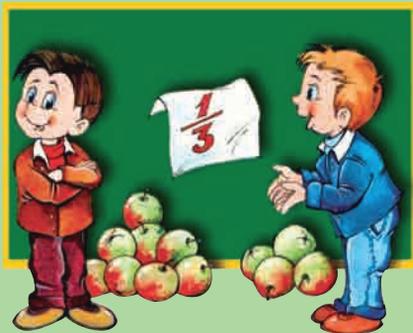
$V = Sh$, де S — площа основи паралелепіпеда, h — його висота.

Об'єм куба

$V = a^3$, де V — об'єм куба, a — довжина його ребра.

Розділ II

ДРОБОВІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ



§ 4. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

25. Уявлення про звичайні дроби

Ви знаєте, що, крім натуральних чисел і нуля, існують інші числа — **дроби**.

Дробові числа виникають, коли один предмет (яблуко, кавун, торт, хлібину, аркуш паперу) або одиницю виміру (метр, годину, кілограм, градус) ділять на кілька *рівних* частин.

Такі слова, як «півхлібини», «півкілограма», «півлітра», «чверть години», «третина шляху», «півтора метра», мабуть, ви чуєте щодня.

Половина, чверть, третина, одна сота, півтора — це приклади дробових чисел.

Розглянемо приклад.

На день народження до вас прийшли 10 друзів. Святковий торт ви розділили на 10 рівних частин (рис. 183). Тоді кожний гість отримає одну десяту торта. Пишуть: $\frac{1}{10}$ торта (читають: «одна десята торта»).

Такий «двоповерховий» запис використовують для позначення й інших дробових чисел. Наприклад: півкілограма — $\frac{1}{2}$ кілограма (читають: «одна друга кілограма»); чверть години — $\frac{1}{4}$ години



Рис. 183



Рис. 184

(читають: «одна четверта години»); третина шляху — $\frac{1}{3}$ шляху (читають: «одна третя шляху»).

Якщо двоє ваших гостей не люблять солодкого, то ласун отримає $\frac{3}{10}$ торта (читають: «три десятих торта»; рис. 184).

Записи виду $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{24}$ тощо називають **звичайними дробами**, або коротше — **дробами**.

Звичайні дроби записують за допомогою двох натуральних чисел і *риски дробу*.

Число, записане над рисою, називають **чисельником дробу**; число, записане під рисою, називають **знаменником дробу**.

Знаменник дробу показує, на скільки рівних частин поділили щось ціле, а чисельник — скільки таких частин узяли.

Так, на рисунку 185 рівносторонній трикутник ABC поділили на 4 рівні частини — 4 рівних трикутники. Три з них зафарбовано. Можна сказати, що зафарбовано фігуру, площа якої становить $\frac{3}{4}$ площі трикутника ABC . Або говорять: зафарбовано $\frac{3}{4}$ трикутника ABC .

На рисунку 186 одиничний відрізок OA координатного променя поділено на п'ять рівних частин. Відрізок OB становить $\frac{2}{5}$ одиничного відрізка OA . Точка B зображує число $\frac{2}{5}$. Число $\frac{2}{5}$ називають

координатою точки B і пишуть: $B\left(\frac{2}{5}\right)$. Оскільки відрізок OC становить $\frac{4}{5}$ одиничного відрізка OA , то координата точки C дорівнює $\frac{4}{5}$, тобто $C\left(\frac{4}{5}\right)$.

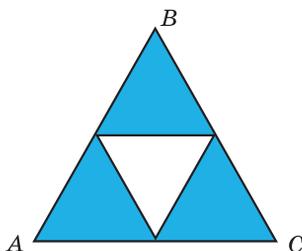


Рис. 185

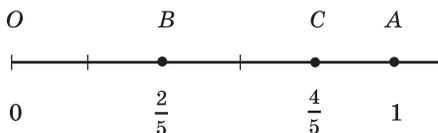


Рис. 186

ПРИКЛАД 1 У саду Барвінка ростуть 24 дерева, з них 7 — яблуні. Яку частину всіх дерев становлять яблуні?

Розв'язання. Оскільки в саду ростуть 24 дерева, то одна яблуня становить $\frac{1}{24}$ усіх дерев, а 7 яблунь — $\frac{7}{24}$ усіх дерев.

Відповідь: $\frac{7}{24}$. ◀

ПРИКЛАД 2 У саду Барвінка ростуть 24 дерева, з них $\frac{5}{8}$ становлять вишні. Скільки вишень росте в саду?

Розв'язання. Знаменник дроби $\frac{5}{8}$ показує, що кількість усіх дерев, які ростуть у саду, треба поділити на 8 рівних частин. Оскільки в саду ростуть 24 дерева, то одна частина складає $24 : 8 = 3$ (дерева).

Чисельник дроби $\frac{5}{8}$ показує, що треба взяти 5 таких частин.

Тоді $\frac{5}{8}$ дерев саду — це $3 \cdot 5 = 15$ (дерева).

Відповідь: 15 вишень. ◀

ПРИКЛАД 3 Барвінок зібрав урожай із 16 дерев, що становить $\frac{2}{3}$ усіх дерев його саду. Скільки всього дерев росте в саду?

Розв'язання. Дріб $\frac{2}{3}$ показує, що кількість усіх дерев було поділено на 3 рівні частини й узято 2 такі частини. Отже, дві частини становлять 16 дерев.

Тоді одна частина, тобто $\frac{1}{3}$ усіх дерев, становить $16 : 2 = 8$ (дерева). Оскільки таких частин 3, то всього в саду ростуть $8 \cdot 3 = 24$ (дерева).

Відповідь: 24 дерева. ◀



1. Коли виникає потреба в дробових числах?
2. Як записують звичайні дроби?
3. Як називають число, записане над рискою дроби? під рискою дроби?
4. Що показує знаменник дроби? чисельник дроби?

Розв'язуємо усно

1. Скільки грамів:
1) у п'ятій частині кілограма; 2) у десятій частині кілограма?
2. Скільки кілограмів:
1) у четвертій частині тонни; 2) у двадцятій частині центнера?
3. Скільки секунд:
1) у третій частині хвилини;
2) у дванадцятій частині хвилини;
3) у дев'ятій частині години;
4) у тридцятій частині години?
4. Ширина прямокутника дорівнює 8 см, що становить половину його довжини. Обчисліть периметр прямокутника.
5. Знак якої арифметичної дії треба поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна рівність:
1) $83 * 1 = 83$; 3) $58 * 0 = 58$;
2) $2 * 2 = 4$; 4) $34 * 0 = 0$?
6. Обчисліть:
1) суму частки чисел 72 і 9 та числа 22;
2) різницю числа 60 та частки чисел 126 і 6;
3) добуток частки чисел 714 і 7 та числа 0.

Вправи

- 680.° Прочитайте дроби: $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{6}{13}$; $\frac{21}{29}$. Назвіть чисельник і знаменник кожного дроби та поясніть, що вони означають.
- 681.° Запишіть у вигляді дроби число:
1) дві п'ятих;
2) сім тринадцятих;
3) двадцять дві шістдесятіх;
4) тридцять чотири сорок третіх;
5) тридцять дев'ять сотих;
6) сто двадцять сім тисячних.
- 682.° Запишіть дробом, яка частина фігури, зображеної на рисунку 187, заштрихована.
- 683.° Перерисуйте фігури, зображені на рисунку 188, у зошит і зафарбуйте відповідні частини фігур.

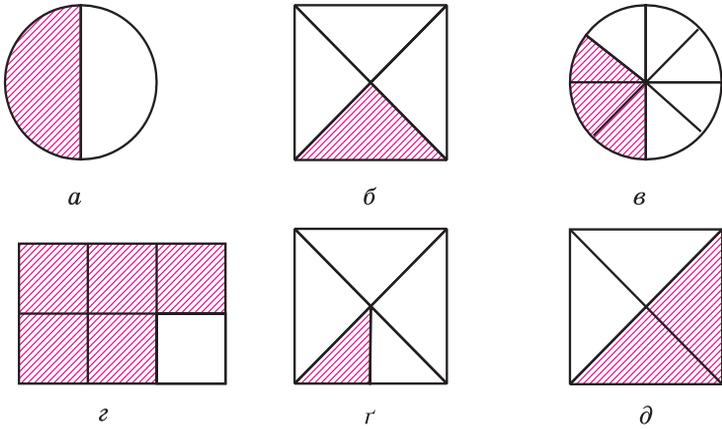


Рис. 187

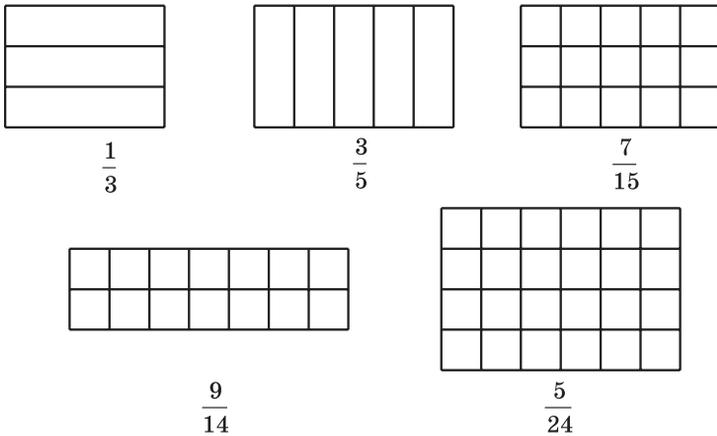


Рис. 188

684.° Виразить:

- у метрах: 1 см; 5 см; 24 см; 1 дм; 7 дм; 1 мм; 4 мм; 39 мм; 247 мм;
- у годинах: 1 хв; 7 хв; 19 хв; 39 хв; 1 с; 4 с; 58 с.

685.° Виразить у тоннах: 1 кг; 327 кг; 58 кг; 1 ц; 3 ц.

686.° У саду ростуть 56 дерев, з них 23 дерева є черешнями. Яку частину дерев становлять черешні?

687.° У 5 класі 32 учні, з них 7 учнів написали контрольну роботу з математики на 12 балів. Яку частину учнів класу вони становлять?

688.° У книжці надруковано два оповідання. Одне оповідання займає 14 сторінок, а друге — 19 сторінок. Яку частину книжки займає кожне оповідання?

689.° Марічка спекла 24 пиріжки з повидлом і 28 пиріжків з маком. Яку частину всіх пиріжків становили пиріжки з повидлом і яку частину — пиріжки з маком?

690.° Знайдіть від числа 36:

1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{5}{6}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{5}{12}$; 6) $\frac{11}{18}$.

691.° Знайдіть від числа 28:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{7}$; 3) $\frac{9}{14}$; 4) $\frac{19}{28}$.

692.° Петрик прочитав $\frac{4}{9}$ книжки, у якій 180 сторінок. Скільки сторінок прочитав Петрик?

693.° Галинка зліпила 72 вареники з м'ясом і з картоплею, причому вареники з м'ясом становили $\frac{5}{8}$ усіх вареників. Скільки вареників з м'ясом зробила Галинка?

694.° Площа одного з найкрасивіших озер України — гірського озера Синевир (Закарпаття) становить $\frac{1}{3000}$ площі озера Сасик (Одеська область) — найбільшого озера України. Скільки квадратних метрів становить площа озера Синевир, якщо площа озера Сасик дорівнює 210 км²?



Озеро Синевир

695.° Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{7}$; 5) $\frac{7}{11}$; 6) $\frac{21}{23}$ його дорівнює 42.

696.° Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{9}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{3}{10}$; 5) $\frac{5}{6}$; 6) $\frac{18}{19}$

його дорівнює 90.

697.° Накресліть координатний промінь, одиничний відрізок якого дорівнює 9 см. Позначте на ньому точки, що відповідають дробам:

$\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{8}{9}$.

698.° Накресліть координатний промінь, одиничний відрізок якого дорівнює 12 см. Позначте на ньому точки, що відповідають дробам:

$\frac{1}{12}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{6}{12}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{11}{12}$.

699.° У саду ростуть 24 вишні, що становить $\frac{2}{9}$ усіх дерев саду.

Скільки всього дерев росте в саду?

700.° За контрольну роботу з математики оцінку «9» одержали

12 учнів, що становить $\frac{4}{11}$ учнів класу. Скільки учнів у цьому класі?

701.° Яку частину площі зафарбованого трикутника (рис. 189) становить від площі:

- 1) трикутника ABD ;
- 2) чотирикутника $ABCD$;
- 3) чотирикутника $ABCE$?

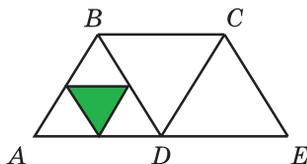


Рис. 189

702.° Сторона квадрата $ABCD$ дорівнює

8 см (рис. 190). Знайдіть загальну площу зафарбованих частин квадрата.

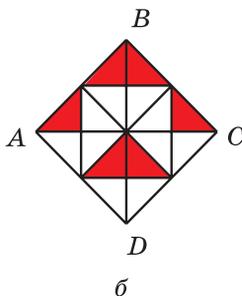
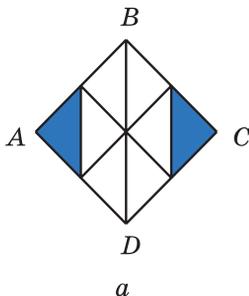


Рис. 190

703. Сторона квадрата $ABCD$ дорівнює 4 см (рис. 191). Знайдіть загальну площу зафарбованих частин квадрата.

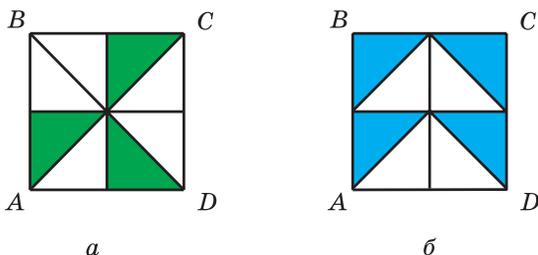


Рис. 191

704. Скільки градусів становлять: 1) $\frac{2}{15}$ величини прямого кута;
2) $\frac{11}{20}$ величини розгорнутого кута?

705. Скільки градусів становлять: 1) $\frac{7}{18}$ величини прямого кута;
2) $\frac{5}{12}$ величини розгорнутого кута?

706. Три рибалки зловили 168 риб. Щукін зловив $\frac{5}{14}$ усіх риб, Окунев — $\frac{8}{21}$ усіх риб, а Карасьов — решту. Скільки риб зловив Карасьов?

707. За чотири дні яхта капітана Врунгеля «Біда» пройшла 624 км. За перший день було пройдено $\frac{2}{13}$ усієї відстані, за другий — $\frac{5}{26}$, за третій — $\frac{5}{12}$, а за четвертий — решту. Скільки кілометрів пройшла яхта за четвертий день?

708. Маркіз Карабас подарував Коту в чоботях 9 кг 450 г сметани. За перший тиждень Кіт у чоботях з'їв $\frac{8}{21}$ подарунка, а за другий тиждень — $\frac{9}{13}$ решти. Скільки кілограмів сметани з'їв Кіт у чоботях за другий тиждень?

709. Ілля Муромець заготував на зиму для свого коня 4 т 9 ц вівса. За грудень кінь з'їв $\frac{3}{7}$ усього запасу вівса, а за січень — $\frac{9}{14}$ решти. Скільки центнерів вівса кінь з'їв за січень?

- 710.°** Фермери Іван, Назар і Тарас виростили разом 612 т ячменю та поділили врожай між собою. Івану дісталось $\frac{5}{17}$ усього врожаю, Назару — $\frac{9}{16}$ решти. Скільки тонн ячменю отримав Тарас?
- 711.°** Чебурашка, крокодил Гена й мадам Шапокляк поїхали у Херсон на збирання кавунів. Разом вони заробили 1024 грн і розділили їх відповідно до того, хто як працював. Чебурашка одержав $\frac{11}{32}$ зароблених грошей, крокодил Гена — $\frac{5}{8}$ решти. Хто з цієї компанії найпрацьовитіший?
- 712.°** До дитячого санаторію завезли банани, апельсини та мандарини. Маса апельсинів становить $\frac{12}{35}$ маси бананів, а маса мандаринів — $\frac{7}{12}$ маси апельсинів. Скільки кілограмів апельсинів і мандаринів разом завезли до санаторію, якщо бананів завезли 245 кг?
- 713.°** Подорожуючи на човні Дніпром, Барвінок за перший тиждень проплив 72 км, за другий тиждень — $\frac{7}{8}$ того, що проплив за перший тиждень, а за третій — $\frac{8}{9}$ того, що проплив за другий. На скільки кілометрів менше проплив Барвінок за третій тиждень, ніж за другий?
- 714.°** Із двох портів, відстань між якими дорівнює 576 миль, одночасно назустріч один одному вийшли кораблі капітана Врунгеля і Сіндбада-мореплавця. Яхта капітана Врунгеля проходила за день 42 милі, що становить $\frac{7}{9}$ того, що проходив за день корабель Сіндбада. Через скільки днів після початку руху зустрілися мореплавці?
- 715.°** З Квіткового та Сонячного міст виїхали одночасно назустріч один одному Знайко і Незнайко. Знайко їхав зі швидкістю 56 км/год, що становило $\frac{8}{11}$ швидкості руху Незнайка. Через скільки годин після початку руху вони зустрілися, якщо відстань між містами дорівнює 532 км?
- 716.°** Знайдіть число, $\frac{2}{3}$ якого дорівнюють $\frac{3}{7}$ числа 210.

717.** Знайдіть $\frac{5}{8}$ числа, $\frac{5}{12}$ якого дорівнюють 160.

718.** Один із доданків дорівнює 324 і становить $\frac{12}{25}$ суми. Знайдіть другий доданок.

719.** Знайдіть різницю двох чисел, якщо від'ємник дорівнює 658 і становить $\frac{7}{15}$ зменшуваного.

Вправи для повторення

720. Розв'яжіть рівняння:

1) $9x - 4x + 39 = 94$;

2) $7y + 2y - 34 = 83$.

721. Із двох яблунь Івасик-Телесик зібрав 65 кг яблук, причому з однієї яблуні він зібрав на 17 кг менше, ніж із другої. Скільки кілограмів яблук він зібрав з кожної яблуні?



Задача від Мудрої Сови

722. До п'яти різних замків є п'ять ключів, причому невідомо, який ключ до якого замка підходить. Барон Мюнхгаузен стверджує, що можна не більше ніж за 10 спроб підібрати ключ до кожного замка. Чи правий барон Мюнхгаузен?

Коли зроблено уроки

«Потрапити в дроби»

Можливо, не всі «задачі на дроби» ви могли легко розв'язати. Нехай вас не засмучує, що для розв'язання деяких з них довелося докласти чимало зусиль. Адже ще 250 років тому в підручниках з арифметики розділ «Дроби» був необов'язковим для вивчення, і його розміщували в кінці книги. У середні віки вміння легко оперувати дробами було ознакою високої математичної майстерності. Недаремно в німецькій мові й до наших днів збереглася приказка «Mit etw. in die Brüche kommen», що в перекладі означає «потрапити в дроби». Її використовують тоді, коли хочуть сказати, що людина опинилася в складному становищі.

Давньогрецькі вчені взагалі вважали, що в математиці мають розглядатися тільки цілі числа. Великий філософ Платон писав: «Якщо ти захочеш ділити одиницю, математики висміють тебе й не дозволять цього робити».

Проте досвід людства показує, що штучні бар'єри, якими відгороджують науку від життя, дуже неміцні. Так, самі ж греки

виявили, що дві струни одночасно звучать наймелодійніше, коли відношення їхніх довжин дорівнює $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ або $\frac{3}{4}$.

Узагалі, дробби виникли в глибокій давнині, задовго до давньогрецької цивілізації.

Перші дробби, з якими нас знайомить історія, — це дробби виду $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, Наприклад, стародавні єгиптяни для запису дробів

$$\frac{1}{3} = \text{○} \quad \frac{1}{4} = \text{○}$$

Рис. 192

придумали спеціальні знаки (рис. 192). Цікаво, що єгиптяни не користувалися дробами з чисельниками, відмінними від одиниці.

У Вавилоні використовували шістдесяткові дробби, тобто дробби зі знаменниками 60, 60^2 , 60^3 і т. д., а в Стародавньому Римі — дванадцяткові дробби. Наприклад, одну з одиниць маси називали *ассом*, а $\frac{1}{12}$ асса — *унцією*.

Слово «дріб» походить від дієслова «дробити», що означає розбивати на частини, ламати. Мабуть, тому в старих підручниках з математики дробби називали «ламаними числами». Деякі дробби, що часто зустрічалися, мали спеціальні назви: $\frac{1}{2}$ — половина, $\frac{1}{4}$ — четь, $\frac{1}{8}$ — півчеть, $\frac{1}{16}$ — півпівчеть, $\frac{1}{3}$ — треть, $\frac{1}{6}$ — півтреть, $\frac{1}{12}$ — півпівтреть.

Запис дробів, близький до сучасного, створили в Індії, але у «двоповерховому» записі не було риски дробу. Вона з'явилася пізніше в арабів.

26. Правильні і неправильні дробби. Порівняння дробів

Чи може чисельник дробу дорівнювати його знаменнику? Так, може. На рисунку 193 прямокутник поділили на 7 рівних частин і всі частини заштрихували. Отже, заштрихованими виявилися $\frac{7}{7}$ площі прямокутника, тобто весь прямокутник. Таким чином, $\frac{7}{7}$ прямокутника дорівнюють 1 прямокутнику, тобто $\frac{7}{7} = 1$.

Міркуючи аналогічно, отримаємо, що, наприклад, $\frac{5}{5} = \frac{17}{17} = 1$.

Якщо чисельник дробу дорівнює знаменнику, то дріб дорівнює одиниці.

У буквеному вигляді цей висновок можна записати так:

$$\frac{m}{m} = 1,$$

де m — натуральне число.

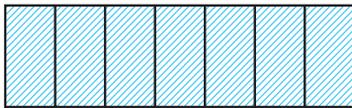


Рис. 193

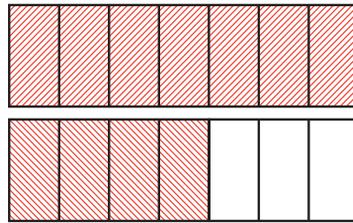


Рис. 194

А чи може виникнути така «неправильна» ситуація, коли чисельник дробу виявиться більшим за знаменник?

На рисунку 194 зображено два рівних прямокутники, кожний з яких поділено на 7 рівних частин. Ми заштрихували весь перший прямокутник і 4 із 7 частин другого прямокутника. У таких випадках говорять, що заштриховано $\frac{11}{7}$ прямокутника.

Звернувшись до рисунка 195, можна сказати, що гості, які прийшли на день народження, можуть з'їсти $\frac{13}{10}$ святкового торта.

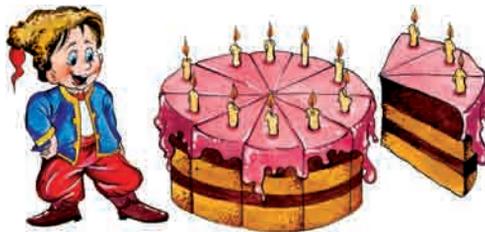


Рис. 195

Дріб, у якого чисельник менший від знаменника, називають правильним.

Дріб, у якого чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називають неправильним.

Наприклад:

дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{584}$ — правильні;

дроби $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{31}{15}$ — неправильні.

На рисунку 196 зображено точку $C\left(\frac{1}{7}\right)$. Якщо відрізок OC відкласти 11 разів від точки O , то отримаємо точку M , координата якої дорівнює $\frac{11}{7}$.

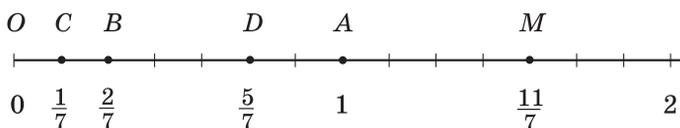


Рис. 196

На рисунку 197 заштриховано $\frac{2}{7}$ прямокутника. При цьому більша частина ($\frac{5}{7}$ прямокутника) залишилася незаштрихованою. Можна зробити висновок, що $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$.



Рис. 197

Цей приклад ілюструє таку властивість дробів.

Із двох дробів з однаковими знаменниками більший той, у якого чисельник більший, а менший той, у якого чисельник менший.

Наприклад, $\frac{5}{9} > \frac{1}{9}$; $\frac{2}{17} < \frac{5}{17}$; $\frac{11}{7} > \frac{5}{7}$.

Розглянемо правильний дріб $\frac{2}{7}$ і неправильний дріб $\frac{11}{9}$. Порівняємо ці дроби з одиницею. Маємо: $\frac{2}{7} < \frac{7}{7}$, тобто $\frac{2}{7} < 1$, а $\frac{11}{9} > \frac{9}{9}$, тобто $\frac{11}{9} > 1$.

Ці приклади ілюструють таку властивість.

Усі правильні дроби менші від одиниці, а неправильні — більші або дорівнюють одиниці.

Ця властивість дозволяє зробити такий висновок.

Кожний неправильний дріб більший за будь-який правильний дріб, а кожний правильний дріб менший від будь-якого неправильного дробу.

Наприклад, $\frac{15}{8} > \frac{3}{5}$, $\frac{4}{11} < \frac{7}{4}$.

Зазначимо, що на координатному промені з двох дробів більший дріб розташований праворуч від меншого.

Наприклад, точка $D\left(\frac{5}{7}\right)$ лежить праворуч від точки $B\left(\frac{2}{7}\right)$,

оскільки $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ (рис. 196).

Розглянемо два рівних прямокутники (рис. 198) і заштрихуємо $\frac{3}{7}$ одного прямокутника та $\frac{3}{10}$ другого. Бачимо, що площа заштрихованої частини першого прямокутника більша за площу заштрихованої частини другого прямокутника. Тоді отримуємо, що $\frac{3}{7} > \frac{3}{10}$.

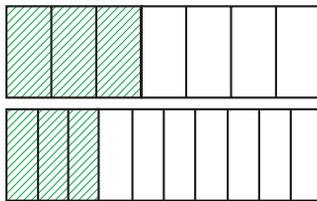


Рис. 198

Цей приклад ілюструє таку властивість дробів.

Із двох дробів з однаковими чисельниками більший той, у якого знаменник менший, а менший той, у якого знаменник більший.

У 6 класі ви навчитеся порівнювати будь-які два звичайних дроби.

ПРИКЛАД Знайдіть усі натуральні значення a , при яких одночасно дріб $\frac{5}{a}$ буде правильним, а дріб $\frac{9}{a}$ — неправильним.

Розв'язання. Щоб дріб $\frac{5}{a}$ був правильним, значення a має бути більшим за 5, а щоб дріб $\frac{9}{a}$ був неправильним, значення a має бути меншим або дорівнювати 9. Тоді a може набути одного з чотирьох значень: 6; 7; 8; 9. ◀



1. Якому числу дорівнює дріб, у якого чисельник дорівнює знаменнику?
2. Який дріб називають правильним?
3. Який дріб називають неправильним?
4. Який із двох дробів з рівними знаменниками більший? менший?
5. Порівняйте з одиницею будь-який правильний дріб; будь-який неправильний дріб.
6. Порівняйте будь-який неправильний дріб з будь-яким правильним дробом.
7. Який із двох дробів з однаковими чисельниками більший?

Розв'язуємо усно

1. Яку частину становить:
 - 1) довжина сторони квадрата від його периметра;
 - 2) секунда від години;
 - 3) доба від невисокосного року;
 - 4) кут, градусна міра якого дорівнює 15° , від прямого кута;
 - 5) кут, градусна міра якого дорівнює 20° , від розгорнутого кута?
2. Дмитрик перебуває в школі з 8 год 30 хв до 14 год 30 хв. Яку частину доби Дмитрик проводить у школі?
3. Івасик зібрав 35 грибів, з яких $\frac{4}{7}$ становлять білі. Скільки білих грибів зібрав Івасик?
4. У саду ростуть 36 вишень, що становить $\frac{4}{9}$ усіх дерев. Скільки дерев росте в саду?
5. Пішохід і велосипедист вирушили назустріч один одному з двох селищ, відстань між якими дорівнює 28 км. Пішохід до зустрічі пройшов $\frac{2}{7}$ шляху. Скільки кілометрів проїхав до зустрічі велосипедист?

Вправи

723.° Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 8.

724.° Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 11.

725.° Запишіть усі неправильні дроби з чисельником 8.

726.° Запишіть усі неправильні дроби з чисельником 11.

727.° Порівняйте числа:

- | | | | |
|--|--|-------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\frac{5}{13}$ і $\frac{7}{13}$; | 4) $\frac{11}{15}$ і $\frac{11}{13}$; | 7) $\frac{7}{12}$ і 1; | 10) $\frac{3}{3}$ і $\frac{19}{19}$; |
| 2) $\frac{37}{41}$ і $\frac{34}{41}$; | 5) $\frac{29}{5}$ і $\frac{29}{6}$; | 8) $\frac{16}{15}$ і 1; | 11) $\frac{3}{4}$ і $\frac{4}{3}$; |
| 3) $\frac{9}{25}$ і $\frac{4}{25}$; | 6) $\frac{5}{23}$ і $\frac{5}{24}$; | 9) $\frac{34}{34}$ і 1; | 12) $\frac{32}{37}$ і $\frac{5}{4}$. |

728.° Порівняйте числа:

- | | | | |
|--|--|--------------------------|---|
| 1) $\frac{16}{23}$ і $\frac{9}{23}$; | 4) $\frac{17}{40}$ і $\frac{17}{45}$; | 7) 1 і $\frac{11}{14}$; | 10) $\frac{22}{22}$ і $\frac{4}{4}$; |
| 2) $\frac{29}{58}$ і $\frac{31}{58}$; | 5) $\frac{9}{4}$ і $\frac{9}{2}$; | 8) 1 і $\frac{28}{25}$; | 11) $\frac{27}{28}$ і $\frac{28}{27}$; |
| 3) $\frac{17}{100}$ і $\frac{21}{100}$; | 6) $\frac{3}{98}$ і $\frac{3}{94}$; | 9) 1 і $\frac{68}{68}$; | 12) $\frac{7}{6}$ і $\frac{57}{59}$. |

729.° Розташуйте дроби в порядку спадання: $\frac{4}{27}$; $\frac{9}{27}$; $\frac{8}{27}$; $\frac{24}{27}$; $\frac{20}{27}$.

730.° Розташуйте дроби в порядку зростання: $\frac{3}{20}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{17}{20}$.

731.° Знайдіть усі натуральні значення x , при яких дріб $\frac{x}{9}$ буде правильним.

732.° Знайдіть усі натуральні значення x , при яких дріб $\frac{x}{15}$ буде правильним.

733.° Знайдіть усі натуральні значення x , при яких дріб $\frac{6}{x}$ буде неправильним.

734.° Знайдіть усі натуральні значення x , при яких дріб $\frac{13}{x}$ буде неправильним.

735.° За зміну робітник має виготовити за нормою 63 деталі. Але Іван Працелюб виконує $\frac{9}{7}$ норми. Скільки деталей виготовляє за зміну Іван Працелюб? На скільки деталей більше за норму він виготовляє за зміну?

736.° Порція галушок у кафе «Пампушечка» складається з 18 галушок. Петро Гурманенко з'їдає на обід $\frac{20}{9}$ порції. Скільки галушок з'їдає на обід Петро? На скільки галушок більше за звичайну порцію він з'їдає?

737.° Знайдіть усі натуральні значення x , при яких виконується нерівність:

$$1) \frac{x}{14} < \frac{9}{14}; \quad 2) \frac{9}{16} < \frac{9}{x}.$$

738.° Знайдіть усі натуральні значення x , при яких виконується нерівність:

$$1) \frac{7}{17} > \frac{x}{17}; \quad 2) \frac{12}{x} > \frac{12}{11}.$$

739.° Які цифри можна підставити замість зірочки, щоб:

1) дріб $\frac{4 * 6}{476}$ був неправильним;

2) дріб $\frac{584}{5 * 6}$ був правильним?

740.** Знайдіть усі натуральні значення b , при яких дріб $\frac{3b+2}{16}$ буде правильним.

741.** Знайдіть усі натуральні значення b , при яких дріб $\frac{42}{10+4b}$ буде неправильним.

742.** Знайдіть усі натуральні значення a , при яких одночасно:

1) обидва дроби $\frac{a}{12}$ і $\frac{7}{a}$ будуть правильними;

2) дріб $\frac{3}{a}$ буде правильним, а дріб $\frac{6}{a}$ — неправильним.

743.** Знайдіть усі натуральні значення a , при яких одночасно:

1) обидва дроби $\frac{a}{8}$ і $\frac{9}{a}$ будуть неправильними;

2) обидва дроби $\frac{a}{10}$ і $\frac{15}{a}$ будуть неправильними, а дріб $\frac{a}{13}$ — правильним.

Вправи для повторення

744. Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 180 дм^3 , а два його виміри — 6 дм і 15 дм . Знайдіть суму довжин усіх ребер паралелепіпеда.

745. Із двох міст, відстань між якими становить 392 км, виїхали одночасно назустріч один одному два автомобілі. Швидкість одного автомобіля дорівнює 48 км/год, що становить $\frac{6}{7}$ швидкості другого автомобіля. Якою буде відстань між автомобілями через 5 год після початку руху?



Задача від Мудрої Сови

746. Вінні-Пух, П'ятачок, Іа та Кролик з'їли разом 70 бананів, причому кожний із них з'їв хоча б один банан. Вінні-Пух з'їв більше за кожного з них, Кролик та Іа з'їли разом 45 бананів. Скільки бананів з'їв П'ятачок?

27. Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками

Дробові числа, як і натуральні числа, можна додавати і віднімати.

На рисунку 199 прямокутник поділено на 9 рівних частин. Спочатку зафарбували 2 частини, а потім ще 5 частин. Таким чином, зафарбованими виявилися $\frac{7}{9}$ прямокутника. Тоді можна зробити висновок, що $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}$.

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб знайти суму двох дробів з однаковими знаменниками, треба додати їхні чисельники, а знаменник залишити той самий.

У буквеному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Розглянемо різницю $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$. Відняти від дроби $\frac{7}{9}$ дріб $\frac{2}{9}$ означає знайти таке число, яке в сумі з числом $\frac{2}{9}$ дає число $\frac{7}{9}$.

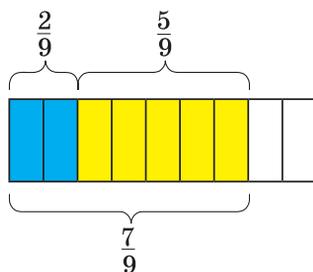


Рис. 199

Оскільки $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$, то $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$.

Щоб знайти різницю двох дробів з однаковими знаменниками, треба від чисельника зменшуваного відняти чисельник від'ємника, а знаменник залишити той самий.

У буквенному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

У 6 класі ви навчитеся додавати і віднімати будь-які два звичайних дробів.

ПРИКЛАД На виконання домашнього завдання з математики Василько витратив 32 хв. Розв'язування задачі зайняло в нього $\frac{3}{8}$ витраченого часу, а розв'язування рівняння — $\frac{2}{8}$ витраченого часу. Скільки хвилин витратив Василько на розв'язування задачі та рівняння?

Розв'язання. 1) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ (часу) — Василько витратив на розв'язування задачі та рівняння.

2) $32 : 8 = 4$ (хв) — становить $\frac{1}{8}$ всього витраченого часу.

3) $4 \cdot 5 = 20$ (хв) — Василько витратив на розв'язування задачі та рівняння.

Відповідь: 20 хв. ◀



1. Сформулюйте правило додавання двох дробів з однаковими знаменниками.
2. Сформулюйте правило віднімання двох дробів з однаковими знаменниками.

Розв'язуємо усно

1. Які цифри можна підставити замість зірочки, щоб дріб $\frac{372}{3 * 5}$ був правильним?
2. На шаховій дошці стоять 14 фігур, з яких 5 — чорні. Яку частину всіх фігур становлять білі фігури? Яку частину чорних фігур становлять білі? Яку частину білих фігур становлять чорні?
3. Від суми чисел 19 і 23 відніміть 34.
4. До суми чисел 18 і 16 додайте їхню різницю.
5. Подвойте суму $37 + 100 + 63$.

6. Назвіть у порядку спадання числа: $\frac{9}{49}$; $\frac{8}{49}$; 1; $\frac{24}{49}$; $\frac{50}{49}$; $\frac{100}{49}$.

Вправи

747.° Виконайте дії:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{7}{18} + \frac{5}{18}; & 3) \frac{23}{47} - \frac{14}{47}; & 5) \frac{3}{29} + \frac{6}{29} - \frac{8}{29}; \\ 2) \frac{11}{24} + \frac{8}{24}; & 4) \frac{31}{58} - \frac{16}{58}; & 6) \frac{29}{64} - \frac{14}{64} - \frac{9}{64}. \end{array}$$

748.° Виконайте дії:

$$1) \frac{5}{19} + \frac{6}{19}; \quad 2) \frac{7}{13} - \frac{4}{13}; \quad 3) \frac{19}{25} + \frac{4}{25} - \frac{22}{25}; \quad 4) \frac{34}{39} - \frac{15}{39} - \frac{8}{39}.$$

749.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{4}{15} + x = \frac{11}{15}; \quad 2) \frac{16}{21} - x = \frac{9}{21}; \quad 3) x - \frac{4}{35} = \frac{12}{35}.$$

750.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{7}{10} + x = \frac{9}{10}; \quad 2) \frac{29}{32} - x = \frac{15}{32}.$$

751.° За перший день Михайлик прочитав $\frac{5}{16}$ книжки, а за другий

день — $\frac{7}{16}$ книжки. Яку частину книжки прочитав Михайлик за два дні?

752.° Для перевезення вантажу використали кілька вантажівок.

На одну з них поклали $\frac{6}{19}$ вантажу, а на другу — $\frac{8}{19}$ вантажу.

Яку частину вантажу перевезли ці дві машини?

753.° Кіт Базиліо з'їв на обід $\frac{9}{20}$ кг сосисок, а лисиця Аліса — на

$\frac{3}{20}$ кг більше, ніж Базиліо. Скільки кілограмів сосисок з'їли на обід Базиліо та Аліса разом?

754.° Вирушивши на прогулянку, черепаха Тортила за першу го-

дину проповзла $\frac{23}{50}$ км, що на $\frac{5}{50}$ км більше, ніж за другу годи-

ну. Скільки кілометрів проповзла Тортила за дві години?

755.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{52}{63} - \frac{x}{63} = \frac{25}{63}; \quad 2) \frac{x}{38} + \frac{14}{38} = \frac{23}{38};$$

3) $\left(\frac{12}{13} + x\right) - \frac{5}{13} = \frac{9}{13};$

4) $\left(x - \frac{21}{31}\right) + \frac{14}{31} = \frac{25}{31}.$

756. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x}{72} - \frac{13}{72} = \frac{29}{72};$

3) $\frac{15}{17} - \left(b - \frac{3}{17}\right) = \frac{6}{17};$

2) $\left(\frac{29}{42} - a\right) - \frac{13}{42} = \frac{11}{42};$

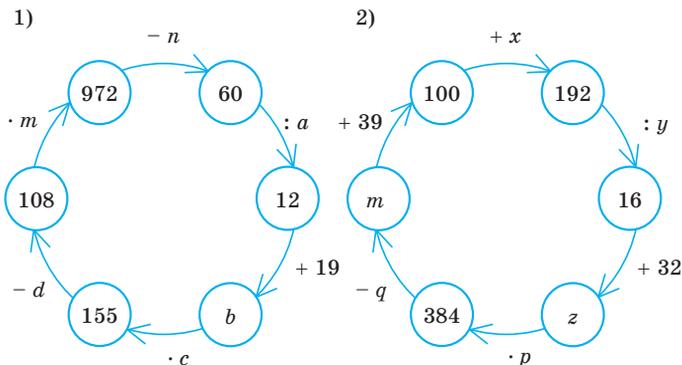
4) $\frac{29}{43} - \left(m + \frac{13}{43}\right) = \frac{5}{43}.$

757. Овочевий магазин продав 240 кг картоплі. Першого дня було продано $\frac{3}{16}$ картоплі, а другого дня — $\frac{7}{16}$. Скільки кілограмів картоплі було продано за два дні?

758. Довжина побудованої дороги становить 92 км. За перший місяць побудували $\frac{6}{23}$ дороги, а за другий місяць — $\frac{9}{23}$. Скільки кілометрів дороги було побудовано за два місяці?

Вправи для повторення

759. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:



760. Знайдіть усі натуральні числа, при діленні яких на 7 неповна частка дорівнюватиме остачі.



Задача від Мудрої Сови

761. У коробці лежать 4 білих, 5 чорних і 6 червоних кульок. Яку найменшу кількість кульок треба вийняти з коробки, щоб серед них обов'язково виявилася: 1) 3 кульки одного кольору; 2) кульки всіх трьох кольорів?

28. Дроби і ділення натуральних чисел

Чи можна число 3 поділити на 4? Нібито не можна. Але тоді виходить, що четверо шукачів скарбів, коли знайдуть 3 мішки із золотом, не зможуть розділити здобич? Звісно, зможуть. Наприклад, можна зробити так: поділити кожний великий мішок із золотом на 4 однакових малих мішки. Тоді кожен шукач скарбів візьме собі 3 малих мішки (рис. 200). Отже, будь-хто з них отримає $\frac{3}{4}$ великого мішка.



Рис. 200

Таким чином, результатом ділення числа 3 на число 4 є дробове число $\frac{3}{4}$, тобто $3 : 4 = \frac{3}{4}$. Цей приклад наочно ілюструє зв'язок між діленням натуральних чисел і звичайними дробами.

Тепер *риску дробу можна розглядати як знак ділення*, а запис $\frac{a}{b}$ читати «*a* поділити на *b*».

Наприклад, $\frac{3}{7} = 3 : 7$, $\frac{7}{4} = 7 : 4$.

Зазначимо, що *результат ділення двох натуральних чисел може бути натуральним або дробовим числом*.

Наприклад:

$$35 : 7 = \frac{35}{7} = 5; \quad 17 : 8 = \frac{17}{8}; \quad 9 : 16 = \frac{9}{16}; \quad 12 : 1 = \frac{12}{1} = 12.$$

Будь-яке натуральне число можна записати у вигляді дроби з яким завгодно знаменником. Наприклад:

$$7 = \frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{42}{6}; \quad 1 = \frac{3}{3} = \frac{7}{7} = \frac{1000}{1000}.$$

ПРИКЛАД Розв'яжіть рівняння $\frac{81}{y-4} = 27$.

Розв'язання. Оскільки знаменник можна розглядати як невідомий дільник, то, скориставшись правилом знаходження невідомого дільника, отримуємо:

$$y - 4 = 81 : 27;$$

$$y - 4 = 3;$$

$$y = 7.$$

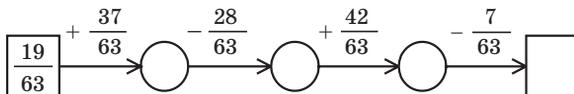
Відповідь: 7. ◀



1. Яку арифметичну дію позначає риска дроби?
2. Яким числом може бути результат ділення двох натуральних чисел?

Розв'язуємо усно

1. Заповніть ланцюжок обчислень:



2. Вік онука становить $\frac{2}{7}$ віку дідуся. Скільки років онуку, якщо дідусеві 63 роки?
3. Вік онучки становить $\frac{3}{8}$ віку бабусі. Скільки років бабусі, якщо онучці 27 років?
4. Усі дроби $\frac{3}{7}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{4}{6}$, крім одного, мають спільну властивість. Яка це властивість? Який із дробів цієї властивості не має?

Вправи

- 762.** ° Запишіть у вигляді дроби частку:

1) $4 : 12$;

3) $16 : 8$;

5) $12 : 23$;

2) $6 : 25$;

4) $14 : 23$;

6) $17 : 11$.

763.° Запишіть у вигляді дробу частку:

- 1) $5 : 7$; 3) $1 : 6$; 5) $6 : 1$;
 2) $19 : 4$; 4) $30 : 4$; 6) $12 : 39$.

764.° Запишіть у вигляді частки дріб:

- 1) $\frac{7}{12}$; 2) $\frac{17}{584}$; 3) $\frac{11}{7}$.

765.° Запишіть у вигляді частки дріб:

- 1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{3}{10}$; 3) $\frac{29}{5}$.

766.° Запишіть число 6 у вигляді дробу зі знаменником: 1) 1;
 2) 4; 3) 19.

767.° Запишіть число 12 у вигляді дробу зі знаменником: 1) 1;
 2) 5; 3) 23.

768.** Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{b}{7} = 12$; 2) $\frac{169}{m} = 13$; 3) $\frac{126}{8-y} = 21$.

769.** Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{x}{4} = 5$; 2) $\frac{105}{y} = 7$; 3) $\frac{x+12}{6} = 14$.

Вправи для повторення

770. Фермер має ділянку землі прямокутної форми. Довжина ділянки дорівнює 28 м, що становить $\frac{7}{4}$ її ширини. На площі, яка дорівнює $\frac{30}{56}$ ділянки, він посадив яблуневий сад. Знайдіть площу саду.

771. На одну вантажівку можна навантажити 3 т вугілля. Яка найменша кількість таких вантажівок потрібна, щоб перевезти 28 т?



Задача від Мудрої Сови

772. У 5 класі навчаються 35 учнів. Чи зможе кожен учень цього класу обмінятися листівками з п'ятьма своїми однокласниками?

29. Мішані числа

Число $\frac{19}{7}$ можна записати у вигляді суми двох дробів, наприклад, так: $\frac{19}{7} = \frac{14+5}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7}$. Оскільки $\frac{14}{7} = 2$, то $\frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$.

Аналогічно можна записати: $\frac{21}{5} = \frac{20+1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = 4 + \frac{1}{5}$.

Кожний із неправильних дробів $\frac{19}{7}$ і $\frac{21}{5}$ ми записали у вигляді суми натурального числа і правильного дробу.

Так можна записати *будь-який* неправильний дріб, чисельник якого не ділиться націло на знаменник.

Такі суми, як $2 + \frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5}$, прийнято записувати більш коротко: $2 + \frac{5}{7} = 2\frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$. Число $2\frac{5}{7}$ читають: «два цілих п'ять сьомих», число $4\frac{1}{5}$ читають: «чотири цілих одна п'ята».

Число $2\frac{5}{7}$ називають **мішаним числом**. У мішаному числі $2\frac{5}{7}$ натуральне число 2 називають **цілою частиною** мішаного числа, а дріб $\frac{5}{7}$ — його **дробовою частиною**.

Дробова частина мішаного числа є правильним дробом.

Зазначимо, що, наприклад, числа $5\frac{7}{3}$, $1\frac{11}{10}$, $3\frac{7}{7}$ мішаними не є, оскільки дроби $\frac{7}{3}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{7}$ не є правильними.

Навчимося записувати неправильний дріб у вигляді мішаного числа, тобто **виділяти** (знаходити) його цілу і дробову частини.

Розглянемо, наприклад, число $\frac{22}{5}$. Маємо:

$$\frac{22}{5} = \frac{20+2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}.$$

А як здогадатися, що число 22 треба подати саме так: $22 = 20 + 2$?

Якщо виконати ділення з остачею числа 22 на число 5, то отримаємо: $22 = 4 \cdot 5 + 2$, де число 4 — неповна частка, число 2 — остача, тобто $22 = 20 + 2$. Зауважимо, що число 4 і є цілою частиною мішаного числа, а число 2 — чисельником його дробової частини.

Щоб неправильний дріб, чисельник якого не ділиться націло на знаменник, перетворити в мішане число, треба чисельник поділити на знаменник; отриману неповну частку записати як цілу частину мішаного числа, а остачу — як чисельник його дробової частини.

Будь-який неправильний дріб, чисельник якого не ділиться націло на знаменник, можна подати у вигляді мішаного числа.

Якщо чисельник неправильного дробу ділиться націло на знаменник, то цей дріб дорівнює натуральному числу. Наприклад:

$$\frac{28}{7} = 4; \quad \frac{63}{9} = 7; \quad \frac{17}{17} = 1.$$

ПРИКЛАД 1 Перетворіть неправильний дріб $\frac{212}{13}$ у мішане число.

Розв'язання. Поділимо чисельник дробу на знаменник:

	2	1	2	1	3
	1	3		1	6
		8	2		
		7	8		
			4		

Неповна частка 16 — це ціла частина числа, а остача 4 — чисельник дробової частини. Отже, $\frac{212}{13} = 16\frac{4}{13}$. ◀

Перетворимо мішане число $7\frac{2}{3}$ у неправильний дріб. Запишемо:

$$7\frac{2}{3} = 7 + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{21 + 2}{3} = \frac{23}{3}.$$

Щоб перетворити мішане число в неправильний дріб, треба цілу частину помножити на знаменник дробової частини та отриманого добутку додати чисельник дробової частини; цю суму записати як чисельник неправильного дробу, а в його знаменнику записати знаменник дробової частини мішаного числа.

Наприклад: $5\frac{4}{9} = \frac{5 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{49}{9}$.

Зазначимо, що властивості додавання натуральних чисел виконуються і для дробових чисел:

$$a + b = b + a \text{ —}$$

переставна властивість додавання,

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ —}$$

сполучна властивість додавання

Скориставшись цими властивостями, знайдемо суму $4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7}$.

$$\text{Маємо: } 4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7} = \left(4 + \frac{2}{7}\right) + \left(2 + \frac{3}{7}\right) = (4+2) + \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) = 6 + \frac{5}{7} = 6\frac{5}{7}.$$

Щоб знайти суму двох мішаних чисел, треба окремо додати їхні цілі та дробові частини.

ПРИКЛАД 2 Виконайте додавання $3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9}$.

Розв'язання. Маємо:

$$3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9} = 8\frac{11}{9} = 8 + \frac{11}{9} = 8 + 1\frac{2}{9} = 9\frac{2}{9}. \quad \blacktriangleleft$$

Навчимося віднімати мішані числа, дробові частини яких мають рівні знаменники. Якщо дробова частина зменшуваного більша або дорівнює дробовій частині від'ємника, то можна скористатись таким правилом.

Щоб знайти різницю двох мішаних чисел, треба від цілої та дробової частин зменшуваного відняти відповідно цілу та дробову частини від'ємника.

Наприклад:

$$8\frac{19}{20} - 6\frac{12}{20} = (8-6) + \left(\frac{19}{20} - \frac{12}{20}\right) = 2 + \frac{7}{20} = 2\frac{7}{20}.$$

ПРИКЛАД 3 Виконайте віднімання:

$$1) \ 1 - \frac{13}{17}; \quad 2) \ 5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}.$$

Розв'язання. 1) Оскільки число 1 можна записати у вигляді дробу як $\frac{17}{17}$, то отримуємо: $1 - \frac{13}{17} = \frac{17}{17} - \frac{13}{17} = \frac{4}{17}$.

2) Звернемо увагу, що дробова частина зменшуваного менша від дробової частини від'ємника, тому наведеним правилом скористатися не можна. «Підготуємо» зменшуване до віднімання:

$$5\frac{4}{13} = 5 + \frac{4}{13} = 4 + 1 + \frac{4}{13} = 4 + \frac{13}{13} + \frac{4}{13} = 4\frac{17}{13}.$$

$$\text{Маємо: } 5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13} = 4\frac{17}{13} - 2\frac{9}{13} = 2\frac{8}{13}. \quad \blacktriangleleft$$



1. У вигляді якого числа можна подати суму натурального числа та правильного дробу?
2. Як у записі мішаного числа називають натуральне число? правильний дріб?
3. Яким дробом є дробова частина мішаного числа?

4. У якому випадку неправильний дріб дорівнює натуральному числу?
5. Як неправильний дріб, чисельник якого націло не ділиться на знаменник, перетворити в мішане число?
6. Як мішане число перетворити в неправильний дріб?
7. Сформулюйте правило додавання двох мішаних чисел.
8. Як знайти різницю двох мішаних чисел?

Розв'язуємо усно

1. Порівняйте значення виразів:

$$1) \frac{7}{11} + \frac{10}{11} \text{ і } \frac{23}{11} - \frac{8}{11}; \quad 3) \frac{9}{16} + \frac{8}{16} \text{ і } \frac{4}{3} - \frac{2}{3};$$

$$2) \frac{19}{27} + \frac{13}{27} - \frac{10}{27} \text{ і } \frac{16}{27} - \frac{7}{27} + \frac{14}{27}; \quad 4) \frac{30}{51} + \frac{16}{51} + \frac{4}{51} \text{ і } \frac{7}{9} + \frac{2}{9}.$$

2. Відповіддю до яких з даних задач є число $\frac{5}{6}$?

- 1) Скільки кілограмів цукерок отримав кожний із шести туристичних загонів, між якими поділили порівну 5 кг цукерок?
- 2) З якою швидкістю йшов пішохід, якщо за 6 год він пройшов 5 км?
- 3) Із 6 м тканини пошили 5 фартушків. Скільки метрів тканини пішло на один фартушок?
- 4) Розв'яжіть рівняння $6x = 5$.

3. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{y}{6} = 3; \quad 2) \frac{6}{y} = 3; \quad 3) 3y = 6; \quad 4) 6y = 3.$$

4. Назвіть усі пари правильних дробів зі знаменником 9, сума яких дорівнює $\frac{7}{9}$.

5. На обід Пончик з'їв 42 вареники, з яких $\frac{4}{7}$ становили вареники із сиром, $\frac{1}{7}$ — вареники з картоплею, а решту — вареники з вишнями. Скільки вареників з вишнями з'їв Пончик?

Вправи

773. ° Перетворіть неправильний дріб у мішане число:

$$1) \frac{9}{4}; \quad 2) \frac{16}{7}; \quad 3) \frac{29}{8}; \quad 4) \frac{55}{9}; \quad 5) \frac{83}{24}; \quad 6) \frac{96}{19}.$$

774.° Перетворіть неправильний дріб у мішане число:

1) $\frac{13}{5}$; 2) $\frac{18}{11}$; 3) $\frac{37}{12}$; 4) $\frac{68}{23}$; 5) $\frac{79}{12}$; 6) $\frac{83}{18}$.

775.° Запишіть частку у вигляді дробу і виділіть з отриманого дробу цілу і дробову частини:

1) $10 : 6$; 3) $23 : 11$; 5) $425 : 50$;
2) $18 : 5$; 4) $19 : 6$; 6) $55 : 6$.

776.° Запишіть частку у вигляді дробу і виділіть з отриманого дробу цілу і дробову частини:

1) $7 : 2$; 3) $25 : 8$; 5) $327 : 10$;
2) $9 : 4$; 4) $110 : 20$; 6) $812 : 81$.

777.° Запишіть число у вигляді неправильного дробу:

1) $2\frac{4}{7}$; 2) $3\frac{5}{12}$; 3) $4\frac{7}{20}$; 4) $6\frac{11}{24}$; 5) $7\frac{23}{100}$; 6) $10\frac{16}{27}$.

778.° Запишіть число у вигляді неправильного дробу:

1) $4\frac{3}{4}$; 2) $9\frac{6}{11}$; 3) $3\frac{9}{17}$; 4) $12\frac{5}{6}$; 5) $13\frac{49}{100}$; 6) $8\frac{3}{16}$.

779.° Виконайте дії:

1) $8 + \frac{4}{21}$; 2) $5\frac{16}{19} + 3\frac{5}{19}$; 3) $7\frac{7}{16} - 3\frac{3}{16}$; 4) $10\frac{12}{17} + 5\frac{4}{17} - 3\frac{3}{17}$.

780.° Виконайте дії:

1) $\frac{14}{93} + 5$; 2) $6\frac{17}{41} + 7\frac{19}{41}$; 3) $24\frac{9}{38} - 17\frac{5}{38}$; 4) $15\frac{7}{10} - 2\frac{4}{10} + 6\frac{1}{10}$.

781.° Обчисліть:

1) $6\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}$; 5) $1 - \frac{13}{40}$; 9) $14\frac{6}{20} - 8\frac{12}{20}$;
2) $10\frac{11}{19} + 5\frac{14}{19}$; 6) $4 - 1\frac{4}{7}$; 10) $8\frac{3}{14} - 5\frac{9}{14}$;
3) $1\frac{5}{8} + 3\frac{7}{8}$; 7) $10 - 9\frac{3}{10}$; 11) $7\frac{10}{21} - 4\frac{16}{21}$;
4) $1 - \frac{3}{11}$; 8) $5\frac{2}{7} - 2\frac{5}{7}$; 12) $14\frac{8}{31} - 6\frac{8}{31}$.

782.° Обчисліть:

1) $7\frac{14}{15} + 2\frac{1}{15}$; 3) $1 - \frac{12}{19}$; 5) $12 - 11\frac{6}{11}$;
2) $9\frac{24}{27} + 12\frac{13}{27}$; 4) $8 - 3\frac{6}{15}$; 6) $16\frac{3}{13} - 6\frac{8}{13}$;

7) $13\frac{4}{9} - 2\frac{8}{9}$;

8) $10\frac{7}{16} - 4\frac{12}{16}$;

9) $29\frac{49}{53} - 8\frac{49}{53}$.

783.° Розв'яжіть рівняння:

1) $x + 4\frac{4}{19} = 6\frac{2}{19}$;

2) $25 - x = 8\frac{3}{14}$;

3) $32 - x = 9\frac{18}{35}$.

784.° Розв'яжіть рівняння:

1) $4\frac{5}{7} - \left(x - 6\frac{3}{7}\right) = 2\frac{6}{7}$;

2) $19\frac{28}{34} - \left(m + 2\frac{29}{34}\right) = 12\frac{15}{34}$.

785.° Розв'яжіть рівняння:

1) $7\frac{7}{30} - \left(5\frac{11}{30} - y\right) = 3\frac{19}{30}$;

2) $\left(x - 1\frac{9}{17}\right) + 2\frac{14}{17} = 5\frac{5}{17}$.

786.° Тарас, Богдан і Андрій з'їли кавун. Тарас з'їв $\frac{2}{9}$ кавуна,Богдан — $\frac{4}{9}$. Яку частину кавуна з'їв Андрій?787.° Оксанка, Іринка, Даринка та Павлінка з'їли торт. Оксанка з'їла $\frac{3}{16}$ торта, Іринка — $\frac{5}{16}$, Даринка — $\frac{2}{16}$. Яку частину торта з'їла Павлінка?788.° Три трактористи зорали разом поле. Бригадир записав, що один із них зорав $\frac{5}{13}$ поля, другий — $\frac{4}{13}$, а третій — $\frac{6}{13}$. Чи не помилився бригадир?789.° Фермер вирішив виділити під моркву $\frac{3}{20}$ городу, під буряк — $\frac{4}{20}$, під цибулю — $\frac{6}{20}$, під горох — $\frac{2}{20}$, під картоплю — $\frac{7}{20}$. Чи зможе він реалізувати свій план?

790.° Яке найбільше натуральне число задовольняє нерівність:

1) $n < \frac{123}{30}$;

2) $\frac{198}{15} > n$?

791.° Яке найбільше натуральне число задовольняє нерівність:

1) $n < \frac{206}{13}$;

2) $\frac{324}{16} > n$?

792.° Яке найменше натуральне число задовольняє нерівність:

1) $m > \frac{13}{5}$;

2) $\frac{275}{10} < m$?

793.* Яке найменше натуральне число задовольняє нерівність:

1) $m > \frac{34}{6}$;

2) $\frac{421}{16} < m$?

794.* Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $2\frac{1}{3} < \frac{x}{3} < 3\frac{2}{3}$;

2) $1\frac{5}{12} < \frac{17}{x} < 2\frac{1}{8}$.

795.* Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $3\frac{11}{15} < \frac{x}{15} < 4$;

2) $3\frac{1}{8} < \frac{25}{x} < 8\frac{1}{3}$.

796.** При яких натуральних значеннях a є правильною нерівність, ліва частина якої — неправильний дріб:

1) $\frac{20}{a} < 2$;

2) $\frac{4}{a} > a$?

797.** При яких натуральних значеннях a є правильною нерівність $\frac{10}{a} > a$, ліва частина якої — неправильний дріб?

Вправи для повторення

798. Одна зі сторін трикутника у 2 рази менша від другої і на 7 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 39 см.

799. Загальна площа трьох найбільших озер України Сасик, Ялпуг і Кугурлуй становить 448 км². Площа озера Сасик на 56 км² більша за площу озера Ялпуг і на 111 км² більша за площу озера Кугурлуй. Знайдіть площу кожного озера.

800. Пляшка кефіру коштує 22 грн 80 к. У Катерини є 100 грн. Яку найбільшу кількість пляшок кефіру вона зможе купити? Скільки грошей у неї залишиться?



Задача від Мудрої Сови

801. Учні Федоренко, Дмитренко і Петренко входять до складу збірної школи із шахів. Імена цих учнів — Федір, Дмитро та Петро. Відомо, що прізвище Федора не Петренко, волосся Дмитра рудого кольору й навчається він у шостому класі; Петренко навчається в сьомому класі, а волосся Федоренка чорного кольору. Укажіть прізвище та ім'я кожного хлопчика.

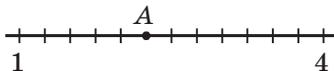
ЗАВДАННЯ № 4 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Колоду розпилили на дві колоди завдовжки 3 м і 4 м. Яку частину даної колоди становить менша з отриманих колод?

- А) $\frac{3}{7}$ В) $\frac{3}{4}$ В) $\frac{1}{3}$ Г) $\frac{1}{7}$

2. На рисунку зображено частину координатного променя. Яку координату має точка А?

- А) 3 В) $2\frac{3}{4}$
 Б) $2\frac{1}{4}$ Г) $3\frac{1}{3}$



3. Укажіть правильну нерівність.

- А) $\frac{7}{6} < \frac{6}{7}$ В) $\frac{1}{5} > \frac{1}{4}$ В) $\frac{7}{13} < \frac{9}{13}$ Г) $\frac{15}{19} > \frac{17}{19}$

4. До магазину завезли 250 кг цукру. За перший день було продано $\frac{3}{5}$ завезеного цукру. Скільки кілограмів цукру було продано за перший день?

- А) 180 кг Б) 120 кг В) 200 кг Г) 150 кг

5. У школі навчаються 280 хлопчиків, які становлять $\frac{4}{7}$ усіх учнів. Скільки всього учнів у цій школі?

- А) 490 Б) 420 В) 240 Г) 160

6. Перетворіть у мішане число дріб $\frac{49}{11}$.

- А) $5\frac{6}{11}$ Б) $4\frac{5}{11}$ В) $4\frac{4}{11}$ Г) $5\frac{4}{11}$

7. Подайте у вигляді неправильного дробу число $4\frac{5}{12}$.

- А) $\frac{64}{12}$ Б) $\frac{53}{12}$ В) $\frac{9}{12}$ Г) $\frac{21}{12}$

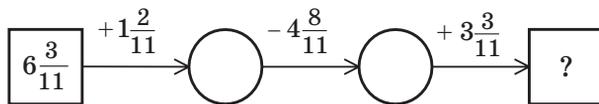
8. Обчисліть різницю $9 - 5\frac{2}{7}$.

- А) $4\frac{5}{7}$ Б) $3\frac{2}{7}$ В) $4\frac{2}{7}$ Г) $3\frac{5}{7}$

9. Чому дорівнює найменше натуральне значення m , при якому є правильною нерівність $m > \frac{35}{6}$?

- А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7

10. Яке число має стояти в кінці ланцюжка обчислень?



- А) 6 Б) 7 В) $6\frac{6}{11}$ Г) $5\frac{10}{11}$

11. При якому найбільшому натуральному значенні m дріб $\frac{30}{5m+10}$ буде неправильним?

- А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6

12. Укажіть усі натуральні значення a , при яких кожний із дробів $\frac{a}{7}$ і $\frac{4}{a}$ буде правильним.

- А) 4; 5; 6; 7 В) 5; 6; 7
Б) 5; 6 Г) таких значень не існує

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 4

Правильний дріб

Дріб, у якого чисельник менший від знаменника, називають правильним.

Неправильний дріб

Дріб, у якого чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називають неправильним.

Порівняння дробів

- Із двох дробів з однаковими знаменниками більший той, у якого чисельник більший, а менший той, у якого чисельник менший.
- Із двох дробів з однаковими чисельниками більший той, у якого знаменник менший, а менший той, у якого знаменник більший.
- Усі правильні дроби менші від одиниці, а неправильні — більші або дорівнюють одиниці.
- Кожний неправильний дріб більший за будь-який правильний дріб.

Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками

- Щоб знайти суму двох дробів з однаковими знаменниками, треба додати їхні чисельники, а знаменник залишити той самий.
- Щоб знайти різницю двох дробів з однаковими знаменниками, треба від чисельника зменшуваного відняти чисельник від'ємника, а знаменник залишити той самий.

Додавання і віднімання мішаних чисел

- Щоб знайти суму двох мішаних чисел, треба окремо додати їхні цілі та дробові частини.
- Щоб знайти різницю двох мішаних чисел, треба від цілої та дробової частин зменшуваного відняти відповідно цілу та дробову частини від'ємника.

Перетворення неправильного дроби в мішане число

Щоб неправильний дріб, чисельник якого не ділиться націло на знаменник, перетворити в мішане число, треба чисельник поділити на знаменник; отриману неповну частку записати як цілу частину мішаного числа, а остачу — як чисельник його дробової частини.

Перетворення мішаного числа в неправильний дріб

Щоб перетворити мішане число в неправильний дріб, треба цілу частину числа помножити на знаменник дробової частини та до отриманого добутку додати чисельник дробової частини; цю суму записати як чисельник неправильного дроби, а в його знаменнику записати знаменник дробової частини мішаного числа.

§ 5. ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ

30. Уявлення про десяткові дроби

Мабуть, ви помічали, що в буденному житті нерідко доводиться стикатися з величинами, які відрізняються одна від одної в 10, 100, 1000, 10 000 і т. д. разів. Наприклад, $1 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ см}$, $1 \text{ к.} = \frac{1}{100} \text{ грн}$, $1 \text{ г} = \frac{1}{1000} \text{ кг}$, $1 \text{ м}^2 = \frac{1}{10\,000} \text{ га}$.

Для дробів, знаменники яких дорівнюють 10, 100, 1000, 10 000 і т. д., придумали зручну, «одноповерхову» форму запису. Пишуть:

$\frac{1}{10} = 0,1$	$\frac{1}{100} = 0,01$	$\frac{1}{1000} = 0,001$	$\frac{1}{10000} = 0,0001$
----------------------	------------------------	--------------------------	----------------------------

Наведемо ще кілька прикладів: $\frac{7}{10} = 0,7$ (запис 0,7 читають: «нуль цілих сім десятих»); $\frac{12}{100} = 0,12$ (запис 0,12 читають: «нуль цілих дванадцять сотих»); $2\frac{973}{1000} = 2,973$ (запис 2,973 читають: «два цілих дев'ятсот сімдесят три тисячних»); $\frac{43}{10} = 4\frac{3}{10} = 4,3$ (запис 4,3 читають: «чотири цілих три десятих»); $\frac{3}{100} = 0,03$ (запис 0,03 читають: «нуль цілих три сотих»); $2\frac{508}{10\,000} = 2,0508$ (запис 2,0508 читають: «два цілих п'ятсот вісім десятитисячних»).

Таку форму запису дробів називають **десятьковою**. Дроби, записані в такій формі, називають **десятьковими дробами**. Числа 0,7; 0,12; 2,973; 4,3; 0,03; 2,0508 — приклади десяткових дробів.

У записі десяткового дробу кома відокремлює цілу частину від дробової. Вважають, що ціла частина правильного дробу дорівнює 0. Зверніть увагу на те, що в записі звичайного правильного дробу цілу частину, яка дорівнює нулю, не пишуть, а в записі десяткового дробу — пишуть.

Запис дробової частини десяткового дробу містить стільки цифр, скільки нулів у записі знаменника відповідного звичайного дробу.

Зауважимо, що коли кількість цифр чисельника звичайного дробу на 1, 2, 3 і т. д. менша від кількості нулів у записі знаменника

дробу, то між комою і числом, яке дорівнює чисельнику, пишуть відповідно 1, 2, 3 і т. д. нулі.

Тому, наприклад, $6\frac{3}{1000} = 6,003$; $\frac{17}{1000} = 0,017$; $3\frac{527}{1000} = 3,527$.

Іноді виникає потреба розглядати натуральне число як десятковий дріб, у якого дробова частина дорівнює нулю. Домовились, наприклад, що $3 = 3,0$; $171 = 171,0$ і т. д.

Нагадаємо, що десятковий запис натурального числа має таку властивість: одиниця молодшого розряду в 10 разів менша від одиниці сусіднього старшого розряду. Така властивість притаманна й запису десяткових дробів. Отже, одразу після коми йде **розряд десятих**, далі **розряд сотих**, потім **розряд тисячних** і т. д.

Наприклад, наведемо назви розрядів числа 23,70549:

Ціла частина		Дробова частина				
2	3	7	0	5	4	9
Десятки	Одиниці	Десяті	Соті	Тисячні	Десятитисячні	Стотисячні

При читанні десяткового дробу спочатку називають його цілу частину, додаючи слово «цілих», а потім називають дробову частину, додаючи назву останнього розряду. Наприклад, десятковий дріб 23,70549 читають: «двадцять три цілих сімдесят тисяч п'ятсот сорок дев'ять стотисячних».

ПРИКЛАД 1 Запишіть у вигляді десяткового дробу частку $347 : 100$.

Розв'язання. Маємо:

$$347 : 100 = \frac{347}{100} = 3\frac{47}{100} = 3,47. \quad \blacktriangleleft$$

ПРИКЛАД 2 Виразіть у метрах і запишіть у вигляді десяткового дробу: 1) 24 см; 2) 5 см; 3) 356 см; 4) 7 см 2 мм.

Розв'язання. Маємо:

$$1) \quad 24 \text{ см} = \frac{24}{100} \text{ м} = 0,24 \text{ м}; \quad 2) \quad 5 \text{ см} = \frac{5}{100} \text{ м} = 0,05 \text{ м};$$

$$3) \quad 356 \text{ см} = \frac{356}{100} \text{ м} = 3\frac{56}{100} \text{ м} = 3,56 \text{ м};$$

$$4) \quad 7 \text{ см } 2 \text{ мм} = 72 \text{ мм} = \frac{72}{1000} \text{ м} = 0,072 \text{ м}. \quad \blacktriangleleft$$



1. Які знаменники мають бути у дробів, щоб до них можна було застосувати десяткову форму запису?
2. Який знак у записі десяткового дробу відокремлює цілу частину від дробової?
3. Чому дорівнює ціла частина правильного дробу?
4. Скільки цифр містить запис дробової частини десяткового дробу?
5. Назвіть за порядком чотири розряди, які йдуть у записі десяткового дробу після коми.
6. Як читають десятковий дріб?

Розв'язуємо усно

1. Яку частину:
 - 1) метра становить: 1 см; 3 дм; 4 мм;
 - 2) тонни становить: 1 кг; 5 ц; 346 кг;
 - 3) квадратного метра становить: 1 дм²; 8 см²?
2. У скільки разів:
 - 1) 1 см менше від 1 м;
 - 2) 10 г менше від 1 кг;
 - 3) 9 м більше за 9 дм;
 - 4) 4 ц більше за 20 кг?
3. До суми чисел 28 і 6 додайте суму чисел 12 і 14.
4. Від різниці чисел 30 і 16 відніміть різницю чисел 42 і 29.
5. Добуток чисел 12 і 5 помножьте на добуток чисел 15 і 4.
6. Частку чисел 90 і 15 поділіть на частку чисел 84 і 14.
7. У саду ростуть 10 яблунь. З першої яблуні Одарка зірвала 1 яблуко, з другої — 2 яблука, з третьої — 3 яблука й т. д., а з десятої — 10 яблук. Скільки всього яблук зірвала Одарка?

Вправи

802.° Запишіть у вигляді десяткового дробу:

- | | | | |
|-------------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $\frac{8}{10}$; | 5) $6\frac{27}{100}$; | 9) $5\frac{1}{1000}$; | 13) $\frac{3}{1\ 000\ 000}$; |
| 2) $\frac{34}{100}$; | 6) $42\frac{174}{1000}$; | 10) $63\frac{19}{100\ 000}$; | 14) $3\frac{15}{100}$; |
| 3) $\frac{683}{1000}$; | 7) $9\frac{3}{100}$; | 11) $\frac{32}{10\ 000}$; | 15) $3\frac{15}{1000}$; |
| 4) $14\frac{5}{10}$; | 8) $17\frac{24}{1000}$; | 12) $\frac{4}{1000}$; | 16) $3\frac{15}{10\ 000}$. |

803.° Прочитайте десятковий дріб:

- | | | | |
|----------|-------------|-----------|--------------|
| 1) 1,6; | 4) 6,325; | 7) 0,05; | 10) 0,0304; |
| 2) 12,8; | 5) 17,4192; | 8) 0,005; | 11) 12,098; |
| 3) 5,24; | 6) 0,5; | 9) 3,04; | 12) 0,01012. |

804.° Запишіть у вигляді десяткового дробу:

- 1) $\frac{7}{10}$; 4) $9\frac{83}{100}$; 7) $74\frac{13}{100\,000}$; 10) $1\frac{1}{10}$;
2) $\frac{27}{100}$; 5) $1\frac{5}{100}$; 8) $\frac{6}{1000}$; 11) $1\frac{1}{100}$;
3) $21\frac{8}{10}$; 6) $18\frac{45}{1000}$; 9) $\frac{12}{10\,000}$; 12) $1\frac{1}{1000}$.

805.° Виділіть цілу та дробову частини числа й запишіть дане число у вигляді десяткового дробу:

- 1) $\frac{23}{10}$; 3) $\frac{5273}{1000}$; 5) $\frac{9132}{1000}$;
2) $\frac{851}{100}$; 4) $\frac{3636}{100}$; 6) $\frac{654\,321}{10\,000}$.

806.° Виділіть цілу та дробову частини числа й запишіть дане число у вигляді десяткового дробу:

- 1) $\frac{34}{10}$; 2) $\frac{3978}{1000}$; 3) $\frac{9266}{100}$; 4) $\frac{2\,948\,697}{100\,000}$.

807.° Запишіть число у вигляді звичайного дробу або мішаного числа:

- 1) 2,4; 4) 1,06; 7) 0,04; 10) 0,001;
2) 3,18; 5) 9,074; 8) 0,30; 11) 0,072;
3) 46,52; 6) 0,9; 9) 0,68; 12) 0,234.

808.° Запишіть число у вигляді звичайного дробу або мішаного числа:

- 1) 4,9; 3) 1,567; 5) 0,043; 7) 5,06;
2) 8,95; 4) 0,2; 6) 0,008; 8) 12,018.

809.° Запишіть у вигляді десяткового дробу число, у якому:

- 1) три одиниці, чотири десятих, п'ять сотих;
2) два десятки, вісім одиниць, одна сота, дев'ять тисячних;
3) вісім сотень, дев'ять одиниць, сім десятих, шість тисячних;
4) одна тисяча, одна десятитисячна.

810.° Запишіть у вигляді десяткового дробу число, у якому:

- 1) дві одиниці, сім десятих;
2) три десятки, дві десятих, вісім сотих;
3) одна сота, три тисячних.

811.° Виразіть у гривнях і запишіть у вигляді десяткового дробу:

- 1) 64 к.; 2) 5 к.; 3) 4 грн 25 к.; 4) 208 к.

812.° Виразіть у дециметрах і запишіть у вигляді десяткового дробу:

- 1) 48 см; 3) 8 см 6 мм; 5) 6 мм;
2) 424 см; 4) 64 см 5 мм; 6) 3 см.

813.* Виразить у кілограмах і запишіть у вигляді десяткового дробу:

- 1) 1347 г; 3) 382 г; 5) 9 г; 7) 10 кг 6 г;
2) 4256 г; 4) 48 г; 6) 5 кг 24 г; 8) 2 ц 358 г.

814.* Виразить у метрах і запишіть у вигляді десяткового дробу:

- 1) 125 см; 3) 4 дм 4 см; 5) 2 см;
2) 18 см; 4) 58 дм 6 см; 6) 4 м 6 дм 5 см.

815.* Запишіть у вигляді десяткового дробу частку:

- 1) $28 : 10$; 4) $2648 : 100$; 7) $674 : 1000$;
2) $7 : 10$; 5) $8351 : 1000$; 8) $74 : 1000$;
3) $456 : 100$; 6) $3590 : 1000$; 9) $4 : 1000$.

816.* Запишіть у вигляді десяткового дробу частку:

- 1) $42 : 10$; 3) $2484 : 100$; 5) $26\ 435 : 10\ 000$;
2) $35 : 100$; 4) $5876 : 10\ 000$; 6) $58 : 1000$.

817.* Які числа на координатному промені відповідають:

- 1) точкам A, B, C, D, E, F (рис. 201);

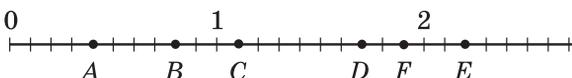


Рис. 201

- 2) точкам M, N, K, P, R, S (рис. 202)?

Відповідь запишіть у вигляді десяткових дробів.

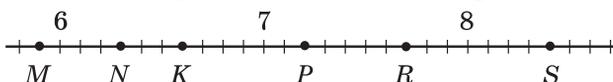


Рис. 202

818.* Накресліть координатний промінь, узявши за одиничний відрізок, довжина якого в 10 разів більша за сторону клітинки зошита. Позначте на промені точки, що відповідають числам $0,3$; $0,7$; $0,9$; $1,1$; $1,5$; $2,1$.

819.* Накресліть координатний промінь, узявши за одиничний відрізок, довжина якого в 10 разів більша за сторону клітинки зошита. Позначте на промені точки, що відповідають числам $0,1$; $0,6$; $0,8$; $1,4$; $1,9$; $2,2$.

Вправи для повторення

820. Мати доручила синові купити продукти. На хліб він витратив

$\frac{3}{50}$ усіх грошей, на молоко — $\frac{13}{50}$, на овочі — $\frac{11}{50}$, а $\frac{19}{50}$ усіх

грошей — на фрукти. На яку покупку було витрачено найбільше грошей? найменше грошей? Чи залишилися гроші у хлопчика після покупок?

821. У скільки разів $\frac{5}{6}$ хв менше, ніж 4 хв 10 с?
822. У скільки разів 5 год 50 хв більше, ніж $\frac{7}{12}$ год?
823. Які цифри можна підставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність:
- 1) $346* < 3463$; 2) $4*40 > 4735$?
824. У числах стерли кілька цифр і замість них поставили зірочки. Порівняйте ці числа:
- 1) $35 ***$ і $32 ***$; 2) $98*$ і $**52$.



Задача від Мудрої Сови

825. Як розділити порівну 7 яблук між 12 друзями, якщо кожне яблуко можна розрізати не більше ніж на 4 частини?

Коли зроблено уроки

Від шістдесяткових до десяткових дробів

Від виникнення звичайних дробів до винаходу десяткових минули тисячоліття. Винахід десяткових дробів заслужено вважають одним з найважливіших досягнень математичної думки епохи Відродження.

Вам може здатися, що головною властивістю десяткових дробів є їх «одноповерхова» форма запису. Однак річ не стільки в зручній формі запису, скільки у визначній ідеї записувати всі дроби так, щоб їхні знаменники були степенями одного й того самого числа. Ви оціните, наскільки корисною є ця ідея, коли почнете виконувати арифметичні дії з десятковими дробами.

Уже в III тисячолітті до н. е. вавилоняни користувалися дробами, знаменники яких були степенями числа 60. Пізніше шістдесятковими дробами користувалися грецькі та арабські математики. Однак виконувати обчислення, коли натуральні числа записані в десятковій системі, а дроби — у шістдесятковій, було дуже незручно.

Уперше вчення про десяткові дроби виклав у XV ст. самаркандський математик і астроном Джемшид ібн Масуд аль-Каши. Замість коми він використовував вертикальну риску або записував дробову і цілу частини чорнилами різних кольорів.

У 1585 р. фламандський учений Сімон Стевін видав невелику, обсягом усього 7 сторінок, книжку під назвою «Десята», у якій виклав правила дій з десятковими дробами.

Дещо пізніше (1592 р.) цілу і дробову частини числа стали відокремлювати комою.

Нині в деяких країнах, наприклад у США, замість коми використовують крапку. Звідси походить і використання крапки в комп'ютерних науках та інформаційних технологіях.

31. Порівняння десяткових дробів

Яке з чисел більше: 5,3 чи 4,988? Звісно, перше число більше за друге. І це зрозуміло, адже ціла частина першого дробу більша за цілу частину другого дробу.

Із двох десяткових дробів більший той, у якого ціла частина більша.

А як порівняти дроби з рівними цілими частинами? У цьому випадку спочатку порівнюють десяті. Наприклад, $11,23 > 11,19$, оскільки $2 > 1$. Якщо ж десяті виявилися однаковими, то порівнюють соті. Наприклад, $2,84 < 2,86$, оскільки $4 < 6$. У разі рівності сотих порівнюють тисячні й т. д.

Такий спосіб порівняння десяткових дробів називають *порозрядно*.

Нагадаємо, що натуральні числа ми також порівнювали порозрядно.

Зауважимо, що в наведених прикладах ми порівнювали десяткові дроби з рівними цілими частинами і з однаковою кількістю цифр після коми.

А як порівнювати десяткові дроби з рівними цілими частинами, але з різною кількістю цифр після коми? Наприклад, який із дробів більший: 5,4 чи 5,40?

Порівняємо відрізки, довжини яких дорівнюють 5,4 м і 5,40 м. Маємо:

$$5,4 \text{ м} = 5\frac{4}{10} \text{ м} = 5 \text{ м } 4 \text{ дм} = 540 \text{ см};$$

$$5,40 \text{ м} = 5\frac{40}{100} \text{ м} = 5 \text{ м } 40 \text{ см} = 540 \text{ см}.$$

Отримуємо: $5,4 = 5,40$. Міркуючи аналогічно, можна показати, що, наприклад:

$$0,3 = 0,30 = 0,300;$$

$$3 = 3,0 = 3,00 = 3,000.$$

Ці приклади ілюструють такі властивості десяткових дробів.

Якщо до десяткового дробу справа приписати будь-яку кількість нулів, то отримаємо дріб, який дорівнює даному.

Значення дробу, який закінчується нулями, не зміниться, якщо останні нулі в його записі відкинути.

Порівняємо дроби 3,2 і 3,198.

Оскільки $3,2 = 3,200$, а $3,200 > 3,198$, то отримуємо, що $3,2 > 3,198$.

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб порівняти два десяткових дробу з рівними цілими частинами і різною кількістю цифр після коми, треба за допомогою приписування нулів справа зрівняти кількість цифр у дробових частинах, після чого порівняти отримані дробу порозрядно.

ПРИКЛАД ■ Напишіть кілька чисел, кожне з яких більше за 2,35 і менше від 2,36.

Розв'язання. Маємо: $2,35 = 2,350$; $2,36 = 2,360$. Отже, числами, які задовольняють умову, є, наприклад, такі: 2,351; 2,352; 2,353. Ураховуючи, що $2,35 = 2,3500$ і $2,36 = 2,3600$, можемо вказати й інші числа, які задовольняють умову задачі. Наприклад: 2,3501; 2,3576; 2,3598 і т. д. ◀



1. Який із двох десяткових дробів з нерівними цілими частинами більший?
2. Як порівнюють десяткові дробу з рівними цілими частинами й однаковою кількістю цифр після коми?
3. Який дріб ми отримуємо, якщо до даного десяткового дробу припишемо справа кілька нулів?
4. Який дріб ми отримуємо, якщо в даному десятковому дробу відкинемо останні нулі його запису?
5. Сформулюйте правило порівняння двох десяткових дробів з рівними цілими частинами і різною кількістю цифр після коми.

Розв'язуємо усно

1. Який із даних десяткових дробів дорівнює дробу $\frac{25}{100\,000}$:
 1) 0,0025; 2) 0,25000; 3) 0,00025; 4) 0,20005?
2. Порівняйте числа:
 1) 3710 і 3709; 3) $\frac{14}{17}$ і $\frac{17}{15}$;
 2) 43 672 і 43 701; 4) $\frac{9}{46}$ і $\frac{9}{64}$.
3. Обчисліть:
 1) $48 + 72 : 12 - 6$; 3) $(48 + 72) : 12 - 6$;
 2) $48 + 72 : (12 - 6)$; 4) $(48 + 72) : (12 - 6)$.

Вправи

826.° Запишіть десятковий дріб:

- 1) з двома цифрами після коми, який дорівнює 0,4;
- 2) з чотирма цифрами після коми, який дорівнює 3,26;
- 3) з трьома цифрами після коми, який дорівнює 42;
- 4) з двома цифрами після коми, який дорівнює 18,50000.

827.° Запишіть кілька десяткових дробів, які дорівнюють даному:

- 1) 5,400; 2) 12,5080; 3) 0,980.

828.° Зрівняйте кількість цифр після коми в даних дробах:

- 1) 2,16; 18,5; 0,476; 1,4;
- 2) 8,1; 19,64; 5,345; 0,9872.

829.° Порівняйте числа:

- 1) 9,4 і 9,6; 3) 6,3 і 6,31; 5) 0,3 і 0,08;
- 2) 5,5 і 4,8; 4) 3,29 і 3,316; 6) 7,2 і 7,094.

830.° Курячі столові яйця залежно від маси поділяють на 4 категорії: вищу (маркують символом СВ), відбірну (С0), першу (С1) і другу (С2). Використовуючи наведену таблицю, установіть, до якої категорії належить яйце масою:

- 1) 57,8 г; 2) 74,6 г; 3) 63,1 г.



Категорія	Маса одного яйця
Вища	Більше 73 г
Відбірна	Від 63 г до 72,9 г
Перша	Від 53 г до 62,9 г
Друга ¹	Від 43 г до 52,9 г

831.° Порівняйте числа:

- 1) 16,8 і 17,3; 3) 24,92 і 24,9; 5) 0,065 і 0,1;
- 2) 12,7 і 12,5; 4) 18,486 і 18,5; 6) 96,35 і 96,087.

832.° Запишіть числа в порядку спадання: 8,5; 8,16; 8,4; 8,49; 8,05; 8,61.

833.° Запишіть числа в порядку зростання: 9,6; 9,8; 9,53; 9,02; 9,2; 9,613.

834.* Укажіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $4,45 < x < 7,002$; 2) $9,8 < x < 13,4$.

¹ Яйця, маса яких менша від 43 г, у продаж не надходять.

835. Укажіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $7,4 < x < 8,2$; 2) $12 < x < 19,65$.

836. Між якими сусідніми числами натурального ряду знаходиться дріб:

- 1) 6,99; 2) 12,79; 3) 1,529; 4) 3,109?

Відповідь запишіть у вигляді подвійної нерівності.

837. Між якими сусідніми числами натурального ряду знаходиться дріб:

- 1) 5,32; 2) 24,01?

Відповідь запишіть у вигляді подвійної нерівності.

838. Які цифри можна підставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність:

- 1) $6,38 < 6,3*$; 2) $8,1 > 8,*9$; 3) $16,25 < 1*,32?$

839. Які цифри можна підставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність:

- 1) $9,*5 < 9,12$; 2) $12,58 > 12,*4$; 3) $0,0*3 > 0,064?$

840. Запишіть найбільший десятковий дріб:

- 1) з двома цифрами після коми, менший від 1;
- 2) з однією цифрою після коми, менший від 2;
- 3) з трьома цифрами після коми, менший від 3;
- 4) з чотирма цифрами після коми, менший від 1.

841. Запишіть найменший десятковий дріб:

- 1) з однією цифрою після коми, більший за 1;
- 2) з двома цифрами після коми, більший за 1;
- 3) з трьома цифрами після коми, більший за 4;
- 4) з чотирма цифрами після коми, більший за 10.

842. Напишіть три числа, кожне з яких:

- 1) більше за 3,4 і менше від 3,6;
- 2) більше за 0,527 і менше від 0,528;
- 3) більше за 2,003 і менше від 2,00301.

843. Напишіть три числа, кожне з яких більше за 10,53 і менше від 10,55.

844.** Які цифри можна підставити замість зірочок, щоб утворилася правильна нерівність (у правій і лівій частинах нерівності зірочкою позначено одну й ту саму цифру):

- 1) $0,*2 > 0,4*$; 3) $0,7*5 < 0,*69$; 5) $0,*6 < 0,6*$;
 2) $2,5* < 2,*6$; 4) $0,6* > 0,7*$; 6) $0,*6 > 0,6*?$

Вправи для повторення

845. Обчисліть:

- 1) $(714 : 7 - 100)^6$; 2) $(963 : 9 - 618 : 6)^3$.

846. Петрик поспішає до школи й іде зі швидкістю 6 км/год. Чи встигне Петрик дійти до школи за 20 хв, якщо його будинок знаходиться на відстані 1 км від неї?
847. Картонний прямокутник, площа якого дорівнює 3 дм², а довжини сторін, виражені в сантиметрах, є натуральними числами, розрізали на смужки завширшки 1 см і склали з них одну довгу смужку. Яка довжина утвореної смужки?
848. Розташуйте в порядку спадання всі трицифрові числа, які можна записати за допомогою цифр 2, 4 і 5 (цифри в записі числа не повторюються).
849. Розташуйте в порядку зростання всі трицифрові числа, які можна записати за допомогою цифр 1, 2 і 3 (цифри в записі числа не повторюються).



Задача від Мудрої Сови

850. Конверти завозять до поштового відділення в пачках по 1000 штук. Листоноші треба якнайшвидше взяти 850 конвертів. За який час він може це зробити, якщо за 1 хв він відраховує 100 конвертів?

32. Округлення чисел

Нехай ширина земельної ділянки прямокутної форми дорівнює 17 м, а довжина — 36 м. Тоді її площа дорівнює 612 м², або 6,12 сотки. Але в повсякденному житті говорять, що площа цієї ділянки приблизно дорівнює 6 соткам.

У таких випадках число 6 називають **наближеним значенням** числа 6,12 і говорять, що число 6,12 **округлили** до числа 6. Записують: $6,12 \approx 6$ (читають: «6,12 наближено дорівнює 6»).

Земельна ділянка прямокутної форми, довжина якої дорівнює 29 м, а ширина — 24 м, має площу 696 м², або 6,96 сотки. На практиці число 6,96 округляють і говорять, що площа ділянки наближено дорівнює 7 соткам, тобто $6,96 \approx 7$.

Чому ж число 7, а не 6, вважають наближеним значенням числа 6,96? Так домовились тому, що число 7 — найближче до 6,96 натуральне число (рис. 203).

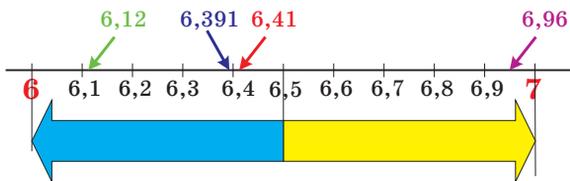


Рис. 203

Отже, при заміні числа 6,96 числом 7 помилка є меншою, ніж при заміні числа 6,96 числом 6. Скориставшись рисунком 203, можна записати: $6,12 \approx 6$; $6,2 \approx 6$; $6,391 \approx 6$; $6,41 \approx 6$; $6,6 \approx 7$; $6,703 \approx 7$; $6,8 \approx 7$.

Ми навели приклади **округлення десяткових дробів до одиниць**.

А як округлити до одиниць число 6,5, яке однаково віддалене від чисел 6 і 7? У таких випадках домовились округляти до більшого з двох чисел. Таким чином, вважають, що $6,5 \approx 7$.

Десяткові дробі можна округлювати не тільки до одиниць, а й до десятих, сотих, тисячних і т. д.

Наприклад:

$0,12 \approx 0,1$ (округлення до десятих), оскільки 0,12 ближче до 0,1, ніж до 0,2;

$3,85741 \approx 3,86$ (округлення до сотих), оскільки 3,85741 ближче до 3,86, ніж до 3,85;

$1,004483 \approx 1,004$ (округлення до тисячних), оскільки 1,004483 ближче до 1,004, ніж до 1,005.

Ці приклади ілюструють таке правило.

Для того щоб десятковий дріб округлити до одиниць, десятих, сотих і т. д., треба всі наступні за цим розрядом цифри відкинути. Якщо при цьому перша з цифр, які відкидають, дорівнює 0, 1, 2, 3 або 4, то останню з цифр, які залишають, не змінюють; якщо ж перша з цифр, які відкидають, дорівнює 5, 6, 7, 8 або 9, то останню з цифр, які залишають, збільшують на одиницю.

ПРИКЛАД Округліть число 16,398 до сотих.

Розв'язання. Маємо: $16,398 \approx 16,40$, причому 0 у кінці дробової частини не відкидають, оскільки він показує, до якого розряду округлено число. ◀

Округлюють не тільки десяткові дробі, а й натуральні числа. Неможливо встановити точно, скільки людей живе в Україні, скільки кубічних метрів води містить Київське водосховище, скільки тонн зерна зібрали минулого року в нашій країні. Цю інформацію можна знайти в довідниках. Однак наведені в них дані є наближеними.

Округлення натуральних чисел багато в чому схоже на округлення десяткових дробів.

При округленні натуральних чисел до деякого розряду замість усіх наступних за цим розрядом цифр молодших розрядів пишуть нулі. Якщо перша з цифр, що йшли за цим розрядом, дорівнює 0, 1, 2, 3 або 4, то цифру в даному розряді не змінюють; якщо ж перша з цифр, що йшли за цим розрядом, дорівнює 5, 6, 7, 8 або 9, то цифру в даному розряді збільшують на одиницю.

Наприклад:

$234 \approx 230$ — округлення до десятків;

$8763 \approx 8800$ — округлення до сотень;

$884 \approx 1000$ — округлення до тисяч;

$965\ 348 \approx 970\ 000$ — округлення до десятків тисяч.

У тих випадках, коли ми хочемо швидко оцінити ситуацію, прийняти правильне рішення, можуть бути корисними знання про округлення чисел.

Розглянемо такий приклад.

До пункту прибуття автомобілю залишилося проїхати 283 км. Водій знає, що витрати бензину становлять 9 л на 100 км шляху, а об'єм паливного бака дорівнює 60 л.

Лише глянувши на прилад, який показує рівень палива в баку (рис. 204), водій переконався, що бензину вистачить. Як йому вдалося так швидко провести розрахунки?



Рис. 204

Водій зробив так: округлив витрати бензину до 10 л на 100 км шляху, відстань, що залишилася, — до 300 км, а потім виконав дії: $(300 : 100) \cdot 10$. Отриманий результат 30 л порівняв з покажчиком рівня палива в баку. Оскільки бак був наповнений більше ніж наполовину, а половина баку якраз і становить 30 л, то водій зробив висновок, що палива вистачить.

Більш точний результат можна було отримати, знайшовши значення виразу $(283 : 100) \cdot 9$. Проте водій так робити не став. Він **прикинув** значення цього числового виразу.

Зверніть увагу, що водій округляв усі числа в «гіршу» сторону — узяв більші витрати палива, ніж насправді, і більшу відстань, ніж потрібно проїхати. Якщо палива вистачить за «погіршених» умов, то його вистачить і насправді. А ось округляти в сторону «покращання» небезпечно. Така прикидка може підвести водія.

Подібні прикидки ви можете робити, наприклад, коли визначаєте, чи вистачить грошей на покупку, яка складається з багатьох товарів. Плануючи свій день, ви прикидаєте час на виконання певного виду робіт.

Прикидку варто застосовувати тоді, коли життєва ситуація дозволяє замінити трудомісткі обчислення простими розрахунками.



1. Сформулюйте правило округлення десяткових дробів.
2. Сформулюйте правило округлення натуральних чисел.

Розв'язуємо усно

1. Укажіть, які з даних дробів рівні:
- 1) 0,38; 4) 2,015; 7) 2,105; 10) 0,0470;
2) $\frac{47}{1000}$; 5) 0,47; 8) $\frac{38}{100}$; 11) $2\frac{15}{100}$;
3) 6,24; 6) 6,2400; 9) 0,407; 12) $6\frac{24}{100}$.
2. Порівняйте числа:
- 1) 7,6 і 7,4; 3) 5,18 і 5,1799; 5) 8,4 і 8,04;
2) 9,1 і 9,11; 4) 0,06 і 0,2; 6) 0,1 і 0,0987.
3. Назвіть найбільший десятковий дріб, менший від 100, який містить у записі дві цифри після коми.
4. Назвіть найменший десятковий дріб, більший за 1000, який містить у записі три цифри після коми.
5. Укажіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність $20 < x < 27,86$.

Вправи

- 851.° Округліть:
- 1) до десятих: 9,374; 0,5298; 10,444; 54,06; 74,95;
2) до сотих: 13,405; 28,2018; 0,2375; 18,0025; 26,399;
3) до одиниць: 18,25; 3,099; 9,73; 239,81;
4) до тисячних: 0,5261; 9,9999; 1,58762.
- 852.° Округліть:
- 1) до десятих: 16,88; 4,651; 1,29; 48,23; 36,96;
2) до сотих: 8,636; 2,7848; 0,9996; 104,9438;
3) до одиниць: 25,54; 8,47; 55,64; 62,32;
4) до тисячних: 2,3984; 8,55555; 47,7853.
- 853.° Округліть:
- 1) до десятків: 459; 1623; 492 685; 999;
2) до сотень: 6056; 7538; 55 555; 7988;
3) до тисяч: 7345; 4956; 129 808;
4) до мільйонів: 42 573 468; 59 676 657;
5) до найвищого розряду даного числа: 836; 32 464; 7 145 962.
- 854.° Округліть:
- 1) до десятків: 534; 18 357; 4 783 386;
2) до сотень: 2223; 1374;
3) до тисяч: 312 864; 67 314;
4) до мільйонів: 5 032 999; 9 821 893;
5) до найвищого розряду даного числа: 4562; 583 037; 28 099 897.
- 855.° Округліть: 1) до тисяч; 2) до сотень; 3) до десятків; 4) до одиниць; 5) до десятих; 6) до сотих; 7) до тисячних число:
- а) 8419,3576; б) 6745,2891; в) 9421,5307.

867. При перетворенні неправильного дроби $\frac{a}{7}$ у мішане число одержали неповну частку 19 і остачу 5. Знайдіть значення a .



Задача від Мудрої Сови

868. Василько розповів друзям, що позавчора йому ще було 10 років, а в наступному році йому виповниться 13 років. Як таке може бути?

33. Додавання і віднімання десяткових дробів

Ви вже вмієте додавати звичайні дроби з однаковими знаменниками. Навчимося додавати десяткові дроби.

Знайдемо суму $2,374 + 1,725$. Перетворивши ці дроби у звичайні, отримуємо:

$$\begin{aligned} 2,374 + 1,725 &= 2 \frac{374}{1000} + 1 \frac{725}{1000} = 3 + \frac{374 + 725}{1000} = 3 + \frac{1099}{1000} = \\ &= 3 + 1 \frac{99}{1000} = 4 \frac{99}{1000} = 4,099. \end{aligned}$$

Проте додавати десяткові дроби можна набагато простіше, не перетворюючи їх у звичайні.

Схожість способів запису десяткових дробів і натуральних чисел дає змогу виконувати додавання десяткових дробів у стовпчик.

Щоб знайти суму двох десяткових дробів, треба:

- 1) зрівняти в доданках кількість цифр після коми;
- 2) записати доданки один під одним так, щоб кожний розряд другого доданка опинився під відповідним розрядом першого доданка;
- 3) додати отримані числа так, як додають натуральні числа;
- 4) поставити в отриманій сумі кому під комами в доданках.

	2	3	7	4	
+	1	7	2	5	
	4	0	9	9	

Рис. 205

		7	6	0	
+	1	1	3	5	
	1	8	9	5	

Рис. 206

На рисунках 205 і 206 показано, як знайти суми $2,374 + 1,725$ і $7,6 + 11,35$.

У стовпчик можна також віднімати десяткові дроби.

Щоб знайти різницю двох десяткових дробів, треба:

- 1) зрівняти в зменшуваному і від'ємнику кількість цифр після ком;
- 2) записати від'ємник під зменшуваним так, щоб кожний розряд від'ємника опинився під відповідним розрядом зменшуваного;
- 3) виконати віднімання так, як віднімають натуральні числа;
- 4) поставити в отриманій різниці кому під комами в зменшуваному і від'ємнику.

На рисунку 207 показано, як знайти різницю $0,8 - 0,593$.

	0	,	8	0	0
	0	,	5	9	3
	0	,	2	0	7

Рис. 207

З наведених прикладів видно, що додавання і віднімання десяткових дробів виконувалось порозрядно, тобто так, як ми виконували відповідні дії з натуральними числами. Це і є головною перевагою десяткової форми запису дробів.

Із п. 29 ви дізналися, що властивості додавання натуральних чисел виконуються і для дробових чисел. Нагадаємо ці властивості.

$$a + b = b + a \text{ —}$$

переставна властивість додавання,

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ —}$$

сполучна властивість додавання

ПРИКЛАД 1 Обчисліть різницю $4 \text{ км } 36 \text{ м} - 768 \text{ м}$, записавши дані величини в кілометрах.

Розв'язання. Маємо: $4 \text{ км } 36 \text{ м} - 768 \text{ м} = 4 \frac{36}{1000} \text{ км} - \frac{768}{1000} \text{ км} = 4,036 \text{ км} - 0,768 \text{ км} = 3,268 \text{ км}$. ◀

ПРИКЛАД 2 Власна швидкість катера дорівнює 30 км/год , а швидкість течії річки — $1,4 \text{ км/год}$. Знайдіть швидкість катера за течією і його швидкість проти течії річки.

Розв'язання. 1) $30 + 1,4 = 31,4 \text{ (км/год)}$ — швидкість катера за течією.

2) $30 - 1,4 = 28,6 \text{ (км/год)}$ — швидкість катера проти течії.

Відповідь: $31,4 \text{ км/год}$; $28,6 \text{ км/год}$. ◀



1. Сформулюйте правило додавання десяткових дробів.
2. Сформулюйте правило віднімання десяткових дробів.

Розв'язуємо усно

1. Який із даних десяткових дробів дорівнює дробу $\frac{79}{100\,000}$:
 1) 0,79000; 2) 0,0079; 3) 0,00079; 4) 0,7900?
2. Який із даних десяткових дробів найбільший:
 1) 43,56; 2) 43,561; 3) 43,559; 4) 43,55?
3. Яке з даних чисел отримаємо, якщо округлимо десятковий дріб 6,27 до десятих:
 1) 6,2; 2) 6,3; 3) 6,26; 4) 6,28?
4. На двох полицях разом на 20 книг більше, ніж на кожній із них. Скільки книг на кожній полиці?
5. Порівняйте:
 1) 2 м і 200 см; 3) 20 см і 0,2 м;
 2) 2 год і 200 хв; 4) 20 хв і 0,2 год.

Вправи

- 869.° Обчисліть:
- | | | |
|--------------------|----------------------|---------------------|
| 1) $0,6 + 0,4$; | 3) $0,666 + 0,004$; | 5) $0,666 + 0,04$; |
| 2) $0,66 + 0,04$; | 4) $0,66 + 0,4$; | 6) $0,66 + 0,34$. |
- 870.° Виконайте додавання:
- | | |
|--------------------|------------------------|
| 1) $12,5 + 23,9$; | 4) $13,72 + 24,318$; |
| 2) $18,74 + 3,3$; | 5) $4,18 + 7,52$; |
| 3) $6,6 + 14$; | 6) $43,523 + 36,477$. |
- 871.° Виконайте додавання:
- | | |
|-------------------|------------------------|
| 1) $4,7 + 5,8$; | 4) $0,823 + 0,729$; |
| 2) $6,9 + 3,45$; | 5) $5,4 + 13,691$; |
| 3) $16 + 4,2$; | 6) $38,246 + 56,254$. |
- 872.° Виконайте віднімання:
- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) $14,4 - 8,9$; | 4) $43 - 0,451$; |
| 2) $72,28 - 54,46$; | 5) $10,25 - 5,2974$; |
| 3) $35,4 - 16,72$; | 6) $52,302 - 25,59$. |
- 873.° Виконайте віднімання:
- | | |
|----------------------|---------------------|
| 1) $9,2 - 6,7$; | 4) $20 - 5,63$; |
| 2) $29,36 - 19,59$; | 5) $8,3 - 4,678$; |
| 3) $13,5 - 8,28$; | 6) $38,06 - 17,4$. |
- 874.° Розв'яжіть рівняння:
- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1) $x + 4,83 = 9$; | 3) $x - 14,852 = 15,148$; |
| 2) $43,78 - x = 5,384$; | 4) $2,395 + x = 10$. |

875.° Розв'яжіть рівняння:

1) $15,62 + x = 20$;

3) $x - 36,76 = 19,24$;

2) $9,54 - x = 7,268$;

4) $x + 0,24 = 8,1$.

876.° На рисунку 208 зображено лічильник гарячої води, установлений у квартирі сім'ї Дмитренків. На рисунку 208, *а* показано стан лічильника на 1 жовтня, на рисунку 208, *б* — на 1 листопада, на рисунку 208, *в* — на 1 грудня.

- Скільки кубічних метрів гарячої води було спожито: а) у жовтні; б) у листопаді?
- На скільки менше кубічних метрів гарячої води було спожито в жовтні, ніж у листопаді?



Рис. 208

877.° Баба-Яга купила нову двокімнатну хатинку на курячих ніжках. Площа однієї кімнати дорівнює $17,6 \text{ м}^2$, що на $5,9 \text{ м}^2$ більше, ніж площа другої. Обчисліть для Баби-Яги загальну площу двох її кімнат.

878.° Швидкість катера за течією річки дорівнює $30,2 \text{ км/год}$, а швидкість течії — $2,2 \text{ км/год}$. Знайдіть власну швидкість катера та його швидкість проти течії річки.

879.° Швидкість катера на підводних крилах проти течії річки дорівнює $68,5 \text{ км/год}$, а швидкість течії — $1,5 \text{ км/год}$. Знайдіть власну швидкість катера та його швидкість за течією річки.

880.° Швидкість моторного човна проти течії річки дорівнює $18,8 \text{ км/год}$, а його власна швидкість — $20,2 \text{ км/год}$. Знайдіть швидкість течії та швидкість човна за течією річки.

881.° Швидкість катера за течією річки дорівнює $32,6 \text{ км/год}$, а його власна швидкість — $30,4 \text{ км/год}$. Знайдіть швидкість течії та швидкість катера проти течії річки.

- 882.°** Барвінок та Івасик-Телесик зібрали разом 3,2 кг грибів, причому Барвінок зібрав 1,68 кг. Хто із казкових героїв зібрав більше грибів і на скільки кілограмів?
- 883.°** За перший день туристи пройшли 6,3 км, що на 2,84 км менше, ніж за другий день. Після двох днів походу їм залишилося пройти ще 14,35 км. Скільки кілометрів становив туристичний маршрут?
- 884.°** За перший тиждень місяця магазин продав 2,16 т апельсинів, а за другий — на 0,976 т більше, ніж за перший. Після цього в магазині залишилось ще 3,58 т апельсинів. Скільки тонн апельсинів завезли до магазину на початку цього місяця?
- 885.°** Знайдіть загальну площу пустель на поверхні земної кулі, якщо площа пустель в Австралії дорівнює 0,4 млн км², в Америці — на 1,2 млн км² більше, ніж в Австралії, в Азії — на 1,4 млн км² більше, ніж в Америці, а в Африці — на 2,8 млн км² більше, ніж в Америці.
- 886.°** Найбільше озеро у світі — Каспійське море має глибину 1,025 км. Озеро Байкал (Росія) — найглибше у світі. Його глибина на 0,515 км більша за глибину Каспійського моря. Глибина озера Танганьїка (Африка) становить 1,47 км. На скільки кілометрів Байкал глибший за Танганьїку, а Танганьїка глибша за Каспійське море?
- 887.°** За три дні на шахті видобули 2436,86 т вугілля. За перший день видобуток становив 827,48 т, а за другий — на 59,59 т менше, ніж за перший. Скільки тонн вугілля видобули за третій день?
- 888.°** Фермер Василь Працьовитий узяв в оренду три ділянки землі загальною площею 3428,32 га. Площа однієї із цих ділянок дорівнює 1506,46 га, що на 237,64 га менше від площі другої ділянки. Знайдіть площу третьої ділянки.
- 889.°** Ламана складається з трьох ланок. Довжина першої ланки дорівнює 9,2 см, що на 3,5 см більше за довжину другої ланки та на 4,9 см менше від довжини третьої. Знайдіть довжину ламаної.
- 890.°** Одна сторона трикутника дорівнює 12,4 дм, що на 3,8 дм менше від другої сторони та на 2,6 дм більше за третю. Обчисліть периметр трикутника.
- 891.°** Знайдіть значення виразу:
- 1) $18,61 + 7,54 + 3,4$;
 - 2) $86,58 + 32,6 + 5,079$;
 - 3) $28,964 + 51,16 + 48,036$;
 - 4) $84,25 + 72,844 + 17,156 + 16,85$;
 - 5) $26,836 - 7,59 - 12,6 - 3,5801$;
 - 6) $489,2 - (164,4 + 92,16 - 138,254)$.

892.* Знайдіть значення виразу:

- 1) $5,68 + 13,27 + 4,9$;
- 2) $18,35 + 1,4 + 38,016$;
- 3) $16,528 + 42,5 + 13,472$;
- 4) $76,1 + 38,83 + 24,9 + 52,17$;
- 5) $14,02 - 10,379 + 5,004 - 7,3245$;
- 6) $642,7 - (365,2 - 41,54 + 125,086)$.

893.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(1,34 + x) - 58,3 = 4,26$;
- 2) $(94,2 - a) - 1,26 = 3,254$;
- 3) $4,75 - (x - 0,67) = 3,025$;
- 4) $40,3 - (63,4 - a) = 36,62$.

894.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(x - 50,6) + 2,15 = 42,9$;
- 2) $31,28 - (m + 4,2) = 15,093$.

895.* Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

- 1) $(2,45 + 0,276) + 4,55$;
- 2) $(9,37 + 13,6) + 6,4$;
- 3) $5,12 + 3,75 + 5,25 + 4,88$;
- 4) $0,234 + 0,631 + 0,766 + 0,369$.

896.* Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

- 1) $(12,82 + 8,394) + 5,18$;
- 2) $2,53 + 15,1 + 4,47 + 14,9$.

897.* Спростіть вираз:

- 1) $2,46 + a + 81,139 + 14,8$;
- 2) $m + 0,47 + 5,062 + m + 43,295$;
- 3) $x + 0,3 + 0,9007 + 4,58 + 3x$;
- 4) $7c + 236,7 + 2c + 0,82 + 4,325$.

898.* Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

$$14,36 \xrightarrow{+18,54} a \xrightarrow{-27,032} b \xrightarrow{+x} 10.$$

899.* Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

$$39,8 \xrightarrow{-14,48} a \xrightarrow{+x} 74,123 \xrightarrow{-y} 40,2.$$

900.* Замість зірочок поставте такі цифри, щоб додавання (віднімання) було виконано правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad + \quad 17,*4 \\ \quad \quad * *,5* \\ \hline 105,23 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2) \quad + \quad *,53* \\ \quad \quad + \quad 6,9*8 \\ \quad \quad + \quad 20,*27 \\ \hline *0,041 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3) \quad - \quad 72,** \\ \quad \quad \quad 3*,59 \\ \hline *2,69 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4) \quad - \quad 9*,7*5 \\ \quad \quad \quad *4,*6* \\ \hline 34,841 \end{array}$$

901.* Як зміниться сума, якщо:

- 1) один доданок збільшити на 6,8, а другий — на 4,25;
- 2) один доданок збільшити на 14,3, а другий зменшити на 7,15;
- 3) один доданок збільшити на 3,2, а другий зменшити на 3,2?

902.* Як зміниться різниця, якщо:

- 1) від'ємник зменшити на 17,96;
- 2) зменшуване збільшити на 0,4, а від'ємник — на 0,3;
- 3) зменшуване збільшити на 2,3, а від'ємник зменшити на 1,7;
- 4) зменшуване зменшити на 6,1, а від'ємник збільшити на 3,4?

903.* Виразіть дані величини в дециметрах і виконайте дії:

- | | |
|---------------------|--------------------------------|
| 1) 2,34 дм – 18 см; | 4) 5,63 м + 2345 см; |
| 2) 9,6 дм + 4 см; | 5) 9 м 8 дм 3 см – 25 см 8 мм; |
| 3) 49 дм – 324 см; | 6) 1 м 5 дм 6 см – 16 см 9 мм. |

904.* Виразіть дані величини в арах і виконайте дії:

- | | |
|---|--|
| 1) 3 а 82 м ² + 8 а 9 м ² ; | 4) 41 а 5 м ² – 36 а 19,7 м ² ; |
| 2) 28 а 7 м ² + 14 а 26 м ² ; | 5) 9 га 6 а 8 м ² + 18 а 10 м ² ; |
| 3) 57 а 22 м ² – 48 а 4 м ² ; | 6) 24 га 8 а 4 м ² – 24 а 20 м ² . |

905.* Виразіть дані величини в центнерах і виконайте дії:

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| 1) 9 ц – 524 кг; | 4) 2,92 т + 684 кг; |
| 2) 8 ц 44 кг – 836 кг; | 5) 7 т 6 ц 4 кг – 8 ц 18 кг; |
| 3) 42 ц 5 кг + 85 кг; | 6) 1 т 2 ц 3 кг – 1 т 15 кг. |

906.** Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислень:

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1) $(4,12 + 0,116) - 1,12$; | 3) $0,844 - (0,244 + 0,018)$; |
| 2) $(5,93 + 67,5) - 27,5$; | 4) $7,29 - (3,961 + 2,29)$. |

Вправи для повторення

907. Від двох пристаней, відстань між якими становить 24 км, одночасно в одному напрямі відійшли човен і катер (човен рухався попереду катера). Швидкість човна дорівнювала 8 км/год, що становило $\frac{4}{5}$ швидкості катера. Через скільки годин після початку руху катер наздогнав човен?

908. Довжина басейну дорівнює 12 м, його ширина становить $\frac{3}{4}$ довжини, а глибина — $\frac{2}{3}$ ширини. Водою було наповнено $\frac{11}{18}$ об'єму басейну. Скільки кубічних метрів води налили в басейн?

909. За шоколадку й чотири тістечка заплатили 34 грн 50 к., а за шоколадку й вісім таких тістечок — 62 грн 50 к. Скільки гривень коштує шоколадка?



Задача від Мудрої Сови

910. Чортеня запропонувало Петру Скупердяйку: «Кожного разу, коли ти перейдеш цей міст, який я зачарую, твої гроші подвоються. За це віддаватимеш мені кожного разу 24 гривні». Зробив Скупердяйко так тричі й залишився зовсім без грошей. Скільки грошей було в Петра до зустрічі з чортеням?

ЗАВДАННЯ № 5 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

- Укажіть число п'ять цілих дев'ять сотих.
А) 5,9 Б) 5,90 В) 5,09 Г) 5,009
- Виразіть у кілограмах 72 г.
А) 0,072 кг Б) 0,72 кг В) 0,0072 кг Г) 7,2 кг
- Укажіть правильну нерівність.
А) $13,7 > 13,71$ В) $0,9 < 0,099$
Б) $4,6 > 4,073$ Г) $8,4 < 8,311$
- Скільки існує натуральних значень x , при яких є правильною нерівність $4,36 < x < 10,16$?
А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7
- Округліть число 19,254 до десятих.
А) 19,2 Б) 19,25 В) 19,3 Г) 19,26
- Висоту ящика виміряли в міліметрах. Округливши результат до сантиметрів, отримали 15 см. Якою може бути висота ящика в міліметрах?
А) 156 мм Б) 146 мм В) 155 мм Г) 144 мм
- Чому дорівнює значення виразу $\frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$?
А) 0,047 Б) 0,1047 В) 0,407 Г) 0,47
- Чому дорівнює різниця 2400 м – 0,6 км?
А) 2,34 км Б) 2399,4 м В) 2340 м Г) 1,8 км
- Укажіть найбільший десятковий дріб з двома цифрами після коми, який менший від 3.
А) 2,09 Б) 2,99 В) 2,90 Г) 1,99
- Знайдіть швидкість катера проти течії річки, якщо швидкість течії дорівнює 1,8 км/год, а швидкість катера за течією річки — 18 км/год.
А) 19,8 км/год В) 16,2 км/год
Б) 15,6 км/год Г) 14,4 км/год
- Розв'яжіть рівняння $12,8 - (x + 4,723) = 1,05$.
А) 2,423 Б) 16,473 В) 9,127 Г) 7,027
- Як зміниться різниця, якщо зменшуване збільшити на 3,2, а від'ємник — на 2,8?
А) зменшиться на 0,4
Б) збільшиться на 0,4
В) зменшиться на 6
Г) збільшиться на 6

34. Множення десяткових дробів

Ви вже знаєте, що $a \cdot 10 = \underbrace{a + a + \dots + a}_{10 \text{ доданків}}$. Наприклад, $0,2 \cdot 10 = \underbrace{0,2 + 0,2 + \dots + 0,2}_{10 \text{ доданків}}$. Нескладно встановити, що ця сума дорівнює 2, тобто $0,2 \cdot 10 = 2$.

Аналогічно можна перекоонатися, що:

$$5,2 \cdot 10 = 52;$$

$$0,27 \cdot 10 = 2,7;$$

$$1,253 \cdot 10 = 12,53.$$

Ви, мабуть, зрозуміли, що при множенні десяткового дробу на 10 треба в цьому дробі перенести кому вправо на одну цифру. А як помножити десятковий дріб на 100?

Маємо: $a \cdot 100 = a \cdot 10 \cdot 10$. Тоді

$$2,375 \cdot 100 = 2,375 \cdot 10 \cdot 10 = 23,75 \cdot 10 = 237,5.$$

Наведений приклад підказує, що при множенні десяткового дробу на 100 треба в цьому дробі перенести кому вправо на 2 цифри:

$$0,57964 \cdot 100 = 57,964;$$

$$3,2 \cdot 100 = 3,20 \cdot 100 = 320.$$

Помножимо дріб 7,1212 на 1000. Маємо:

$$7,1212 \cdot 1000 = 7,1212 \cdot 100 \cdot 10 = 712,12 \cdot 10 = 7121,2.$$

Ці приклади ілюструють таке правило.

Щоб помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вправо відповідно на 1, 2, 3 і т. д. цифри.

Отже, якщо кому перенести вправо на 1, 2, 3 і т. д. цифри, то дріб збільшиться відповідно в 10, 100, 1000 і т. д. разів.

І навпаки, якщо кому перенести вліво на 1, 2, 3 і т. д. цифри, то дріб зменшиться відповідно в 10, 100, 1000 і т. д. разів.

Покажемо, що десяткова форма запису дробів дає змогу множити їх, керуючись правилом множення натуральних чисел.

Знайдемо, наприклад, добуток $3,4 \cdot 1,23$. Збільшимо перший множник у 10 разів, а другий — у 100 разів. Це означає, що ми збільшили добуток у 1000 разів.

Отже, добуток натуральних чисел 34 і 123 у 1000 разів більший за шуканий добуток.

Маємо: $34 \cdot 123 = 4182$. Тоді для отримання відповіді треба число 4182 зменшити в 1000 разів. Запишемо: $4182 = 4182,0$. Переносячи кому в числі 4182,0 на три цифри вліво, отримаємо число 4,182, яке в 1000 разів менше від числа 4182. Тому $3,4 \cdot 1,23 = 4,182$.

Цей самий результат можна отримати простіше, керуючись таким правилом.

Щоб перемножити два десяткових дроби, треба:

- 1) *перемножити їх як натуральні числа, не звертаючи уваги на коми;*
- 2) *в отриманому добутку відокремити комою справа стільки цифр, скільки їх стоїть після ком в обох множниках разом.*

У тому разі, коли добуток натуральних чисел містить менше цифр, ніж потрібно відокремити комою, зліва перед цим добутком дописують необхідну кількість нулів, а потім переносять кому вліво на потрібну кількість цифр.

Наприклад, $2 \cdot 3 = 6$, тоді $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$; $25 \cdot 33 = 825$, тоді $0,025 \cdot 0,33 = 0,00825$.

Якщо ж один із множників дорівнює 0,1; 0,01, 0,001 і т. д., то зручно користуватися таким правилом.

Щоб помножити десятковий дріб на 0,1; 0,01; 0,001 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вліво відповідно на 1, 2, 3 і т. д. цифри.

Наприклад, $1,58 \cdot 0,1 = 0,158$; $324,7 \cdot 0,01 = 3,247$.

Властивості множення натуральних чисел виконуються і для дробових чисел:

$$ab = ba \text{ —}$$

переставна властивість множення;

$$(ab)c = a(bc) \text{ —}$$

сполучна властивість множення;

$$a(b+c) = ab+ac \text{ —}$$

розподільна властивість множення відносно додавання;

$$a(b-c) = ab-ac \text{ —}$$

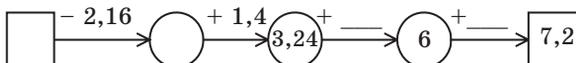
розподільна властивість множення відносно віднімання



1. Як помножити десятковий дріб на 10? на 100? на 1000?
2. Як помножити два десяткових дроби?
3. Як помножити десятковий дріб на 0,1? на 0,01? на 0,001?
4. Які властивості множення натуральних чисел виконуються і для дробових чисел?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:



2. Яке число:

- 1) на 2,06 менше від 3,6; 3) у 2 рази більше за 27;
2) на 3,5 більше за 7,05; 4) у 5 разів менше від 205?

3. Спростіть вираз:

- 1) $13a \cdot 2b$; 3) $5x - 3x + 4x$; 5) $10a - 9a + 8$;
2) $5a \cdot 4b \cdot 9c$; 4) $7y + 6y - y$; 6) $8c - 3c + c - 7$.

4. У записі $*,4 + *,5 + *,6 = 7,5$ усі зірочки замінили однією і тією самою цифрою так, щоб отримана рівність була правильною. Укажіть цю цифру.

5. У скільки разів двоцифрових чисел більше, ніж одноцифрових?

Вправи

911.° Скільки цифр записано справа від коми в добутку чисел 4,2 і 8,14; 9,36 і 19,426; 0,018 і 0,001?

912.° Знайдіть добуток:

- 1) $6,58 \cdot 10$; 3) $6,58 \cdot 1000$;
2) $6,58 \cdot 100$; 4) $6,58 \cdot 10\ 000$.

913.° Виконайте множення:

- 1) $9,6 \cdot 10$; 3) $7,03 \cdot 100$; 5) $8,1 \cdot 10\ 000$;
2) $0,065 \cdot 100$; 4) $32,97 \cdot 1000$; 6) $0,028 \cdot 10\ 000$.

914.° Виконайте множення:

- 1) $3,284 \cdot 10$; 3) $4,125 \cdot 1000$;
2) $6,3 \cdot 100$; 4) $924,587 \cdot 100\ 000$.

915.° Відомо, що $428 \cdot 76 = 32\ 528$. Поставте в правій частині рівності кому так, щоб множення було виконано правильно:

- 1) $4,28 \cdot 76 = 32528$; 4) $42,8 \cdot 0,76 = 32528$;
2) $42,8 \cdot 7,6 = 32528$; 5) $0,428 \cdot 7,6 = 32528$;
3) $4,28 \cdot 7,6 = 32528$; 6) $0,428 \cdot 0,076 = 32528$.

916.° Виконайте множення:

- 1) $2,4 \cdot 3,6$; 5) $9,16 \cdot 5,5$; 9) $6,132 \cdot 5,2$;
2) $2,7 \cdot 5,3$; 6) $0,37 \cdot 1,9$; 10) $0,018 \cdot 0,65$;
3) $4,5 \cdot 8,4$; 7) $42,25 \cdot 6$; 11) $2,376 \cdot 0,42$;
4) $2,8 \cdot 5,14$; 8) $3,46 \cdot 0,14$; 12) $1,35 \cdot 9,214$.

917.° Виконайте множення:

- 1) $7,2 \cdot 4,8$; 5) $8,35 \cdot 1,8$; 9) $8,4 \cdot 18,454$;
2) $8,1 \cdot 6,5$; 6) $4,8 \cdot 0,64$; 10) $0,85 \cdot 0,032$;
3) $5,8 \cdot 2,5$; 7) $8 \cdot 90,45$; 11) $0,76 \cdot 5,098$;
4) $3,02 \cdot 7,3$; 8) $1,16 \cdot 0,29$; 12) $0,275 \cdot 1,64$.

918.° Виконайте множення:

- 1) $4,6 \cdot 0,1$; 3) $436 \cdot 0,001$; 5) $6,58 \cdot 0,1$;
2) $35,1 \cdot 0,01$; 4) $729 \cdot 0,0001$; 6) $6,58 \cdot 0,001$.

919.° Виконайте множення:

1) $57 \cdot 0,1$;

3) $38,1 \cdot 0,001$;

2) $2,7 \cdot 0,01$;

4) $0,8 \cdot 0,00001$.

920.° Обчисліть:

1) $0,4^2$;

2) $0,2^3$;

3) $1,6^2$;

4) $0,1^5$.

921.° Знайдіть значення виразу:

1) $12,3 \cdot 0,8 - 5,4 \cdot 1,6$;

3) $(3,126 - 1,7) \cdot (0,15 + 7,4)$.

2) $(46 - 34,17) \cdot 0,09$;

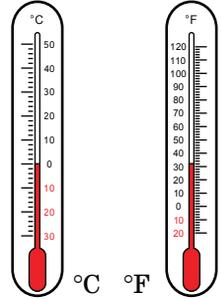
922.° Знайдіть значення виразу:

1) $5,6 \cdot 0,08 + 0,23 \cdot 2,4$;

3) $(9,38 + 5,12) \cdot (8,4 - 3,24)$.

2) $(72 - 42,56) \cdot 0,08$;

923.° У багатьох країнах світу, зокрема і в Україні, температуру вимірюють за шкалою Цельсія¹. У деяких країнах, зокрема у США, температуру вимірюють за шкалою Фаренгейта². Щоб перевести значення температури за шкалою Цельсія у шкалу Фаренгейта, користуються формулою $t_F = 1,8t_C + 32$, де t_C — температура в градусах Цельсія, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скільком градусам за шкалою Фаренгейта відповідають 25 градусів за шкалою Цельсія?



924.° Кілограм лимонів коштує 35 грн. Юрко купив 1 кг 700 г лимонів. Скільки здачі він має отримати зі 100 грн? Відповідь дайте у гривнях і копійках.

925.° Обчисліть площу тенісного корту, довжина й ширина якого дорівнюють 23,75 м і 10,92 м. Округліть відповідь до одиниць.

926.° У перший день регати яхта «Біда» рухалась 12,6 год зі швидкістю 26,5 км/год, а наступного дня — 10,5 год зі швидкістю 28,4 км/год. Який шлях пододала яхта за два дні регати?

927.° Під час стоянки яхти «Біда» в Одесі боцман Лом закупив рибу: 8,3 кг камбали по 12,6 грн за кілограм і 10,6 кг бичків по 9,7 грн за кілограм. Скільки грошей витратив Лом на закупівлю риби?

928.° Дід Остап продав 15,8 кг вишень по 20,5 грн за кілограм і 20,5 кг слив по 16 грн за кілограм. За які фрукти він уторгував більше грошей і на скільки?

¹ *Андерс Цельсій* (1701–1744) — шведський астроном і фізик. У 1742 р. розробив температурну шкалу, названу на його честь.

² *Габріель Даніель Фаренгейт* (1686–1736) — німецький фізик. У 1724 р. розробив температурну шкалу, названу на його честь.

929.° У поході група туристів 8,5 год ішла пішки зі швидкістю 4,2 км/год і 9,2 год пливла річкою на плоту зі швидкістю 3,5 км/год. Яка з відстаней, що подолали туристи, — сухоходом чи річкою — є більшою і на скільки кілометрів?

930.° На рисунку 209 зображено лічильник електроенергії, установлений у квартирі сім'ї Іваненків. На рисунку 209, *а* показано стан лічильника на 1 березня, на рисунку 209, *б* — на 1 квітня. Скільки сім'я Іваненків має сплатити за спожиту протягом березня електроенергію, якщо при споживанні електроенергії в межах від 1 кіловат-години до 100 кіловат-годин (кВт · год) діє тариф 0,9 грн за 1 кВт · год, а за спожиту понад 100 кВт · год електроенергію застосовується тариф 1,68 грн за 1 кВт · год?

*а**б*

Рис. 209

931.° На рисунку 210 зображено лічильник холодної води, установлений у квартирі сім'ї Петренків. На рисунку 210, *а* показано стан лічильника на 1 червня, на рисунку 210, *б* — на 1 липня. Скільки сім'я Петренків має сплатити за червень за постачання холодної води та водовідведення, якщо тариф за це становить 15,79 грн за 1 м³ води?

*а**б*

Рис. 210

932. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $0,2 \cdot 32,8 \cdot 5$; 3) $0,8 \cdot 47,5 \cdot 12,5$;
2) $0,25 \cdot 24,3 \cdot 0,4$; 4) $73 \cdot 0,5 \cdot 0,4$.

933. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $0,4 \cdot 17 \cdot 2,5$; 3) $0,05 \cdot 6,73 \cdot 0,2$;
2) $0,125 \cdot 4,3 \cdot 80$; 4) $0,4 \cdot 0,36 \cdot 5$.

934. Спростіть вираз:

- 1) $1,3 \cdot 0,2a$; 4) $2,8 \cdot y \cdot 0,5$; 7) $0,27m \cdot 0,3n$;
2) $0,9b \cdot 8$; 5) $0,6a \cdot 0,08b$; 8) $0,4a \cdot 8 \cdot b \cdot 0,3c$;
3) $0,23 \cdot 40b$; 6) $1,1x \cdot 1,4y$; 9) $1,2x \cdot 0,3y \cdot 5z$.

935. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $0,5a \cdot 20b$, якщо $a = 4$, $b = 6,8$;
2) $0,25x \cdot 0,4y$, якщо $x = 1,2$, $y = 0,3$;
3) $4m \cdot 0,5n$, якщо $m = 0,22$, $n = 100$;
4) $0,8k \cdot 12,5c$, якщо $k = 0,58$, $c = 0,1$.

936. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$; 3) $0,946 \cdot 26,8 + 0,946 \cdot 23,2$;
2) $59,8 \cdot 4,9 - 59,7 \cdot 4,9$; 4) $7,54 \cdot 3,24 - 7,54 \cdot 3,14$.

937. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $0,47 \cdot 6,32 + 6,32 \cdot 0,53$; 2) $85,6 \cdot 9,2 - 85,3 \cdot 9,2$.

938. Виразіть величини в однакових одиницях виміру та порівняйте їх:

- 1) 1,36 кг і 589,6 г; 4) 92,6 см і 9,24 дм;
2) 2396,4 г і 2,278 кг; 5) 31,6 кг і 0,432 ц;
3) 28,4 мм і 2,84 см; 6) 85,1 ц і 8,09 т.

939. Виразіть величини в однакових одиницях виміру та порівняйте їх:

- 1) 6,4 дм і 64,2 см; 3) 4,2 ц і 416,5 кг;
2) 265,8 см і 2,663 м; 4) 0,8 т і 7,36 ц.

940. У XVIII ст. з розвитком торгівлі й промисловості назріла необхідність приведення в певну систему різних мір. Так, були затверджені такі одиниці довжини: верста, сажень, аршин, вершок. Верста дорівнювала 500 сажням, сажень — 3 аршинам, аршин — 16 вершкам. Скільки кілограм дорівнювала верста, якщо вершок дорівнював 4,445 см?

941. У давнину користувалися такими мірами маси: пуд, фунт, золотник. Пуд дорівнював 40 фунтам, фунт — 96 золотникам. Скільки кілограм дорівнює пуд, якщо золотник дорівнює 4,266 г? Відповідь округліть до сотих.

942. З одного села в одному напрямі одночасно виїхали два велосипедисти. Один із них їхав зі швидкістю 11,4 км/год, а другий — зі швидкістю 9,8 км/год. Якою була відстань між ними через 6,5 год після початку руху?

943. З одного порту в інший одночасно відійшли теплохід і катер. Швидкість теплохода дорівнює 26,3 км/год, а швидкість катера — 30,8 км/год. Якою була відстань між ними через 5,4 год після початку руху?



944. З однієї станції в протилежних напрямках одночасно вирушили два поїзди. Один із них рухався зі швидкістю 63,4 км/год, а другий — 58,6 км/год. Якою була відстань між ними через 9,3 год після початку руху?

945. З одного міста в протилежних напрямках одночасно виїхали два автомобілі. Швидкість першого автомобіля становить 72,5 км/год, що на 8,7 км/год більше, ніж швидкість другого. Якою була відстань між ними через 3,6 год після початку руху?

946. Із двох міст назустріч один одному одночасно виїхали велосипедист і легковий автомобіль. Велосипедист їхав зі швидкістю 13,8 км/год, а автомобіль — у 6,3 раза швидше. Знайдіть відстань між містами, якщо велосипедист і автомобіль зустрілися через 4,5 год після початку руху.

947. Із двох селищ назустріч один одному одночасно вирушили велосипедист і пішохід. Пішохід ішов зі швидкістю 3,2 км/год, що в 4,2 раза менше від швидкості велосипедиста. Знайдіть відстань між селищами, якщо велосипедист і пішохід зустрілися через 1,6 год після початку руху.

948. Знайдіть значення виразу:

- 1) $(8,2 \cdot 0,45 + 14,71) \cdot 3,8 - 49,436$;
- 2) $(3,6 \cdot 4,25 - 0,7) \cdot 5,9 + 7,9 \cdot 0,2$;
- 3) $0,7 \cdot (34,1 - 18,4) + 0,5 \cdot 18,6 - (9,8 + 1,6) \cdot 1,4$.

949. Знайдіть значення виразу:

- 1) $(2,35 \cdot 6,8 - 6,793) \cdot 0,4 + 1,3252$;
- 2) $3,4 \cdot 6,5 - 0,25 \cdot (17,6 \cdot 1,5 + 3,28)$;
- 3) $(36,8 - 15,3) \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 12,4 - (18,6 - 13,8) \cdot 0,5$.

950. На яке число треба помножити число 7,08, щоб отримати:

- 1) 70,8; 2) 7080; 3) 0,708; 4) 0,000708?

951. На яке число треба помножити число 0,47, щоб отримати:

- 1) 47; 2) 47 000; 3) 0,047; 4) 0,000047?

952. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $6,5 \cdot 2,46 - 6,5 \cdot 2,29 - 6,5 \cdot 0,17$;
- 2) $12,36 \cdot 1,39 + 1,11 \cdot 12,36 - 2,5 \cdot 4,36$.

953. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $0,37 \cdot 4,6 - 1,8 \cdot 0,37 + 0,37 \cdot 7,2$;
- 2) $6,74 \cdot 0,13 + 0,47 \cdot 6,74 + 0,6 \cdot 1,76$.

954.* Спростіть вираз і обчисліть його значення:

- 1) $0,13p + 0,47p$, якщо $p = 0,14$;
- 2) $0,072b - 0,043b$, якщо $b = 5,4$;
- 3) $3,8x + 1,7x - 5,4x + 0,1x$, якщо $x = 0,678$;
- 4) $8,6c - 3,5c - 0,1c + 0,296$, якщо $c = 0,58$.

955.* Спростіть вираз і обчисліть його значення:

- 1) $3,4x + 5,6x$, якщо $x = 0,08$;
- 2) $5,4a - 3,9a$, якщо $a = 0,26$;
- 3) $1,8m - 0,5m + 0,7m$, якщо $m = 3,94$;
- 4) $0,19z - 0,12z + 0,33z - 1,92$, якщо $z = 8,2$.

956.* Човен плыв 1,8 год за течією річки і 2,6 год проти течії. Який шлях подолав човен за весь час руху, якщо швидкість течії дорівнює 2,4 км/год, а власна швидкість човна — 18,9 км/год?

957.* Теплохід плыв 4,5 год проти течії і 0,8 год за течією річки. Який шлях подолав теплохід, якщо його швидкість проти течії дорівнює 24,6 км/год, а швидкість течії — 1,8 км/год?

958.* 1) Одна зі сторін прямокутника дорівнює 2,3 м, що на 3,4 м менше від сусідньої сторони. Обчисліть площу та периметр прямокутника.

2) Сторона квадрата дорівнює 3,2 см. Обчисліть його площу та периметр.

959.* Одна зі сторін прямокутника дорівнює 5,8 дм, що на 1,3 дм більше за сусідню сторону. Обчисліть площу та периметр прямокутника.

960.* Виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 4,6 см, 2,4 см і 3,6 см. Знайдіть: 1) суму довжин усіх його ребер; 2) площу його поверхні; 3) його об'єм.

961.* Ребро куба дорівнює 0,6 дм. Знайдіть: 1) суму довжин усіх його ребер; 2) площу його поверхні; 3) його об'єм.

962.* Ширина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 4,5 см, що у 2 рази менше від його довжини і на 0,9 см більше за його висоту. Знайдіть: 1) суму довжин усіх його ребер; 2) площу його поверхні; 3) його об'єм.

963.* Мати доручила Сашку купити 1,5 кг печива, 0,8 кг вафель і 0,5 кг цукерок. Чи вистачить Сашку 180 грн, якщо 1 кг печива коштує 48 грн, 1 кг вафель — 65 грн, а 1 кг цукерок — 120 грн?

964.* До свого дня народження Буратіно купив 12 кг шоколадних цукерок по 3,4 сольдо за кілограм, 7,5 кг зефіру по 2,6 сольдо за кілограм і 14 пляшок лимонаду по 1,5 сольдо за пляшку. Скільки грошей залишилось у Буратіно, якщо спочатку в нього було 100 сольдо?

Вправи для повторення

965. Івасик колекціонує марки та значки. Третина від чверті всіх марок становить 12 марок, а чверть від третини всіх значків — 12 значків. Чого більше, марок чи значків, має Івасик?

966. Довжина прямокутного аркуша паперу дорівнює 50 см, а ширина — 12 см. Скільки квадратів площею 100 см^2 можна вирізати з цього аркуша паперу?

967. Із погано закритого внаслідок недбалості водопровідного крана щосекунди витікає одна крапля води.



- 1) Скільки грамів води витече за добу, якщо маса 100 крапель дорівнює 7 г? Округліть відповідь до тисяч грамів і виразить у кілограмах.
- 2) Скільки тонн води витече за добу, якщо в місті 120 000 квартир, у кожній з яких погано закрито кран?
- 3) Скільки днів можна було б поливати водою, що витекла в усьому місті, город площею 10 а, на якому посаджено капусту, якщо для поливу 1 м^2 городу потрібно щодоби 15 л води?



Задача від Мудрої Сови

968. У п'ятих класах навчаються 100 учнів. Із них 75 учнів вивчають німецьку мову, 85 учнів — французьку, а 10 учнів не вивчають жодної з цих мов. Скільки учнів вивчають тільки французьку, а скільки — тільки німецьку мову?

35. Ділення десяткових дробів

Ви знаєте, що поділити натуральне число a на натуральне число b — це означає знайти таке натуральне число c , яке при множенні на b дає число a . Це твердження залишається правильним, якщо хоча б одне з чисел a , b і c є десятковим дробом.

Розглянемо кілька прикладів, у яких дільником є натуральне число.

$$1,2 : 4 = 0,3, \text{ оскільки } 0,3 \cdot 4 = 1,2;$$

$$2,5 : 5 = 0,5, \text{ оскільки } 0,5 \cdot 5 = 2,5;$$

$$1 : 2 = 0,5, \text{ оскільки } 0,5 \cdot 2 = 1.$$

А як бути тоді, коли ділення не вдається виконати усно? Наприклад, як поділити 43,52 на 17?

Збільшивши ділене 43,52 в 100 разів, отримаємо число 4352. Тоді значення виразу $4352 : 17$ у 100 разів більше за значення

виразу $43,52 : 17$. Виконавши ділення куточком, ви легко встановите, що $4352 : 17 = 256$. Тут ділене збільшено в 100 разів. Отже, $43,52 : 17 = 2,56$. Зауважимо, що $2,56 \cdot 17 = 43,52$, що підтверджує правильність виконання ділення.

Частку 2,56 можна отримати інакше. Будемо ділити 43,52 на 17 куточком, не звертаючи уваги на кому. При цьому кому в частці поставимо безпосередньо перед тим, як буде використано першу цифру після коми в діленому.

			4	3,5	2	1	7
-			3	4		2	,56
				9	5		
				8	5		
					1	0	2
					1	0	2
						0	

Якщо ділене менше від дільника, то ціла частина частки дорівнює нулю. Наприклад:

				1,7	8	1	1	3					7,8	4	3	3	4	1	
-				0			0	,1	3	7			0			0	,0	2	3
				1	7								7	8					
-				1	3								0						
					4	8							7	8	4				
					3	9							6	8	2				
						9	1						1	0	2	3			
						9	1						1	0	2	3			
							0									0			

Розглянемо ще один приклад. Знайдемо частку $3,1 : 5$. Маємо:

			3,1	5			
-			0		0,6		
				3	1		
-			3	0			
				1		?	

Ми припинили ділити далі, оскільки цифри діленого закінчилися, а в остачі нуль не отримали. Ви знаєте, що десятковий дріб не зміниться, якщо до нього справа приписати будь-яку кількість нулів. Тоді стає зрозумілим, що цифри діленого закінчаться не можуть. Маємо:

$$\begin{array}{r}
 31,5 \\
 - 0,62 \\
 \hline
 31 \\
 - 30 \\
 \hline
 10 \\
 - 10 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Тепер ми можемо знаходити частку двох натуральних чисел, коли ділене не ділиться націло на дільник. Наприклад, знайдемо частку $31 : 5$. Очевидно, що число 31 не ділиться націло на 5:

$$\begin{array}{r}
 31,5 \\
 - 30,6 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

Ми припинили ділити далі, оскільки цифри діленого закінчилися. Проте якщо подати ділене у вигляді десяткового дробу, то ділення можна продовжити.

Маємо: $31 : 5 = 31,0 : 5$. Далі виконаємо ділення куточком:

$$\begin{array}{r}
 31,05 \\
 - 30,62 \\
 \hline
 10 \\
 - 10 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Отже, $31 : 5 = 6,2$.

У попередньому пункті ми з'ясували, що коли кому перенести вправо на 1, 2, 3 і т. д. цифри, то дріб збільшиться відповідно в 10, 100, 1000 і т. д. разів, а якщо кому перенести вліво на 1, 2, 3 і т. д. цифри, то дріб зменшиться відповідно в 10, 100, 1000 і т. д. разів.

Тому в тих випадках, коли дільник дорівнює 10, 100, 1000 і т. д., користуються таким правилом.

Щоб поділити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вліво на 1, 2, 3 і т. д. цифри.

Наприклад: $4,23 : 10 = 0,423$; $2 : 100 = 0,02$; $58,63 : 1000 = 0,05863$.

Отже, ми навчилися ділити десятковий дріб на натуральне число.

Покажемо, як ділення на десятковий дріб можна звести до ділення на натуральне число.

$$\text{Маємо: } \frac{2}{5} \text{ км} = 400 \text{ м, } \frac{20}{50} \text{ км} = 400 \text{ м, } \frac{200}{500} \text{ км} = 400 \text{ м.}$$

$$\text{Отримуємо: } \frac{2}{5} = \frac{20}{50} = \frac{200}{500}, \text{ тобто } 2 : 5 = 20 : 50 = 200 : 500.$$

Цей приклад ілюструє таке: **якщо ділене і дільник збільшити одночасно в 10, 100, 1000 і т. д. разів, то частка не зміниться.**

Знайдемо частку $43,52 : 1,7$.

Збільшимо одночасно ділене та дільник у 10 разів.

$$\text{Маємо: } 43,52 : 1,7 = 435,2 : 17.$$

Тепер залишилося виконати ділення десяткового дробу $435,2$ на натуральне число 17 . А це ви вже вмієте робити й легко встановите, що $43,52 : 1,7 = 25,6$.

Щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба:

- 1) **перенести в діленому і в дільнику коми вправо на стільки цифр, скільки їх міститься після коми в дільнику;**
- 2) **виконати ділення на натуральне число.**

ПРИКЛАД 1 Івасик зібрав 140 кг яблук і груш, з них $0,24$ становили груші. Скільки кілограмів груш зібрав Івасик?

$$\text{Розв'язання. Маємо: } 0,24 = \frac{24}{100}.$$

$$1) 140 : 100 = 1,4 \text{ (кг)} \text{ — становить } \frac{1}{100} \text{ яблук і груш.}$$

$$2) 1,4 \cdot 24 = 33,6 \text{ (кг)} \text{ — груш було зібрано.}$$

Відповідь: $33,6$ кг. ◀

ПРИКЛАД 2 На сніданок Вінні-Пух з'їв $0,7$ барильця меду. Скільки кілограмів меду було в барильці, якщо Вінні-Пух з'їв $4,2$ кг меду?

$$\text{Розв'язання. Маємо: } 0,7 = \frac{7}{10}.$$

$$1) 4,2 : 7 = 0,6 \text{ (кг)} \text{ — становить } \frac{1}{10} \text{ всього меду.}$$

$$2) 0,6 \cdot 10 = 6 \text{ (кг)} \text{ — меду було в барильці.}$$

Відповідь: 6 кг. ◀



1. Як виконати ділення десяткового дробу на натуральне число куточком?
2. Чому дорівнює ціла частина частки, якщо ділене менше від дільника?
3. Як поділити десятковий дріб на 10? на 100? на 1000?
4. Як поділити десятковий дріб на десятковий дріб?

Розв'язуємо усно

1. Розв'яжіть рівняння:

1) $7x = 749$; 2) $96 : x = 8$; 3) $x \cdot 12 = 12$.

2. Чому дорівнює значення виразу:

1) $1,6a + 1,6b$, якщо $a + b = 100$;

2) $2,5x - 2,5y$, якщо $x - y = 4$?

3. У скільки разів треба збільшити число 0,05, щоб отримати:

1) 5; 2) 500?

Вправи

969.° Виконайте ділення:

1) $56,87 : 10$;

3) $14,49 : 100$;

5) $0,04 : 100$;

2) $7 : 10$;

4) $12 : 100$;

6) $28 : 1000$.

970.° Виконайте ділення:

1) $256 : 10$;

3) $3 : 100$;

5) $0,96 : 1000$;

2) $37,5 : 10$;

4) $70,2 : 100$;

6) $125,7 : 1000$.

971.° Знайдіть частку:

1) $2,4 : 8$;

4) $0,048 : 12$;

7) $0,5 : 2$;

2) $0,42 : 7$;

5) $7 : 2$;

8) $19 : 2$;

3) $5,5 : 5$;

6) $6,36 : 6$;

9) $0,24 : 3$.

972.° Виконайте ділення:

1) $8,68 : 7$;

5) $9,044 : 38$;

9) $6 : 12$;

2) $169,2 : 8$;

6) $144,96 : 48$;

10) $1 : 125$;

3) $89,6 : 28$;

7) $13 : 2$;

11) $7,982 : 26$;

4) $33,28 : 52$;

8) $21 : 14$;

12) $0,0432 : 36$.

973.° Виконайте ділення:

1) $85,2 : 6$;

5) $3,198 : 26$;

9) $2 : 8$;

2) $13,8 : 4$;

6) $453,2 : 22$;

10) $14 : 112$;

3) $78,2 : 34$;

7) $48,16 : 16$;

11) $45 : 6$;

4) $11,34 : 42$;

8) $17 : 5$;

12) $0,1242 : 69$.

974.° Обчисліть:

1) $21,6 - 12,6 : 18 + 6$;

2) $(21,6 - 12,6) : 18 + 6$;

3) $(21,6 - 12,6) : (18 + 6)$;

4) $21,6 - 12,6 : (18 + 6)$.

975.° Знайдіть значення виразу:

1) $3,6 : 9 + 0,18 \cdot 5$;

2) $70,28 : 14 - 32,8 : 10 + 10,58 : 23$;

3) $47,04 - 47,04 : (46 + 38)$;

4) $(140 - 12,32) : 42 + 3,15 \cdot 16$.

976.° Виконайте дії:

- 1) $3,8 \cdot 1,7 - 36,24 : 12$; 3) $22,08 - 22,08 : (74 - 26)$;
 2) $53,4 : 15 + 224 : 100 - 36 : 8$; 4) $(134 - 15,97) : 29 + 4,24 \cdot 35$.

977.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x \cdot 13 = 132,6$; 4) $9,728x + 7,272x = 4,08$;
 2) $64,6 : x = 17$; 5) $38,6x - 16,6x = 14,74$;
 3) $x : 14,5 = 4,6$; 6) $1,2x + 4,6x - 2,8x = 0,15$.

978.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $12 \cdot x = 112,8$; 4) $y + 27y = 0,952$;
 2) $178,5 : x = 21$; 5) $33m - m = 102,4$;
 3) $x : 3,2 = 10,5$; 6) $2,7x - 1,3x + 3,6x = 2$.

979.° Перетворіть у десятковий дріб:

- 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{9}{20}$; 3) $\frac{23}{32}$; 4) $\frac{53}{40}$; 5) $\frac{263}{125}$.

980.° Перетворіть у десятковий дріб:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{19}{25}$; 4) $\frac{19}{8}$; 5) $\frac{47}{200}$.

981.° Знайдіть частку:

- 1) $3,2 : 0,4$; 3) $0,084 : 0,04$; 5) $2,4 : 0,12$;
 2) $0,36 : 0,9$; 4) $0,012 : 0,6$; 6) $0,3248 : 0,016$.

982.° Виконайте ділення:

- 1) $45,6 : 2,4$; 7) $0,56 : 0,8$;
 2) $29,88 : 8,3$; 8) $0,026 : 0,65$;
 3) $60 : 1,25$; 9) $3 : 0,016$;
 4) $8,4 : 0,07$; 10) $19,798 : 5,21$;
 5) $9,246 : 0,23$; 11) $0,2278 : 0,067$;
 6) $0,18564 : 0,78$; 12) $24,1248 : 0,048$.

983.° Виконайте ділення:

- 1) $28,8 : 1,8$; 7) $0,72 : 0,9$;
 2) $12,88 : 4,6$; 8) $0,014 : 0,56$;
 3) $81 : 2,25$; 9) $1 : 0,025$;
 4) $9,6 : 0,04$; 10) $7,488 : 3,12$;
 5) $4,928 : 0,16$; 11) $0,1218 : 0,058$;
 6) $0,22274 : 0,43$; 12) $6,1244 : 0,061$.

984.° Виконайте ділення:

- 1) $93,42 : 0,1$; 3) $12,7 : 0,01$; 5) $79,35 : 0,001$;
 2) $8 : 0,1$; 4) $4 : 0,001$; 6) $4,87 : 0,00001$.

985.° Виконайте ділення:

- 1) $84,6 : 0,1$; 4) $5 : 0,01$;
 2) $54 : 0,1$; 5) $239,16 : 0,001$;
 3) $0,73 : 0,01$; 6) $1,9 : 0,0001$.

986.° Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $y \cdot 4,9 = 2,94$; | 4) $7,8a + 5,4a = 3,3$; |
| 2) $y \cdot 0,7 = 0,0091$; | 5) $1,3x - 0,82x = 6$; |
| 3) $y : 2,3 = 5,6$; | 6) $x - 0,28x = 36$. |

987.° Знайдіть корінь рівняння:

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| 1) $9,2 \cdot y = 3,68$; | 4) $3,8a + 4,6a = 13,44$; |
| 2) $0,3y = 0,0162$; | 5) $b - 0,872b = 32$; |
| 3) $y : 1,2 = 10,2$; | 6) $4,9m - 0,1m = 3,84$. |

988.° Ширина проїжджої частини дороги дорівнює 15 м. Зелений сигнал світлофора горить 20 с. З якою найменшою швидкістю має почати рухатися пішохід із моменту загорання зеленого сигналу, щоб безпечно перейти дорогу?

989.° Потужність електростанції ДніпроГЕС становить 1500 МВт, а Запорізької атомної електростанції (ЗАЕС), найпотужнішої електростанції України, — 5700 МВт. У скільки разів потужність ЗАЕС більша, ніж потужність ДніпроГЕС?



990.° Поїзд проїхав 135,8 км за 2,8 год. Скільки кілометрів він проїде за 6,2 год з тією самою швидкістю?

991.° За 1,8 кг печива заплатили 45,36 грн. Скільки гривень треба заплатити за 4,5 кг такого печива?

992.° Аладдін купив для мавпочки Абу 6 кг бананів і 8 кг фініків, заплативши за все 136,4 драхми. Скільки коштує 1 кг фініків, якщо 1 кг бананів коштує 10,2 драхми?

993.° Барвінок зібрав у своєму саду 456,3 кг яблук і груш. Яблука він розклав у 9 ящиків по 23,5 кг у кожний, а груші — порівну у 12 кошиків. Скільки кілограмів груш було в кожному кошику?

994.° Від дроту завдовжки 12 м відрізали кусок, довжина якого становила 0,1 довжини усього дроту. Скільки метрів дроту відрізали?

995.° Марічка збрала у своєму саду 320 кг фруктів та ягід, причому виноград становив 0,01 зібраного врожаю. Скільки кілограмів винограду збрала Марічка?

996.° Петрик прочитав 0,6 книжки, у якій 180 сторінок. Скільки сторінок прочитав Петрик?

- 997.° Оленка зліпила 120 вареників з вишнями і з картоплею, причому вареники з вишнями становили 0,8 усіх вареників. Скільки вареників з вишнями зліпила Оленка?



- 998.° Турист пройшов 2,7 км, що становить 0,1 туристського маршруту. Яка довжина усього маршруту?
- 999.° Іван Іванович купив синові шоколадку за 12,5 грн, витративши на цю покупку 0,001 отриманої заробітної плати. Скільки гривень становить заробітна плата Івана Івановича?
- 1000.° У парку ростуть 48 ялинок, що становить 0,6 усіх дерев. Скільки дерев росте в парку?
- 1001.° На птахофермі було 960 курчат, що становило 0,8 усіх птахів. Скільки всього птахів було на фермі?
- 1002.° Знайдіть значення виразу:
 1) $84 : 0,35 - 4,64 : 5,8 - 60 : 48 + 2,9 : 0,58$;
 2) $40 - (2,0592 : 0,072 - 19,63)$;
 3) $7,67 : 0,65 - (0,394 + 0,7688) : 0,57$.
- 1003.° Обчисліть:
 1) $2,46 : 4,1 + 15 : 0,25 - 4 : 25 - 14,4 : 0,32$;
 2) $50 - (2,3256 : 0,068 + 9,38)$;
 3) $6,63 : 0,85 - (34 - 30,9248) : 0,62$.
- 1004.° Знайдіть об'єм куба, сума довжин усіх ребер якого дорівнює 30 дм.
- 1005.° Знайдіть площу квадрата, периметр якого дорівнює 12,8 см.
- 1006.° Виконайте дії:
 1) $(39 - 5,8 \cdot 1,2) : (42,4 - 38,4 : 16)$;
 2) $(57,12 : 1,4 + 4,324 : 0,46) \cdot 1,5 - 28,16$.
- 1007.° Виконайте дії:
 1) $(14,6 \cdot 2,8 - 4,94) : (57,6 : 18 + 2,8)$;
 2) $(55,08 : 1,8 - 4,056 : 0,52) \cdot 6,5 - 93,78$.
- 1008.° Знайдіть корінь рівняння:
 1) $(1,8 + x) \cdot 21 = 71,4$; 3) $(x - 1,25) \cdot 4,5 = 27$;
 2) $16(4x - 3,4) = 6,08$; 4) $(x + 19,64) \cdot 0,18 = 144$;

- 5) $17(1,6 - 5x) = 2,38$; 9) $34,12 - x : 3,08 = 34,03$;
 6) $9,66 : (x + 0,17) = 23$; 10) $x : 100 - 1,2367 = 2,9633$;
 7) $5,6 : (x - 6) = 8$; 11) $9,2(0,01y + 0,412) = 4,6$;
 8) $5,6 : x - 6 = 8$; 12) $8,8(0,12y - 0,04) = 0,44$.

1009. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $8(x - 1,4) = 0,56$; 4) $(51,32 + x) \cdot 0,12 = 72$;
 2) $(4,6 - x) \cdot 19 = 4,18$; 5) $17,28 : (56 - x) = 36$;
 3) $(x - 7,3) \cdot 3,2 = 12,16$; 6) $x : 4,28 + 16,47 = 19,97$.

1010. Знайдіть корінь рівняння:

- 1) $9b + 6b - 0,15 = 6,15$; 4) $16,4 - 5,4x = 14,78$;
 2) $17x - x + 5x - 1,9 = 17$; 5) $10,2x - 7,4x + 0,88 = 2$;
 3) $1,7x + 88,42 = 94,2$; 6) $0,6y + 0,18y - 2,376 = 5,58$.

1011. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $14,63x + 3,37x - 0,48 = 2,4$; 4) $9,3 - 0,14x = 8,95$;
 2) $16a - 7a + 0,96 = 2,22$; 5) $8,6x - 6,9x + 0,49 = 1$;
 3) $2,6x + 5,04 = 5,3$; 6) $1,2n + 1,3n - 1,39 = 0,61$.

1012. Відстань між двома островами дорівнює 556,5 км. Від цих островів назустріч один одному одночасно вийшли два кораблі, які зустрілися через 7 год після виходу. Один із кораблів ішов зі швидкістю 36,8 км/год. З якою швидкістю рухався другий корабель?

1013. Із своїх домівок назустріч один одному одночасно вирушили Братець Їжак і Братець Кролик і зустрілися через 12 хв після початку руху. З якою швидкістю рухався Братець Їжак, якщо відстань між домівками дорівнює 136,8 м, а Братець Кролик рухався зі швидкістю 9,6 м/хв?



1014. Із двох станцій, відстань між якими дорівнює 20,8 км, в одному напрямі одночасно вийшли два поїзди. Попереду рухався поїзд зі швидкістю 54,6 км/год. Через 5 год після початку руху його наздогнав другий поїзд. Знайдіть швидкість другого поїзда.

- 1015.** Відстань між двома селами дорівнює 12,2 км. Із цих сіл по дорозі в одному напрямі одночасно вирушили вершник і пішоход. Вершник скакав позаду зі швидкістю 10,2 км/год і наздогнав пішохода через 2 год після початку руху. Знайдіть швидкість пішохода.
- 1016.** Із села Затишне зі швидкістю 9,4 км/год виїхав козак Чорновусенко. Коли він від'їхав від Затишного на 1,26 км, слідом виїхав козак Блискавичний зі швидкістю 11,2 км/год. За який час Блискавичний наздожене Чорновусенка?
- 1017.** Кіт Том побачив мишеня Джеррі на відстані 30,4 м і кинувся за ним. Через скільки хвилин кіт наздожене мишеня, якщо Джеррі втікає зі швидкістю 298,8 м/хв, а Том доганяє зі швидкістю 302 м/хв?
- 1018.** Моторний човен проплив 28,64 км за течією річки та 52,16 км проти течії. Скільки часу плів човен, якщо його власна швидкість дорівнює 34,2 км/год, а швидкість течії — 1,6 км/год?
- 1019.** Катер проплив 54,9 км за течією річки та 60,49 км проти течії. На скільки хвилин довше плів катер проти течії, ніж за течією, якщо швидкість катера в стоячій воді дорівнює 28,4 км/год, а швидкість течії — 2,1 км/год?
- 1020.** На три ділянки поля площею 8,4 га, 6,8 га і 5,2 га було завезено добриво: на першу — гній, на другу — торф, а на третю — суміш гною і торфу (в однаковій кількості на 1 га). Урожай жита з цих ділянок відповідно становив: 63 ц, 61,2 ц і 57,2 ц. Яке добриво найкраще впливає на врожайність жита?
- 1021.** На двох ділянках поля, площа кожної з яких дорівнює 5,4 га, виростили 30,24 ц льону і 49,68 ц ячменю, не вносячи добрив. На двох інших ділянках, площа кожної з яких дорівнює 7,5 га, виростили 39,75 ц льону і 170,25 ц ячменю, але вже з використанням добрив. Порівняйте врожайність льону і ячменю, вирощених з добривами і без добрив.
- 1022.** Площа прямокутника дорівнює площі квадрата зі стороною 2,1 см. Одна зі сторін прямокутника дорівнює 0,9 см. Обчисліть периметр прямокутника.
- 1023.** Площа прямокутника дорівнює $5,76 \text{ м}^2$, а одна з його сторін — 3,6 м. Обчисліть периметр прямокутника.
- 1024.** Користуючись формулою об'єму прямокутного паралелепіпеда $V = Sh$, обчисліть:
- 1) площу S основи, якщо $V = 9,12 \text{ см}^3$, $h = 0,6 \text{ см}$;
 - 2) висоту h , якщо $V = 76,65 \text{ см}^3$, $S = 10,5 \text{ см}^2$.
- 1025.** Перший насос перекачує $18,56 \text{ м}^3$ води за 3,2 год, а другий — $22,32 \text{ м}^3$ води за 3,6 год. Який із насосів більше перекачує води за 1 год та на скільки кубічних метрів?

- 1026.*** Кролики Фунт і Фант збирали капусту. Фунт зібрав 65,34 кг капусти за 5,4 год, а Фант — 76,32 кг за 7,2 год. У якого кролика продуктивність праці (кількість зібраної капусти за 1 год) вища та на скільки кілограмів?
- 1027.*** За кілька місяців шкільна бібліотека витратила 4936 грн на придбання нових книжок. За перший місяць було витрачено 0,4 цієї суми, а за другий — 0,35 решти. Скільки гривень було витрачено за другий місяць?
- 1028.*** Було відремонтовано 456 км дороги. За перший тиждень відремонтували 0,15 дороги, а за другий — 0,3 решти. Скільки кілометрів дороги відремонтували за другий тиждень роботи?
- 1029.*** Один доданок дорівнює 2,88, що становить 0,36 суми. Знайдіть другий доданок.
- 1030.*** Знайдіть різницю двох чисел, якщо від’ємник дорівнює 65,8 і становить 0,28 зменшуваного.
- 1031.**** Знайдіть число, 0,85 якого дорівнюють 0,68 числа 50.
- 1032.**** Знайдіть 0,128 числа, 0,32 якого становлять 80.
- 1033.**** Замість зірочок поставте такі цифри, щоб ділення було виконано правильно:

$$1) \begin{array}{r} *, * * | * 9 \\ - 2 * | *, 1 * \\ \hline * * \\ - 5 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} *, * 5 | 3 9 \\ - 7 * | *, * * \\ \hline * * * \\ - * * * \\ \hline * * * \\ - * * * \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} *, * 1 | * 9 \\ - 2 * | *, * * \\ \hline * * * \\ - * * * \\ \hline * * * \\ - * * * \\ \hline 0 \end{array}$$

- 1034.**** Коли хлопчик прочитав 0,35 книжки, а потім ще 0,1 книжки, то виявилось, що він прочитав на 15 сторінок менше від половини книжки. Скільки сторінок було в книжці?
- 1035.**** Якщо в деякому десятковому дробі перенести кому вправо через одну цифру, то він збільшиться на 62,01. Знайдіть цей дріб.
- 1036.**** Моторний човен проплив 43,4 км за течією річки за 3,5 год і 39,6 км проти течії за 4,5 год. Знайдіть власну швидкість човна та швидкість течії.

Вправи для повторення

- 1037.** Промінь OC ділить розгорнутий кут AOB на два кути так, що кут AOC на 50° більший за кут BOC . Знайдіть градусні міри кутів AOC і BOC .
- 1038.** Промінь OC ділить прямий кут AOB на два кути так, що кут AOC у 4 рази менший від кута BOC . Знайдіть градусні міри кутів AOC і BOC .

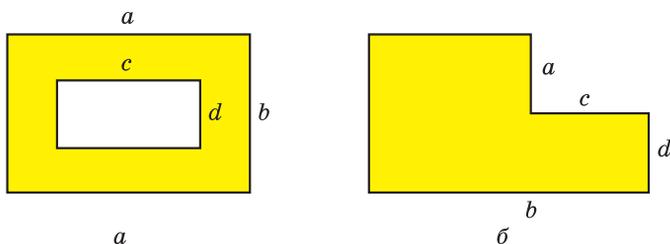


Рис. 211

1039. Складіть вираз для обчислення площі зафарбованої фігури, зображеної на рисунку 211.



Задача від Мудрої Сови

1040. Сім олівців коштують більше, ніж вісім зошитів. Що коштує більше: вісім олівців чи дев'ять зошитів?

36. Середнє арифметичне. Середнє значення величини

Розглянемо такий приклад. Нехай сума віку 11 гравців однієї футбольної команди дорівнює 242 рокам. Зауважимо, що $242 : 11 = 22$. Чи означає це, що всі футболісти в команді обов'язково однолітки й кожному з них 22 роки? Звісно, ні. У команді можуть бути футболісти, вік яких як більше, так і менше від 22 років. У таких випадках говорять, що **середній** вік футболіста команди дорівнює 22 рокам. Це число отримали як частку від ділення суми віку всіх футболістів на їхню кількість.

Середнім арифметичним кількох чисел називають частку від ділення суми цих чисел на кількість доданків.

Коли йдеться про значення якихось величин, то часто мають на увазі середні значення цих величин. Наприклад, коли говорять, що з одного гектара поля зібрали 38 ц пшениці, то це не означає, що з кожного гектара поля було зібрано саме таку кількість центнерів пшениці. Цю величину отримали, поділивши масу всього врожаю, виражену в центнерах, на площу всього поля, виражену в гектарах. Величина 38 ц є *середньою врожайністю* 1 га даного поля.

Ще один приклад. Якщо автомобіль проїхав 120 км за 1,5 год, то, поділивши довжину шляху на час, отримаємо *середню швидкість* руху автомобіля. Вона дорівнює 80 км/год. При цьому автомобіль міг зупинятися, їхати зі швидкістю більшою або меншою, ніж 80 км/год.

Середній вік футболіста команди, середня за один матч результативність футболіста, середня кількість молока, що споживається

одним мешканцем України за рік, тощо — також приклади *середніх значень величин*.

У повсякденному житті ми часто стикаємось із середніми значеннями величин. Наприклад, наведемо таблицю споживання основних продуктів харчування в Україні (у кілограмах на людину за рік).

Таку таблицю можуть використовувати, наприклад, економісти та дієтологи у своїх дослідженнях, висновках і рекомендаціях, виробники та постачальники сільськогосподарської продукції при плануванні своєї діяльності.

Найменування продукту	Рік				
	2012	2013	2014	2015	2016
М'ясо та м'ясопродукти	54,4	56,1	54,1	50,9	51,4
Молоко та молочні продукти	214,9	220,9	222,8	209,9	209,5
Цукор	37,6	37,1	36,3	35,7	33,3
Соняшникова олія	13,0	13,3	13,1	12,3	11,7
Хлібні продукти	109,4	108,4	108,5	103,2	101,0

ПРИКЛАД 1 Автомобіль їхав 4 год зі швидкістю 54 км/год і 2 год зі швидкістю 60 км/год. Знайдіть середню швидкість руху автомобіля на всьому шляху.

Розв'язання. 1) $54 \cdot 4 = 216$ (км) — проїхав автомобіль зі швидкістю 54 км/год.

2) $60 \cdot 2 = 120$ (км) — проїхав автомобіль зі швидкістю 60 км/год.

3) $216 + 120 = 336$ (км) — увесь шлях, пройдений автомобілем.

4) $4 + 2 = 6$ (год) — загальний час руху автомобіля.

5) $336 : 6 = 56$ (км/год) — середня швидкість руху автомобіля.

Відповідь: 56 км/год. ◀

ПРИКЛАД 2 Оленка купила 1,2 кг цукерок одного виду по 30,6 грн за кілограм і 1,6 кг цукерок другого виду. Середня ціна куплених цукерок становила 42 грн за кілограм. Скільки коштував кілограм цукерок другого виду?

Розв'язання. 1) $1,2 + 1,6 = 2,8$ (кг) — усього купила цукерок.

2) $42 \cdot 2,8 = 117,6$ (грн) — коштували всі цукерки.

3) $30,6 \cdot 1,2 = 36,72$ (грн) — коштували цукерки першого виду.

4) $117,6 - 36,72 = 80,88$ (грн) — коштували цукерки другого виду.

5) $80,88 : 1,6 = 50,55$ (грн) — ціна 1 кг цукерок другого виду.

Відповідь: 50,55 грн. ◀



1. Що називають середнім арифметичним кількох чисел?
2. Наведіть приклади середніх значень величин.

Розв'язуємо усно

1. Заповніть ланцюжок обчислень:



2. Порівняйте числа:

- 1) $\frac{39}{100}$ і $0,41$; 3) $0,3$ і $\frac{31}{100}$; 5) $\frac{1}{2}$ і $0,499$;
- 2) $\frac{4}{5}$ і $0,75$; 4) $\frac{1}{5}$ і $0,5$; 6) $\frac{9}{10}$ і $\frac{894}{1000}$.

3. Знайдіть четверту частину різниці $5,2 - 2,4$.
4. Знайдіть п'яту частину добутку $1,8 \cdot 1,5$.
5. Від села до станції 2 км. Чи встигне пішохід на поїзд, якщо вийде із села за $0,6$ год до відходу поїзда та буде рухатися зі швидкістю $2,5$ км/год?

Вправи

- 1041.° Знайдіть середнє арифметичне чисел:
1) $10,3$ і $9,1$; 2) $2,8$; $16,9$ і 22 .
- 1042.° Знайдіть середнє арифметичне чисел:
1) $4,2$ і $2,1$; 2) $3,9$; 6 ; $9,18$ і $15,8$.
- 1043.° Протягом тижня о 8 год ранку Сашко вимірював температуру повітря. Він отримав такі результати: 20°C ; 18°C ; 16°C ; 15°C ; 14°C ; 17°C ; 19°C . Знайдіть середнє значення проведених вимірювань.
- 1044.° Знайдіть середню оцінку учнів вашого класу з математики за лютий. У разі потреби округліть до одиниць.
- 1045.* Поїзд рухався 4 год зі швидкістю 64 км/год і 5 год зі швидкістю $53,2$ км/год. Знайдіть середню швидкість поїзда на всьому шляху.
- 1046.* Автомобіль їхав 3 год зі швидкістю $56,4$ км/год і 4 год зі швидкістю $62,7$ км/год. Знайдіть середню швидкість автомобіля на всьому шляху.
- 1047.* В автомайстерні працює 10 людей. У двох із них місячна заробітна плата становить 5700 грн, у чотирьох — 7000 грн, у трьох — 7750 грн, а в одного — 8000 грн. Яка середня зарплата робітників цієї майстерні?

- 1048.*** Фермер зібрав з кожного гектара поля площею 30 га по 30,2 ц пшениці, а з кожного гектара поля площею 20 га — по 32,3 ц пшениці. Який середній урожай з одного гектара зібрав фермер?
- 1049.*** Середнє арифметичне чисел 7,8 і x дорівнює 7,2. Знайдіть число x .
- 1050.*** Середнє арифметичне чисел 6,4 і y дорівнює 8,5. Знайдіть число y .
- 1051.*** Середнє арифметичне двох чисел, одне з яких у 4 рази менше від другого, дорівнює 10. Знайдіть ці числа.
- 1052.*** Середнє арифметичне двох чисел, одне з яких на 4,6 більше за друге, дорівнює 8,2. Знайдіть ці числа.
- 1053.*** Беручи участь у математичній олімпіаді, Дмитрик розв'язав 10 задач. За кожну задачу він міг отримати не більше 12 балів. За перші вісім задач хлопчик отримав середню оцінку 7 балів. Скільки балів отримав Дмитрик за кожну з решти двох задач, якщо середня кількість балів за одну розв'язану задачу становила 8?
- 1054.*** В університеті оцінка за семестр є середнім арифметичним оцінок за 5 тестів, які складають студенти протягом семестру. Найбільша можлива оцінка за кожний тест дорівнює 100 балам. Середня оцінка студентки Марії за чотири складені нею тести становить 88 балів. Скільки балів має отримати Марія за п'ятий тест, щоб її оцінка за семестр становила 90 балів?
- 1055.**** Автомобіль їхав 3,4 год по шосе зі швидкістю 90 км/год і 1,6 год по ґрунтовій дорозі. З якою швидкістю їхав автомобіль по ґрунтовій дорозі, якщо середня швидкість на всьому шляху становила 75,6 км/год?
- 1056.**** Було куплено 2 кг цукерок одного виду по 64 грн за кілограм, 4 кг цукерок другого виду по 82 грн і ще 3 кг цукерок третього виду. Середня ціна куплених цукерок становила 88 грн за кілограм. Скільки коштував кілограм цукерок третього виду?
- 1057.**** Середнє арифметичне чотирьох чисел дорівнює 2,1, а середнє арифметичне трьох інших чисел — 2,8. Знайдіть середнє арифметичне цих семи чисел.
- 1058.**** Середнє арифметичне семи чисел дорівнює 10,2, а середнє арифметичне трьох інших чисел — 6,8. Знайдіть середнє арифметичне цих десяти чисел.
- 1059.**** Середній вік 11 футболістів команди становить 22 роки. Під час гри одного з футболістів було виведено з поля, після чого середній вік гравців, які залишилися, став дорівнювати 21 року. Скільки років футболісту, який залишив поле?

- 1060.* На скільки середнє арифметичне всіх парних чисел від 1 до 1000 включно більше за середнє арифметичне всіх непарних чисел від 1 до 1000 включно?
- 1061.* Сім гномів зібрались увечері навколо вогнища. Виявилось, що зріст кожного гнома дорівнює середньому арифметичному зросту двох його сусідів. Доведіть, що всі гноми були одного зросту.

Вправи для повторення

1062. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

$$1) 9,88 \xrightarrow{:a} 3,8 \xrightarrow{-b} 1,74 \xrightarrow{\cdot c} 6,09;$$

$$2) 6,2 \xrightarrow{\cdot x} 17,36 \xrightarrow{+y} 20,1 \xrightarrow{:z} 1,5.$$

1063. Периметр прямокутника дорівнює 36,6 см, а одна з його сторін — 13,8 см. Обчисліть площу прямокутника.
1064. Ширина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 7,2 см, що становить 0,8 його довжини та 0,18 його висоти. Обчисліть об'єм паралелепіпеда.
1065. 1) У 25 банок розлили порівну 32 кг меду. Скільки кілограмів меду налили в кожен банку? Відповідь округліть до десятих.
2) Між 9 командами розділили порівну 25 кг призових цукерок. Скільки кілограмів цукерок отримала кожна команда? Відповідь округліть до десятих.



Задача від Мудрої Сови

1066. Одночасно на сковороду можна покласти два карасі. Щоб підсмажити карася з одного боку, потрібна 1 хв. Чи можна за 3 хв підсмажити з двох боків трьох карасів?

37. Відсотки. Знаходження відсотків від числа

На практиці люди часто користуються сотими частинами величин. Наприклад, сота частина гектара — 1 ар (1 сотка), сота частина століття — 1 рік, сота частина гривні — 1 копійка, сота частина метра — 1 сантиметр.

Для сотої частини величини або числа придумали спеціальну назву — один **відсоток** або один **процент** (від латинського *pro centum* — «на сто») і позначення — 1 %.

Щоб знайти 1 % від величини, треба її значення поділити на 100. Наприклад, 1 % від 300 кг дорівнює 3 кг. Справді, $300 \text{ кг} : 100 = 3 \text{ кг}$.

Оскільки 1 % становить $\frac{1}{100}$ величини, то, наприклад, 3 % становлять $\frac{3}{100}$ величини.

Так, 3 % від 1 км становлять $\frac{3}{100}$ кілометра, тобто 30 м.

Зауважимо, що 100 % величини становлять $\frac{100}{100}$ величини, тобто 100 % величини — це вся величина.

Наприклад, якщо говорять, що роботу виконано на 100 %, то виконано всю роботу; якщо турист пройшов 100 % маршруту, то він пройшов увесь маршрут.

Якщо ми хочемо показати, як змінилася величина, то це можна зробити за допомогою відсотків. Для цього початкове значення величини приймають за 100 %.

Наприклад, якщо спортивну секцію відвідували 12 учнів, а стали відвідувати 24, то зміни становлять 12 учнів, тобто 100 % від початкової величини. Говорять, що кількість членів секції збільшилася на 100 %. Якщо під час новорічного розпродажу мобільний телефон став коштувати у два рази дешевше, то говорять, що його ціна знизилася на 50 %.

Узагалі, якщо величина стала у два рази більшою, то вона збільшилася на 100 % (рис. 212), а якщо величина стала у два рази меншою, то вона зменшилася на 50 % (рис. 213).

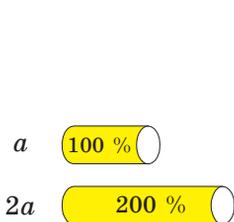


Рис. 212

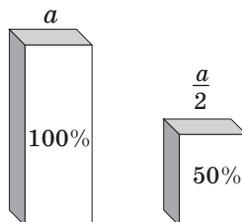


Рис. 213

Будь-яку кількість відсотків можна записати у вигляді десяткового дробу або натурального числа. Для цього треба число, яке стоїть перед знаком %, поділити на 100.

Наприклад, $23\% = 0,23$; $80\% = 0,80 = 0,8$; $300\% = 3$.

Також можна виконати обернене перетворення, тобто записати десятковий дріб або натуральне число у відсотках. Для цього треба число помножити на 100 і до результату приписати знак %.

Наприклад, $1,4 = 140\%$; $0,02 = 2\%$; $7 = 700\%$.

Часто для того, щоб мати точніше уявлення про величину, буває зручно виразити її у відсотках. Припустимо, що в першому семестрі Марічка отримала дев'ять оцінок «12» з математики —

це багато чи мало? Відповісти на це запитання не можна, адже невідомо, скільки всього оцінок з математики вона отримала у цьому семестрі та яку частину з них складають оцінки «12». А ось коли сказати, що в цьому семестрі з її оцінок з математики 90 % — оцінки «12», то відразу стає зрозумілим: Марічка дуже добре знає цей предмет.

ПРИКЛАД 1 Полуниці містять 6 % цукру. Скільки кілограмів цукру міститься в 15 кг полуниць?

Розв'язання. 1) $15 : 100 = 0,15$ (кг) — становить 1 % маси всіх полуниць.

2) $0,15 \cdot 6 = 0,9$ (кг) — цукру міститься в 15 кг полуниць.

Відповідь: 0,9 кг. ◀

Розв'язавши цю задачу, ми з'ясували, скільки становлять 6 % від числа 15. Тому таку задачу називають **задачею на знаходження відсотків від числа**.

ПРИКЛАД 2 До магазину завезли 600 кг шоколадних цукерок, печива та мармеладу. Цукерки становили 40 % завезеного товару, печиво — 25 %. Скільки кілограмів мармеладу завезли до магазину?

Розв'язання. 1) $40 + 25 = 65$ (%) — завезеного товару становлять шоколадні цукерки та печиво.

2) $100 - 65 = 35$ (%) — становить мармелад.

3) $600 : 100 = 6$ (кг) — становить 1 % маси завезеного товару.

4) $6 \cdot 35 = 210$ (кг) — завезли мармеладу.

Відповідь: 210 кг. ◀

ПРИКЛАД 3 Вкладник поклав у банк 4500 грн під 9 % річних. Якою буде сума на його рахунку через рік? (Ніяких операцій, крім нарахування відсотків, у цей час з рахунком проводиться не буде.)

Розв'язання. Перший спосіб

1) $4500 : 100 = 45$ (грн) — становить 1 % вкладу.

2) $45 \cdot 9 = 405$ (грн) — буде нараховано відсоткових грошей на кінець року.

3) $4500 + 405 = 4905$ (грн) — стане на рахунку через рік.

Другий спосіб

1) $4500 : 100 = 45$ (грн) — становить 1 % вкладу.

2) $100 + 9 = 109$ (%) — початкової суми становитиме сума грошей на рахунку на кінець року.

3) $45 \cdot 109 = 4905$ (грн) — стане на рахунку через рік.

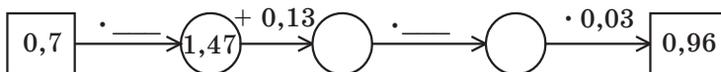
Відповідь: 4905 грн. ◀



1. Як називають соту частину величини або числа?
2. Як знайти 1% від величини?
3. Скільки відсотків становить вся величина?
4. Що треба зробити, щоб записати відсотки у вигляді десяткового дробу або натурального числа?
5. Що треба зробити, щоб записати десятковий дріб або натуральне число у відсотках?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:



2. Знайдіть $\frac{1}{100}$ числа: 1) 300; 2) 70; 3) 9; 4) 54,2; 5) 6,39.
3. У саду ростуть 400 дерев, з яких $\frac{17}{100}$ становлять вишні. Скільки вишневих дерев росте в саду?
4. У школі 800 учнів. Із них 0,14 мають з математики річну оцінку 12 балів. Скільки учнів мають з математики річну оцінку 12 балів?
5. Чому дорівнює сума двох чисел, якщо вона більша за одне з них на 3,8, а за друге — на 6,4?
6. Чому дорівнює зменшене, якщо воно більше за від'ємник на 1,9, а за різницю — на 2,3?

Вправи

- 1067.° Знайдіть:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) 1% від числа 800; | 4) 15% від числа 60; |
| 2) 1% від числа 4; | 5) 84% від числа 140; |
| 3) 12% від числа 45; | 6) 120% від числа 50. |

- 1068.° Знайдіть:

- | | |
|----------------------|------------------------|
| 1) 1% від числа 76; | 4) 30% від числа 120; |
| 2) 7% від числа 300; | 5) 94% від числа 16,5; |
| 3) 26% від числа 10; | 6) 156% від числа 62. |

- 1069.° Суходіл займає 29% площі поверхні Землі, а Світовий океан — решту. Скільки відсотків площі поверхні Землі займає Світовий океан?

- 1070.° Рівнини становлять 95% території України, а решту — гори. Скільки відсотків території України займають гори?

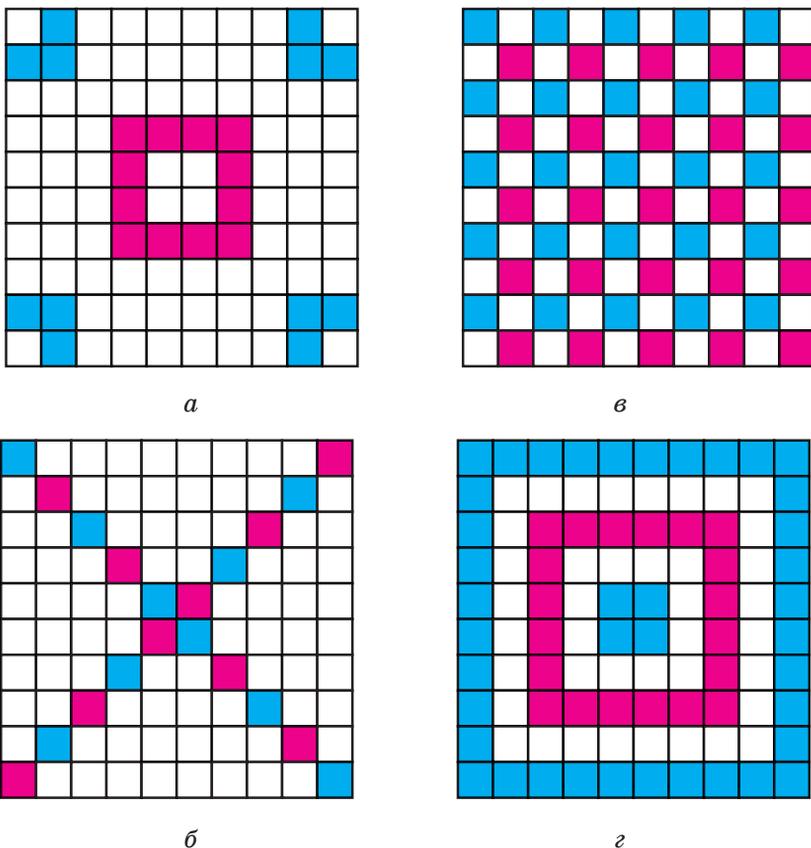


Рис. 214

- 1071.° Скільки відсотків площі квадрата, зображеного на рисунку 214, зафарбовано?
- 1072.° Накресліть квадрат, сторона якого в 10 разів більша за сторону клітинки зошита. Зафарбуйте частину квадрата, площа якої становить від площі квадрата:
- 1) 5%; 3) 20%; 5) 50%; 7) 92%;
2) 10%; 4) 42%; 6) 67%; 8) 100%.
- 1073.° Запишіть у вигляді десяткового дробу:
- 1) 1%; 2) 8%; 3) 30%; 4) 140%; 5) 200%; 6) 4,5%.
- 1074.° Запишіть у вигляді десяткового дробу:
- 1) 6%; 2) 14%; 3) 40%; 4) 84%; 5) 160%; 6) 600%.
- 1075.° Запишіть у відсотках:
- 1) 0,24; 2) 0,04; 3) 0,4; 4) 0,682; 5) 1,6; 6) 8.

1076.° Запишіть у відсотках:

- 1) 0,58; 2) 0,8; 3) 0,08; 4) 0,008; 5) 2,5; 6) 10.

1077.° Запишіть у вигляді звичайного дробу:

- 1) 50 %; 2) 25 %; 3) 10 %; 4) 20 %; 5) 80 %; 6) 75 %.

1078.° Площа поля становить 420 га. Житом засіяли 15 % поля. Скільки гектарів засіяли житом?

1079.° Організм підлітка має отримувати 4,5 мг каротину¹ на добу, а потреба організму у вітаміні А становить 30 % від потреби в каротині. Скільки міліграмів вітаміну А має отримувати на добу організм підлітка?

1080.° Сплав містить 8 % міді. Скільки кілограмів міді міститься в 360 кг сплаву?

1081.° Морська вода містить 6 % солі. Скільки кілограмів солі міститься в 250 кг морської води?

1082.° У 2016 р. в Україні кількість людей, які мали повну вищу освіту, становила 118,2 % порівняно з аналогічним показником у 2008 р. Скільки людей у 2016 р. мали повну вищу освіту, якщо у 2008 р. їх було 6 905 000 осіб? Відповідь округліть до тисяч.

1083.° У 2008 р. в Україні з кожних 1000 осіб у віці 6 років і старше повну загальну середню освіту мала 171 особа. У 2014 р. цей показник становив 112 % порівняно з аналогічним показником у 2008 р. Скільки людей із кожної тисячі мали повну загальну середню освіту у 2014 р.? Відповідь округліть до одиниць.

1084.° Площа Київського водосховища дорівнює 922 км², а Канівського — 675 км². Частка мілководдя від загальної площі Київського водосховища становить 40 %, а від площі Канівського — 24 %. На якому з водосховищ мілководдя займає більшу площу?

1085.° За два дні продали 125 кг яблук, причому за перший день продали 46 % яблук. Скільки кілограмів яблук продали за другий день?

1086.° Коли Ілля Муромець переміг Солов'я-розбійника, то знайшов у його печері 80 пудів золота й срібла. Золото становило 45 % скарбу. Скільки пудів срібла знайшов Ілля Муромець?

1087.° У супермаркеті проводиться акція. Коробка цукерок певного виду коштує 80 грн. При купівлі двох таких коробок на другу коробку надається знижка в розмірі 35 %. Скільки гривень треба буде заплатити за купівлю двох коробок цукерок у період дії акції?

¹ *Каротин* — речовина, що сприяє нормальній роботі багатьох органів людини, зокрема відіграє важливу роль у функціонуванні органів зору. Багато каротину містять морква, плоди шипшини тощо.

- 1088.** Вартість проїзду в електричці від станції А до станції В становить 28 грн. Школярам надається знижка в розмірі 50 %. Скільки гривень коштуватиме проїзд для групи, яка складається з 23 школярів і 2 учителів?
- 1089.** За червень 2017 року робітнику нарахували заробітну плату в розмірі 6200 грн. Із цієї суми відрахували 18 % податку з доходів фізичних осіб і 1,5 % військового збору. Скільки грошей отримав робітник після цих відрахувань?
- 1090.** Дід Панас зібрав зі свого городу 1200 кг овочів. Із них 26 % склали огірки, 48 % — картопля, а решту — капуста. Скільки кілограмів капусти зібрав дід Панас?
- 1091.** До магазину завезли 200 банок варення. 24 % цієї кількості становили банки з полуничним варенням, 32 % — з малиновим, а решту — з вишневим. Скільки банок вишневого варення завезли до магазину?
- 1092.** У саду ростуть 1500 дерев, з них 60 % становлять фруктові дерева. Черешні становлять 52 % фруктових дерев. Скільки черешень росте в саду?
- 1093.** Фінансові втрати акціонерного товариства «Лебідь, Рак і Щука» за три літніх місяці становили 24 600 грн, з них 35 % було втрачено у червні, а втрати за липень становили 110 % від втрат за червень. Скільки гривень втратило акціонерне товариство в липні?
- 1094.** Довжина прямокутника дорівнює 80 см, його ширина становить 80 % довжини. Знайдіть периметр і площу прямокутника.
- 1095.** Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 60 см, його ширина становить 70 % довжини, а висота — 125 % довжини. Обчисліть об'єм паралелепіпеда.
- 1096.** Ширина прямокутника дорівнює 40 см, його довжина становить 135 % ширини. Знайдіть периметр і площу прямокутника.
- 1097.** Довжина гальмівного шляху по сухому асфальту при швидкості руху автомобіля 40 км/год становить 0,026 % його швидкості. Водій автомобіля, що рухається із цією швидкістю, побачив людину, яка перебігає дорогу на відстані 12 м перед ним, і натиснув на гальма. Чи вдасться водію уникнути травмування пішохода?
- 1098.** Петро П'ятак поклав у банк 14 000 грн під 10 % річних. Якою буде сума на його рахунку через рік? через два роки? (Ніяких операцій, крім нарахування відсотків, у цей час з рахунком проводитися не буде.)
- 1099.** Відправившись у морську подорож, Сіндбад-мореплавець узяв 1200 л прісної води. Щотижня він витрачав 15 % запасу води, що в нього залишався. Скільки літрів води залишилося у Сіндбада через тиждень подорожі? через два тижні?

1100.* За чотири дні яхта пройшла 800 км. За перший день було пройдено 30% усієї відстані, за другий день — $\frac{5}{8}$ того, що було пройдено за перший день, а за третій день — 128% того, що було пройдено за другий. Скільки кілометрів пройшла яхта за четвертий день?

1101.* Баба-Яга, Кащик Невмирущий, Змій Горинич і Соловей-розбійник виграли в лотерею 1800 грн. Баба-Яга виграла 24% цієї суми, Кащик — 125% того, що Баба-Яга, Змій Горинич — $\frac{4}{9}$ того, що Кащик, а решту — Соловей-розбійник. Скільки гривень виграв Соловей-розбійник?

Вправи для повторення

1102. Василинка спекла пиріжки з вишнями та пригостила ними своїх друзів. Вони з'їли 24 пиріжки, після чого у Василинки залишилась $\frac{1}{5}$ усіх пиріжків. Скільки всього пиріжків спекла дівчинка?

1103. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

$$1) m \cdot 0,75 \rightarrow 15 \xrightarrow{-x} 2,56 \xrightarrow{:n} 3,2;$$

$$2) a \cdot 2,6 \rightarrow 27,04 \xrightarrow{+b} 30 \xrightarrow{:c} 125.$$

1104. Іван Працелюб зібрав по 1200 ц кукурудзи з одного гектара поля, площа якого становила 12,5 га. Для перевезення врожаю він орендував вантажні автомобілі, кожен з яких перевозив по 2,5 т і зробив по 15 рейсів. Скільки вантажних автомобілів орендував Іван Працелюб?

1105. Із двох пунктів, відстань між якими дорівнює 260 км, одночасно назустріч один одному вирушили два автомобілі. Швидкість одного автомобіля дорівнює 70 км/год, а швидкість другого — 60 км/год. Якою буде відстань між автомобілями через 2,5 год після початку руху?



Задача від Мудрої Сови

1106. У 5 класі диктант з української мови писали 30 учнів. Петро Ледащенко зробив 14 помилок — більше, ніж будь-який інший учень класу. Покажіть, що принаймні 3 учні зробили однакову кількість помилок. (У цьому класі могли бути учні, які не зробили жодної помилки.)

38. Знаходження числа за його відсотками

У попередньому пункті ми навчилися знаходити відсотки від даного числа.

Розглянемо ще один вид задач на відсотки.

ПРИКЛАД 1 Вершкове морозиво містить 14 % цукру. Скільки кілограмів морозива виготовили, якщо було використано 49 кг цукру?

Розв'язання. 1) $49 : 14 = 3,5$ (кг) — становить 1 % усієї маси морозива.

2) $3,5 \cdot 100 = 350$ (кг) — виготовили морозива.

Відповідь: 350 кг. ◀

У цій задачі ми знайшли число 350, знаючи, що число 49 становить від шуканого числа 14 %. Таку задачу називають **задачею на знаходження числа за його відсотками**.

ПРИКЛАД 2 За день робітник виготовив 48 деталей, що становить 120 % кількості деталей, яку він мав виготовити за планом. Скільки деталей робітнику потрібно було виготовити за планом?

Розв'язання. 1) $48 : 120 = 0,4$ (деталі) — становить 1 % плану.

2) $0,4 \cdot 100 = 40$ (деталей) — треба було виготовити за планом.

Відповідь: 40 деталей. ◀

ПРИКЛАД 3 У гаю ростуть дуби, клени та берези. Дуби становлять 15 % усіх дерев, клени — 23 %, а беріз росте 248. Скільки всього дерев росте в гаю?

Розв'язання. 1) $15 + 23 = 38$ (%) — усіх дерев становлять дуби та клени.

2) $100 - 38 = 62$ (%) — усіх дерев становлять берези.

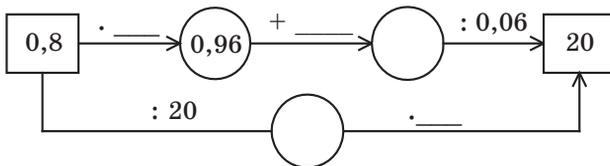
3) $248 : 62 = 4$ (дерев) — становлять 1 % усіх дерев.

4) $4 \cdot 100 = 400$ (дерев) — росте в гаю.

Відповідь: 400 дерев. ◀

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:



2. Золоту медаль за успіхи в навчанні отримали 14 випускників, що становить $\frac{1}{100}$ усіх учнів школи. Скільки учнів у цій школі?
3. Вік Світланки становить $\frac{2}{9}$ віку її батька. Скільки років батькові, якщо Світланці 8 років?
4. Яку частину числа становлять:
 1) 50 % цього числа; 3) 10 % цього числа;
 2) 25 % цього числа; 4) 2 % цього числа?
5. Розв'яжіть рівняння:
 1) $4x - 2,6x = 42$; 2) $3,9x + 4,2x = 0,81$.
6. Порівняйте 40 % числа 80 і 80 % числа 40.
7. Одне число становить 50 % другого. У скільки разів друге число більше за перше?

Вправи

1107. ° Заповніть таблицю:

1 % числа	Дане число
6	
3	
4,2	
7,68	

1108. ° Знайдіть число, якщо:

- 1) 20 % цього числа дорівнюють 40;
- 2) 54 % цього числа дорівнюють 81;
- 3) 280 % цього числа дорівнюють 70.

1109. ° Знайдіть число, якщо:

- 1) 1 % цього числа дорівнює 7;
- 2) 1 % цього числа дорівнює 0,36;
- 3) 12 % цього числа дорівнюють 4,8;
- 4) 104 % цього числа дорівнюють 260.

1110. ° За перший тиждень турист пройшов 32 км, що становить 40 % туристського маршруту. Скільки кілометрів становить довжина маршруту?

1111. ° Батько купив синові іграшку вартістю 27 грн, що становить 1,5 % його заробітної плати. Обчисліть заробітну плату батька.

1112. ° Руда містить 60 % заліза. Скільки тонн руди треба взяти, щоб вона містила 72 т заліза?

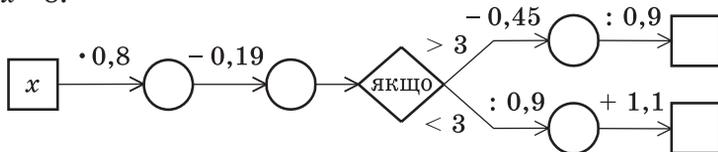
- 1113.° Розчин містить 14 % солі. Скільки кілограмів розчину треба взяти, щоб він містив 49 кг солі?
- 1114.° Банк сплачує своїм вкладникам 8 % річних. Скільки грошей треба покласти в банк, щоб через рік отримати 60 грн прибутку?
- 1115.° Маса сушених слив становить 15 % маси свіжих. Скільки кілограмів свіжих слив треба взяти, щоб отримати 36 кг сушених?
- 1116.° За тиждень бригада робітників відремонтувала 138 м дороги, що становить 115 % плану. Скільки метрів дороги планували відремонтувати за тиждень?
- 1117.° На обід Карлсон з'їв 28,8 кг варення, що становило 120 % того, що він планував з'їсти. Скільки кілограмів варення планував з'їсти Карлсон на обід?
- 1118.* Підприємець щомісяця сплачує за оренду приміщень 20 % місячного прибутку. Одного місяця він підрахував, що після сплати за оренду приміщень у нього залишилося 12 000 грн від прибутку, отриманого в цьому місяці. Яку суму становив прибуток до сплати оренди?
- 1119.* Під час сушіння яблука втрачають 84 % своєї маси. Скільки кілограмів свіжих яблук треба взяти, щоб одержати 24 кг сушених?
- 1120.* Під час тушкування м'ясо втрачає 24 % своєї маси. Скільки кілограмів сирого м'яса треба взяти, щоб отримати 19 кг тушкованого?
- 1121.* На обід у харчевні «Три піскарі» лисиця Аліса та кіт Базиліо замовили салат «Олів'є», смажене порося і торт з морозива. Коли їм принесли рахунок, то виявилось, що за салат треба заплатити 28 % суми, за порося — 54 %, а за торт — решту 108 сольдо. Скільки сольдо коштував обід Аліси та Базиліо?
- 1122.* Троє друзів збирали гриби. Перший зібрав 37 % усіх грибів, другий — 25 %, а третій — решту 76 грибів. Скільки всього грибів вони збрали?
- 1123.* Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 50 см, а ширина становить 24 % довжини. Обчисліть об'єм паралелепіпеда, якщо ширина становить 30 % висоти.
- 1124.* Площа біосферного заповідника «Асканія-Нова» (Херсонська область) дорівнює 11,1 тис. га. Площа природного заповідника «Медобори» (Тернопільська область) становить 94 % площі заповідника «Асканія-Нова» і 25 % площі національного природного парку «Синевир» (Закарпаття). Знайдіть площу заповідника «Медобори» і площу парку «Синевир».

**Заповідник «Асканія-Нова»**

- 1125.*** За перший день турист пройшов 7,2 км, за другий день — 150% того, що за перший. Скільки кілометрів пройшов турист за три дні, якщо за другий день він пройшов 90% того, що за третій?
- 1126.**** У саду ростуть яблуні та вишні, причому яблуні становлять 41% усіх дерев. Вишень росте на 54 дерева більше, ніж яблунь. Скільки дерев росте в саду? Скільки серед них є вишень?
- 1127.**** За два дні було прокладено кабель. За перший день проклали 68% довжини кабелю, а за другий — на 115,2 м менше, ніж за перший. Скільки всього метрів кабелю було прокладено за два дні? Скільки метрів кабелю проклали за перший день?
- 1128.**** У саду ростуть кущі червоних, рожевих і білих троянд. Червоні троянди становлять 40% усіх кущів, рожеві — 58% решти, а білі троянди росте 126 кущів. Скільки всього кущів троянд росте в саду?
- 1129.**** За перший день Василько прочитав 25% усієї книжки, за другий — 68% остачі, а за третій — решту 96 сторінок. Скільки сторінок у книжці?
- 1130.**** Скільки кілограмів картоплі продав магазин за три дні, якщо за перший день продали 32% маси всієї картоплі, за другий — 45% маси остачі, а за третій — 561 кг?
- 1131.*** На новорічне свято до школи завезли три види морозива: шоколадне, суничне та ванільне. Шоколадне становило 52% маси всього морозива, суничне — 25% маси шоколадного, а ванільне — решту 140 кг. Скільки кілограмів морозива завезли до школи?
- 1132.*** У саду Барвінка росли айстри, гладіолуси та жоржини. Айстри становили 60% усіх квітів, гладіолуси — 40% кількості айстр, а жоржин було 32 квітки. Скільки айстр росло в саду Барвінка?

Вправи для повторення

1133. Заповніть пропуски в ланцюжку обчислень, якщо: 1) $x = 2,6$;
2) $x = 8$.



1134. Розв'яжіть рівняння:

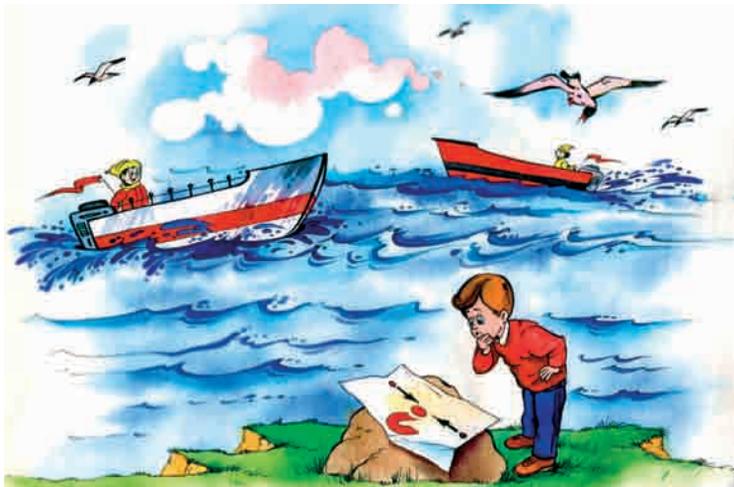
1) $0,31x + 1,2 = 1,2124$;

3) $4,6 - 0,03x = 1,3$;

2) $0,5x - 17 = 40,52$;

4) $0,4x + 0,24x - 0,26 = 0,764$.

1135. Від двох пристаней, відстань між якими дорівнює 63 км, одночасно назустріч один одному відійшли два моторних човни. Швидкість одного з них 16 км/год. Човни зустрілися через 2 год 6 хв після початку руху. Знайдіть швидкість другого човна.



1136. Скільки існує двоцифрових чисел, у записі яких використано тільки: 1) цифри 0, 2, 4, 6 і 8; 2) цифри 1, 3, 5, 7 і 9? (Цифри можуть повторюватися.)



Задача від Мудрої Сови

1137. Для перегляду кінофільму в залі для глядачів зібрались учні кількох шкіл. Виявилось, що учні однієї із шкіл становлять 47% кількості глядачів. Скільки всього глядачів було в залі, якщо в ньому 280 місць і понад половину місць було зайнято?

ЗАВДАННЯ № 6 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

- Скільки цифр записано справа від коми в добутку чисел 2,64 і 3,72?
А) дві цифри
Б) три цифри
В) чотири цифри
Г) п'ять цифр
- Чому дорівнює половина однієї сотієї?
А) 0,5
Б) 0,002
В) 0,02
Г) 0,005
- Спростіть вираз $0,2a \cdot 1,5b$.
А) $3ab$
Б) $0,3ab$
В) $0,03ab$
Г) $30ab$
- Чому дорівнює значення виразу $48 : (1,07 + 0,53) - 1,6$?
А) 28,4
Б) 1,4
В) 27,4
Г) 1,54
- Спростіть вираз $2,1c - 0,6c + 3,9c$.
А) $5,4c$
Б) $6,6c$
В) $5,8c$
Г) $5,2c$
- Чому дорівнює значення виразу $(36 - 1,8 \cdot 2,7) : 0,9$?
А) 14
Б) 1,4
В) 3,46
Г) 34,6
- У стаді було 200 тварин, з яких 34% становили вівці. Скільки овець було в стаді?
А) 54 вівці
Б) 68 овець
В) 72 вівці
Г) 86 овець
- Сплав містить 28% міді. Яка маса зливка сплаву, якщо він містить 56 кг міді?
А) 350 кг
Б) 300 кг
В) 250 кг
Г) 200 кг
- Велосипедист проїхав 20 км зі швидкістю 10 км/год і 15 км зі швидкістю 5 км/год. Знайдіть середню швидкість руху велосипедиста.
А) 6 км/год
Б) 7 км/год
В) 7,5 км/год
Г) 9 км/год
- Десять автобусних зупинок розміщені на прямій вулиці так, що відстані між будь-якими сусідніми зупинками однакові. Відстань між першою і третьою зупинками дорівнює 1,2 км. Яка відстань між першою і останньою зупинками?
А) 12 км
Б) 10,8 км
В) 5,4 км
Г) 6 км
- На яке найменше натуральне число треба помножити число 3,6, щоб добуток був натуральним числом?
А) 2
Б) 5
В) 10
Г) 20
- До магазину завезли яблука та груші, причому груші становили 35% завезених фруктів. Яблук було на 126 кг більше, ніж груш. Скільки всього кілограмів яблук і груш завезли до магазину?
А) 300 кг
Б) 350 кг
В) 420 кг
Г) 480 кг.

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 5

Властивості десяткового дробу

- Якщо до десяткового дробу справа приписати будь-яку кількість нулів, то отримаємо дріб, який дорівнює даному.
- Значення дробу, який закінчується нулями, не зміниться, якщо останні нулі в його записі відкинути.

Порівняння десяткових дробів

- Із двох десяткових дробів більший той, у якого ціла частина більша.
- Щоб порівняти два десяткових дробу з рівними цілими частинами та різною кількістю цифр після коми, треба за допомогою приписування нулів справа зрівняти кількість цифр у дробових частинах, після чого порівняти отримані дробу порозрядно.

Округлення десяткових дробів

Для того щоб десятковий дріб округлити до одиниць, десятих, сотих і т. д., треба всі наступні за цим розрядом цифри відкинути. Якщо при цьому перша з цифр, які відкидають, дорівнює 0, 1, 2, 3 або 4, то останню з цифр, які залишають, не змінюють; якщо ж перша з цифр, які відкидають, дорівнює 5, 6, 7, 8 або 9, то останню з цифр, які залишають, збільшують на одиницю.

Округлення натуральних чисел

При округленні натуральних чисел до деякого розряду замість усіх наступних за цим розрядом цифр молодших розрядів пишуть нулі. Якщо перша з цифр, що йшли за цим розрядом, дорівнює 0, 1, 2, 3 або 4, то цифру в даному розряді не змінюють; якщо ж перша з цифр, що йшли за цим розрядом, дорівнює 5, 6, 7, 8 або 9, то цифру в даному розряді збільшують на одиницю.

Додавання десяткових дробів

Щоб знайти суму двох десяткових дробів, треба:

- 1) зрівняти в доданках кількість цифр після ком;
- 2) записати доданки один під одним так, щоб кожний розряд другого доданка опинився під відповідним розрядом першого доданка;
- 3) додати отримані числа так, як додають натуральні числа;
- 4) поставити в отриманій сумі кому під комами в доданках.

Віднімання десяткових дробів

Щоб знайти різницю двох десяткових дробів, треба:

- 1) зрівняти в зменшуваному і від'ємнику кількість цифр після ком;
- 2) записати від'ємник під зменшуваним так, щоб кожний розряд від'ємника опинився під відповідним розрядом зменшуваного;

- 3) виконати віднімання так, як віднімають натуральні числа;
- 4) поставити в отриманій різниці кому під комами в зменшуваному і від'ємнику.

Множення десяткових дробів

- Щоб перемножити два десяткових дробу, треба:
 - 1) перемножити їх як натуральні числа, не звертаючи уваги на коми;
 - 2) в отриманому добутку відокремити комою справа стільки цифр, скільки їх стоїть після ком в обох множниках разом.
- Щоб помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вправо відповідно на 1, 2, 3 і т. д. цифри.
- Щоб помножити десятковий дріб на 0,1; 0,01; 0,001 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вліво відповідно на 1, 2, 3 і т. д. цифри.

Ділення десяткових дробів

- Щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба:
 - 1) перенести в діленому і в дільнику коми вправо на стільки цифр, скільки їх міститься після коми в дільнику;
 - 2) виконати ділення на натуральне число.
- Щоб поділити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вліво на 1, 2, 3 і т. д. цифри.

Середнє арифметичне

Середнім арифметичним кількох чисел називають частку від ділення суми цих чисел на кількість доданків.

Відсоток (процент)

Відсотком (процентом) називають соту частину величини або числа.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ ЗА КУРС 5 КЛАСУ

1138. Виконайте дії:

- 1) $154 \cdot 78 + 3900 : 65 - 216 \cdot 53$;
- 2) $16\,728 : 82 - 5580 : 45 + 726 \cdot 29$;
- 3) $(39\,002 - 37\,236) \cdot 205 + 115 \cdot 78$;
- 4) $875 \cdot 480 - 406 \cdot (50\,004 - 48\,986)$;
- 5) $(21\,518 : 53 - 24\,332 : 79) \cdot 267$;
- 6) $(53\,734 : 67 - 59\,925 : 85) \cdot 436$;
- 7) $(327 \cdot 84 + 207\,673) : 47$;
- 8) $(924 \cdot 93 + 30\,271) : 29$;
- 9) $(216 \cdot 28 - 463\,680 : 92) : (86 \cdot 64 - 4496)$;
- 10) $(1004 \cdot 19 - 75\,110 : 37) : (408 \cdot 435 - 177\,479)$;
- 11) $61 - (1428 : 136 + 4,3) \cdot 3,4$;
- 12) $40 - (2550 : 204 - 6,9) \cdot 6,7$;
- 13) $37,72 : 4,6 - (1,43 + 2,728) \cdot 1,5$;
- 14) $7,2 \cdot 3,8 + (3,24 - 2,1312) \cdot 0,42$;
- 15) $3,564 : 0,66 + 0,4992 : 0,052 - 83 \cdot 0,107$;
- 16) $98 \cdot 0,035 - 0,0288 : 0,36 - 3 : 16$;
- 17) $(0,084 \cdot 4,8 - 0,2132 : 6,5 + 0,0296) : 0,625$;
- 18) $(0,056 \cdot 7,4 + 4,2106 : 7,4 - 0,0834) : 0,375$;
- 19) $(20,6 - 16,74) \cdot 0,1 + (23,4 + 8,95) : 100$;
- 20) $(0,326 + 3,724) \cdot 100 - (0,19682 - 0,0987) : 0,001$;
- 21) $23 : \left(6\frac{5}{17} + 1\frac{12}{17}\right) - \left(4\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5}\right) : 5$;
- 22) $\left(7\frac{4}{13} - 4\frac{4}{13}\right) : 0,15 - 4 : \left(13\frac{6}{13} + 11\frac{7}{13}\right)$.

1139. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

- 1) різниця суми чисел 17,23 і 16,37 та різниці чисел 9 і 6,328;
- 2) різниця різниці чисел $12\frac{3}{13}$ і $4\frac{7}{13}$ та суми чисел $1\frac{5}{13}$ і $3\frac{11}{13}$;
- 3) добуток суми чисел $16\frac{5}{11}$ і $5\frac{6}{11}$ та числа 3,245;
- 4) частка різниці чисел 4,8 і 3,762 та числа 0,06;
- 5) добуток суми чисел 3,47 і 3,46 та їхньої різниці;
- 6) частка різниці чисел 6,3 і 4,2 та їхньої суми;
- 7) сума добутку чисел 0,125 і 16 та частки чисел 28 і 0,56;
- 8) різниця частки чисел 0,128 і 0,4 та частки чисел 0,126 і 0,6;
- 9) частка суми чисел 86,9 і 667,6 та суми чисел 37,1 і 13,2;

- 10) добуток суми чисел 1,367 і 6,033 та різниці чисел 12 і 11,15.
- 1140.** На скільки:
- 1) різниця чисел 6,2 і 1,4 менша від їхнього добутку;
 - 2) різниця чисел 11,88 і 2,64 більша за їхню частку;
 - 3) сума чисел 7,8 і 6,5 більша за їхню частку;
 - 4) добуток чисел 7,6 і 0,8 менший від різниці цих чисел;
 - 5) добуток чисел 14,5 і 1,06 більший за різницю чисел 16,1 і 4,386;
 - 6) частка чисел 2 і 250 більша за добуток чисел 0,18 і 0,04?
- 1141.** 1) Запишіть чотири числа, перше з яких дорівнює 3,24, а кожне наступне в 10 разів більше за попереднє.
2) Запишіть п'ять чисел, перше з яких дорівнює 430, а кожне наступне в 10 разів менше від попереднього.
- 1142.** Знайдіть значення виразу:
- 1) $72 : (x - 17) - 4$, якщо $x = 35$;
 - 2) $(x + 259) : (x - 205)$, якщо $x = 321$;
 - 3) $61,32 - 61,32 : (a + b)$, якщо $a = 3,6$, $b = 4,8$;
 - 4) $4,346 : x - y : 0,25$, якщо $x = 0,82$, $y = 0,4$;
 - 5) $2,04 : x + 5,19y$, якщо $x = 3,4$, $y = 0,4$;
 - 6) $1,4m - 0,3n$, якщо $m = 2,6$, $n = 5,09$;
 - 7) $1000x + 0,01y$, якщо $x = 0,2346$, $y = 26\ 540$;
 - 8) $453x - 0,1827y$, якщо $x = 0,1$, $y = 100$;
 - 9) $x + y - z$, якщо $x = 9\frac{2}{21}$, $y = 6\frac{5}{21}$, $z = 7\frac{13}{21}$;
 - 10) $a - b - c + d$, якщо $a = 10$, $b = 3\frac{9}{14}$, $c = 4\frac{13}{14}$, $d = 2\frac{8}{14}$.
- 1143.** Розв'яжіть рівняння:
- 1) $(234 + x) - 456 = 178$;
 - 2) $(x + 13,216) - 24,83 = 5,17$;
 - 3) $(x - 4,83) + 0,16 = 3,02$;
 - 4) $\left(x - 1\frac{8}{23}\right) + 3\frac{19}{23} = 5\frac{12}{23}$;
 - 5) $(8164 - x) - 2398 = 2557$;
 - 6) $(20 - a) - 6\frac{7}{18} = 3\frac{17}{18}$;
 - 7) $0,8 - (x - 0,326) = 0,495$;
 - 8) $1,2 - \left(x - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$;
 - 9) $7000 - (5210 - x) = 4569$;
 - 10) $5,2 - (6 - y) = 3,258$;
 - 11) $80 - (x + 4,097) = 18,36$;
 - 12) $12 - \left(x + 4\frac{7}{15}\right) = 5\frac{13}{15}$.
- 1144.** Розв'яжіть рівняння:
- 1) $0,11x + 0,08x = 45,6$;
 - 2) $2,9x - 1,1x = 5,04$;
 - 3) $x - 0,64x = 2,808$;
 - 4) $7x + 9x + 0,32 = 2,72$;

- 5) $5y + 7y - 0,024 = 0,204$; 12) $0,408 : x = 1,7$;
 6) $2,4x - 1,5x + 47 = 1919$; 13) $(x + 9,14) : 7,2 = 5$;
 7) $0,8(x - 1,9) = 0,56$; 14) $2,2 - x : 0,3 = 0,13$;
 8) $0,32(x + 1,4) = 73,6$; 15) $5,6 : (x + 1,6) = 0,08$;
 9) $1,7(5x - 0,16) = 0,238$; 16) $5,6 : x + 0,16 = 0,3$;
 10) $0,8(100 - 0,04x) = 8,64$; 17) $4,13 - 1,7x = 4,028$;
 11) $x : 1,15 = 0,16$; 18) $64 : (2,4y + 19,04) = 3,2$.
- 1145.** 1) До якого числа треба додати 4,2, щоб добуток отриманої суми та числа 0,6 дорівнював 19,2?
 2) Від якого числа треба відняти 9,4, щоб добуток отриманої різниці та числа 0,5 дорівнював 0,12?
 3) На яке число треба помножити 12,3, щоб сума отриманого добутку та числа 7,9 дорівнювала 12,82?
 4) Яке подвоєне число треба відняти від 20,04, щоб отримати 9,1?
 5) Яке число треба помножити на 0,4, щоб сума отриманого добутку та числа 3,8 дорівнювала добутку чисел 20,5 і 4?
- 1146.** Не виконуючи обчислень, порівняйте значення виразів:
 1) $12 \cdot 0,34$ і $(12 \cdot 34) : 100$; 3) $0,3 \cdot 0,9$ і $(3 \cdot 9) : 100$;
 2) $520 \cdot 0,05$ і $(520 \cdot 5) : 10$; 4) $3,648 : 0,06$ і $364,8 : 0,6$.
- 1147.** Не виконуючи обчислень, укажіть корінь рівняння:
 1) $x \cdot 0,86 = (7 \cdot 86) : 100$; 4) $a : 0,35 = (7,16 \cdot 100) : 35$;
 2) $2,4y = (24 \cdot 16) : 100$; 5) $b : 6,5 = 130 : 65$;
 3) $(54 \cdot z) : 10 = 5,4 \cdot 6$; 6) $46,2 : c = 0,462 : 0,0007$.
- 1148.** Знайдіть усі натуральні значення x , при яких буде правильною нерівність:
 1) $2,4 < x < 6$; 3) $9 < x < 14$; 5) $1,2 < x < 1,9$;
 2) $3,2 < x < 8$; 4) $11 < x < 13$; 6) $7\frac{4}{9} < x < 10,1$.
- 1149.** Знайдіть найбільше натуральне значення x , при якому буде правильною нерівність:
 1) $3x < 19,4$; 2) $5x < 32,6$.
- 1150.** Знайдіть найменше натуральне значення x , при якому буде правильною нерівність:
 1) $4x > 14$; 2) $7x > 40\frac{7}{9}$.
- 1151.** Агрофірма «Саджай-збирай» виростила на двох полях жито. З одного поля зібрали 392 ц жита, а з другого — 896 ц. Площа другого поля на 18 га більша за площу першого. Знайдіть площу кожного поля, якщо врожайність з 1 га землі на цих полях однакова.

1152. Коза-дереза зібрала з поля площею 2,3 га по 400 ц капусти з гектара. Скільки автомобілів вантажопідйомністю 3,5 т їй треба замовити для перевезення врожаю?



1153. Барвінок засіяв поле прямокутної форми пшеницею. Довжина поля дорівнювала 37,5 м, що в 1,5 раза більше за його ширину. Скільки центнерів пшениці зібрав Барвінок з усього поля, якщо з кожного ара він зібрав 42,8 ц? Запишіть отриману відповідь у тоннах, центнерах і кілограмах.
1154. Чіп може з'їсти 360 тістечок за 18 хв, а Дейл ту саму кількість тістечок — за 12 хв. За скільки хвилин Чіп і Дейл зможуть з'їсти ці тістечка разом?
1155. Котигорошко може нарубати 300 м³ дров за 3 хв, а Івасик-Телесик ту саму кількість дров — за 6 хв. За скільки хвилин вони разом можуть нарубати стільки дров?
1156. Два насоси одночасно викачували воду з басейну. Один насос за хвилину викачував 200 л, а другий — 140 л. Скільки часу працювали насоси та скільки води викачав кожний із них, якщо перший насос викачав на 210 л більше, ніж другий?
1157. Маса цеберка з водою дорівнює 12,5 кг. Коли з цеберка вилили половину води, то маса цеберка з водою стала дорівнювати 7 кг. Яка маса порожнього цеберка?
1158. У коморі було 15 ящиків і 12 кошиків, у яких зберігалося 576 кг яблук, причому в кожному ящику було на 6 кг яблук більше, ніж у кожному кошику. Скільки кілограмів яблук було в кожному ящику і скільки — у кожному кошику?
1159. 1) Автомобіль долає відстань між двома містами за 3,6 год, якщо рухається зі швидкістю 62,5 км/год. З якою швидкістю він має рухатися, щоб подолати цю відстань за 3 год?
- 2) Поїзд проходить відстань між двома станціями за 4,2 год, рухаючись зі швидкістю 54 км/год. За який час він пройде цю відстань, якщо рухатиметься зі швидкістю 63 км/год?

- 1160.** З одного пункту в одному напрямі одночасно вирушили автомобіль і автобус. Автомобіль рухався зі швидкістю 72 км/год, а автобус — зі швидкістю 64 км/год. Через скільки годин після початку руху відстань між автомобілем і автобусом становила 52 км?
- 1161.** З одного пункту в одному напрямі одночасно вирушили два вершники. Через 2 год після початку руху відстань між ними була 3 км. Швидкість одного з вершників дорівнює 8,2 км/год. Знайдіть швидкість другого вершника. Скільки розв'язків має задача?
- 1162.** З одного пункту в протилежних напрямках одночасно виїхали автомобіль і автобус. Швидкість автомобіля дорівнює 72 км/год, а швидкість автобуса в 1,2 раза менша від швидкості автомобіля. Якою буде відстань між автомобілем і автобусом через 3 год 15 хв після початку руху?
- 1163.** З одного пункту в протилежних напрямках одночасно вийшли два пішоходи. Швидкість одного з них дорівнює 4,2 км/год, що становить $\frac{7}{6}$ швидкості другого. Через скільки годин після початку руху відстань між пішоходами дорівнюватиме 11,7 км?
- 1164.** Від однієї станції в протилежних напрямках одночасно відійшли два поїзди. Через 2 год 45 хв після початку руху відстань між поїздами дорівнювала 330 км. Швидкість одного з поїздів становила 56 км/год. Знайдіть швидкість другого поїзда.
- 1165.** Із двох пунктів, відстань між якими дорівнює 84 км, в одному напрямі виїхали одночасно два автомобілі зі швидкостями 68,4 км/год і 57,9 км/год. Автомобіль з меншою швидкістю рухався попереду. Через скільки годин після початку руху один автомобіль наздогнав другий?
- 1166.** Із двох пунктів в одному напрямі вийшли одночасно два туристи. Турист, який рухався зі швидкістю 4,8 км/год, наздогнав туриста, який рухався зі швидкістю 4,2 км/год, через 2,5 год після початку руху. Знайдіть відстань між пунктами, з яких вийшли туристи.
- 1167.** Із двох пунктів в одному напрямі одночасно виїхали велосипедист і мотоцикліст. Мотоцикліст, який їхав зі швидкістю 76,2 км/год, наздогнав велосипедиста, який їхав зі швидкістю 9,8 км/год, через 3,5 год після початку руху. Знайдіть відстань між велосипедистом і мотоциклістом до початку руху.

- 1168.** Із двох пунктів, відстань між якими дорівнює 189 км, виїхали одночасно в одному напрямі вантажний і легковий автомобілі. Вантажний автомобіль їхав зі швидкістю 48 км/год, і через 7 год після початку руху його наздогнав легковий автомобіль. З якою швидкістю їхав легковий автомобіль?
- 1169.** Із двох пунктів, відстань між якими дорівнює 111 км, одночасно в одному напрямі виїхали мотоцикліст і вершник. Мотоцикліст їхав зі швидкістю 82 км/год і наздогнав вершника через 1,5 год після початку руху. Знайдіть швидкість вершника.
- 1170.** О 10 год з пункту А виїхав вантажний автомобіль зі швидкістю 42,4 км/год. О 13 год 30 хв із цього ж пункту в тому самому напрямі виїхав мотоцикліст зі швидкістю 78,5 км/год. Якою буде відстань між ними о 15 год 30 хв? о 18 год?
- 1171.** Теплохід пройшов 237 км проти течії річки за 6 год. Який шлях він пройде в стоячій воді за 8 год, якщо швидкість течії дорівнює 1,5 км/год?
- 1172.** Катер пройшов за течією річки 119 км за 3,5 год. Яку відстань він пройде за 5 год проти течії, якщо швидкість катера в стоячій воді становить 32,8 км/год?
- 1173.** Швидкість теплохода за течією річки дорівнює 29,6 км/год, а проти течії — 24,8 км/год. Знайдіть швидкість течії і власну швидкість теплохода.
- 1174.** Власна швидкість катера дорівнює 28 км/год, а швидкість течії річки — 1,8 км/год. Спочатку катер ішов 1,4 год проти течії, а потім 0,8 год за течією. Який шлях пройшов катер за весь цей час?
- 1175.** Від двох пристаней одночасно назустріч один одному вирушили два катери. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо власна швидкість кожного катера дорівнює 24,5 км/год, відстань між пристанями — 171,5 км, а швидкість течії — 1,6 км/год? Чи є в умові задачі зайві дані?
- 1176.** Від двох пристаней одночасно назустріч один одному вирушили човен і теплохід. Човен, власна швидкість якого дорівнює 10,8 км/год, рухається за течією річки, а теплохід, власна швидкість якого — 30,2 км/год, рухається проти течії. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо відстань між пристанями дорівнює 205 км?

1177. Рибалка переправлявся через річку на човні зі швидкістю 20 м/хв. На яку відстань човен буде віднесено за течією, якщо ширина річки дорівнює 150 м, а швидкість течії — 0,2 м/с?



1178. На спуск з гори турист витрачає 0,75 часу, який потрібен йому для підйому на цю гору. З гори він спускається за 1,2 год, а піднімається зі швидкістю 7,5 м/хв. Яка висота гори, на яку піднімається турист?
1179. Машиніст швидкого поїзда, що рухався зі швидкістю 56 км/год, помітив, що зустрічний товарний поїзд, який рухався зі швидкістю 34 км/год, пройшов повз нього за 15 с. Яка довжина товарного поїзда?
1180. Машиніст товарного поїзда, що рухався зі швидкістю 36 км/год, помітив, що зустрічний пасажирський поїзд, довжина якого 180 м, пройшов повз нього за 8 с. З якою швидкістю рухався пасажирський поїзд?
1181. О 9 год ранку Незнайко вирушив із Квіткового міста в Сонячне пішки зі швидкістю 3,6 км/год. О 12 год 30 хв слідом за ним на всюдиході власної конструкції виїхали Гвинтик зі Шпунтиком. Всюдихід рухався зі швидкістю 12 км/год і прибув у Сонячне місто одночасно з Незнайком. Скільки часу йшов Незнайко? Яка відстань між містами Квіткове і Сонячне?
1182. Кіт Мурзик купив на базарі 18 кг сметани, а кіт Мурчик — 28 кг. На обід Мурзик з'їв 0,65 купленої сметани, а Мурчик — $\frac{3}{7}$ своєї сметани. Хто з котів з'їв більше сметани і на скільки кілограмів?
1183. Хлопчик-Мізничник у чоботях-скороходах за 3 год подолав 1590 км. За першу годину він пройшов $\frac{15}{53}$ цієї відстані, за другу годину — $\frac{25}{57}$ решти. Скільки кілометрів він подолав за третю годину?
1184. Було зібрано 240 кг насіння соняшнику. Скільки соняшникової олії можна отримати із зібраного насіння, якщо маса

зерна становить 0,7 маси насіння соняшнику, а маса отриманої олії — 0,4 маси зерна?

1185. Три велетні їли на обід куліш. Один із них з'їв 120 кг кулешу, другий — $\frac{8}{15}$ того, що з'їв перший, а третій — 0,85 того, що з'їв другий. Скільки кілограмів кулешу з'їли велетні?

1186. Периметр трикутника дорівнює 48 см. Довжина однієї зі сторін трикутника становить $\frac{5}{16}$ периметра, а довжина другої — 0,64 довжини першої сторони. Знайдіть сторони трикутника.

1187. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 6,5 см, а довжина бічної сторони становить 0,8 довжини основи. Обчисліть периметр трикутника.

1188. Середня тривалість життя білого ведмедя — 32 роки, що становить $\frac{2}{3}$ середньої тривалості життя носорога, $\frac{4}{5}$ — лева і $\frac{4}{25}$ — слона. Знайдіть середню тривалість життя носорога, лева і слона.

1189. Барвінок зібрав у своєму саду врожай фруктів. Яблука становили 0,6 маси зібраних фруктів. Яблук сорту білий налив було 35 кг, і вони становили $\frac{7}{18}$ маси всіх яблук. Скільки кілограмів фруктів зібрав Барвінок?

1190. Коли автомобіль проїхав 0,3, а потім ще 0,4 усього шляху, то виявилось, що він проїхав на 12 км більше за половину шляху, який треба було проїхати. Скільки кілометрів мав проїхати автомобіль?

1191. У двох ящиках лежали яблука. У першому ящику лежало 22,4 кг яблук, що становило 0,35 усіх яблук. Скільки кілограмів яблук було в другому ящику?

1192. За день продали 3,6 ц ковбаси, що становило 0,48 її запасів. Скільки центнерів ковбаси залишилось?

1193. На рисунку 215 кут DOE — прямий. Які із зображених кутів є тупими? Скільки гострих кутів зображено на цьому рисунку?

1194. Накресліть тупий кут і проведіть з його вершини промінь так, щоб утворився прямий кут. Скільки розв'язків має задача?

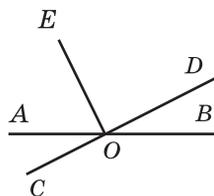


Рис. 215

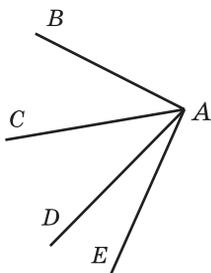


Рис. 216

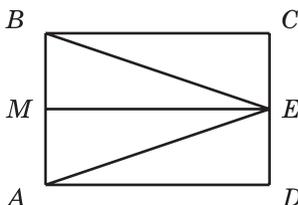


Рис. 217

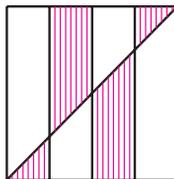
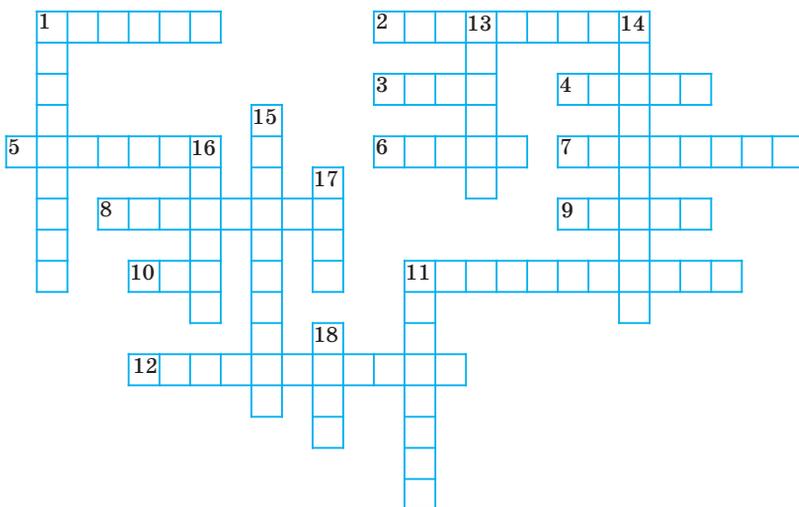


Рис. 218

1195. Знайдіть градусну міру кута BAE , якщо $\angle BAD = 67^\circ$, $\angle CAD = 34^\circ$, $\angle CAE = 56^\circ$ (рис. 216).
1196. Кут $МОК$ — розгорнутий, $\angle МОА = 62^\circ$, промінь OC — бісектриса кута $АOK$. Обчисліть градусну міру кута COA .
1197. Запишіть усі трикутники та прямокутники, зображені на рисунку 217.
1198. Периметр трикутника дорівнює 30 см, одна із його сторін — 7,4 см, а дві інші сторони дорівнюють одна одній. Знайдіть довжини рівних сторін.
1199. Накресліть прямокутник зі сторонами 6 см і 2 см. Побудуйте квадрат, периметр якого дорівнює периметру цього прямокутника. Обчисліть площі прямокутника та квадрата.
1200. Квадрат зі стороною 1 м поділили на чотири рівні частини й провели діагональ (рис. 218). Чому дорівнює площа заштрихованої фігури?
1201. Периметр квадрата дорівнює 11,2 см. Знайдіть периметр прямокутника, площа якого дорівнює площі даного квадрата, а одна із сторін — 9,8 см.
1202. Довжина прямокутника дорівнює 45 см. На скільки квадратних сантиметрів зменшиться площа цього прямокутника, якщо його ширина зменшиться на 4 см?
1203. Ребро одного куба в 3 рази більше за ребро другого. У скільки разів об'єм першого куба більший за об'єм другого?
1204. Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 320 см^3 . Кожний вимір цього паралелепіпеда зменшили у 2 рази. Знайдіть об'єм утвореного паралелепіпеда.
1205. Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 12 см, ширина — 5 см, висота — 9 см. На скільки збільшиться об'єм паралелепіпеда, якщо кожний його вимір збільшити на 1 см?

- 1206.** Ширина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 42 см, що становить $\frac{7}{15}$ його довжини, а висота становить $\frac{5}{9}$ довжини. Знайдіть об'єм паралелепіпеда і виразіть його в кубічних дециметрах.
- 1207.** Прямолінійна ділянка шосе проходить через села Вишневе, Яблуневе і Грушеве. Відстань між селами Вишневе і Яблуневе дорівнює 3,2 км, що в 1,5 раза менше, ніж відстань між селами Яблуневе і Грушеве. Знайдіть відстань між селами Вишневе і Грушеве. Скільки розв'язків має задача?
- 1208.** У басейн, що має форму прямокутного паралелепіпеда, щосекунди наливається 0,8 л води. Водночас через другу трубу з нього щосекунди виливається 0,75 л. Довжина басейну дорівнює 4,05 м, ширина — 120 см, глибина — 75 см. За скільки годин наповниться басейн?
- 1209.** У двох мішках було 82,3 кг яблук, причому в одному мішку було на 7,9 кг яблук більше, ніж у другому. Скільки кілограмів яблук було в кожному мішку?
- 1210.** За 2 год турист пройшов 9,6 км, причому за першу годину він пройшов на 1,2 км менше, ніж за другу. Знайдіть, яку відстань проходив турист за кожен годину.
- 1211.** Олеся та Оленка зібрали 17,6 кг груш, причому Олеся зібрала на 2,7 кг більше, ніж Оленка. Скільки кілограмів груш зібрала кожна дівчинка?
- 1212.** Крокодил Гена з'їв у 4 рази більше морозива, ніж Чебурашка. Скільки кілограмів морозива з'їв кожний із них, якщо Чебурашка з'їв на 2,4 кг менше, ніж крокодил Гена?
- 1213.** За два дні подорожі велотуристи подолали 126 км, причому за другий день вони проїхали у 3,5 раза більше, ніж за перший. Знайдіть, скільки кілометрів вони проїжджали кожного дня.
- 1214.** Ніф-Ніф, Нуф-Нуф і Наф-Наф купили будівельні матеріали для ремонту своїх домівок, витративши на їх придбання 740 грн. Знайдіть витрати кожного поросяти, якщо Ніф-Ніф заплатив на 64,3 грн, а Нуф-Нуф на 32,5 грн більше, ніж Наф-Наф.
- 1215.** За три дні продали 280 кг помідорів, причому за перший день продали у 2,8 раза менше, ніж за другий, і в 4,2 раза менше, ніж за третій. Скільки кілограмів помідорів продали за кожний із днів?
- 1216.** Два автомобілі виїхали одночасно назустріч один одному з двох міст, відстань між якими дорівнює 360 км. Через 2,4 год після початку руху вони ще не зустрілися і відстань між ними становила 24 км. Знайдіть швидкість кожного автомобіля, якщо швидкість одного з них на 10 км/год більша за швидкість другого.

- 1217.** Власна швидкість човна у 8 разів більша за швидкість течії річки. Знайдіть швидкість течії та власну швидкість човна, якщо:
1) за 5 год руху проти течії річки човен проплив 42 км; 2) за 4 год руху за течією річки човен проплив 50,4 км.
- 1218.** Сума довжини та ширини прямокутника дорівнює 12 дм, причому ширина на 3,2 дм менша від довжини. Обчисліть площу прямокутника.
- 1219.** Якщо в деякому десятковому дробі перенести кому вліво через дві цифри, то він зменшиться на 158,4. Знайдіть цей дріб.
- 1220.** Скільки існує двоцифрових чисел, у яких перша цифра на 3 більша за другу?
- 1221.** Розгадайте кросворд:



По горизонталі: 1. Компонент дії ділення. 2. Вид многокутника. 3. Одиниця довжини. 4. Одна з відомих вам величин. 5. Прямокутник, у якого всі сторони рівні. 6. 1000 кілограмів. 7. Геометрична фігура.

8. $\frac{1}{10}$ метра. 9. Знак арифметичної дії. 10. Фігура, утворена двома променями зі спільним початком. 11. Вид чотирикутника. 12. Прилад для вимірювання кутів.

По вертикалі: 1. Арифметична дія. 11. Сума довжин сторін многокутника. 13. Розв'язок рівняння. 14. Число, яке визначає положення точки на координатному промені. 15. Промінь, що ділить кут навпіл. 16. Трицифрове число. 17. $\frac{1}{1000}$ кілограма. 18. Знак, що розділяє цілу і дробову частини десяткового дробу.

Відповіді та вказівки до вправ

9. 6 учнів. 34. 408 цифр. 35. 704 сторінки. 36. Усі цифри яких непарні. *Вказівка.* Якщо до кожної цифри трицифрового числа, записаного парними цифрами, додати по одиниці, то утвориться трицифрове число, записане непарними цифрами. Наприклад, з числа 200 у такий спосіб можна отримати число 311, а з числа 486 — число 597. Отже, кожному числу, записаному парними цифрами, можна знайти пару серед чисел, записаних непарними цифрами. Але, наприклад, число 111 не буде при цьому входити в жодну з пар. 71. а) 125 мм; б) 84 мм; в) 248 мм. 72. 12 см. 73. 10 см. 75. Відстані рівні. 76. 10 см. 77. а) 4 точки; б) 3 точки; в) 4 точки; г) 3 точки. 78. *Вказівка.* 1) $13 - 2 \cdot 5 = 3$; 2) $3 \cdot 5 - 13 = -2$; 3) $2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 1$. 80. 1) 344; 2) 3534. 83. 164 кг. 84. 264 кг. 85. 380 кг. 101. 8 см або 56 см. 102. 9 см або 21 см. 103. Найменше — одна, найбільше — десять. 104. Сім і чотири. 105. Рис. 219. 106. 12 точок. 107. 289 дерев. 108. 664 км. 109. На 43 км/год. 110. На 2 км/год. 153. 20 чисел. 154. 38 чисел. 163. 3) 2994; 4) 95 000. 175. 110 книжок. 176. 196 км. 179. О 19 год 30 хв. 180. О 12 год 33 хв. 184. 3) 92 м 31 см; 4) 54 км 310 м; 7) 33 год 11 хв; 8) 1 год 38 хв 28 с. 185. 1) 1 м 4 см; 2) 15 м 1 см; 3) 36 км 121 м; 4) 12 т 1 ц 4 кг; 5) 6 год 14 хв; 6) 33 хв 11 с. 189. 2) 5050. 190. 1) На 50; 2) перша на 1001. 191. $444 + 44 + 4 + 4 + 4$. 192. 7, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 9. 209. 2) 404; 3) 6767. 210. 2) 597; 3) 12 910. 213. 98 головок сиру. 214. 101 рибка. 220. 1 год 35 хв. 221. 8 год 32 хв. 222. 2) 36 м 59 см; 3) 4 км 744 м; 4) 764 м; 7) 19 хв 42 с; 8) 8 год 36 хв. 223. 1) 6 см; 2) 26 м 83 см; 3) 2 км 989 м; 4) 3 т 7 ц 51 кг; 5) 6 год 34 хв; 6) 4 хв 24 с. 229. 32 пасажери. 230. 17 слив. 231. 416 кг, 224 кг. 232. 420 км, 780 км. 238. На 540. 239. $123 + 45 - 67 + 8 - 9$. 240. 3) 5000; 4) 0. 264. $k = 712 - 18t$. 268. 5 кг. 274. 1) 875; 2) 345; 3) 720; 4) 356; 5) 562; 6) 209; 7) 821; 8) 1192; 9) 597; 10) 230; 11) 104; 12) 1194. 275. 1) 123; 2) 192; 3) 382; 4) 574; 5) 136; 6) 329. 276. 1) 28; 2) 31 сольдо. 277. 1) 23; 2) 12 пиріжків. 278. 1) $a = 27$; 2) $a = 14$. 279. 1) $a = 21$; 2) $a = 117$. 280. 1 год 25 хв. 282. Так, 28 грн. 297. 26 учнів. 311. 46° . 312. 112° . 315. 68° . 316. 153° . 319. *Вказівка.* Відкладіть від довільного променя даний кут послідовно 14 разів. Скористайтеся тим, що утворений таким чином кут на 2° більший за розгорнутий кут. 320. 1) *Вказівка.* Скористайтеся тим, що $19 \cdot 19 = 361^\circ$. 323. 240 г. 324. 52 грн. 334. 2) а) 5; б) 27; в) $n(n - 3) : 2$.



Рис. 219

339. 2061 м. 360. 3) 917; 4) 4815. 370. 16 см. 371. 28 см. 372. 2 км
768 м. 373. 6 кг 700 г. 377. 19 см і 28 см. 378. 10 см або 14 см. 379.
Так, зі сторонами 4 см і 2 см. Периметр квадрата дорівнює 8 см. 380.
Рис. 220. 382. Рис. 221. 383. Рис. 222. 384. Рис. 223.

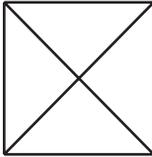


Рис. 220

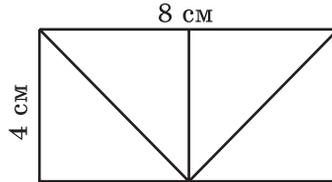


Рис. 221

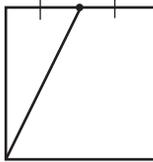


Рис. 222

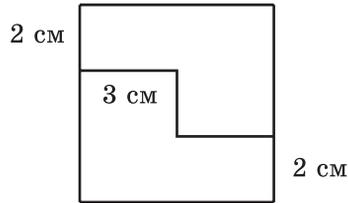


Рис. 223

393. 5) 21 390; 6) 5583; 7) 107 601; 8) 1398. 396. 1) 112; 2) 3379.
406. 1) 299 344; 2) 70 090. 407. 1) 676 224; 2) 87 204. 412. 352 км.
413. 45 км. 416. 15 км. 417. 1) $43 \cdot 28 = 1204$; 2) $52 \cdot 42 = 2184$ або
 $52 \cdot 92 = 4784$; 3) $98 \cdot 9 = 882$; 4) $66 \cdot 101 = 6666$. 418. 1) $57 \cdot 69 = 3933$;
2) $74 \cdot 17 = 1258$; 3) $52 \cdot 11 = 572$; 4) $254 \cdot 32 = 8128$. 419. 1, 1, 2, 4.
420. Наприклад, $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 \cdot 5$. 421. 25. 425. 57 см. 447. 1) 139 км
808 м; 2) 382 грн 86 к.; 3) 175 км 870 м; 4) 28 т 5 ц 20 кг; 5) 95 год;
6) 78 год 9 хв. 448. 1) 223 ц 2 кг; 2) 6008 грн 80 к.; 3) 495 т 690 кг;
4) 213 м 36 см; 5) 2 год 50 хв; 6) 51 доба. 449. 2) 2; 3) 6; 4) 24. 451.
5 кошенят і 9 курчат. 469. 1) 55 659; 2) 888; 3) 2044. 470. 1) 9724;
2) 7718; 3) 2045. 471. 18 крон. 472. 12 кг. 473. 58 кг. 474. Так. 475.
246 кг. 476. 17 год. 477. 18 год. 478. 18 км/год. 479. 76 миль/год.
480. 64 км/год. 481. 4 км/год. 482. 12 км/год. 483. 6 м/хв. 484.
6 год. 485. 8 год. 488. О 7 год 55 хв. 489. За 22 хв. 490. На 4 дні.
491. 168 сторінок. 492. 7 год. 493. 24 кг, 28 кг. 495. 35 ящиків
яблук і 15 ящиків груш. 496. 4 мішки. 497. 1) 16; 2) 18; 3) 1; 4) 0.
498. 1) 21; 2) 24; 3) 9; 4) 6. 509. 132 кг, 88 кг, 44 кг. 510. 42 милі,
168 миль, 126 миль, 210 миль. 511. 128 окунів. 513. 84 пасажирів,
42 пасажирів, 120 пасажирів. 514. 52 кг, 312 кг, 188 кг. 515. 7 см,
35 см, 32 см. 516. 46 дм, 23 дм, 30 дм. 526. 22 конверти. 542. 1) 6;
2) 1; 3) 2. 543. 1) 3; 2) 3. 544. На 37 або на 185. 545. На 8, або на
13, або на 26, або на 52, або на 104. 546. На 6, або на 11, або на

22, або на 33, або на 66. 547. 53. 548. Жовтень. Середа. *Вказівка*. Для того щоб виконувалась умова задачі, суботі і понеділкам має бути по п'ять, а п'ятниця — чотири. Це можливо лише тоді, коли двадцять восьме число цього місяця — п'ятниця, а днів у місяці —

31. 560. 3) 30; 4) 24; 5) 1. 561. 3) 69; 4) 87; 5) 5. 568. 1) 38; 2) 55; 3) 16; 4) 7. 580. 80 дм². 581. 225 см². 586. а) 82 см, 310 см²; б) 66 см, 194 см². 587. 104 см, 516 см². 589. Так. 590. 5940 кг. 591. Ні. 592. 52 см. 593. 24 см. 594. На 104 см². 596. На 160 см². 597. 16 см². 598. Жодного, або два, або три. 599. Жодного або два. 600. *Вказівка*. Проведіть пряму через точки перетину діагоналей прямокутників. 601. Рис. 224. 602. 1) Так. *Вказівка*. Якщо розрізати даний квадрат на квадрати зі стороною 1 см, то з них можна потім скласти квадрати зі сторонами 3 см і 4 см; 2) ні. *Вказівка*. Число 36 не можна записати як суму двох чисел, кожне з яких є квадратом натурального числа. 603. 33°. 604. 1) 545 679; 2) 1780. 617. 256 г. 618. 7 см. 619. 12 м. 620. 1) 8; 2) 36; 3) 52. 623. 42 км/год. 633. 1620 дм³.

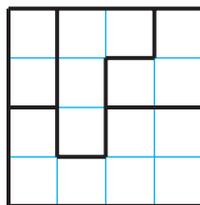


Рис. 224

634. 1920 см³. 635. 5 см. 636. 12 см. 639. 13 500 см³. 640. 7456 см³. 642. 9 м³, 300 коротунів. 643. 216 см². 644. 1) У 16 разів; 2) у 64 рази. 645. 1) Збільшиться в 40 разів; 2) збільшиться у 2 рази. 646. 1) Збільшиться у 8 разів; 2) не зміниться. 649. На 2 дні. 656. 6 варіантів. 657. 4 числа. 658. 6. 662. 6 чисел. 663. 6 чисел. 664. 5 чисел. 665. 8 чисел. 666. 6 чисел. 667. 6 прямокутників. 668. 5 паралелепіпедів. 669. 6 відрізків. 670. 9 маршрутів. 671. 8 варіантів. 672. 6 варіантів. 673. 6 маршрутів. 675. 1) 18; 2) 386; 3) 6002; 4) 175. 706. 44 риби. 707. 148 км. 708. 4 кг 50 г. 709. 18 ц. 710. 189 кг. 711. Крокодил Гена. 712. 133 кг. 713. На 7 км. 714. 6 днів. 715. 4 год. 716. 135. 717. 240. 718. 351. 719. 752. 745. 128 км. 757. 150 кг. 758. 60 км. 768. 3) 2. 769. 3) 72. 770. 240 м². 784. 1) $8\frac{2}{7}$; 2) $4\frac{18}{34}$. 785. 1) $1\frac{23}{30}$; 2) 4. 794. 1) 8; 9; 10; 2) 9; 10; 11. 795. 1) 57; 58; 59; 2) 4; 5; 6; 7. 796. 1) 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 2) 1. 797. 1; 2; 3. 800. 4 пляшки, 8 грн 80 к. 821. У 5 разів. *Вказівка*. Запишіть дані величини в секундах. 822. У 10 разів. 844. 1) 5; 6; 7; 8; 9; 2) 5; 6; 7; 8; 9; 3) 8; 9; 4) ніяку; 5) 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6) 7; 8; 9. 893. 1) 61,22; 2) 89,686; 3) 2,395; 4) 59,72. 894. 1) 91,35; 2) 11,987. 903. 1) 0,54 дм; 2) 10 дм; 3) 16,6 дм; 4) 290,8 дм; 5) 95,72 дм; 6) 13,91 дм. 904. 1) 11,91 а; 2) 42,33 а; 3) 9,18 а; 4) 4,853 а; 5) 924,18 а; 6) 2383,84 а. 905. 1) 3,76 ц; 2) 0,08 ц; 3) 42,9 ц; 4) 36,04 ц; 5) 67,86 ц; 6) 1,88 ц. 907. 12 год. 908. 396 м³. 909. 6 грн 50 к. 948. 1) 20,484; 2) 87,72; 3) 4,33.

949. 1) 5; 2) 14,68; 3) 13,64. **956.** 81,24 км. **957.** 133,26 км.
960. 1) 42,4 см; 2) 72,48 см²; 3) 39,744 см³. **962.** 1) 68,4 см;
 2) 178,2 см²; 3) 145,8 см³. **963.** Ні. **964.** 18,7 сольдо. **966.** 5 квад-
 ратів. **1002.** 1) 242,95; 2) 31,03; 3) 9,76. **1003.** 1) 15,44; 2) 6,42;
 3) 2,84. **1004.** 15,625 дм³. **1006.** 1) 0,801; 2) 47,14. **1007.** 1) 5,99;
 2) 54,42. **1008.** 2) 0,945; 5) 0,292; 9) 0,2772; 10) 420; 11) 8,8;
 12) 0,75. **1009.** 1) 1,47; 2) 4,38; 3) 11,1; 4) 548,68; 5) 55,52; 6) 14,98.
1010. 1) 0,42; 2) 0,9; 3) 3,4; 4) 0,3; 5) 0,4; 6) 10,2. **1011.** 1) 0,16;
 2) 0,14; 3) 0,1; 4) 2,5; 5) 0,3; 6) 0,8. **1012.** 42,7 км/год. **1013.** 1,8 м/хв.
1014. 58,76 км/год. **1015.** 4,1 км/год. **1016.** За 0,7 год. **1017.** Через
 9,5 хв. **1018.** 2,4 год. **1019.** 30 хв. **1020.** Суміш гною і торфу.
1021. Урожайність льону від внесення добрив зменшилась, а яч-
 меню — підвищилась. **1027.** 1036,56 грн. **1028.** 116,28 км. **1029.**
 5,12. **1030.** 169,2. **1031.** 40. **1032.** 32. **1033.** 1) $3,48 : 29 = 0,12$;
 2) $9,75 : 39 = 0,25$; 3) $5,51 : 29 = 0,19$. **1034.** 300 сторінок. **1035.** 6,89.
1036. 10,6 км/год і 1,8 км/год. **1049.** 6,6. **1050.** 10,6. **1051.** 4; 16.
1052. 5,9; 10,5. **1053.** По 12 балів. **1054.** 98 балів. **1055.** 45 км/год.
1056. 112 грн. **1057.** 2,4. **1058.** 9,18. **1059.** 32 роки. **1060.** На 1.
1061. *Вказівка.* Нехай не всі гноми були одного зросту. Тоді най-
 вищий гном не може бути вищим за жодного з двох своїх сусідів.
 Отже, найвищий гном і два його сусіди були однакового зросту.
 Проведіть аналогічні міркування для сусідів цих трьох гномів
 і т. д. **1064.** 2592 см³. **1090.** 312 кг. **1091.** 88 банок. **1092.** 468 че-
 решень. **1093.** 9471 грн. **1095.** 189 дм³. **1097.** Так. **1098.** 15 400 грн;
 16 940 грн. **1099.** 1020 л; 867 л. **1100.** 218 км. **1101.** 588 грн. **1102.**
 30 піржків. **1104.** 40 автомобілів. **1105.** 65 км. **1121.** 600 сольдо.
1122. 200 грибів. **1123.** 24 дм³. **1125.** 30 км. **1126.** 300 дерев, 177 ви-
 шень. **1127.** 320 м, 217,6 м. **1128.** 500 кущів. **1129.** 400 сторінок.
1130. 1500 кг. **1131.** 400 кг. **1132.** 120 айстр. **1134.** 4) 1,6.
1135. 14 км/год. **1136.** 1) 20; 2) 25. **1138.** 1) 624; 2) 21 134;
 3) 371 000; 4) 6692; 5) 26 166; 6) 42 292; 7) 5003; 8) 4007; 9) 1;
 10) 17 046; 11) 10,68; 12) 2,48; 13) 1,963; 14) 30; 15) 6,119;
 16) 3,1625; 17) 0,64; 18) 2,4; 19) 0,7095; 20) 306,88; 21) 2,515;
 22) 19,84. **1139.** 6) 0,2; 7) 52; 8) 0,11; 9) 15; 10) 6,29. **1142.** 3) 54,02;
 4) 3,7; 5) 2,676; 6) 2,113; 7) 500; 8) 27,03. **1143.** 1) 400; 2) 16,784;
 3) 7,69; 4) $3\frac{1}{23}$; 5) 3209; 6) $9\frac{12}{18}$; 7) 0,631; 8) 0,95; 9) 2779; 10) 4,058;
 11) 57,543; 12) $1\frac{10}{15}$. **1144.** 9) 0,06; 10) 2230; 17) 0,06; 18) 0,4.
1151. 14 га, 32 га. **1152.** 27 автомобілів. **1153.** 40 т 1 ц 25 кг.
1154. За 7,2 хв. **1155.** За 2 хв. **1156.** 3,5 хв, 700 л, 490 л.
1157. 1,5 кг. **1158.** 24 кг, 18 кг. **1161.** 9,7 км/год або 6,7 км/год.
1162. 429 км. **1163.** 1,5 год. **1164.** 64 км/год. **1165.** 8 год.

1166. 1,5 км. 1167. 232,4 км. 1168. 75 км/год. 1169. 8 км/год.
 1170. 76,2 км, вантажний автомобіль попереду; 14,05 км, мотоцикліст попереду. 1171. 328 км. 1172. 158 км. 1175. Через 3,5 год.
 Задачу можна розв'язати, не знаючи швидкості течії. 1176. 5 год.
 1177. 90 м. 1178. 720 м. *Вказівка.* Час спуску з гори виразить у хвиликах: 1,2 год = 72 хв. 1179. 375 м. *Вказівка.* Знайдіть швидкість руху поїздів один відносно одного, а потім виразить її в метрах за секунду. 1180. 45 км/год. 1181. 5 год, 18 км.
 1183. 640 км. 1184. 67,2 кг. 1185. 238,4 кг. 1189. 150 кг.
 1190. 60 км. 1191. 41,6 кг. 1200. $\frac{3}{8}$ м². 1201. 21,2 см. 1204. 40 см³.
 1206. 189 дм³. 1207. 8 км або 1,6 км. 1208. 20,25 год. 1215. 35 кг, 98 кг, 147 кг. 1216. 70 км/год, 60 км/год. 1217. 1) 1,2 км/год, 9,6 км/год. 1219. 160. 1220. 7 чисел.

Відповіді до завдань «Перевірте себе» в тестовій формі

Номер завдання	Номер задачі											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	В	В	Б	А	Б	В	Б	А	В	Б	Г	Б
2	А	В	Б	А	В	В	Б	Г	Г	Г	В	Б
3	В	А	А	Г	Б	Г	Б	Б	В	В	Б	А
4	А	Б	В	Г	А	Б	Б	Г	В	А	Б	Б
5	В	А	Б	В	В	Б	А	Г	Б	Г	Г	Б
6	В	Г	Б	А	А	Г	Б	Г	Б	В	Б	В

Предметний покажчик

- А**р 130
- Бісектриса** 70
- Величина кута** 74
- Вершина кута** 69
- ламаної 18
 - многокутника 80
 - піраміди 138
- Виміри прямокутного паралелепіпеда** 135
- Вираз буквений** 60
- числовий 60
- Від’ємник** 52
- Віднімання** 52
- десяткових дробів 206
 - звичайних дробів 174
 - мішаних чисел 182
- Відрізок** 15
- одиничний 16
- Відсоток** 236
- Відстань між точками** 17
- Гектар** 130
- Градус** 73
- Градусна міра** 74
- Ділене** 110
- Ділення** 110
- десяткових дробів 221
 - з остачею 121
 - націло 122
- Дільник** 110
- Добуток** 97
- Довжина відрізка** 16
- ламаної 18
 - прямокутника 89
- Додавання** 47
- звичайних дробів 173
 - десяткових дробів 205
 - мішаних чисел 182
- Доданок** 47
- Дріб неправильний** 167
- правильний 167
- Дроби десяткові** 190
- звичайні 157
- Дробова частина десяткового дробу** 190
- — мішаного числа 180
- Зменшуване** 52
- Знаменник дробу** 157
- Квадрат** 90
- одиничний 129
 - числа 126
- Кінці відрізка** 15
- ламаної 18
- Координата** 34
- Корінь рівняння** 65
- Куб** 136
- одиничний 142
 - числа 126
- Кут** 69
- гострий 75
 - многокутника 80
 - прямиий 74
 - розгорнутий 73
 - тупий 75
- Ламана** 17
- замкнена 18
- Многогранник** 137
- Многокутник** 80
- Множення** 97
- десяткових дробів 213
- Множник** 97
- Натуральний ряд** 5
- Нерівність** 39
- подвійна 39
- Об’єм** 142
- куба 144
 - прямокутного паралелепіпеда 143, 144
- Округлення** 200
- Остача** 122

- Переставна властивість додавання** 47
— — множення 98
- Периметр** 81
- Піраміда** 137
- Площа** 129
— квадрата 130
— поверхні прямокутного паралелепіпеда 135
— прямокутника 130
- Площина** 27
- Порівняння відрізків** 17
— десяткових дробів 196
— звичайних дробів 168, 169
— кутів 74
— натуральних чисел 39
- Початок відліку** 34
— променя 27
- Промінь** 27
— координатний 34
- Процент** 236
- Пряма** 27
- Прямокутний паралелепіпед** 135
- Прямокутник** 89
- Рівні відрізки** 17
— кути 70
— многокутники 81
— фігури 81
- Рівняння** 65
- Різниця** 52
- Розв'язок рівняння** 65
- Розкриття дужок** 107
- Розподільна властивість множення відносно віднімання** 106
— — — — додавання 106
- Ряд натуральних чисел** 5
- Середнє арифметичне** 232
- Середнє значення величини** 233
- Сполучна властивість додавання** 47
— — множення 105
- Степінь** 126
- Сторона кута** 69
— многокутника 80
- Сторони прямокутника**
протилежні 89
— сусідні 89
- Сума** 47
— розрядних доданків 9
- Точка** 15
- Транспортир** 74
- Трикутник** 84
— гострокутний 84
— прямокутний 84
— рівнобедрений 84
— рівносторонній 84
— різносторонній 85
— тупокутний 84
- Формула** 60
— об'єму куба 144
— об'єму прямокутного паралелепіпеда 143
— периметра квадрата 90
— — прямокутника 90
— — рівностороннього трикутника 85
— площі квадрата 130
— — прямокутника 130
— шляху 61
- Цифри** 7
- Ціла частина мішаного числа** 180
- Частка** 110
— неповна 122
- Чисельник дробу** 157
- Числа дробові** 156
— натуральні 5
- Число мішане** 180
- Чотирикутник** 80
- Ширина прямокутника** 89
- Шкала** 33

ЗМІСТ

Від авторів.....	3
Умовні позначення	4

Розділ І. НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ

§ 1. Натуральні числа

1. Ряд натуральних чисел.....	5
2. Цифри. Десятковий запис натуральних чисел.....	7
• Як рахували в давнину.....	12
• Як називають «числа-велетні»	15
3. Відрізок. Довжина відрізка.....	15
• Від ліктів та долонь до метричної системи	25
4. Площина. Пряма. Промінь	27
• Про лляну нитку та лінії.....	31
5. Шкала. Координатний промінь	33
6. Порівняння натуральних чисел	39
Завдання № 1 «Перевірте себе» в тестовій формі.....	45
Головне в параграфі 1	46

§ 2. Додавання і віднімання натуральних чисел

7. Додавання натуральних чисел.	
Властивості додавання.....	47
8. Віднімання натуральних чисел.....	52
9. Числові і буквені вирази. Формули	59
• Мова, яка зрозуміла всім.....	64
10. Рівняння.....	65
11. Кут. Позначення кутів.....	69
12. Види кутів. Вимірювання кутів	73
13. Многокутники. Рівні фігури.....	80
14. Трикутник і його види.....	84
15. Прямокутник.....	89
Завдання № 2 «Перевірте себе» в тестовій формі.....	94
Головне в параграфі 2	95

§ 3. Множення і ділення натуральних чисел

16. Множення. Переставна властивість множення	97
17. Сполучна і розподільна властивості множення	105
18. Ділення.....	110
19. Ділення з остачею	121
20. Степінь числа	125

21. Площа. Площа прямокутника	128
22. Прямокутний паралелепіпед. Піраміда.....	134
23. Об'єм прямокутного паралелепіпеда.....	142
24. Комбінаторні задачі.....	148
<i>Завдання № 3 «Перевірте себе» в тестовій формі.....</i>	<i>153</i>
Головне в параграфі 3	154

Розділ II. ДРОБОВІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ

§ 4. Звичайні дроби

25. Уявлення про звичайні дроби	156
• «Потрапити в дроби»	165
26. Правильні і неправильні дроби. Порівняння дробів.....	166
27. Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками.....	173
28. Дроби і ділення натуральних чисел.....	177
29. Мішані числа.....	179
<i>Завдання № 4 «Перевірте себе» в тестовій формі.....</i>	<i>187</i>
Головне в параграфі 4	188

§ 5. Десяткові дроби

30. Уявлення про десяткові дроби	190
• Від шістдесяткових до десяткових дробів	195
31. Порівняння десяткових дробів.....	196
32. Округлення чисел	200
33. Додавання і віднімання десяткових дробів.....	205
<i>Завдання № 5 «Перевірте себе» в тестовій формі.....</i>	<i>212</i>
34. Множення десяткових дробів	213
35. Ділення десяткових дробів	221
36. Середнє арифметичне. Середнє значення величини	232
37. Відсотки. Знаходження відсотків від числа.....	236
38. Знаходження числа за його відсотками	244
<i>Завдання № 6 «Перевірте себе» в тестовій формі.....</i>	<i>249</i>
Головне в параграфі 5	250
Вправи для повторення за курс 5 класу	252
<i>Відповіді та вказівки до вправ</i>	<i>263</i>
<i>Відповіді до завдань «Перевірте себе» в тестовій формі.....</i>	<i>267</i>
<i>Предметний покажчик</i>	<i>268</i>

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА

5 клас

**Підручник для закладів
загальної середньої освіти**

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

Видання друге, доопрацьоване
відповідно до чинної навчальної програми

Головний редактор *Г. Ф. Висоцька*
Відповідальний за випуск *М. В. Москаленко*
Літературний редактор *Т. Є. Цента*
Художнє оформлення та дизайн *Д. В. Висоцького*
Технічний редактор *О. В. Гулькевич*
Комп'ютерне верстання *С. І. Северин*
Коректор *А. Ю. Венза*

Формат 60×90/16. Папір офсетний. Гарнітура шкільна.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 17,00. Обл.-вид. арк. 14,65.
Тираж 230 524 прим. Замовлення №

ТОВ ТО «Гімназія»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел.: (057) 719-17-26, (057) 719-46-80, факс: (057) 758-83-93
E-mail: contact@gymnasia.com.ua
www.gymnasia.com.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 644 від 25.10.2001

Надруковано з діапозитивів, виготовлених ТОВ ТО «Гімназія»,
у друкарні ПП «Модем»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел. (057) 758-15-80
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 91 від 25.12.2003

Карта України



Масштаб 1:10 000 000
(в 1 см 100 км)

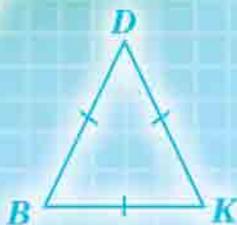
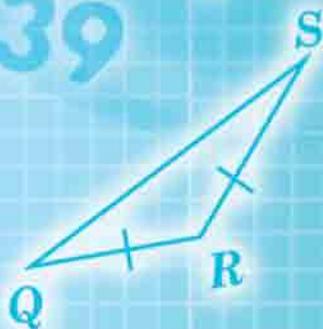
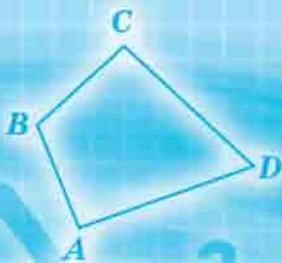
Скорочені позначення метричних одиниць

Префікс	Позначення	Множник
мікро-	мк	0,000001
мілі-	м	0,001
санти-	с	0,01
деци-	д	0,1
кіло-	к	1000
мега-	М	1 000 000

1 см = 10 мм	1 см ² = 100 мм ²	1 см ³ = 1000 мм ³
1 дм = 10 см	1 дм ² = 100 см ²	1 дм ³ = 1000 см ³
1 м = 100 дм	1 а = 100 м ²	1 м ³ = 1000 дм ³
	1 га = 100 а	
	1 км ² = 100 га	

Латинський алфавіт

Друковані літери		Рукописні літери		Назви літер
A	a	<i>A</i>	<i>a</i>	а
B	b	<i>B</i>	<i>b</i>	бе
C	c	<i>C</i>	<i>c</i>	це
D	d	<i>D</i>	<i>d</i>	де
E	e	<i>E</i>	<i>e</i>	є
F	f	<i>F</i>	<i>f</i>	еф
G	g	<i>G</i>	<i>g</i>	ге
H	h	<i>H</i>	<i>h</i>	аш
I	i	<i>I</i>	<i>i</i>	і
J	j	<i>J</i>	<i>j</i>	йот
K	k	<i>K</i>	<i>k</i>	ка
L	l	<i>L</i>	<i>l</i>	ель
M	m	<i>M</i>	<i>m</i>	ем
N	n	<i>N</i>	<i>n</i>	ен
O	o	<i>O</i>	<i>o</i>	о
P	p	<i>P</i>	<i>p</i>	пе
Q	q	<i>Q</i>	<i>q</i>	ку
R	r	<i>R</i>	<i>r</i>	ер
S	s	<i>S</i>	<i>s</i>	ес
T	t	<i>T</i>	<i>t</i>	те
U	u	<i>U</i>	<i>u</i>	у
V	v	<i>V</i>	<i>v</i>	ве
W	w	<i>W</i>	<i>w</i>	дубль-ве
X	x	<i>X</i>	<i>x</i>	ікс
Y	y	<i>Y</i>	<i>y</i>	ігрек
Z	z	<i>Z</i>	<i>z</i>	зет



ТОВ ТО «Гімназія»
вул. Восьмого Березня, 31,
м. Харків 61052
Тел.: (057) 758-83-93, 719-17-26,
751-07-73, 719-46-80
факс: (057) 758-83-93
e-mail: contact@gymnasia.com.ua
www.gymnasia.com.ua