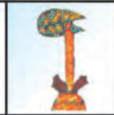
A. H. Merzljak
V. B. Polonszkij
M. Sz. Jakir

5

MATEMATIKA

Az ókori Egyiptomban használt számjegyek

							
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

Római számjegyek

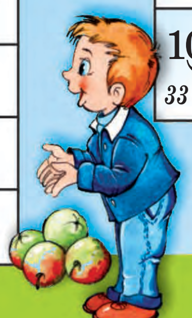
I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Az ókori Ruszban használt számjegyek

Egyesek		Tízesek		Százasok	
а҃	1	і҃	10	р҃	100
в҃	2	к҃	20	с҃	200
г҃	3	л҃	30	т҃	300
д҃	4	м҃	40	ѵ҃	400
є҃	5	н҃	50	ф҃	500
ѕ҃	6	ѯ҃	60	х҃	600
з҃	7	о҃	70	ѱ҃	700
и҃	8	п҃	80	ѡ҃	800
ѳ҃	9	ч҃	90	ц҃	900

Nagy számok

$1\underbrace{0\ldots0}_{3\ nulla}$	ezer	$1\underbrace{0\ldots0}_{36\ nulla}$	szextillió
$1\underbrace{0\ldots0}_{6\ nulla}$	millió	$1\underbrace{0\ldots0}_{39\ nulla}$	szextilliárd
$1\underbrace{0\ldots0}_{9\ nulla}$	milliárd	$1\underbrace{0\ldots0}_{42\ nulla}$	szeptillió
$1\underbrace{0\ldots0}_{12\ nulla}$	billió	$1\underbrace{0\ldots0}_{45\ nulla}$	szeptilliárd
$1\underbrace{0\ldots0}_{15\ nulla}$	billiárd	$1\underbrace{0\ldots0}_{48\ nulla}$	oktillió
$1\underbrace{0\ldots0}_{18\ nulla}$	trillió	$1\underbrace{0\ldots0}_{51\ nulla}$	oktilliárd
$1\underbrace{0\ldots0}_{21\ nulla}$	trilliárd	$1\underbrace{0\ldots0}_{54\ nulla}$	nonillió
$1\underbrace{0\ldots0}_{24\ nulla}$	kvadrillió	$1\underbrace{0\ldots0}_{57\ nulla}$	nonilliárd
$1\underbrace{0\ldots0}_{27\ nulla}$	kvadrilliárd	$1\underbrace{0\ldots0}_{60\ nulla}$	decillió
$1\underbrace{0\ldots0}_{30\ nulla}$	kvintillió	$1\underbrace{0\ldots0}_{63\ nulla}$	decilliárd
$1\underbrace{0\ldots0}_{33\ nulla}$	kvintilliárd	$1\underbrace{0\ldots0}_{100\ nulla}$	googol



H. Merzljak
V. B. Polonszkij
M. Sz. Jakir

MATEMATIKA

5. osztály

Tankönyv a magyar oktatási nyelvű
általános középfokú tanintézetek számára

Ajánlotta
Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériuma

Львів
Видавництво „Світ”
2018

УДК 373.167.1:51
М52

Перекладено за виданням:
Мерзляк А. Г. Математика. 5 клас : підруч. для закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2018

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України від 10.01.2018 № 22)

Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено

Мерзляк А. Г.
М52 Математика. 5 клас : підруч. для закл. заг. серед. осв. з навч. угорською мовою / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір ; пер. Д. Ф. Поллої. – Львів : Світ, 2018. – 272 с. : іл.

ISBN 978-966-914-137-8

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-966-914-137-8 (угор.)
ISBN 978-966-474-214-3 (укр.)

A szerzőktől

A TANULÓKHOZ

KEDVES GYEREKEK!

A számolás, a logikus gondolkozás, a kitartó és pontos munkavégzés mindenki számára nagyon fontos tevékenység. De hogyan tehetünk szert ezekre a kvalitásokra? A matematika egy olyan mágikus tudomány, amely segíti ezeknek a képességeknek a fejlesztését. A jövőben választott szakmátoktól – építész vagy cukrász, programozó vagy mezőgazdász, orvos vagy közgazdász – függetlenül a megszerzett matematikai ismeretek mindig hasznotokra lesznek.

A matematika tanulmányozása egy fáradtságos, de egyszersmind egy csodálatos országba történő izgalmas utazással hasonlítható össze. Reméljük, hogy ez a tankönyv megbízható útitársnak bizonyul, valamint határozott turistavezetőként kormányoz a tudás világába.

Ismerkedj meg a könyv szerkezetével! A tankönyv két fejezetre oszlik, melyek paragrafusokra tagozódnak, a paragrafusok pedig összesen 38 pontból állnak. Minden pont elméleti tananyaggal kezdődik. Elsajátítása során fordíts különös figyelmet a **félkövér**rel szedett szövegrészre. Az így kijelölt szavak matematikai fogalmakat takarnak. A szabályokat és a legfontosabb matematikai állításokat ***félkövér-dőlt***, illetve *dőlt* betűtípussal jelöltük.

Az elméleti részt rendszerint gyakorló feladatok követik. Az itt ismertetett módszereket a házi feladatok megoldása során kiválóan alkalmazhatod.

A pontok mindegyike önálló munkát tartalmaz. Megoldásához, csak az elméleti rész elsajátítását követően kezdj hozzá. Az önálló munkák könnyű, közepesen nehéz és nehéz feladatokat tartalmaznak. Az utóbbiakat (*)-gal jelöltük.

Mindegyik pont egy különös feladattal zárul, melyet *Bölcs Bagoly feladványá*nak neveztünk el. Megoldásukhoz találékonyságra, csavaros észjárásra lesz szükséged.

Miután felkészültél az órára rubrikában fontos matematikai objektumokkal, számokkal és alakzatokkal, valamint ezek történetével és kialakulásával ismerkedhetsz meg. Reméljük, hogy ez is tovább fokozza a matematika iránti érdeklődésedet.

Azt is meg kell jegyezni, hogy az 5. osztályos matematikában nagyon sok olyan téma is van, melyeket már alsóbb osztályokban tanultál. Ezért ha korábban bármilyen problémád lett volna a matematikával, akkor azt megfelelő elszántsággal könnyen kiküszöbölheted.

Ehhez kívánunk sok sikert!

A TANÁROKHOZ

TISZTELT KOLLÉGÁK!

Nagyon reméljük, hogy ez a tankönyv az önök megbízható segítőtársa lesz fáradságos, de kemény munkájuk során. Szeretnénk, ha tankönyvünk elnyerné a tetszésüket. Ehhez kívánunk Önöknek alkotói lelkesedést és sok türelmet!

Egyezményes jelek:

° alap- és középszintű tudásnak megfelelő feladatok;

• jó tudásszintnek, illetve a tantervi követelményeknek megfelelő feladatok;

•• magas tudásszintnek megfelelő feladatok;

* matematikai szakkörökre és tanórán kívüli foglalkozásokra ajánlott feladatok jelölése;

◀ a példa megoldásának végét jelölő karakter;

340 házi feladatra ajánlott feladatok jelölése.

I. fejezet

TERMÉSZETES SZÁMOK. MŰVELETEK TERMÉSZETES SZÁMOKKAL

1. §. TERMÉSZETES SZÁMOK

1. A természetes számok sora

Hány nap maradt még a szünidő végéig? Hány barátodat hívod meg a születésnapodra? Hány tantárgyat fogtok tanulni ebben a félévben? Hogy válaszoljunk ezekre a kérdésekre tudnunk kell számolni.

A tárgyak számlálására szolgáló 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., számokat **természetes számok**nak nevezzük.

Például az 1, 3, 24, 60, 365, 1 000 000 – természetes számok.

Megjegyezzük, hogy nem minden általunk használt szám lesz természetes. Például a 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ nem természetes számok.

Valamennyi növekvő sorrendbe felírt természetes szám **a természetes számok sorát** képezi, vagy **természetes számsort** alkot. A sor első eleme az 1, második a 2, harmadik a 3 és így tovább.

A sorban minden szám után az előzőnél eggyel nagyobb szám következik. Ezért a természetes számsornak nincs utolsó tagja. Az 1-es számnak nincs megelőzője. Tehát a legkisebb természetes szám az 1-es, de nem létezik legnagyobb természetes szám.

Mivel a teljes természetes számsor felírhatatlan, ezért általános alakban így írják fel: felírják az első néhány számát a természetes számok sorának, és utána három pontot tesznek:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

1. Hogyan nevezzük azokat a számokat, melyeket a tárgyak számolására használunk?
2. A természetes számok között van-e legkisebb? Legnagyobb? Igenlő válasz esetén nevezd meg ezt a számot!
3. Írd le a természetes számsort!
4. A természetes számsorban minden számnak van-e: 1) rákövetkező száma; 2) megelőző száma?

Szóban oldd meg!

1. Add össze:
1) 48 és 7; 2) 16 és 9; 3) 25 és 34; 4) 52 és 49!

2. Vond ki:
1) 6-ot a 14-ből; 2) 7-et a 23-ból; 3) 32-ből a 8-at; 4) 45-ből a 19-et!

3. Szorozd össze:
1) 12-őt a 4-gyel; 2) 5-öt a 20-szal; 3) 13-at a 6-tal; 4) 10-et a 100-zal!

4. Oszd el:
1) 36-ot a 12-vel; 2) 55-öt a 11-gyel; 3) 96-ot a 8-cal; 4) 160-at a 20-szal!

5. Az iskola mellett gesztenyefák és nyárfák nőnek. Gesztenyéből 7 van, nyárfából 3-szor több. Hány fa nő az iskola mellett?

6. Az iskolába 370 tanuló jár. Van-e köztük legalább két olyan tanuló, akik a születésnapjukat ugyanazon a napon tartják?

Gyakorlatok

1.° Nevezd meg az első 14 természetes számot!

2.° Melyik szám hiányzik, hogy a következő sor a természetes számok sora legyen: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ...?

3.° Az 5, $\frac{1}{6}$, 8, 129, 0, $\frac{3}{7}$, 4128, $\frac{1}{5}$ számok közül válaszd ki a természetes számokat!

4.° Melyik szám követi a természetes számsorban a következő számot:
1) 34; 2) 246; 3) 8297?

5.° Írd fel azt a számot, amely a természetes számsorban a következő szám után áll:
1) 72; 2) 121; 3) 6459!

6.° Melyik szám áll a természetes számsorban a következő szám előtt:
1) 58; 2) 631; 3) 4500?

7.° Írd fel azt a számot, mely a természetes számsorban a következő szám előtt áll:
1) 42; 2) 215; 3) 3240!

8.• Hány szám áll a természetes számsorban a következő számok között:
1) 6 és 24; 2) 18 és 81?

9.• A tornaórán a 26 fős osztály egy sorban sorakozott fel. Azt tudjuk, hogy Peti a tizennegyedik volt a sorban, ha balról jobbra számoltuk, Ilona pedig a huszadik volt, ha jobbról balra számoltuk meg őket. Hány tanuló volt Peti és Ilona között?

10.• Hány szám áll a természetes számsorban a következő számok között:
1) 13 és 28; 2) 29 és 111?

11.•• Egy 3-nál nagyobb természetes számot a-val jelölték. Írd fel az adott a számot megelőző és az ezt követő három számot!

Ismétlő gyakorlatok

12. Számítsd ki:
1) $238 + 435$; 4) $2000 - 546$; 7) $98 \cdot 34$;
2) $4385 + 2697$; 5) $3400 - 896$; 8) $645 \cdot 36$!
3) $843 - 457$; 6) $23 \cdot 46$;

13. Az *Ukrajna* szó először 1187-ben a *Kijevi krónika*ban (Ipatyjev krónika) szerepel a perejaszlavi, kijevi és csernyihivi földek megnevezéseként. Hány év telt el azóta, hogy megjelent a krónikákban az *Ukrajna* kifejezés?

14. Végezd el a következő műveleteket:
1) $43 + 24 \cdot 58 - 39$; 3) $43 + 24 \cdot (58 - 39)$;
2) $(43 + 24) \cdot 58 - 39$; 4) $(43 + 24) \cdot (58 - 39)$!

15. Mielőtt meglátogatta nagymamáját Gombóc Artúr úgy döntött, hogy felerősíti magát. Reggelire megevett 26 üveg lekvárt, ebédre pedig 16 üveggel többet. Hány üveg lekvárt evett meg Gombóc Artúr?

16. Az egyik részlegen 34 bokor ribizli nő, a másikon ennél 18-cal kevesebb. Hány ribizliborkor nő a két részlegen összesen?

Bölcs Bagoly feladványa

17. A négyzetben (1. ábra) a számok összege minden oszlopban, minden sorban és mindegyik 3 négyzetrácsot tartalmazó átló mentén egyenlők lesznek. Határozd meg, hogy a csillaggal jelölt négyzetrácsba milyen számot kell írni?

10	*	
9		13
14		

1. ábra

2. Számjegyek.
A természetes szám felírása a tízes számrendszerben

Ahhoz hasonlóan, ahogyan a házakat téglákból építik, a szavak pedig betűkből állnak, a természetes számokat is speciális jelek, úgynevezett **számjegy**ek segítségével írják fel. A számok leírására 10 számjegyet használunk: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Azokat a természetes számokat, melyek egy számjeggyel vannak felírva *egyjegyű számok*nak, a két számjeggyel felírtakat *kétjegyűek-nek*, a három számjeggyel felírtakat pedig *háromjegyű számok*nak nevezzük és így tovább. Minden számot, melyek nem egyjegyűek, *többjegyű számok*nak nevezzük. A többjegyű számok, a 0-át kivéve bármilyen számjeggyel kezdődhetnek.

Könnyen elolvashatjuk a 917-es háromjegyű számot, a 17025543607 számot már sokkal nehezebb. Ahhoz, hogy a többjegyű számot elolvassuk célszerű jobbról balra háromjegyű csoportokra felosztani: 17 025 543 607 (a bal szélső csoportban három számjegy is lehet, vagy kettő, mint a mi példánkban, vagy akár egy számjegy is szerepelhet). Ezeket a csoportokat **osztályoknak** nevezzük. Az első jobb oldali csoport az **egyesek** osztálya, a második az **ezreseké**, a harmadik a **milliók** osztálya, a negyedik pedig a **milliárdoké** és így tovább.

A többjegyű számok olvasásakor az osztályokat úgy kell olvasni, mint a háromjegyű, vagy a kétjegyű, vagy az egyjegyű számokat, hozzátéve a megfelelő osztály nevét (az egyesek osztályának a nevét nem mondjuk). A 17 025 543 607 számot így olvassuk el:

17 milliárd 25 millió 543 ezer 607.

Minden osztály jobbról balra **három helyi értékre** oszlik: egyesek, tízesek, százasok.

Az adott példában az egyesek osztályában 7 egyes, 0 tízes és 6 százas van, a milliók osztályában pedig 5 egyes, 2 tízes, 0 százas. A 17 025 543 607 szám mindegyik számjegyének a nevét a következő táblázatban találjuk.

A milliárdok osztálya			A milliók osztálya			Az ezresek osztálya			Az egyesek osztálya		
	1	7	0	2	5	5	4	3	6	0	7
	Tíz-milliárdok	Milliárdok	Száz-milliók	Tízmilliók	Milliók	Száz-ezresek	Tíz-ezresek	Ezresek	Százasok	Tízesek	Egyesek

Ha az egyik osztálynak minden számjegye nulla, akkor ezt az osztálynevet a szám olvasásakor nem ejtjük. Például a 2 000 724 számot így olvassuk el: 2 millió 724.

A természetes számok azon felírását, melyet mi is használunk, a **tízes számrendszer**nek nevezzük. Ez az elnevezés azzal kapcsolatos, hogy az adott osztályban szereplő egységből tíz a következő egység egy egységét adja meg. Például tíz egyes egy tízest, tíz tízes egy százast, tíz százas egy ezrest alkot és így tovább.

2958 felírható a következő összegként:

$$2958 = 2000 + 900 + 50 + 8$$

vagy $$2958 = 2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Az utóbbi egyenlőségben 2958-t *számjegyeik valódi összegeként* írtuk fel.

?

1. Hány jelet alkalmaznak a természetes számok tízes számrendszerben történő felírásakor? Hogy nevezzük ezeket a jeleket?
2. Milyen természetes számokat nevezünk egyjegyűeknek? Kétjegyűeknek? Háromjegyűeknek? Többjegyűeknek?
3. Melyik számjegy nem állhat az első helyen a természetes számok felírása során?
4. Hogyan nevezzük a természetes számok számjegyeinek hármas csoportjait, melyeket a többjegyű számok felírásánál jobbról balra történő felosztásakor kapunk?
5. Nevezd meg a természetes számok felírásakor keletkező első négy osztályt!
6. Hány egységre (helyi értékre) oszlik mindegyik osztály?
7. Hogyan nevezzük az általunk használt természetes számok felírását?
8. Mivel kapcsolatos a természetes számok tízes számrendszerbeli felírása?

Szóban oldd meg!

1. Mennyivel:
1) nagyobb a 18, mint a 6; 2) kisebb a 4, mint a 12?

2. Hányszorosa:
1) a 18 a 6-nak; 2) hányada a 4 a 12-nek?

3. Számítsd ki:
1) $12 \cdot 5 + 1$; 3) $12 \cdot (5 + 1)$; 5) $12 : (5 + 1)$;
2) $12 \cdot 5 - 1$; 4) $12 \cdot (5 - 1)$; 6) $12 : (5 - 1)$!

4. Nevezd meg azt az öt egymást követő természetes számot, melyek a következő számokkal kezdődnek: 1) 423; 2) 1658; 3) 2997!

5. Fordított sorrendben nevezd meg azt az öt egymást követő természetes számot, melyek a következő számokkal kezdődnek: 1) 358; 2) 1573; 3) 4001!

6. Nevezd meg azokat a négyjegyű számokat, amelyekben a számjegyek összege 2!

7. Egy kétjegyű szám utolsó számjegye a 4. Ha hozzáadjuk azt a számot, melynek a számjegyei megegyeznek az előzővel, csak a sorrendjük fordított, akkor az összegük 99 lesz. Határozd meg ezt a két számot!

Gyakorlatok

18.° A következő számokban nevezd meg a 4-es számjegy helyi értékét: 1) 34; 2) 246; 3) 473; 4) 24 569!

19.° Olvasd el a számokat:
1) 234 642; 5) 6 704 917 320;
2) 502 013; 6) 72 016 050 400;
3) 9 145 679; 7) 491 872 653 000;
4) 105 289 001; 8) 305 002 800 748!

20.° Írd fel a tízes számrendszerben a következő számokat:
1) 34 millió 384 ezer 523;
2) 85 millió 128 ezer 23;
3) 16 millió 26 ezer 4;
4) 6 millió 60 ezer 17;
5) 8 milliárd 801 millió 30 ezer 5;
6) 22 milliárd 33 millió 418;
7) 251 milliárd 538;
8) 46 milliárd 854;
9) 607 milliárd 3!

21.° Írd fel a tízes számrendszerben a következő számokat:
1) 23 millió 275 ezer 649;
2) 56 millió 319 ezer 48;
3) 12 millió 20 ezer 21;
4) 8 millió 7 ezer 3;
5) 6 milliárd 325 millió 800 ezer 954;
6) 14 milliárd 52 millió 819;
7) 368 milliárd 742 ezer;
8) 92 milliárd 29!

22.° Írd fel számjegyekkel a számokat:
1) negyvenhatmilliárd-négyszázötvenhétmillió-hétszázhuszonhétezer-háromszáznyolcvannyolc;
2) hatszázharminckétmilliárd-kétszáznégymillió-harmincötezer-negyvenhét;
3) százötmilliárd-ötszázharminckilencezer-száz;
4) harmincmilliárd-húszezer-kilencven;
5) nyolcmilliárd-hétmillió-tizenötezer-tizennégy;
6) egymilliárd-kétezer-kettő!

23.° Írd fel számjegyekkel a számokat:
1) hárommillió-háromszázharmincháromezer-háromszázharminchárom;
2) hárommillió-háromszázezer;
3) hárommillió-háromezer;
4) hárommillió-harminc;
5) hárommillió-harmincezer-háromszáz;
6) hárommillió-háromezer-három;
7) hárommillió-három!

24.° Írd fel számjegyekkel a számokat:
1) hatvannyolcmilliárd-kétszáznegyvenkilencmillió-kilencszázötvennégyezer-hétszázhuszonhárom;
2) nyolcszáztizennégymilliárd-százkilencmillió-kétezer-harminchárom;
3) háromszázhétmilliárd-hatszázhuszonegyezer-négyszáz;
4) kilencvenmilliárd-tízezer-húsz;
5) kétmilliárd-hárommillió-négyezer-öt;
6) egymilliárd-egyezer-egy!

25.° Írd le, majd olvasd el 514-nek:
1) kétszeri; 2) háromszori; 3) négyszeri leírásával kapott számot!

26.° Írd le, majd olvasd 48-nak:
1) kétszeri; 2) háromszori; 3) négyszeri; 4) ötszöri leírásával kapott számot!

27.• Add meg a következő számokat számjegyeik valódi értékeinek összegeként:

1) 846;	3) 12 619;	5) 32 598 009;
2) 2375;	4) 791 105;	6) 540 007 020!

28.• Add meg a következő számokat számjegyeik valódi értékeinek összegeként:
1) 34 729; 2) 478 254; 3) 23 487 901!

29.• Írd le azt a számot, amely:
1) 1-gyel kisebb a legkisebb háromjegyű számnál;
2) 4-gyel nagyobb a legnagyobb háromjegyű számnál;
3) 5-tel kisebb a legkisebb 5-jegyű számnál;
4) 6-tal nagyobb a legnagyobb hatjegyű számnál;
5) 7-tel nagyobb a legkisebb nyolcjegyű számnál!

30.• Írd le a legnagyobb nyolcjegyű számot, valamint az azt követő és az azt megelőző számokat is!

31.• Írd le a legkisebb hétjegyű számot, valamint az azt követő és az azt megelőző számokat is!

32.•• Egy kétjegyű számot egymás után kétszer leírtak. A keletkezett négyjegyű szám hányszorosa lesz az eredeti kétjegyű számnak?

33.•• Egy háromjegyű számot egymás után kétszer leírtak. A keletkezett hatjegyű szám hányszorosa lesz az eredeti háromjegyű számnak?

34.* Egy könyv oldalait 1-től százhetvenkettőig megszámozták. Hány számjegyet használtak fel a számozáshoz?

35.* Egy könyv oldalainak számozásához 2004 számjegyet használtak fel. Hány oldalas volt a könyv?

36.* Melyik háromjegyű számból van több: azokból, melynek a számjegyei párosok, vagy azokból, melyeknek a számjegyei páratlanok?

Ismétlő gyakorlatok

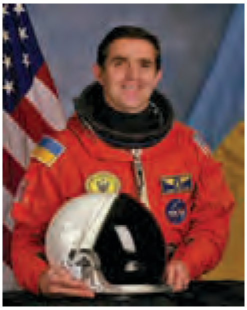
37. Számítsd ki:

1) $24 \cdot 564$;	5) $407 \cdot 306$;	9) $1134 : 42$;
2) $754 \cdot 60$;	6) $852 : 6$;	10) $3198 : 26$;
3) $2504 \cdot 82$;	7) $67\ 216 : 8$;	11) $4532 : 22$;
4) $364 \cdot 276$;	8) $782 : 34$;	12) $14\ 210 : 35$!

38. Végezd el a műveleteket:

1) $49 + 26 \cdot (54 - 27)$;
2) $36 : 9 + 18 \cdot 5$;
3) $(801 - 316) \cdot 29$;
4) $(488 + 808) : 18$!

39. Az első űrrepülést Jurij Gagarin, a Szovjetunió állampolgára hajtotta végre 1961-ben. Nyolc év múlva Holdra lépett az első ember, aki Neil Amstrong amerikai űrhajós volt. 28 év múlva a *Columbia* űrhajó egyik tagjaként a független Ukrajna első asztronautája, Leonyid Kadenyuk is űrutazáson vett részt. Mikor került sor erre?



Leonyid Kadenyuk
(1951–2018)

40. A szablya tömege 60 font, a kard pedig 12-szer kevesebb. Mennyi lesz a szablya és a kard össztömege?

41. Duremár segíteni akart a beteg Carabas Barabasnak ezért úgy döntött, hogy piócákat rak rá. Az első alkalommal 24 piócát, másodszor pedig 3-szor többet rakott rá. Hány piócára volt szüksége Duremárnak, hogy a beteg Carabas Barabast meggyógyítsa?

42. A helikopter 4 óra alatt 720 km-t tud megtenni. Mekkora távolságot tesz meg a helikopter 6 óra alatt, ha a sebességét nem változtatja meg?

43. Egy kovács három nap alatt 432 patkót készít. Hány patkót készít el 5 nap alatt ugyanilyen munkatempóban dolgozva?

Bölcs Bagoly feladványa

44. Ebben az évben az apa születésnapja vasárnapra esett. A hét melyik napján ünnepelték az anya születésnapját, ha ő 62 nappal fiatalabb az apánál?

Miután felkészültél az órára

Hogyan számoltak az ókorban?

Az ősember által lakott helyeken a régészek olyan leleteket találtak, melyekre pontok, vonalak, mély barázdák vannak rávésve. Ezek a számrovásos emlékek arról tanúskodnak, hogy a kőkorszakban az emberek nem csak számolni tudtak, hanem már képesek voltak a számításaik eredményeinek rögzítésére is. Mivel az olyan primitív módszerek, mint a rovások számlálása a boton vagy a kavicsok megszámolása nem elégítette ki a kereskedelem és

a termelés szükségleteit, ezért a társadalom fejlődésével a számolási módszerek is tökéletesedtek.

Kr. e. 3000 körül már megtörtént a legfontosabb felfedezés: az emberek különleges jeleket találtak egy bizonyos számú tárgy megjelölésére. Például az egyiptomiaknál a tízet az 𓎆 szimbólummal, a százat pedig az 𓍢-mal jelölték. A 123 számot így írták le: 𓍢𓎆𓎆III.

Az ókori Rómában a számokat a következő számjegyekkel írták le:

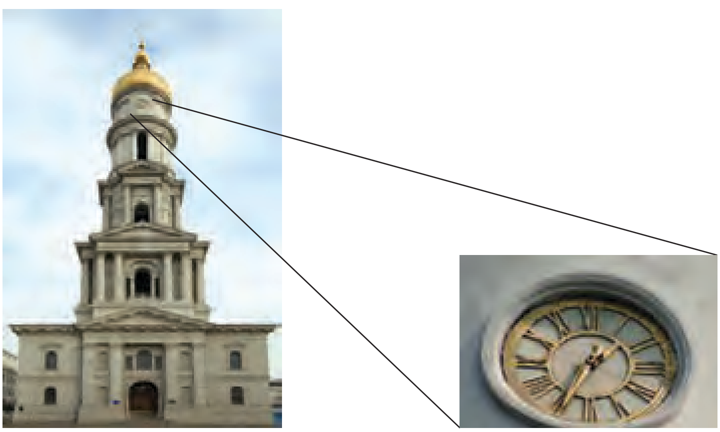
I – egy;
V – öt;
X – tíz;
L – ötven;
C – száz;
D – ötszáz;
M – ezer.

A **római számrendszer** a következő elvre épül: ha a számot balról jobbra olvasva a kisebb szám a nagyobb után áll, akkor ezt hozzá kell adni a nagyobbhoz: VI = 6, XXXII = 32; ha a kisebbik szám a nagyobb előtt áll, akkor ezt ki kell vonni a nagyobból: IV = 4, VL = 45.

A római számmal a 14-et így kell felírni: XIV. Ebben az esetben az I két nagyobb számjegy között áll, ezek az X és V. Ekkor az I-es számjegyet a tőle jobbra lévő számjegyből vonjuk ki (a mi esetünkben ez az V).

Az 1814-es számot, amely Tarasz Sevcsenko születési éve, római számjegyekkel így kell felírni: MDCCCXIV.

Ez a rendszer mind a mai napig megmaradt. Gyakran találkozhatunk olyan feliratokkal, melyekben római számokat alkalmaznak: XXI. század, VI. fejezet. A műemlék épületek óráinak számlapján szintén találkozhatunk a római számokkal.



Nagyboldogasszony-székesegyház (Harkiv városa)

Bizonyára észrevettétek, hogy a római számjegyekkel leírt számokat nem egyszerű még elolvasni sem. Annál inkább bonyolult az ilyen számokkal számításokat végezni. Ezenkívül, ha elég nagy számokat kell leírni (millió, milliárd stb.), akkor új számjegyeket is ki kellene találni, különben a szám nagyon hosszú lenne. Ha például az 1 000 000 számot csak az M számjegy alkalmazásával írnánk le, akkor ehhez ezer ilyen számjegyre lenne szükség. Ezek a hiányosságok nagyban szűkítették a római számok alkalmazását.

A Kijevi Ruszban a számok leírására nem találtak ki különleges jeleket, hanem az ábécé betűit használták erre. A betűk felé hullámos vonalkákat húztak.

Például a 241-et így írták le: с҃м҃а҃.

а҃	в҃	г҃	д҃	є҃	ѕ҃	з҃	и҃	ѳ҃
1	2	3	4	5	6	7	8	9
і҃	к҃	л҃	м҃	н҃	ѯ҃	ѻ҃	п҃	ч҃
10	20	30	40	50	60	70	80	90
р҃	с҃	т҃	ѵ҃	ф҃	х҃	ѱ҃	ѿ҃	ц҃
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Az emberiség egyik legnagyobb felfedezése a **helyiértékes tízes számrendszer** alkalmazása. Segítségével a nagyon nagy számok felírásához is csak tíz számjegyet alkalmazunk. Ebben a számrendszerben ugyanannak a számjegynek különböző értéke lehet. Amennyiben megváltoztatjuk a felírásban a számjegy **helyét** (**pozícióját**), ezzel a szám értéke is megváltozik.

A 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyeket arab számoknak hívják. Az arabok azonban csak a hinduk által létrehozott helyiértékes tízes számrendszert vették át.

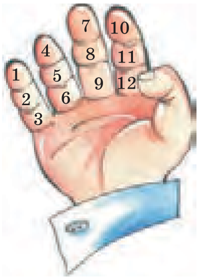
Egyes törzsek és népek másfajta helyi értékű számrendszereket használtak. Például a maja indián törzsek a húszas rendszert, az ókori sumér nép pedig a hatvanas számrendszert alkalmazta.

A húszas számrendszer nyomai néhány európai nép nyelvében ma is fellelhetők. Így a franciák a nyolcvan helyett „négyszer húszat” (*quatre-vingts*) használnak. Egy órában 60 perc van, egy percben pedig 60 másodperc, ami jól példázza a hatvanas számrendszer megmaradásának nyomait.

A tízes számrendszer létrejöttének az oka az ujjainkkal történő számolás volt. A kéz és láb ujjainak száma okozta a húszas számrendszer keletkezését. Az ujjaknak köszönhetjük a tizenkettes számrendszer kialakulását is: próbáljátok megérinteni hüvelykujjatokkal a kezetek mutató-, középső-, gyűrűs- és kisujjának ujjperceit. Amint a 2. ábrán is látható 12 fog kijönni. Így keletkezett a **tucat**tal történő számolás.

A mai napig Európában a zsebkendőket, gombokat, tyúktojásokat tucatjával árulják. A evőeszközök (villa, kés, kanál, tányér, csésze, pohár stb.) száma 6 (fél tucat), 12, 24 stb.

Más helyiértékes számrendszerek is léteznek. A számítógép felépítése és működési elve a kettes számrendszeren alapszik, amely csak két számjegyet használ a 0-t és az 1-t. A kettes számrendszerrel részletesebben az informatikaórákon ismerkedtek majd meg.



2. ábra

Hogyan nevezik a „óriási számokat”?

Véleményetek szerint a millió nagy vagy kis szám lesz-e? Például ahhoz, hogy eltöltsünk a tanórákon egymillió percet, ehhez 20 évet kellene az iskolába járni. Ez a példa is mutatja, hogy a millió egy nagyon nagy szám.

De egyes tudományágaknak, mint például a közgazdaságtannak, a csillagászatnak, a fizikának, a kémiának a milliónál sokkal nagyobb számokra is szüksége van.

Ezermilliót **milliárd**nak, az ezermilliárdot **billió**nak nevezik. Ha a billióhoz jobbról három nullát írunk, akkor **billiárd**ot kapunk. Továbbá, alkalmanként három nullát hozzáírva, egy olyan számsorozatot kapunk, melyeket így neveztek el: **trillió, trilliárd, kvadrillió, kvadrilliárd**, **kvintillió**, **kvintilliárd, szextillió, szeptillió.**

A **szeptilliό**nál is vannak nagyobb számnevek (lásd az előzéket).

Hogy elképzelésünk legyen a fenti számok nagyságáról, bemutatunk még egy példát. A tudósok szerint a Világmindenség életkora nem haladja meg a trillió percet.

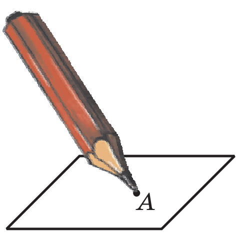
3. Szakasz. A szakasz hossza

Ha ceruza hegyével megérintjük a papírlapot, akkor ennek nyoma lesz, amit egy **pontnak** tekinthetünk (3. ábra). A pontokat latin nagybetűkkel szokás jelölni: *A, B, C, D*, ...

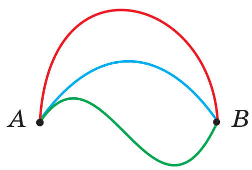
Jelöljünk a papírlapon két pontot: *A*-t és *B*-t. Ezeket a pontokat különböző vonalakkal lehet összekötni (4. ábra). Hogyan köthetjük össze az *A* és *B* pontokat a legrövidebb vonallal? Ezt vonalzó segítségével tudjuk megoldani (5. ábra).

A kapott vonalat **szakasz**nak nevezzük, az *A* és *B* pontok pedig a **szakasz végpontjai** lesznek.

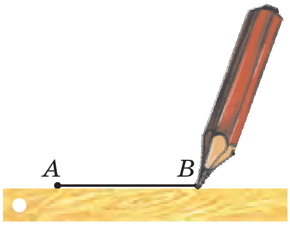
A pont és a szakasz **mértani alakzat**ok.



3. ábra



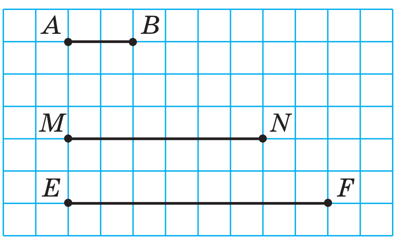
4. ábra



5. ábra

Csak egy olyan szakasz létezik, melynek végpontjai az A és B pontok. Ezért a szakaszt a végpontjainál lévő két betűvel jelöljük. Például az 5. ábrán lévő szakaszt kétféleképpen jelölhetjük: AB vagy BA. Így olvassuk: AB szakasz vagy BA szakasz.

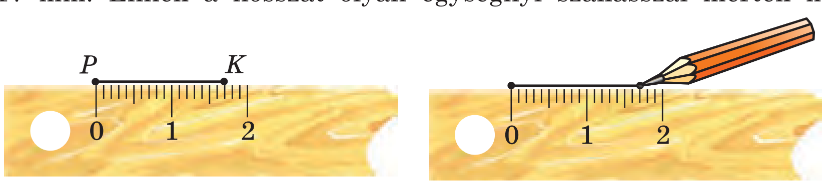
A 6. ábrán három szakasz látható. Az AB szakasz hossza 1 cm. Ez az MN szakaszra pontosan háromszor fér rá, az EF-re pedig pontosan négyszer. Ezt úgy fogalmazzuk meg, hogy az MN **szakasz hossza** 3 cm-rel egyenlő, az EF szakasz hossza pedig 4 cm.



6. ábra

Úgy is szokás mondani, hogy az MN szakasz 3 cm-rel egyenlő, az EF szakasz pedig 4 cm-rel egyenlő. Röviden így írjuk: $MN = 3$ cm, $EF = 4$ cm.

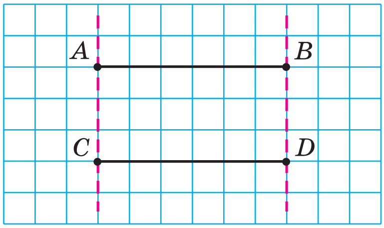
Az MN és EF szakaszok hosszait az **egységnyi szakasszal** mértük meg, melynek hossza 1 cm. A szakaszok hosszainak meghatározására más **egységnyi szakaszt** is alkalmazhatunk, például 1 mm-es, 1 dm-es, 1 km-es szakaszokat. A 7. *a* ábrán látható PK szakasz hossza 17 mm. Ennek a hosszát olyan egységnyi szakasszal mérték meg,



a *b*

7. ábra

8. ábra



9. ábra

melynek hossza 1 mm. Esetünkben az egységnyi szakasz a vonalzó egy beosztásértéke. A vonalzó segítségével adott hosszúságú szakaszt szerkeszthetünk (rajzolhatunk) (7. *b* ábra).

Általánosságban elmondhatjuk: *a szakasz hosszának meghatározásához meg kell számolni, hány egységnyi szakasz fér rá.*

A szakasz hossza a következő tulajdonsággal rendelkezik:

Ha az *AB* szakaszon jelölünk egy *C* pontot, akkor az *AB* szakasz hossza egyenlő az *AC* és *CB* szakaszok hosszainak összegével (8. ábra).

Ezt így írjuk le: $AB = AC + CB$.

A 9. ábrán az *AB* és *CD* szakaszok láthatók. Ezek a szakaszok egymásra helyezve fedik egymást.

Két szakaszt egyenlőnek nevezzük, ha egymásra helyezve fedik egymást.

Tehát az *AB* és a *CD* szakaszok egyenlők.

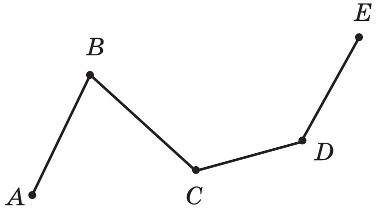
Ezt így írjuk fel: $AB = CD$.

Egyenlő szakaszoknak a hosszuk is egyenlő.

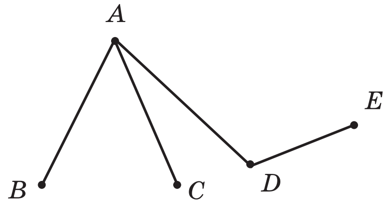
Két nem egyenlő szakasz közül az a nagyobb, melynek a hossza nagyobb. Például a 6. ábrán az *EF* szakasz nagyobb az *MN* szakasznál.

Az *AB* szakasz hosszát az *A* és *B* pontok közötti **távolság**nak nevezzük.

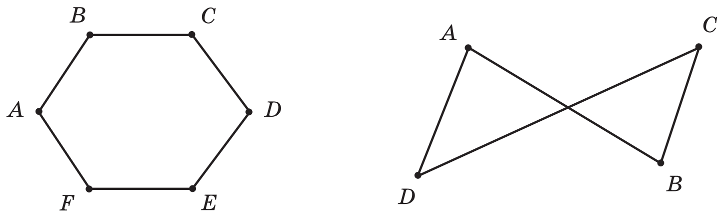
Ha néhány szakaszt úgy helyezünk el, ahogy a 10. ábrán látható, akkor egy olyan mértani alakzatot kapunk, melyet **töröttvonal**nak nevezünk. Megjegyezzük, hogy a 11. ábrán látható összes szakasz nem fog töröttvonalat alkotni. Akkor fognak a szakaszok töröttvonalat alkotni, ha az első szakasz végpontja egybeesik a második szakasz



10. ábra



11. ábra



12. ábra

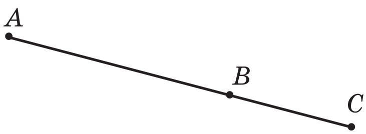
végpontjával, és a második szakasz végpontja pedig a harmadik kezdőpontjával esik egybe és így tovább.

Az A, B, C, D, E pontokat az $ABCDE$ töröttvonal **csúcsai**nak (10. ábra), az A és E csúcsokat pedig a töröttvonal **végpontjai**nak, az AB, BC, CD, DE szakaszokat pedig az **éle**inek nevezzük.

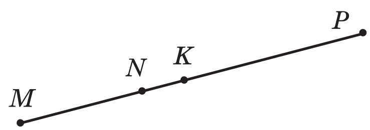
A **töröttvonal hossza** az élek hosszainak összegével egyenlő.

A 12. ábrán két töröttvonal látható, melynek végpontjai egybeesnek. Az ilyen töröttvonalakat **zárt töröttvonalaknak** nevezzük.

1. PÉLDA. A BC szakasz 3 cm-rel rövidebb a 8 cm hosszú AB szakasznál (13. ábra). Határozd meg az AC szakasz hosszát!



13. ábra



14. ábra

Megoldás. Adódik, hogy $BC = 8 - 5 = 13$ (cm).

Alkalmazva a szakasz hosszának tulajdonságát, felírhatjuk, hogy $AC = AB + BC$. Innen következik, hogy $AC = 8 + 5 = (13$ cm).

Felelet: 13 cm. ◀

2. PÉLDA. Adott, hogy $MK = 24$ cm, $NP = 32$ cm, $MP = 50$ cm (14. ábra). Határozd meg az NK szakasz hosszát!

Megoldás. Ismert, hogy $MN = MP - NP$. Innen $MN = 50 - 32 =$ $= 18$ (cm). Adódik, hogy $NK = MK - MN$.

Ekkor $NK = 24 - 18 = 6$ (cm).

Felelet: 6 cm. ◀

?

1. Hány olyan szakasz létezik, melynek végpontjai az adott két pont?
2. Hogyan jelölik a szakaszt?
3. Milyen hosszegységeket ismersz?
4. Magyarázd meg, hogy mit jelent a szakasz hosszának megmérése!
5. Milyen a szakasz hosszának a tulajdonsága?
6. Milyen szakaszokat nevezünk egyenlőknek?
7. Mit tudunk az egyenlő szakaszok hosszairól?

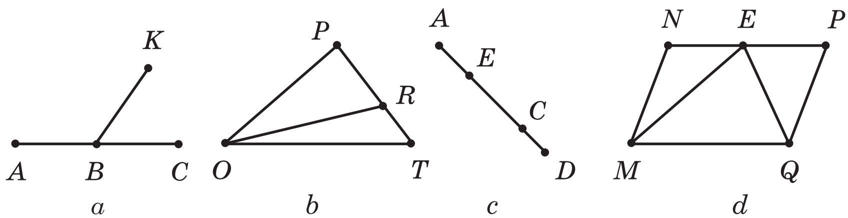
8. Két különböző szakasz közül melyik lesz a nagyobb?
9. Mit nevezünk az ***A*** és ***B*** pontok közötti távolságnak?
10. Magyarázd meg, milyen mértani alakzatot nevezünk töröttvonalnak!
11. Mit nevezünk a töröttvonal hosszának?
12. Milyen töröttvonalat nevezünk zártnak?

Szóban oldd meg!

1. Melyik szám lesz a 46-nál 9-cel több? Melyik szám lesz a 72-nél 15-tel kisebb? Melyik az a szám, amelyik 7-szer nagyobb 21-nél? Melyik szám kisebb 13-szor a 65-nél?
2. Nevezd meg az összes olyan kétjegyű számot, melynek a számjegyeinek összege 6!
3. Nevezd meg az összes olyan kétjegyű számot, melynek a számjegyeinek különbsége 7!
4. Nevezd meg azt a három egymást követő természetes számot, melyek közül a legkisebb a legnagyobb négyjegyű szám lesz!
5. Nevezd meg azt a három egymást követő természetes számot, melyek közül a legnagyobb a legkisebb négyjegyű szám lesz!
6. Fejezd ki centiméterekben:
1) 7 dm 4 cm; 2) 4 m 1 cm; 3) 2 m 6 dm; 4) 1 m 2 dm 5 cm!
7. Fejezd ki deciméterekben és centiméterekben:
1) 72 cm; 2) 146 cm; 3) 450 mm; 4) 8 m 40 mm!

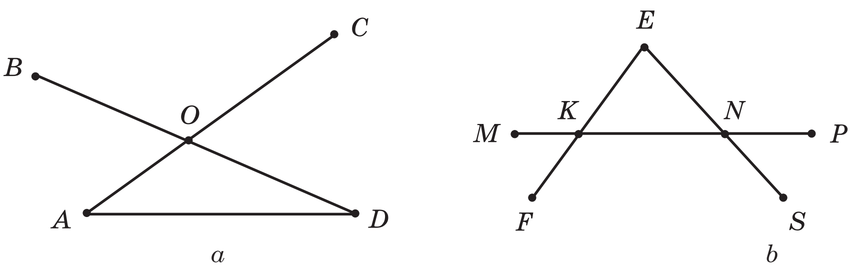
Gyakorlatok

45.° Nevezd meg a 15. ábrán látható összes szakaszt!



15. ábra

46.° Nevezd meg a 16. ábrán látható összes szakaszt!



16. ábra

47.° Jelöld a füzetedben az *A, B, C* és *D* pontokat, és párosával kösd össze szakaszokkal őket. Hány szakasz keletkezett? Hány szakasznak lesz az *A* pont a végpontja?

48.° Rajzolj egy *MN* és *AC* szakaszt úgy, hogy *MN* = 6 cm 3 mm, *AC* = 5 cm 3 mm!

49.° Rajzolj egy *EF* és *BK* szakaszt úgy, hogy *EF* = 9 cm 2 mm, *BK* = 7 cm 6 mm!

50.° Rajzold le az *AB* szakaszt, melynek hossza 8 cm 9 mm! Jelölj rajta egy *C* pontot úgy, hogy *CB* = 3 cm 4 mm! Számítsd ki az *AC* szakasz hosszát!

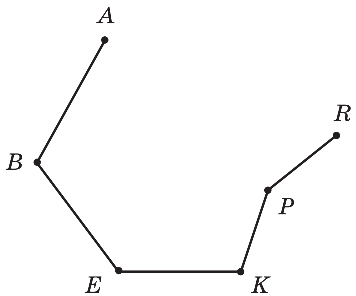
51.° Rajzold le a *TP* szakaszt, melynek hossza 7 cm 8 mm! Jelölj rajta egy *E* pontot úgy, hogy *TE* = 2 cm 6 mm! Számítsd ki az *EP* szakasz hosszát!

52.° Hasonlítsd össze szemre az *AC* és *CD* szakaszok hosszát (17. ábra)! Az eredményt méréssel ellenőrizd!

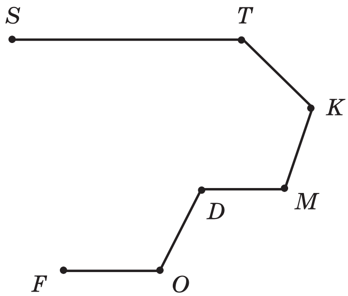
17. ábra

53.° Határozd meg a 11. ábrán lévő összes töröttvonalat! Melyiknek lesz a legtöbb éle?

54.° A 18. ábrán lévő töröttvonalnak nevezd meg az éleit, és mérd meg a hosszúkat (milliméterben)! Számítsd ki a töröttvonal hosszát!



18. ábra



19. ábra

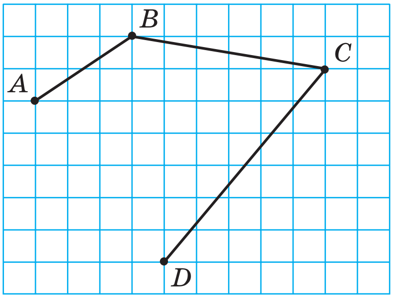
55.° A 19. ábrán lévő töröttvonalnak nevezd meg az éleit, és mérd meg a hosszúkat (milliméterben)! Számítsd ki a töröttvonal hosszát!

56.° A négyzetrácsos füzetlap rácsának egyik sarkában jelölj egy *A* pontot, az *A* ponttól négy négyzetráccsal balra és 5-tel feljebb jelölj egy *B* pontot, a *C* pont 3 négyzetráccsal jobbra és 1-gyel feljebb legyen a *B* pontnál. A következő *D* pontot úgy jelöld, hogy az 3 négyzetráccsal jobbra és 3-mal lejjebb legyen a *C* ponttól, az *E* pontot pedig úgy, hogy az egy négyzetráccsal jobbra és 2-vel lejjebb legyen a D ponttól. Egymás után kösd össze az A, B, C, D és E pontokat! Milyen alakzat keletkezett? Írd le a nevét, és határozd meg éleinek számát!

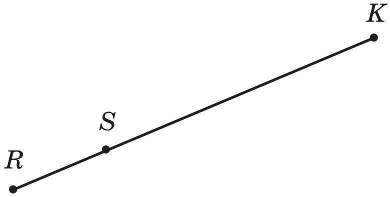
57.° Számítsd ki az $ABCDE$ töröttvonal hosszát, ha $AB = 8$ cm, $BC = 14$ cm, $CD = 23$ cm, $DE = 10$ cm!

58.° Számítsd ki az $MNKPEF$ töröttvonal hosszát, ha $MN = 42$ mm, $NK = 38$ mm, $KP = 19$ mm, $PE = 12$ mm, $EF = 29$ mm!

59.° Rajzold át a füzetedbe a 20. ábrán lévő töröttvonalat! Mérd meg az éleinek hosszát (milliméterben), és határozd meg a töröttvonal hosszát!



20. ábra



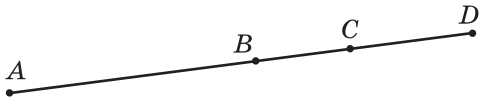
21. ábra

60.° Ismert, hogy az SK szakasz 3-szor hosszabb az RS szakasznál (21. ábra). Határozd meg az RK szakasz hosszát, ha $RS = 34$ cm!

61.° Ismert, hogy a DB szakasz 5-ször rövidebb az AD szakasznál (22. ábra). Határozd meg az AB szakasz hosszát, ha $AD = 135$ cm!

62.• Ismert, hogy $AC = 32$ cm, $BC = 9$ cm, $CD = 12$ cm (23. ábra). Határozd meg az AB és BD szakaszok hosszát!

22. ábra



23. ábra

63.• Ismert, hogy $MF = 43$ cm, $ME = 26$ cm, $KE = 18$ cm (24. ábra). Határozd meg az MK és EF szakaszok hosszát!

24. ábra

64.• Adott két pont. Hány olyan szakaszt lehet húzni, amely összeköti ezt a két pontot? Hány olyan törtvonalat lehet megrajzolni, amely összeköti ezt a két pontot?

65.• Rajzolj egy *MK* szakaszt, és jelöld rajta az *A* és *C* pontokat! Írd fel az összes keletkező szakaszt!

66.• Az *AB* szakasz hossza 28 cm. Az *M* és *K* pontok ehhez a szakaszhoz illeszkednek, mégpedig úgy, hogy a *K* az *M* és *B* pontok között van, $AM = 12$ cm, $BK = 9$ cm. Határozd meg az *MK* szakasz hosszát!

67.• A *C* pont az *AB* szakaszhoz illeszkedik, az *AC* szakasz hossza 15 cm, az *AB* szakasz 5 cm-rel hosszabb, mint az *AC* szakasz. Mivel lesz egyenlő a *BC* szakasz hossza? Van-e a számítás szempontjából felesleges adat a feladatban?

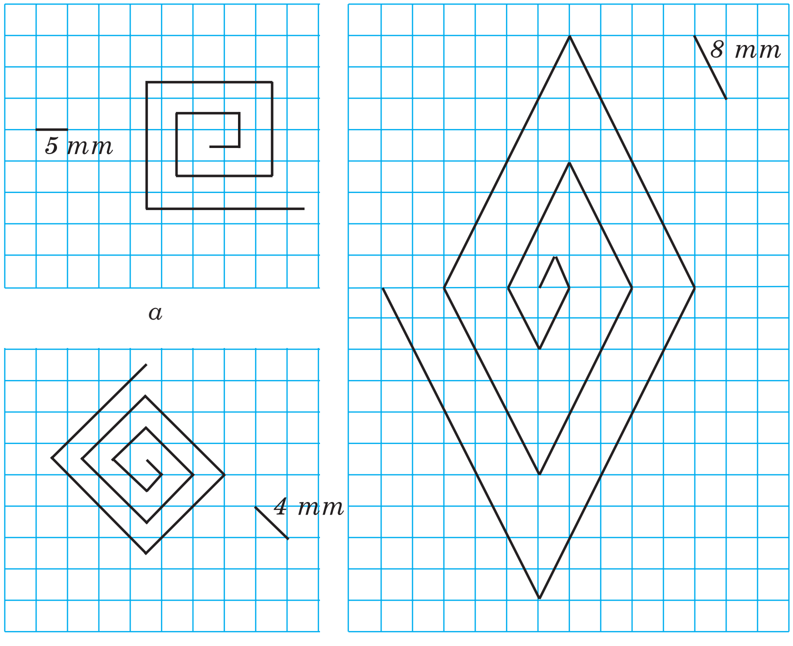
68.• Az *MT* és *FK* szakaszok egyenlők egymással (25. ábra). Hasonlítsd össze az *MF* és *TK* szakaszokat!

25. ábra

69.• Rajzold meg azt az *ACDM* töröttvonalat, melyben $AC = 15$ mm, $CD = 24$ mm, $DM = 32$ mm! Számítsd ki töröttvonal hosszát!

70.• Rajzold meg azt a *CEFK* töröttvonalat, melynek a *CE* éle 8 mm, az *EF* éle 14 mm-rel hosszabb a *CE* élnél, az *FK* pedig 7 mm-rel rövidebb, mint az *EF*. Számítsd ki a töröttvonal hosszát!

71.• Számítsd ki a 26. ábrán látható töröttvonal hosszát!



26. ábra

72.• Adott, hogy $AC = 8$ cm, $BD = 6$ cm, $BC = 2$ cm (27. ábra). Határozd meg az AD szakasz hosszát!

73.• Adott, hogy $MF = 30$ cm, $ME = 18$ cm, $KF = 22$ cm (28. ábra). Határozd meg a KE szakasz hosszát!

27. ábra

28. ábra

74.•• Adott, hogy $KP = PE = EF = FT = 2$ cm (29. ábra). Milyen szakaszok lesznek egyenlők még ezen az ábrán? Határozd meg ezeknek a hosszát!

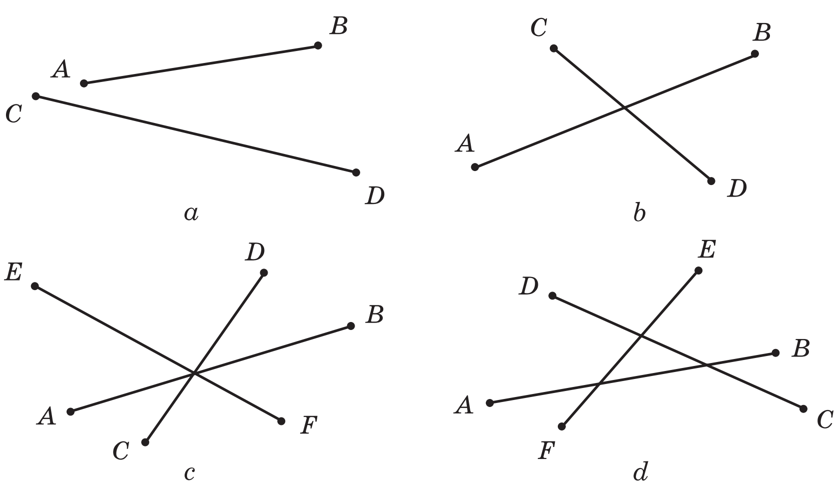
29. ábra

30. ábra

75.•• Az egyik szakaszon úgy jelöltek ki hét pontot, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 3 cm, a másikon pedig tíz pontot úgy, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 2 cm. Az első vagy a második szakasznak lesz nagyobb a végpontjai közötti távolság?

76.* Adott, hogy $AE = 12$ cm, $AQ = QB$, $BM = MC$, $CK = KD$, $DR = RE$, $MK = 4$ cm (30. ábra). Határozd meg a QR szakasz hosszát!

77.* A 31. ábrán látható szakaszokon legkevesebb hány pontot kell jelölni, hogy mindegyik szakaszon, a végpontjain kívül két pont legyen kijelölve!



31. ábra

78.* Misinek egy olyan vonalzója van, melyen csak a 0 cm, 5 cm és a 13 cm van megjelölve (32. ábra). Hogyan tud ezzel a vonalzóval olyan szakaszt rajzolni, melyek hossza: 1) 3 cm; 2) 2 cm; 3) 1 cm?

32. ábra

Ismétlő gyakorlatok

79. Számítsd ki:

1) 258 · 75;	5) 104 · 904;	9) 3328 : 52;
2) 280 · 70;	6) 868 : 7;	10) 9044 : 38;
3) 6409 · 48;	7) 81 225 : 9;	11) 14 496 : 48;
4) 685 · 293;	8) 896 : 28;	12) 37 592 : 74!

80. Végezzétek el a műveleteket:
1) 38 · 17 – 4832 : 16; 2) 3596 – 3596 : (2314 – 2256)!

81. V. O. Szuhomlinszkij (1918–1970), az ismert ukrán pedagógus a pedagógiai pályafutását 1935-ben kezdte el, és 1947-től haláláig a Pavlisini Középiskola igazgatójaként tevékenykedett Kirovohrad megyében. Hány éves korában kezdte el Vaszil Olekszandrovics a tanítóskodást? Hány évet szentelt a gyerekek nevelésére? Hány évig vezette az iskolát V. O. Szuhomlinszkij?

82. Az óvodának 4 láda cukorkát ajándékoztak, mindegyik ládában 5 kg volt, és 6 láda kekszet, melyek mindegyikében 3 kg volt. Hány kilogrammal több cukorkát ajándékoztak az óvodának, mint kekszet?

83. Micimackó télire 7 dézsa mézet készletezett, melyek mindegyikében 12 kg volt, és 8 kisebb dézsával, melyek mindegyikében 10 kg méz volt. Hány kilogramm mézet készletezett Micimackó télire?

84. Az üzletbe 240 kg banánt és 156 kg narancsot szállítottak. A gyümölcsök harmadát már az első napon eladták, a többit pedig a második napon. Hány kilogramm gyümölcsöt adtak el a második napon?

85. A kertész a gyümölcsösében 246 kg almát és 354 kg körtét takarított be. Az összes gyümölcs hatodrészét az óvodás barátainak adományozta, az ötödét az iskolás barátainak, a többit pedig a kórháznak. Hány kilogramm gyümölcsöt adományozott a kertész a kórháznak?

Bölcs Bagoly feladványa

86. Nevezd meg azt a legkisebb természetes számot, melynek számjegyeinek összege 101!

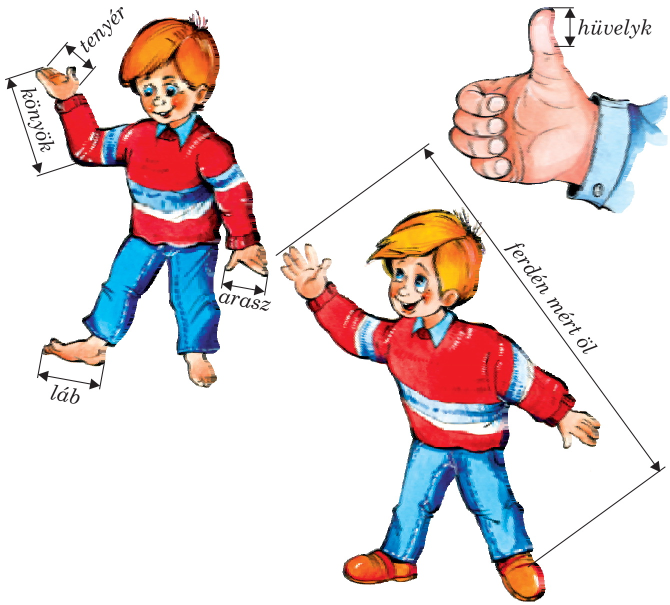
Miután felkészültél az órára

A könyököktől és a tenyerektől a metrikus rendszerig

A szakasz hosszának meghatározására az osztály minden diákja a saját belátása szerint adhatja meg az egységnyi szakasz hosszát. Ebben az esetben viszont nagyon nehéz lenne közösen használni a mérések eredményét. Ezért célszerű előre egyeztetni, vagyis megadni azt a szakaszt, amellyel mindenki dolgozik majd.

Hasonló meggondolásokból született a hosszúság mértékegysége.

A kezdetekkor az emberek a *lépést* használták a hosszúság mértékegységéül. De több nép is a *nyílvessző repülési távolságát* használta. A nagy távolságokat *1 napi járásban* mérték. Azonkívül alkalmazták a kéznél lévő végtagokat is: *arasz*, *könyök*, *lépés*, *tenyér*, *hüvelyk*, *ferdén mért öl* (33. ábra) stb.



33. ábra

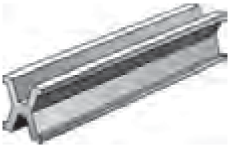
Ezek a **hosszmértékegység**ek kényelmesek, viszont nagyon nem pontosak. Ráadásul a sokszínűségük és következetlenségük miatt a kereskedelem és a gazdaság akadályai lettek. A XVIII. században majdnem minden német város, a mai Olaszország területén lévő országok többsége saját mértéket vezetett be, melyeknek gyakran ugyanaz volt a nevük, de nem voltak egyenlők. Franciaországban már odáig mentek, hogy minden hűbérúr saját mértékegységet állapított meg.

1790-ben a francia nemzetgyűlés javaslatot tett egy új mértékegységrendszer megalkotására, és **1791**-ben bevezették a hosszúság mértékegységét, a **métert**. A méter a görög *metron* szóból ered, amely *mérést* jelent. 1**799**-ben elkészítették a méter szabványát, ami egy platina rúd volt. De csak 100 év elteltével terjedt el egész Európában a **metrikus mértékegységrendszer**.

A hosszúság méterhez kapcsolódó egyéb mértékegységeit prefixum segítségével alkotjuk: *deci-, centi-, milli-*, ami a méter **10-**dére, **100-**adára, **1000**-dére való csökkentését jelöli. Például a *deciméter* a méter tizedrésze, a *milliméter* pedig az ezredrésze. A *kilo-* előtag 1000-szeres növelést jelent, ezért a *kilométer* **1000** méterrel egyenlő.

34. ábra

A metrikus mértékegységrendszert gyakorlatilag az egész világon használják, de vannak kivételek is. Például Nagy-Britanniában a metrikus rendszerrel együtt a középkorban kialakult hosszegységeket is alkalmazzák, mint például a mérföld, a yard, a láb, a hüvelyk. A greenwichi csillagvizsgáló falán a hosszegység etalonjai láthatók (34. ábra).



35. ábra

1889-ben elkészítették platina-irídium ötvözetből a méter nemzetközi etalonját (35. ábra). Ezt az ősmétert Párizs mellett, **Sévres**-ben, a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatalban őrzik.

4. A sík. Egyenes. Félegyenes

A füzetetek mérete kizárja, hogy nagyon hosszú szakaszokat rajzoljatok. Képzeljétek el, hogy a füzetlapot olyan méretűre növelnénk, mint az asztal lapja, vagy a teniszpálya, vagy esetleg a futballpálya. Az ilyen lap a **sík** egy részének tekinthető.

A sík *végtelen*, ezért nem ábrázolható. Ezt a mértani alakzatot csak elképzelni lehet.

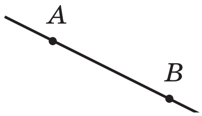
Most már érthető, hogy a síkra nagyon hosszú szakaszt is rajzolhatunk. Bármilyen szakaszt vonalzó segítségével mindkét irányba meghosszabbíthatunk. Ha a képzeletünkben ezt korlátlanul folytatjuk, akkor egy olyan mértani alakzatot kapunk, melyet **egyenes**nek nevezünk.

Az egyenesnek nincsenek végei, ezért végtelen. A rajzon az egyenesnek csak egy részét, egy szakaszát tudjuk megjeleníteni.

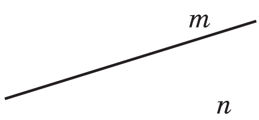
Jelöljünk a lapon két pontot: az A-t és B-t. Rajtuk keresztül egy egyenest húzunk (36. ábra). Ha még egy egyenest próbálnánk ezeken a pontokon keresztül húzni, ez nem sikerülne.

Két ponton keresztül csak egy egyenes húzható.

Ez a tulajdonság lehetőséget ad arra, hogy az egyenest bármilyen két pontja alapján meghatározzuk. Így az A és B ponton áthaladó egyenest (36. ábra) kétféleképpen jelölhetjük: AB vagy BA. Így olvassuk: AB egyenes vagy BA egyenes.



36. ábra



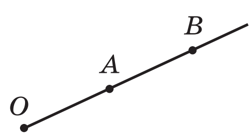
37. ábra

38. ábra

Az egyeneseket a latin ábécé írott kisbetűivel jelöljük. A 37. ábrán az m és n egyenesek láthatók.

Meghúzunk egy AB egyenest és jelölünk rajta egy O pontot (38. ábra). Ez a pont az egyenest két részre osztja. Mindkét részt az O ponttal együtt **félegyenes**nek, az O pontot pedig a **félegyenes kezdőpontjá**nak nevezzük. A félegyenesnek nincs vége.

Az egyeneshez hasonlóan a félegyenest is két latin nagybetűvel jelöljük. Az első betűnek a félegyenes kezdőpontját vesszük, a másodiknak pedig a félegyenes bármely más pontját. Például az O kezdőpontú félegyenest OA-val és OB-vel is jelölhetjük (39. ábra).



39. ábra

A félegyenes szintén geometriai alakzat.

?

1. Végtelen-e a sík?
2. Vannak-e végei az egyenesnek?
3. Hány egyenes húzható két ponton keresztül?
4. Hogyan jelöljük az egyenest?
5. Hogyan nevezzük az egyenesnek azokat a részeit, amelyre az egyenes bármely pontja osztja?
6. Hogy jelöljük a félegyenest?
7. Milyen geometriai alakzatokkal ismerkedtél meg ebben a pontban?

Szóban oldd meg!

1. Számítsd ki:

1) $312 \cdot 10$;
2) $5 \cdot 1000$;
3) $100 \cdot 10\,000$;
4) $720 : 9$;
5) $480 : 4$;
6) $480 : 16$;
7) $1212 : 12$;
8) $1010 : 5$!

2. Duplázd meg a 26-ot! Határozd meg a 26 felét! Háromszorozd meg a 27-et! Határozd meg a 27 harmadát!

3. Reggel 10 órakor az állomásról elindult egy vonat 60 km/ó-s sebességgel. Mekkora távolságra lesz az állomástól a vonat 15 órakor, ha megállás nélkül közlekedett, és közben nem változtatta sebességét!

4. Egy darab kötelet úgy vágtak háromfelé, hogy az első darab 3 méterrel rövidebb volt, mint a második, és 3 méterrel hosszabb, mint a harmadik. Hány méterrel rövidebb a harmadik darab a másodiknál?

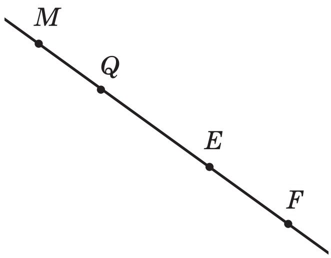
Gyakorlatok

87.° Jelöld a füzetben az M és K pontot, és húzz rajtuk keresztül egy egyenest. Az MK szakaszon jelölj egy N pontot. Illeszkedik-e az N pont az MK egyeneshez? Jelölj egy P pontot az MK egyenesen úgy, hogy az MK szakaszon kívül legyen. Írd fel a megrajzolt egyenes összes lehetséges elnevezését!

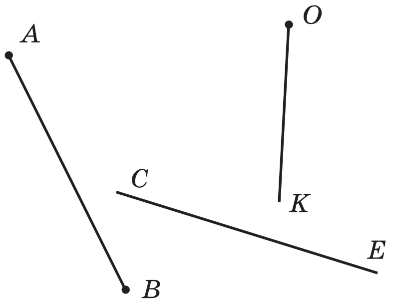
88.° Rajzolj egy tetszőleges egyenest, melyen jelöld meg az A, B és C pontokat. Írd fel a megrajzolt egyenes összes lehetséges elnevezését!

89.° Felhasználva a 40. ábrát, állapítsd meg, hogy igaz-e az állítás:

1) a Q pont az ME szakaszon helyezkedik el;
2) a Q pont az EF félegyenesen helyezkedik el;
3) a Q pont az FE félegyenesen helyezkedik el;
4) az E pont az MF és az FM félegyeneseken helyezkedik el;
5) az M pont a QE szakaszon helyezkedik el;
6) az M pont a QE egyenesen helyezkedik el.



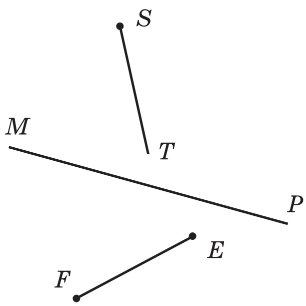
40. ábra



41. ábra

90.° Metszik-e egymást a 41. ábrán lévő alakzatok:
1) a CE egyenes és az AB szakasz;
2) az OK félegyenes és a CE egyenes;
3) az OK félegyenes és az AB szakasz?

91.° Metszik-e egymást a 42. ábrán lévő alakzatok:
1) az MP egyenes és az EF szakasz;
2) az ST félegyenes és az MP egyenes;
3) az EF szakasz és az ST félegyenes?

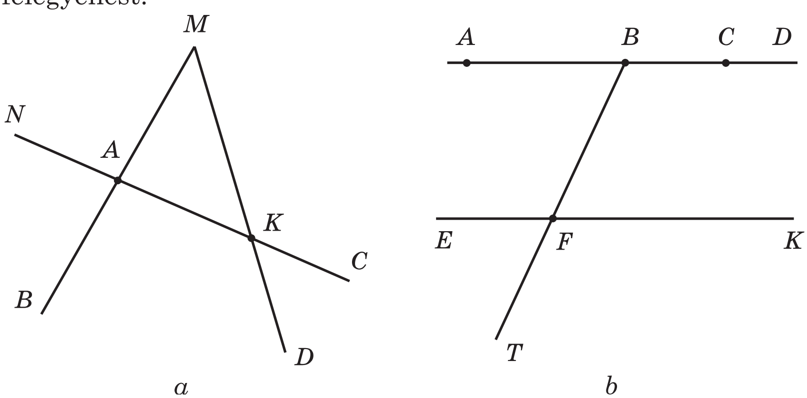


42. ábra

92.° Jelölj a füzetben: 1) négy pontot, melyek közül semelyik három nem fekszik egy egyenesen; 2) öt pontot, melyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre!

93.° Az AB egyenesen felvettek egy M és egy N pontot. Nevezd meg az így keletkező alakzatokat!

94.• Nevezd meg a 43. ábrán látható összes szakaszt, egyenest és félegyenest!

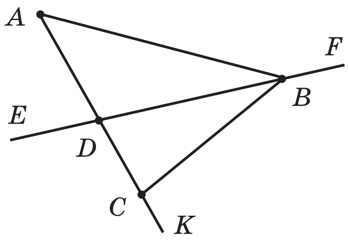


43. ábra

95.• Írd ki a 44. ábrán látható összes szakaszt, egyenest és félegyenest!

96.• Rajzolj két félegyenest, melynek közös része legyen a: 1) pont; 2) szakasz; 3) félegyenes!

97.• Jelöld a síkon az M, K, T és F pontokat úgy, hogy az MK félegyenes metssze a TF egyenest, és a TF félegyenes ne metssze az MK egyenest!



44. ábra

98.• Rajzolj egy AC egyenest, egy KE és egy BD szakaszt, egy ST félegyenest úgy, hogy a KE szakasz metssze az AC egyenest, és ne metssze az ST félegyenest, a BD szakasz ne metssze az AC egyenest, és a KE szakaszt, de metssze az ST félegyenest, valamint az AC egyenes és az ST félegyenes metssze egymást!

99.• Rajzolj egy CD félegyenest, AB egyenest, valamint egy MK és egy OP szakaszt úgy, hogy az MK szakasz az AB egyenesre, az OP szakasz pedig a CD félegyenesre illeszkedjen, és az AB egyenes metssze az OP szakaszt, a CD félegyenes pedig az MK szakaszt!

100.• Hány félegyenest kapunk, ha az egyenesen megjelölünk: 1) 4 pontot; 2) 100 pontot?

101.•• Az A, B és C pontok egy egyenesre illeszkednek. Határozd meg a BC szakasz hosszát, ha $AB = 24$ cm, $AC = 32$ cm! Hány megoldása van a feladatnak?

102.•• Az M, K és N pontok egy egyenesre illeszkednek. Határozd meg a KN szakasz hosszát, ha $MK = 15$ cm, $MN = 6$ cm!

103.•• A síkon öt egymást metsző egyenest rajzoltunk. Legalább hány metszéspontjuk lehet a síkban? Legfeljebb hány metszéspontjuk lehet a síkban?

104.* A síkon három egyenest rajzoltak. Legfeljebb hány részre osztják az egyenesek a síkot? Legalább hány részre osztják az egyenesek a síkot?

105.* Rajzolj hat egyenest, és jelölj ki rajta 11 pontot úgy, hogy minden egyenesen pontosan négy pont legyen!

106.* A síkon három egyenest rajzoltunk. Az elsőn 5, a másodikon 7, a harmadikon pedig 3 pontot jelöltünk ki. Legalább hány különböző pontot jelöltünk ki?

Ismétlő gyakorlatok

107. A parkban 168 tölgyfa van, nyírfából 4-szer kevesebb, mint tölgyből, juharfából pedig 37-tel több van, mint nyírfából. Összesen hány tölgyfa, nyírfa és juharfa nő ebben a parkban?

108. A turistacsoport gyalog 72 km-t tett meg, vonattal 5-ször többet, mint gyalog, autóbusszal pedig 128 km-rel kevesebbet, mint vonattal. Hány kilométert tett meg összesen ez a turistacsoport?

109. A Varázsló meglátogatta a Vasorrú Bábát. Először ágyúgolyón ülve 4 óra alatt megtett 276 km-t, majd a maradék 156 km-t a hétmérföldes csizmájával 6 óra alatt. Mennyivel nagyobb az ágyúgolyó sebessége a hétmérföldes csizma sebességénél?

110. A folyón az ár irányában a csónak 5 óra alatt 95 km-t tett meg, a vízfolyással szemben pedig 7 óra alatt 119 km-t. Mennyivel kevesebb a csónak sebessége árral szemben, mint a vízfolyás irányában?

111. Az egyenesen 20 pontot jelöltek meg úgy, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 4 cm. Határozd meg a szélső pontok közötti távolságot!

112. Az egyenesen úgy jelöltek pontokat, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 5 cm volt, a szélső pontok közötti távolság pedig 45 cm. Hány pont volt kijelölve ezen az egyenesen?

Bölcs Bagoly feladványa

113. Hogyan lehet felsorakoztatni három sorban 16 tanulót úgy, hogy minden sorban egyenlő számú tanuló legyen?

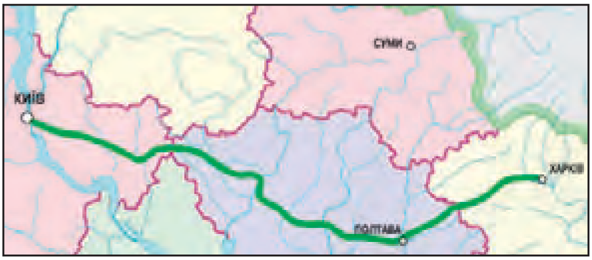
Miután felkészültél az órára

A fonalról és a vonalról

A szakasz, az egyenes, a félegyenes különböző **vonalfajták**. A jégtáncos által hagyott nyom (45. ábra), illetve az iskolai formaruhára véletlenül rátapadt cérnaszál alapján elképzelést alkothatunk a vonalról.

45. ábra

A térképen az útvonalat szintén vonallal ábrázolják (46. ábra).



46. ábra

47. ábra

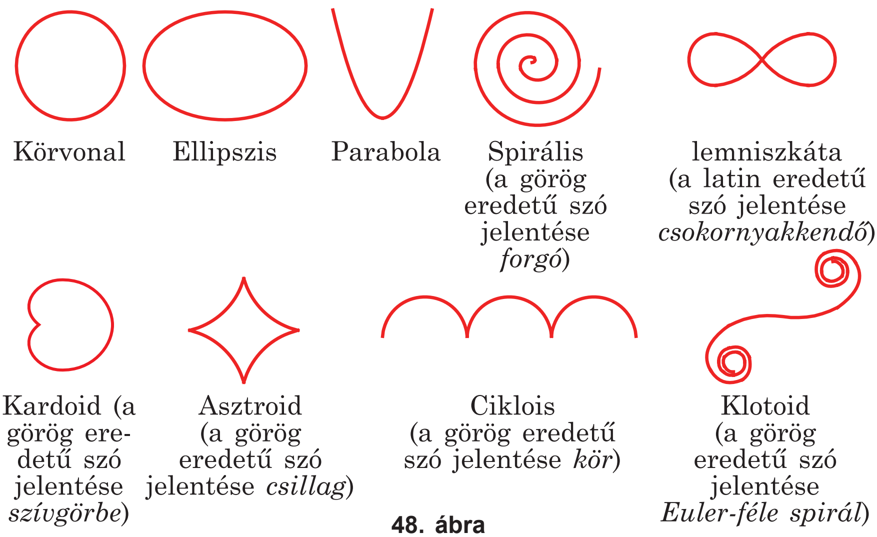
Eukleidész ógörög matematikus *Elemek* című nevezetes művében nagyon eredetin határozta meg a vonal jelentését: *a vonal szélesség nélküli hosszúság*.

Az ukrán *лінія* a latin *linum* szóból ered, melynek jelentése len, lenfonal.

Hegyes ceruza segítségével nagyon bonyolult vonalat is le lehet rajzolni, például egy aláírást. A 47. ábrán T. H. Sevcsenko, híres ukrán költő aláírásának másolata látható.

A matematika számos érdekes tulajdonsággal rendelkező vonalat tanulmányoz. Ezek közül néhánynak saját neve is van. Ilyen vonalakból láthatunk néhányat a 48. ábrán.

A vonalak családja nagyon szerteágazó. Tulajdonságaikkal a felsőbb osztályokban ismerkedtek majd meg.



48. ábra

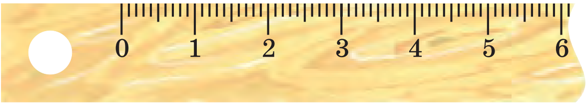
5. A skála. Számegyenes

Egy egyenes léc segítségével az A és B pontokat össze lehet kötni egy szakasszal (49. ábra). De ezzel az egyszerű eszközzel nem tudjuk meghatározni az AB szakasz hosszát. Tökéletesítsük az eszközünket.

49. ábra

50. ábra

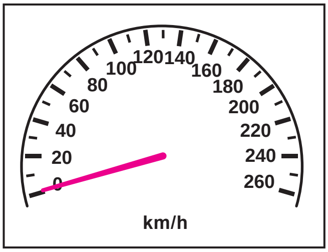
A lécen centiméterenként egy-egy vonalkát húzunk. Az első alá 0-t, a második alá 1-et, a harmadik alá 2-t és így tovább írunk. Ekkor azt mondják, hogy a lécre rajzoltunk egy **skálát, melynek beosztása 1 cm**. Ez a skálával ellátott léc egy vonalzóra hasonlít. De leggyakrabban a vonalzón a skála beosztása 1 mm (51. ábra).



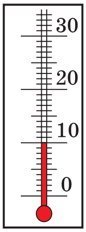
51. ábra

A hétköznapi életből több olyan mérőeszközt is ismertek, amelyeken különböző alakú skálák szerepelnek. Az óra számlapjának beosztása (vagy osztásköze) 1 perc (52. ábra); a gépkocsi sebességmérőjének skáláján (53. ábra) az osztásköz értéke 10 km/ó; a szobahőmérő (54. ábra) skálájának beosztása pedig 1 °C.

52. ábra

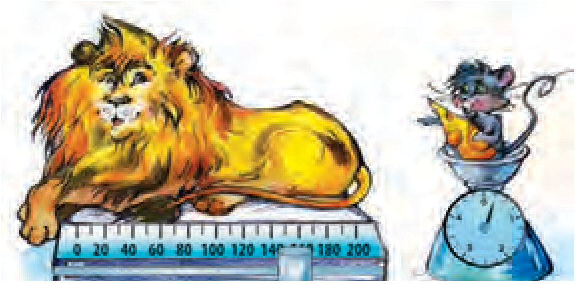


53. ábra



54. ábra

A mérlegek skálájának beosztása (55. ábra) különböző lehet, attól függően, hogy mit szeretnének rajta megmérni.



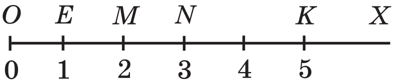
55. ábra

A tervező olyan mérőeszközöket hoz létre, melynek skálája véges, vagyis létezik egy maximális érték, ameddig az adott eszközzel mérni tudunk. A matematikus viszont végtelen skálát is tud alkotni.

Megrajzoljuk az OX félegyenest. Jelölünk rajta egy tetszőleges E pontot. Az O pont alá írjuk a 0 számot, az E pont alá pedig az 1-es számot (56. ábra).

Azt mondjuk, hogy az O pont a 0 pontot *szemlélteti*, az E pont pedig az 1-est. Úgy is fogalmazhatunk, hogy az O pontnak a 0 szám *felel meg*, az E pontnak pedig az 1.

Az E ponttól jobbra felmérjük az OE távolságot. Ezzel az M pontot kapjuk, amelynek a 2-es szám felel meg (56. ábra). Hasonlóan jelöljük az N pontot, amely a 3-as számot ábrázolja. Így lépésről lépésre haladva megkapjuk a 4, 5, 6, ... számokat. Gondolatban ez a művelet bármeddig folytatható.



56. ábra

Az így kapott végtelen skálát **számegyenes**nek, az O pontot a számegyenes **kezdőpont**jának, az OE szakaszt pedig **egységnyi szakasz**nak nevezzük.

Az 56. ábrán a K pont az 5-ös számot jelöli. Azt mondjuk, hogy a K pontnak 5 a **koordinátá**ja, és így jelöljük: $K(5)$. Hasonlóan fel lehet írni, hogy $O(0)$, $E(1)$, $M(2)$, $N(3)$.

Általában a *jelölünk egy pontot, melynek koordinátája egyenlő...* kifejezés helyett azt mondhatjuk, hogy *jelöljünk egy számot...*.

1. Mondjál példát skálával rendelkező eszközökre!
2. Magyarázd meg, hogy mit nevezünk számegyenesnek!
3. Milyen esetben mondjuk azt, hogy a 7-es szám az A pont koordinátája?
4. Hogyan írjuk le, hogy a 7-es szám az A pont koordinátája?

Szóban oldd meg!

1. Végezd el a műveleteket:
1) $18 + 14$; 2) $180 + 140$; 3) $180 + 14$; 4) $18 + 140$!

2. Mivel egyenlő a legnagyobb háromjegyű és a legkisebb négyjegyű szám összege?

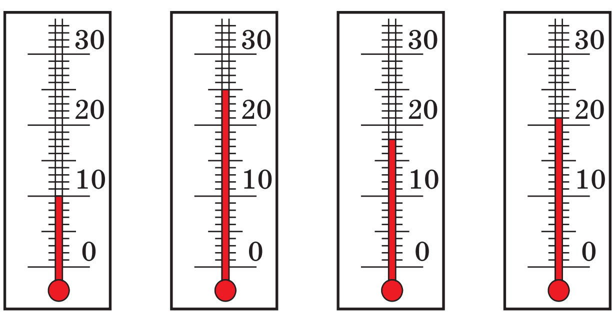
3. Öt tasakba egyenlően osztanak szét 10 kg cukorkát. Hány ugyanilyen tasak szükséges 30 kg cukorka csomagolásához?

4. Mivel egyenlő annak a töröttvonalnak a hossza, amelynek hat db 7 cm-es éle van?

5. Melyik három számjegyet kell kihúzni a 8 724 516-os számból, hogy a maradék számjegyekből képzett szám ugyanolyan sorrendben:
1) a lehető legnagyobb; 2) a lehető legkisebb legyen?

Gyakorlatok

114.° Az 57. ábrán látható hőmérőkről olvasd le a levegő napi hőmérsékletét!



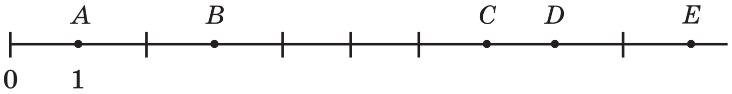
a *b* *c* *d*

57. ábra

115.° Milyen hőmérsékletet mutat az 57. *c* ábrán látható hőmérő, ha az oszlopon a jelzés: 1) 6 beosztással lejjebb megy; 2) 4 beosztást emelkedik?

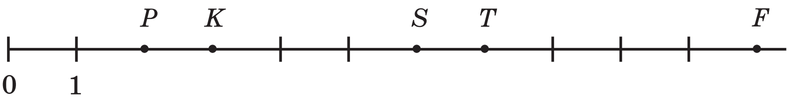
116.° Milyen hőmérsékletet mutat az 57. *d* ábrán látható hőmérő, ha az oszlopon a jelzés: 1) 3 beosztást emelkedik; 2) 5 beosztást süllyed?

117.° Határozd meg az 58. ábrán lévő A, B, C, D, E pontok koordinátáit!



58. ábra

118.° Határozd meg az 59. ábrán lévő P, K, S, T, F pontok koordinátáit!



59. ábra

119.° Jelöld a számegyenesen azokat a pontokat, melyek az 1, 3, 5 számoknak felelnek meg, ha az egységnyi szakasz 1 cm! Rajzolj még két számegyenest, és jelöld ugyanezeket a pontokat, ha az egységnyi szakasz az elsőn 2 cm, a másodikon pedig 5 mm!

120.° Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta a 0, 1, 4, 8, 9 számoknak megfelelő pontokat!

121.° Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta a 0, 1, 5, 7, 10 számoknak megfelelő pontokat!

122.° Írd fel az összes olyan természetes számot, melyek a számegyenesen: 1) a 12-től balra; 2) a 18-tól balra, de a 8-tól jobbra helyezkednek el!

123.° Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta azokat a természetes számokat, melyek 3-nál nagyobbak, de 7-nél kisebbek!

124.° Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta azokat a természetes számokat, melyek 5-nél nagyobbak, de 10-nél kisebbek!

125.° Mely természetes számok helyezkednek el a számegyenesen a következő számok között:

1) 132 és 140;
2) 487 és 492;
3) 2126 és 2128;
4) 3714 és 3715?

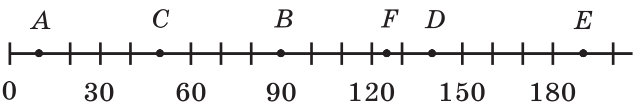
126.° Írd fel azokat a természetes számokat, melyek a számegyenesen a következő számok között helyezkednek el:

1) 234 és 239; 2) 1518 és 1524; 3) 7564 és 7566!

127.• Rajzolj egy 8 cm-es szakaszt! Az egyik végére írd a 0 számot, a másikra pedig a 16-ot! Oszd fel ezt a szakaszt 4 egyenlő részre! Nevezd meg az osztópontoknak megfelelő számokat! A kapott skálán jelöld a 3, 7, 9, 14, 15 számokat!

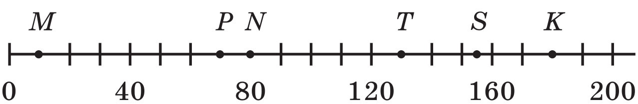
128.• Rajzolj egy 9 cm-es szakaszt! Az egyik végére írd a 0 számot, a másikra pedig a 18-at! Oszd fel ezt a szakaszt 6 egyenlő részre! Nevezd meg az osztópontoknak megfelelő számokat! A kapott skálán jelöld a 4, 8, 10, 16, 17 számokat!

129.• Határozd meg a 60. ábrán az *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* pontok koordinátáit!



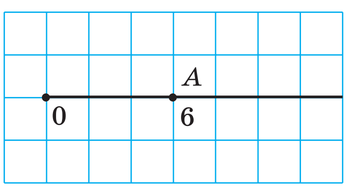
60. ábra

130.• Határozd meg a 61. ábrán az *M*, *N*, *P*, *T*, *K*, *S* pontok koordinátáit!

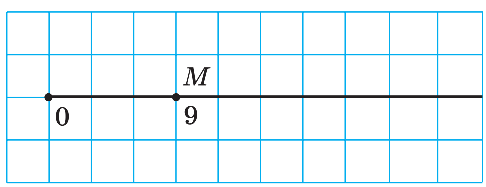


61. ábra

131.• Rajzold át a 62. ábrát a füzetedbe! Jelöld a számegyenesen a *B* (12), *C* (2), *D* (8) pontokat!



62. ábra



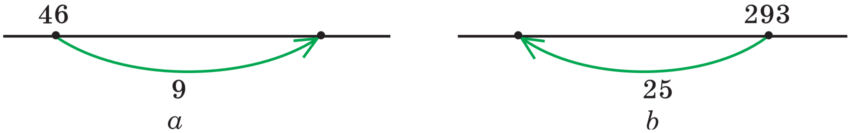
63. ábra

132.• Rajzold át a 63. ábrát a füzetedbe! Jelöld a számegyenesen az *E* (27), *F* (6), *K* (15), *P* (21) pontokat!

133.• Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta a *B* (5) ponttól:
1) hat egységnyi szakasz;
2) három egységnyi szakasz;
3) öt egységnyi szakasz távolságra lévő pontokat!

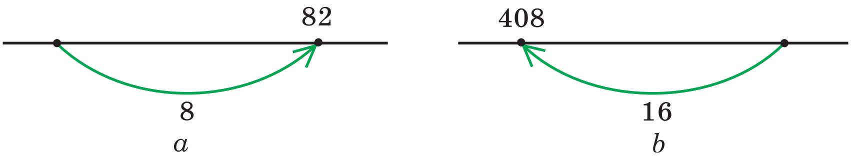
134.• Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta az *A* (7) ponttól:
1) tíz egységnyi szakasz;
2) négy egységnyi szakasz távolságra lévő pontokat!

135.• Melyik számra mutat a nyíl a számegyenesen (64. ábra)?



64. ábra

136.• Melyik számra mutat a nyíl a számegyenesen (65. ábra)?



65. ábra

137.•• A szöcske egy ugrással a számegyenes mentén vagy 5 egységnyi szakaszt jobbra ugrik, vagy 3-at balra. Az első szökdelés során 5 egységet ugrik jobbra. Képes-e néhány ugrással az O (0) pontból: 1) az A (7); 2) a B (8) pontba jutni?

Ismétlő gyakorlatok

138. Végezd el:

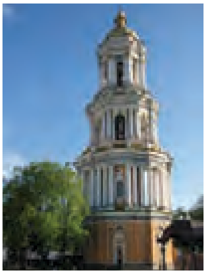
1) $265 + 35 \cdot 16$;
2) $(265 + 35) \cdot 16$;
3) $336 - 192 : 12$;
4) $(336 - 192) : 12$!

139. 7 kilogramm alma annyiba kerül, mint 4 kg körte. Hány kilogramm körtét vehetünk 42 kg alma árából?

140. A Kijevi Barlangkolostor nagy harangtornyának magassága majdnem 97 m, ami 12 m-rel nagyobb a Szent Mihály-székesegyház (Kijev) harangtornyának magasságánál. A Szentháromság-székesegyház (Csernyihiv) harangtornyának magassága 58 m, ami 18 m-rel kisebb, mint a Szófia-székesegyház (Kijev) harangtornya. A Szent Mihály-székesegyház, illetve a Szófia-székesegyház harangtornya közül melyik magasabb, és mennyivel?

Bölcs Bagoly feladványa

141. A kerítés mentén 8 almafa nő. A szomszédos almafákon lévő almák száma közötti különbség egy. Lehet-e ezeken az almafákon összesen 225 alma?



A Kijevi Barlangkolostor harangtornya

A Szent Mihály-székesegyház (Kijev)

A Szentháromság-székesegyház (Csernyihiv)

A Szófia-székesegyház (Kijev)

6. A természetes számok összehasonlítása

Két különböző számot összehasonlítani annyit jelent, hogy megállapítani azt, melyik a nagyobb és melyik a kisebb.

Két természetes szám közül a kisebbik a természetes számsorban előrébb áll, a nagyobbik pedig hátrébb. Ezért, például az 5-ös szám kisebb, mint a 7-es, a 171 nagyobb, mint a 19. Az összehasonlítás eredményét a $<$ (kisebb) és a $>$ (nagyobb) jellel írjuk le: $5 < 7$ és $171 > 19$. Az ilyen felírást **egyenlőtlenség**nek nevezzük.

A 0 kisebb, mint bármelyik természetes szám. Például $0 < 12$.

Egyszerre három számot is össze lehet hasonlítani. Például 17 nagyobb, mint 15, de kisebb, mint 20. Ezt így írjuk le: $15 < 17 < 20$. Ezt a felírást **kettős egyenlőtlenség**nek nevezzük. Gyakran a kettős szót elhagyjuk, és a kettős egyenlőtlenséget is csak egyenlőtlenségnek nevezzük.

A természetes számokat össze lehet hasonlítani a természetes számsor nélkül is.

A többjegyű számok összehasonlítása egyszerű, ha különböző számú számjegyekből áll.

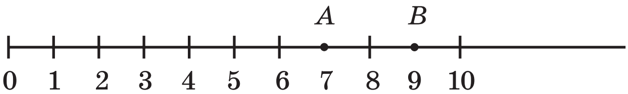
Két többjegyű szám közül az a nagyobb, melynek felírásában több számjegy van.

Például az 597 013 617 kilencjegyű szám, a 99 982 475 pedig nyolcjegyű szám, ezért az első szám nagyobb, mint a második.

Ha két többjegyű szám számjegyeinek a száma egyenlő, akkor a következő szabályt kell alkalmazni: ***Ha két szám ugyanannyi számjegyből áll, akkor az a nagyobb, amelyben balról jobbra haladva az első eltérő számjegy nagyobb***.

Például 7256 > 7249, a 582 647 < 582 879.

Megjegyezzük, hogy *a számegyenesen a kisebb koordinátájú pont balra helyezkedik el a nagyobb koordinátájú ponttól*. Például A (7) pont balra esik a B (9) ponttól, mivel 7 < 9 (66. ábra).



66. ábra

A két természetes szám esetén a kisebb szám a nagyobbhoz viszonyítva balra helyezkedik el a számegyenesen.

1. PÉLDA. A következő számokban néhány számjegy helyén csillag áll. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

1) 69* és **43; 2) 72 *** és 70 ***!

Megoldás. 1) Mivel az első szám háromjegyű, a második pedig négyjegyű, ezért 69* < **43.

2) A két szám számjegyeinek száma egyenlő. Az első számjegye mindkét számnak a 7. A második számjegyük megfelelően 2 és 0. Mivel 2 > 0, ezért 72 *** > 70 ***. ◀

2. PÉLDA. Hasonlítsd össze: 8 km 24 m és 8146 m!

Megoldás.

Mivel 8 km 24 m = 8024 m, ezért 8 km 24 m < 8146 m. ◀

?

1. Mit jelent két természetes szám összehasonlítása?
2. Hogyan lehet a természetes számsor alkalmazásával megállapítani, melyik természetes szám kisebb? Nagyobb?
3. Melyik szám kisebb, mint bármelyik természetes szám?

4. Hogy hasonlítjuk össze a természetes számokat, ha számjegyeik száma különböző?
5. Két szám közül melyik természetes szám nagyobb, ha számjegyeik száma egyenlő?
6. Hogyan helyezkedik el a kisebb koordinátájú szám a nagyobb koordinátájú számhoz képest a számegyenesen?

Szóban oldd meg!

1. Az 516 és a 615 számok közül melyik fog a számegyenesen balra elhelyezkedni a másikhoz képest?

2. A 405 és az 504 számok közül melyik fog a számegyenesen jobbra elhelyezkedni a másikhoz képest?

3. 8 órakor a hőmérő 4 °C-ot mutatott, 14 órakor pedig 12 °C-ot. Mivel egyenlő a hőmérő skálájának beosztása, ha a hőmérő higanyoszlopa négy egységgel emelkedett?

4. A fogkefét minden 4 hónapban cserélni kell. Hány fogkefét vesz az öttagú Kovács család egy év alatt, ha betartja a fenti higiéniai szabályt?

5. Számítsd ki:

1) $(27 + 13) \cdot 8$;
2) $(56 - 26) \cdot 9$;
3) $(82 - 71) \cdot 6$;
4) $(128 - 53) : 3$;
5) $63 : (25 - 16)$;
6) $120 : (26 + 14)$!

6. A dobozban öt piros és 3 zöld ceruza van. Véletlenszerűen kihúzunk egy ceruzát. Legkevesebb hány ceruzát kell kivenni, hogy közülük legalább két piros és egy zöld ceruza legyen?

Gyakorlatok

142.° Olvasd el a következő egyenlőtlenségeket:

1) $4 < 9$;
2) $18 > 10$;
3) $257 < 263$;
4) $132 > 95$;
5) $8 < 12 < 20$;
6) $29 < 30 < 31$!

143.° Írd fel az egyenlőtlenséget:

1) 7 kisebb, mint 12;
2) 16 nagyobb, mint 13;
3) 92 nagyobb, mint 43;
4) 2516 kisebb, mint 3939;
5) 5 nagyobb, mint 4, de kisebb, mint 6;
6) 40 nagyobb, mint 30, de kisebb, mint 50!

144.° Hasonlítsd össze a számokat:
1) 326 és 362;
2) 483 és 480;
3) 1999 és 2002;
4) 6235 és 6196;
5) 21 396 és 21 298;
6) 72 168 és 72 170;
7) 5 716 007 és 5 715 465;
8) 3 654 987 és 3 654 991;
9) 4 398 657 436 és 4 398 659 322;
10) 16 000 023 009 és 16 000 032 000!

145.° Hasonlítsd össze a számokat:
1) 642 és 624;
2) 786 és 779;
3) 4897 és 5010;
4) 4455 és 5444;
5) 1 400 140 és 1 401 400;
6) 224 978 és 224 988;
7) 6 130 852 és 6 130 941;
8) 5 287 746 525 és 5 287 736 638!

146.° Írd fel növekvő sorrendbe a következő számokat: 894, 479, 846, 591, 701!

147.° Írd fel növekvő sorrendbe a következő számokat: 639, 724, 731, 658, 693!

148.° Nevezd meg az összes olyan természetes számot, mely:
1) nagyobb, mint 678, de kisebb, mint 684;
2) nagyobb, mint 935, de kisebb, mint 940;
3) nagyobb, mint 2 934 450, de kisebb, mint 2 934 454;
4) nagyobb, mint 12 704, de kisebb, mint 12 708;
5) nagyobb, mint 24 315, de kisebb, mint 24 316!

149.° Nevezd meg az összes olyan természetes számot, mely:
1) nagyobb, mint 549, de kisebb, mint 556;
2) nagyobb, mint 1 823 236, de kisebb, mint 1 823 240;
3) nagyobb, mint 47 246, de kisebb, mint 47 248!

150.° Jelöld a számegyenesen az összes olyan természetes számot, mely: 1) kisebb, mint 12; 2) nagyobb, mint 4, de kisebb, mint 10!

151.• Írj a csillagok helyére olyan számokat, amelyekkel az egyenlőtlenségek igazak lesznek:
1) $526* < 5261$;
2) $4345 > 43*8$;
3) $7286 < 72*8$;
4) $2*09 > 2710$!

Vizsgálj meg minden lehetséges esetet!

152.• Írj a csillagok helyére olyan számokat, amelyekkel az egyenlőtlenségek igazak lesznek:
1) $321* > 3217$;
2) $93*0 < 9332$!

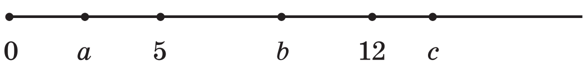
Vizsgálj meg minden lehetséges esetet!

153.• Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb, mint 473, de kisebb, mint 664, és a benne található 5-ös számjegy a tízes helyiértéken áll! Hány ilyen szám létezik?

154.• Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb, mint 578, de kisebb, mint 638, és a benne található 6-os számjegy a százas helyiértéken áll! Hány ilyen szám létezik? Írd fel a legkisebb és a legnagyobb ilyen számot!

155.• Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb, mint 2364, de kisebb, mint 2432, és a benne található 8-as számjegy az egyes helyiértéken áll! Hány ilyen szám létezik? Írd fel a legkisebb, illetve a legnagyobb ilyen számot!

156.• Jelöld a számegyenesen az 5, 12, a, b és c számokat (67. ábra)!



67. ábra

Hasonlítsd össze a következő számokat:

1) a és 5; 2) 12 és b; 3) a és 12; 4) c és a!

157.• Írd fel kettős egyenlőtlenség alakjában:

1) 7 nagyobb, mint 5, de kisebb, mint 10;
2) 62 kisebb, mint 70, de nagyobb, mint 60;
3) 54 kisebb, mint 94, de nagyobb, mint 44;
4) 128 nagyobb, mint 127, de kisebb, mint 129!

158.• Melyik két legközelebb álló természetes szám között helyezkedik el a következő szám:

1) 24; 3) 258; 5) 999 999;
2) 56; 4) 4325; 6) 1 300 000?

A feleletet írd fel kettős egyenlőtlenséggel!

159.•• A számok felírásakor néhány számjegyet csillaggal helyettesítettünk. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

1) 43 *** és 48 ***; 3) 9*4 és 9**3;
2) 38* és 1***; 4) 6*9 és 96*!

160.•• A számok felírásakor néhány számjegyet csillaggal helyettesítettünk. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

1) 35* *** és 32* ***; 2) **68 és 86*!

161.•• Hasonlítsd össze:

1) 2 km és 1968 m; 6) 6 q 23 kg és 658 kg;
2) 4 dm és 4 m; 7) 4 t 275 kg és 42 q 75 kg;
3) 3 km 94 m és 3126 m; 8) 5 t 7 q 36 kg és 5 t 863 kg;
4) 712 kg és 8 q; 9) 8 t és 81 q;
5) 15 t és 35 q; 10) 83 dm 7 cm és 8 m 30 cm!

162.•• Hasonlítsd össze:

1) 6892 m és 7 km;
2) 8 cm és 8 dm;
3) 4 km 43 m és 4210 m;
4) 27 dm 3 cm és 270 cm;
5) 9 q és 892 kg;
6) 2 q 86 kg és 264 kg;
7) 3 t 248 kg és 32 q 84 kg;
8) 12 t 2 kg és 120 q 2 kg!

Ismétlő gyakorlatok

163. Számítsd ki:

1) 936 : 24 – 2204 : 58;
2) 5481 : 27 + 23 · 27;
3) 3000 – (1085 – 833) : 42;
4) (1248 + 652) · (1423 – 1373)!

164. 24 m szövetből hét egyforma ruhát lehet varrni. Hány ugyanilyen ruhát varrhatunk 48 m szövetből?

165. A híres párizsi Sorbonne Egyetem 1215-ös megalakulásával veszi kezdetét. 6 évvel fiatalabb, mint a Cambridge-i Egyetem (Nagy-Britannia), de 417 évvel öregebb a Kijev-Mohila Akadémiánál. Határozd meg: 1) a Cambridge-i Egyetem; 2) a Kijev-Mohila Akadémia alapítási évét! Hány éves Ukrajna legrégebbi egyeteme, a Lembergi Egyetem, ha a Cambridge-i Egyetem 452 évvel idősebb nála?

Kijev-Mohila Akadémia

Lembergi Egyetem

Bölcs Bagoly feladványa

166. A hét törpe mindegyike különböző mennyiségű gombát szedett. Összesen 28-at. Hány gombát szedett mindegyik törpe, ha egyikük kosara sem volt üres?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 1. SZ. TESZTFELADAT

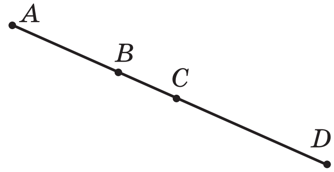
1. Melyik szám áll 5100 előtt a természetes számsorban?
A) 5009 B) 5939 C) 5099 D) 5199

2. Hány szám áll a 31 és a 82 között a természetes számsorban?
A) 48 B) 49 C) 50 D) 51

3. Milyen számjegy áll a 243 786 számban a tízezer helyiértéken?
A) 2 B) 4 C) 3 D) 8

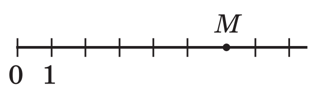
4. Válaszd ki a kétmillió-húszezer-kétszáz szám számjegyekkel leírt alakját!
A) 2 020 200 C) 2 002 200
B) 2 200 200 D) 2 200 020

5. Mivel egyenlő az ábrán látható AD szakasz hossza, ha $AC = 18$ cm, $BD = 20$ cm, $BC = 6$ cm?
A) 38 cm C) 28 cm
B) 32 cm D) 26 cm

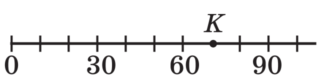


6. Melyik nem illeszkedik a BD félegyeneshez az ábrán jelölt pontok közül?
A) B C) M
B) E D) K

7. Mivel egyenlő az ábrán látható M pont koordinátája?
A) 5 C) 7
B) 6 D) 8



8. Mivel egyenlő az ábrán látható K pont koordinátája?
A) 70 C) 80
B) 75 D) 85



9. Az adott számjegyek közül melyiket kell a csillag helyébe írni az 1472 > 14*4 kifejezésben, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 9

10. Hány természetes szám helyezkedik el a 15-ös számtól balra a számegyenesen?
A) 13 B) 14 C) 15 D) végtelen sok

11. Az utcán a házak 1-től 25-ig vannak sorszámozva. Hányszor szerepel a 2-es számjegy a sorszámozásban?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 9

12. Nevezd meg az igaz egyenlőtlenséget:

A) 6 q < 598 kg C) 2 km 85 m > 2122 m

B) 7 q 32 kg > 723 kg D) 1 km 42 m > 1200 m

AZ 1. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

Természetes számok

A tárgyak számlálására szolgáló 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., számokat **természetes számok**nak nevezzük.

A szakasz hosszának tulajdonsága

Ha az *AB* szakaszon jelölünk egy *C* pontot, akkor az *AB* szakasz hossza egyenlő lesz az *AC* és *CB* szakaszok hosszainak összegével.

Egyenlő szakaszok

Két szakasz akkor lesz egyenlő, ha egymásra helyezésnél fedik egymást.

Az egyenes tulajdonsága

Két ponton keresztül csak egy egyenes húzható.

A természetes számok összehasonlítása

- A 0 bármely természetes számnál kisebb.
- Két többjegyű szám közül az a nagyobb, melynek felírásában több számjegy van.
- Ha két szám ugyanannyi számjegyből áll, akkor az a nagyobb, amelyben balról jobbra haladva az első eltérő számjegy nagyobb.

2. §. A TERMÉSZETES SZÁMOK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

7. A természetes számok összeadása. Az összeadás tulajdonságai

Ahhoz, hogy az 5-höz hozzáadjunk 2-t, előbb hozzáadhatunk az 5-höz 1-et, majd a kapott 6-hoz még 1-et. Ezt kaptuk: $5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7$. Az alsó osztályokban így adtál össze. Ma már automatikusan, emlékezetből és szinte azonnal közlöd az eredményt: $2 + 7 = 9$, $6 + 3 = 9$, $2 + 8 = 10$, $8 + 7 = 15$ stb., mivel már kívülről tudod az egyjegyű számok összeadásának táblázatát.

Miért kényelmes a többjegyű számok összeadása oszloponként? Adjuk össze például a 3 853 164 és a 2 700 503 számokat:

$$\begin{array}{r} 3\,8\,5\,3\,1\,6\,4 \\ +\,2\,7\,0\,0\,5\,0\,3 \\ \hline 6\,5\,5\,3\,6\,6\,7 \end{array}$$

Írásbeli összeadásnál a tagokat helyi érték szerint egymás alá írjuk. Az összeadást a legkisebb helyi értéken kezdjük. Így tehát csak egyjegyű számokat kell összeadni.

Emlékeztetőül, az $a + b = c$ egyenlőségben az a és b számokat **összeadandó**knak, a c számot valamint az $a + b$ kifejezést pedig **összeg**nek nevezzük. Itt betűkkel jelöltük a számokat. Hogy hogyan alkalmazzuk a betűket a kifejezések leírása során arról részletesebben a 9. pontban lesz szó.

Ugye emlékszel az összeadás **felcserélhetőségi tulajdonságára**: ***az összeadandók felcserélés****é****től az összeg nem változik.***

Betűkifejezéssel ezt a tulajdonságot így írjuk fel:

$$\boxed{\boldsymbol{a + b = b + a}}$$

Hogyan lehet legegyszerűbben kiszámítani a $(64 + 23) + 77$ összeget?

Természetesen így:

$(64 + 23) + 77 = 64 + (23 + 77) = 64 + 100 = 164$.

Ezúttal az **összeadás csoportosítási törvényét alkalmaztuk**: ***két szám összegéhez úgy is hozzáadhatunk egy harmadik számot, hogy az első számhoz hozzáadjuk a második és harmadik szám összegét.***

Betűkifejezéssel ezt a tulajdonságot így írjuk fel:

$$\boxed{\boldsymbol{(a + b) + c = a + (b + c)}}$$

Az összeadás tulajdonságaiból az következik, ***hogy több összeadandó összeadásakor azokat bármilyen módon cserélgethetjük, és zárójelezhetjük, amivel meghatározhatjuk az összeadás sorrendjét.***

Például igaz a következő egyenlőség:

$$a + b + c = c + b + a,$$
$$2 + 3 + 7 + 8 = (2 + 8) + (7 + 3).$$

A 0 különleges tulajdonsággal bír:

ha két összeadandó közül az egyik nullával egyenlő, akkor az összeg a másik összeadandóval egyenlő:

$$\boxed{\begin{gathered} a + 0 = a, \\ 0 + a = a \end{gathered}}$$

1. PÉLDA. Hozd egyszerűbb alakra a $136 + (a + 214)$ kifejezést!

Megoldás. Az összeadás felcserélhetőségi és csoportosítási törvényét alkalmazva a következőt kapjuk:

$$136 + (a + 214) = 136 + (214 + a) =$$
$$= (136 + 214) + a = 350 + a.$$

2. PÉLDA. Határozd meg a 7 perc 44 mp + 5 perc 38 mp összeget!

Megoldás. Figyelembe vesszük azt, hogy 1 perc = 60 mp, és a következőt kapjuk:

7 perc 44 mp + 5 perc 38 mp = 7 perc + 44 mp + 5 perc + 38 mp =
= (7 perc + 5 perc) + (44 mp + 38 mp) = 12 perc + 82 mp =
= 12 perc + 60 mp + 22 mp = 12 perc + 1 perc + 22 mp = 13 perc 22 mp.

?

1. Hogy nevezzük az a számot az $a + b = c$ egyenlőségben,? A b számot? A c számot? Az $a + b$ kifejezést?
2. Fogalmazd meg az összeadás felcserélhetőségi tulajdonságát!
3. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel az összeadás felcserélhetőségi tulajdonságát?
4. Fogalmazd meg az összeadás csoportosítási tulajdonságát!
5. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel az összeadás csoportosítási tulajdonságát?
6. Milyen tulajdonsága van a 0-nak az összeadásnál?

Szóban oldd meg!

1. Számítsd ki:

1) $23 + 17$;	5) $300 - 130$;	9) $120 \cdot 40$;
2) $230 + 17$;	6) $300 - 13$;	10) $72 : 8$;
3) $23 + 170$;	7) $12 \cdot 4$;	11) $720 : 8$;
4) $30 - 13$;	8) $12 \cdot 40$;	12) $720 : 80$!

2. Nevezd meg azt a két egymást követő természetes számot, melynek összege 91 lesz!

3. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege egyenlő a legnagyobb egyjegyű számmal! Melyik ez a kétjegyű szám? Hány ilyen szám létezik?

Gyakorlatok

167.° Számítsd ki az összeget:
1) 14 238 + 18 345;
2) 25 726 + 46 177;
3) 32 662 + 4879;
4) 7892 + 34 608;
5) 295 361 + 475 829;
6) 28 177 246 + 42 989 511;
7) 2 713 486 + 733 982;
8) 75 392 867 428 + 9 671 635 803!

168.° Végezd el az összeadást:
1) 47 586 + 4705;
2) 68 638 + 54 382;
3) 114 931 + 209 596;
4) 228 637 + 5 428 735;
5) 59 462 181 428 + 4 740 582 804;
6) 12 814 + 1 256 064 + 9787!

169.° Nati és Miki feladatokat oldottak meg. Miki 26 feladattal készült el, Nati pedig 16-tal többel. Hány feladatot oldott meg Miki és Nati összesen?

170.° Tibor 74 hrivnyáért vásárolt egy könyvet, Péter pedig egy másikért 24 hrivnyával kevesebbet fizetett. Hány hrivnyát fizetett összesen Tibor és Péter a könyvekért?

171.° Végezd el az összeadást a legcélszerűbb módon:
1) (42 + 37) + 58;
2) 29 + (98 + 71);
3) (215 + 818) + 785;
4) 634 + (458 + 166);
5) 183 + 732 + 268 + 317;
6) 339 + 584 + 416 + 661;
7) (15 083 + 1458) + (4917 + 6542);
8) (1654 + 18 135) + (7346 + 11 865)!

172.° A számítás során alkalmazd az összeadás tulajdonságait:
1) (146 + 322) + 178;
2) 784 + (179 + 116);
3) 625 + 481 + 75 + 219;
4) 427 + 88 + 203 + 102!

173.• Három mókus, Vöröske, Sárgácska és Szürkécske mogyorót gyűjtöttek. Vöröske 38 mogyorót gyűjtött, ami 16-tal kevesebb, mint amennyit Sárgácska szedett, Szürkécske pedig 23-mal többet hordott össze, mint Vöröske. Hány mogyorót szedtek összesen?

174.• A Kijevi megye 28 131 km^2, ami 1701 km^2-rel kisebb, mint a Zsitomiri megye. A Csernyihivi megye 2033 km^2-nel nagyobb a Zsitomirinál. Határozd meg a három megye összterületét!

175.• Az egyik polcon 17 könyv volt, a másikon 18-cal több, mint az elsőn, a harmadikon pedig 6 könyvvel több, mint az elsőn és a másodikon összesen. Hány könyv volt a három polcon összesen?

176.• A kerékpáros turistacsoport az első napon 42 km-t tett meg, ami 12 km-rel kevesebb a második napon megtett távnál, a harmadik napon pedig 4 km-rel többet tettek meg, mint az első és a második napon összesen. Hány kilométert tettek meg a turisták a három nap alatt?

177.• Egyszerűsítsd a kifejezéseket:

1) $(74 + x) + 38$;
2) $238 + (a + 416)$;
3) $y + 324 + 546$;
4) $2753 + m + 4199$;
5) $(b + 457) + (143 + 872)$;
6) $(2235 + c) + (4671 + 1765)$;
7) $(1696 + 3593) + (p + 1304)$;
8) $(5432 + 8951) + (4568 + a + 1049)$!

178.• Egyszerűsítsd a kifejezéseket:

1) $(56 + a) + 14$;
2) $342 + (b + 58)$;
3) $805 + x + 195$;
4) $m + 4563 + 1837$!

179.• Feri papája 15 óra 40 perckor indult el Munkácsról Rahóra, és 3 óra 50 percet volt úton. Hány órakor érkezett meg a kisfiú édesapja Rahóra?

180.• A vonat *A* városból 9 óra 57 perckor indult el, és 2 óra 36 perc múlva megérkezett *B* városba. Hány órakor érkezett meg a vonat *B* városba?

181.• Hogyan változik az összeg, ha az egyik összeadandót:

1) 12-vel növeljük;
2) 23-mal, a másikat pedig 17-tel növeljük;
3) 34-gyel csökkentjük;
4) 16-tal, és a másikat pedig 9-cel csökkentjük;
5) 28-cal növeljük, a másikat pedig 15-tel csökkentjük?

182.• Az egyik összeadandót 3-mal növeltük. Mennyivel kell növelni a másikat, hogy az összeg 14-gyel növekedjen?

183.• Az egyik összeadandót 8-cal növeltük. Hogyan kell megváltoztatni a másik összeadandót, hogy az összeg:

1) 3-mal növekedjen;
2) 5-tel csökkenjen?

184.• Számítsd ki az összeget:

1) 76 m 39 cm + 41 m 58 cm;
2) 4 km 238 m + 3 km 474 m;
3) 64 m 86 cm + 27 m 45 cm;
4) 16 km 527 m + 37 km 783 m;
5) 12 ó 24 perc + 9 ó 18 perc;
6) 35 perc 17 mp + 16 perc 35 mp;
7) 18 ó 42 perc + 14 ó 29 perc;
8) 53 perc 32 mp + 44 perc 56 mp!

185.• Számítsd ki az összeget:

1) 4 dm 6 cm + 5 dm 8 cm;
2) 8 m 5 cm + 6 m 96 cm;
3) 12 km 29 m + 24 km 92 m;
4) 2 t 4 q 56 kg + 9 t 6 q 48 kg;
5) 3 ó 48 perc + 2 ó 26 perc;
6) 25 perc 17 mp + 7 perc 54 mp!

186.•• Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy az összeadás igaz legyen!

1) $$\begin{array}{r} 1\,7\ast 6 \\ +\ 4\ast 5\ast \\ \hline \ast 0\,8\,2 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} 2\,5\,3\ast \\ +\ \ast 7\,9\ast 8 \\ \hline 4\ast\ast 9\,7 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} 8\ast 5\,6 \\ +\ \ast 3\,6\ast 7 \\ +\ 2\,1\,9\ast \\ \hline 6\ast 0\,9\,3 \end{array}$$

4) $$\begin{array}{r} \ast\ast \\ +\ \ast\ast \\ \hline 1\,9\,7 \end{array}$$

187.•• Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy az összeadás igaz legyen!

1) $$\begin{array}{r} \ast 6\,2\ast \\ +\ 8\,4\ast 7 \\ \hline \ast 2\ast 6\,2 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} 2\,9\,4\ast \\ +\ \ast 7\,6\ast 1 \\ \hline 6\ast\ast 2\,4 \end{array}$$

188.•• Számítás nélkül rendezd az adott összegeket növekvő sorrendbe:
$782 + 659$; $782 + 943$; $288 + 659$;
$943 + 1105$; $129 + 288$; $1105 + 2563$!

189.•• Add meg az összeget a legcélszerűbb módon:
1) $1 + 2 + 3 + ... + 9 + 10$;
2) $1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100$!

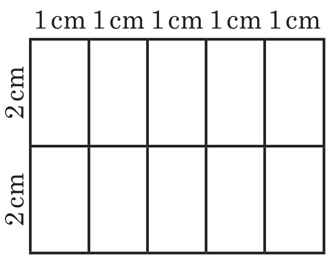
190.* 1) Mennyivel kevesebb az $1 + 3 + 5 + … + 99$ összeg, mint a $2 + 4 + 6 + … + 100$?
2) Az $1 + 3 + 5 + … + 2001$ és a $2 + 4 + 6 + … + 2000$ összegek közül melyik a nagyobb, és mennyivel?

191.* A 44444444 felírásban egyes számjegyek közé tegyél „+” jelet úgy, hogy olyan kifejezést kapj, melynek értéke 500!

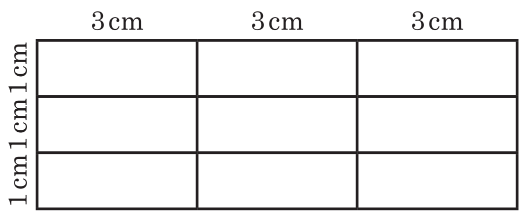
192.* Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy bármelyik három egymás melletti szám összege 20 legyen:

7, *, *, *, *, *, *, 9!

193.* Péter feldarabolt egy drótot és abból a 68. ábrán látható alakzatot rakta ki. Ki tudta volna-e rakni a 69. ábrán látható alakzatot ugyanebből a drótból?



68. ábra



69. ábra

Ismétlő gyakorlatok

194. Jelöld azokat a természetes számokat a számegyenesen, melyek nagyobbak, mint 6, de kisebbek, mint 12!

195. Írj fel minden olyan hatjegyű számot, amelyik nagyobb a 999 888-nál és 5-re végződik!

196. A kerékpáros 4 óra alatt 36 km-t tett meg. Visszafelé a sebességét 3 km/ó-val növelte. Hány óra alatt tette meg visszafelé az utat?

197. Laci 5 évvel idősebb húgánál. Hány évvel lesz idősebb a húgánál 7 év múlva?

Bölcs Bagoly feladványa

198. Van egy 5 sorból és 6 oszlopból álló táblázatod. Kitölthető-e ez természetes számokkal úgy, hogy minden sorban 30, és minden oszlopban 20 legyen a számok összege?

8. A természetes számok kivonása

A kivonás eredményét az összeadás segítségével határozzuk meg. Például 17-ből kivonni 5-öt annyit jelent, mint meghatározni azt a számot, amelyiket 5-höz hozzáadva 17-et kapunk. Mivel $5 + 12 = 17$, ezért $17 - 5 = 12$.

Általánosan: az $a - b = c$ egyenlőség akkor teljesül, ha igaz a $b + c = a$ egyenlőség.

Megvizsgálunk még néhány példát:

$173 - 89 = 84$, mivel $89 + 84 = 173$;

$2368 - 572 = 1796$, mivel $572 + 1796 = 2368$.

Emlékeztetőül, az $a - b = c$ egyenlőségben az a számot **kisebbítendő**nek, a b-t **kivonandó**nak, a c-t, illetve az $a - b$ kifejezést pedig **különbség**nek nevezzük.

Az $a - b$ különbség azt mutatja, hogy mennyivel nagyobb az a szám a b-nél, illetve mennyivel kisebb a b az a számnál.

Kivonáskor a 0 érdekes tulajdonsággal bír. *Ha a kivonandó nullával egyenlő, akkor a különbség a kisebbítendővel egyenlő*:

$$\boxed{\boldsymbol{a - 0 = a}}$$

A következő tulajdonság is igaz. *Ha a kisebbítendő és a kivonandó egymással egyenlő, akkor a különbség nulla:*

$$\boxed{\boldsymbol{a - a = 0}}$$

A fenti egyenlőségeket az összeadás segítségével lehet leellenőrizni. Erről önállóan győződj meg.

1. PÉLDA. A Dnyeper ukrajnai szakaszának hossza 981 km. A Déli-Bug 175 km-rel rövidebb nála, de 89 km-rel hosszabb a Pszel folyó hosszánál. Határozd meg a Déli-Bug és a Pszel folyók hosszát!

Megoldás. 1) $981 - 175 = 806$ (km) – a Déli-Bug hossza.

2) $806 - 89 = 717$ (km) – a Pszel hossza.

Felelet: 806 km, 717 km. ◀

2. PÉLDA. Számítsd ki: $428 - (128 + 126)$!

Megoldás. $428 - (128 + 126) = 428 - 254 = 174$.

A számítást másképp is el lehetett volna végezni a következő szabály alkalmazásával:

Ahhoz, hogy egy számból kivonjuk két szám összegét, előbb kivonjuk az egyik összeadandót, majd a különbségből a másik összeadandót.

$428 - (128 + 126) = (428 - 128) - 126 = 300 - 126 = 174$.

3. PÉLDA. Számítsd ki: $(619 + 282) - 319$!

Megoldás. $(619 + 282) - 319 = 901 - 319 = 582$.

Másképp is kiszámíthatjuk a következő szabály alapján:

Amikor összegből vonunk ki számot, akkor úgy is eljárhatunk, hogy az egyik összeadandóból (ha ez az összeadandó nagyobb vagy egyenlő a kivonandóval) kivonjuk a számot, majd a különbséghez hozzáadjuk a másik összeadandót.

A következőt kapjuk: $(619 + 282) - 319 = (619 - 319) + 282 = 300 + 282 = 582$.

Megjegyezzük, hogy például a $(17 + 19) - 25$ kifejezés esetében a fenti szabályt nem alkalmazhatjuk, mivel $17 + 19$ összegben mindkét összeadandó kisebb, mint 25.

4. PÉLDA. Számítsd ki a különbséget: 9 ó 8 perc – 2 ó 26 perc!

Megoldás. 9 ó 8 perc – 2 ó 26 perc =

= 8 ó 68 perc – 2 ó 26 perc = 6 ó 42 perc.

A számítás során alkalmaztuk mindkét fenti szabályt.

Így: 8 ó 68 perc – 2 ó 26 perc =

= 8 ó 68 perc – (2 ó + 26 perc) =

= (8 ó 68 perc – 2 ó) – 26 perc =

= ((8 ó + 68 perc) – 2 ó) – 26 perc =

= ((8 ó – 2 ó) + 68 perc) – 26 perc =

= (6 ó + 68 perc) – 26 perc =

= 6 ó + (68 perc – 26 perc) = 6 ó + 42 perc =

= 6 ó 42 perc.

?

1. Mit értünk azon, hogy az a számból kivonjuk a b-t?
2. Hogy nevezzük az $a - b = c$ egyenlőségben az a számot? A b számot? A c számot? Az $a - b$ kifejezést?
3. Mit mutat az $a - b$ különbség?
4. Mivel egyenlő két szám különbsége, ha a kivonandó nullával egyenlő?
5. Mivel egyenlő két azonos szám különbsége?
6. Hogyan lehet egy számból kivonni két szám összegét?
7. Hogyan kell két összeadandó összegéből kivonni egy számot?

Szóban oldd meg!

1. Növeld a 24 és 18 összegét 36-tal!
2. Duplázd a 418 és a 232 számok összegét!
3. Határozd meg a 103 és a 47 összegének harmadát!
4. A megállón az autóbuszról 15 utas szállt le. Kilencen közülük a zebrához mentek, a többiek pedig elölről megkerülték az autóbuszt. Hányan cselekedtek helytelenül?
5. A dobozban kék és zöld ceruzák voltak. Zöld ceruzából 19 volt, ami 17-tel kevesebb a kékek számánál. Hány ceruza volt a dobozban?
6. Van egy 9 l-es és egy 4 l-es vödör. Hogyan lehet ezek segítségével kimérni 6 l vizet?

Gyakorlatok

199.° Határozd meg a különbséget:
1) 27 146 – 24 317;
2) 56 789 – 9876;
3) 524 278 – 344 929;
4) 46 000 185 – 8 123 456;
5) 72 430 034 – 23 082 408;
6) 1 000 000 000 – 637 891 452!

200.° Határozd meg a különbséget:
1) 35 476 – 24 839;
2) 46 002 – 28 396;
3) 60 015 – 7428;
4) 372 894 – 216 156;
5) 38 020 301 – 18 479 563;
6) 537 866 285 – 496 707 539!

201.° Mennyivel:
1) kisebb 4328 a 21 514-nél;
2) nagyobb 258 143 a 164 275-nél?

202.° Mennyivel:
1) nagyobb a 34 725, mint a 28 816;
2) kisebb a 16 546, mint az 56 289?

203.° A táblázat a Nap és a Naprendszer néhány bolygólya közötti legnagyobb távolságot tartalmazza:

Merkúr	57 910 000 km	Jupiter	816 355 600 km
Vénusz	108 210 000 km	Szaturnusz	1 506 750 000 km
Föld	149 600 000 km	Uránusz	3 007 665 000 km

Olvasd el ezeket az adatokat! Mennyivel:
1) van közelebb a Föld a Naphoz, mint a Szaturnusz;
2) van távolabb az Uránusz a Naptól, mint a Merkúr?

204.° A táblázat a Harmincadik Királyság gépkocsivezetőire sebességtúllépésért kiszabható büntetések összegét tartalmazza:

Sebességtúllépés, km/ó	10–20	21–30	31–40	Több mint 40
Büntetés összege, hrn.	400	600	800	2000

Mekkora összegre büntetik azt a gépkocsivezetőt, aki:

1) 74 km/ó sebességgel haladt azon az útszakaszon, melyen a maximálisan megengedett sebesség 60 km/ó;
2) 128 km/ó sebességgel haladt azon az útszakaszon, melyen a maximálisan megengedett sebesség 80 km/ó?

205.° Ukrajna szárazföldi határa 5624 km, a tengeri határszakasz pedig (a Szivas-öböl nélkül) 2931 km-rel rövidebb. Összesen hány kilométer Ukrajna szárazföldi és tengeri határa?

206.° Gombavadászaton Frakk 73 gombát szedett az egyik napon, majd a második napon 16-tal kevesebbet. Hány gombát gyűjtött Frakk a két nap folyamán?

207.° Riska augusztusban 278 l tejet adott, szeptemberben pedig 26 l-rel kevesebbet. Hány liter tejet adott Riska a két hónap folyamán?

208.° Franciaország területe 544 000 km^2, ez 94 000 km^2-rel több, mint Svédországé, ami 154 000 km^2-rel kevesebb Ukrajna területénél. Hány négyzetkilométer Ukrajna területe?

209.• Számítsd ki:

1) $25\ 375 + 16\ 686 - 21\ 239$;
2) $(7829 - 5878) - (20\ 000 - 18\ 453)$;
3) $(5689 - 3458 + 1723) - (25\ 002 - 24\ 848) + 2967$!

210.• Számítsd ki:

1) $84\ 218 - 57\ 134 + 34\ 615$;
2) $(44\ 516 - 17\ 398) - (14\ 259 + 12\ 262)$;
3) $(6754 + 2853 - 1508) - (29\ 006 - 27\ 999) + 5818$!

211.• Huszt és Beregszász között három hónap alatt javították meg az utat. Az első hónapban egy 21 km-es szakaszt újítottak fel, a másodikban 8 km-rel kevesebbet. A két hónap alatt összesen 13 km-rel hosszabb szakaszt javítottak meg, mint a harmadik hónap folyamán. Mekkora a távolság Huszt és Beregszász között?

212.• Péter, Laci és Miklós cukorrépát szállítottak a cukorgyárba. Péter 56 q répát adott le, ami 18 q-val több, mint amennyit Laci adott le. Ők ketten 28 q-val többet adtak le, mint Miklós. Hány mázsa cukorrépát adtak le összesen?

213.• Három nap alatt Rokfort 230 db sajtot evett meg. Az első napon 74 darabot fogyasztott el, ami 16-tal több, mint a második napon. Hány sajtot evett meg Rokfort a harmadik napon?

214.• Peti, Laci és Miki összesen 192 halat fogtak. Ebből Peti 53 darabot, ami 15-tel több, mint ahányat Laci emelt ki a vízből. Hány halat fogott Miki?

215.• Aladin, Jázmin és Dzsinn a gyümölcsösben barackot szüreteltek. Aladin és Dzsinn együtt 112 kg barackot szedett, Jázmin és Dzsinn összesen 193 kg-ot. Hány kilogrammot szedett mindegyikük, ha összesen 240 kg-ot takarítottak be?

216.• Marika virágokat nevelt a kiskertjében. Összesen 78 tő dáliája és rózsája volt, a többi pedig gladiólusz. A gladióluszok száma 8-cal kevesebb, mint a rózsáké. Hány szál virágja volt Marikának mindegyik fajtából, ha összesen 124 tőt gondozott?

217.• Ternopil megyében számos barlang van. Az Optimista-barlang a világ leghosszabb gipszbarlangja. A Tavas-barlang (másképp a Kék Tavak-barlang) hossza 128 km, ami 105 km-rel hosszabb, mint a Kristály-barlang. A Verteba-barlang 14 km-rel rövidebb, mint a Kristály barlang. Az Optimista-barlang 222 km-rel hosszabb a Verteba-barlangnál. Számítsd ki az Optimista-barlang hosszát!

Verteba-barlang

218.• Ellenőrizd, hogy igaz-e az egyenlőtlenség:
1) $24\ 017 - 15\ 035 < 12\ 386 - 2987$;
2) $1674 - (673 + 437) > 1885 - (648 + 664)$!

219.• Ellenőrizd, hogy igaz-e az egyenlőtlenség:
$$6011 - (1539 - 438) < 5791 - (2418 - 1336)!$$

220.• A vonat az A pontból 7 óra 37 perckor indult, és még aznap a B pontba 9 óra 12 perckor érkezett meg. Mennyi idő alatt tette meg a vonat az A és B pontok közötti távolságot?

221.• A vonat elindult A állomásról, s még aznap 15 ó 20 perckor befutott B állomásra. Hány órakor indult el a vonat A állomásról, ha A és B között 6 ó 48 percig tart az út?

222.• Számítsd ki a különbséget:
1) 76 m 39 cm – 41 m 24 cm;
2) 64 m 45 cm – 27 m 86 cm;
3) 22 km 527 m – 17 km 783 m;
4) 4 km 238 m – 3 km 474 m;
5) 12 ó 24 perc – 9 ó 18 perc;
6) 18 perc 42 mp – 14 perc 29 mp;
7) 35 perc 17 mp – 15 perc 35 mp;
8) 53 ó 32 perc – 44 ó 56 perc!

223.• Számítsd ki a különbséget:
1) 3 dm 2 cm – 2 dm 6 cm;
2) 54 m 18 cm – 27 m 35 cm;
3) 4 km 8 m – 1 km 19 m;
4) 8 t 6 q 25 kg – 4 t 8 q 74 kg;
5) 16 ó 26 perc – 9 ó 52 perc;
6) 10 perc 4 mp – 5 perc 40 mp!

224.• Hogyan változik a különbség, ha:
1) a kisebbítendőt 8-cal növeljük;
2) a kisebbítendőt 4-gyel csökkentjük;
3) a kivonandót 7-tel növeljük;
4) a kivonandót 5-tel csökkentjük;

5) a kisebbítendőt 10-zel, a kivonandót pedig 6-tal növeljük;
6) a kisebbítendőt 9-cel, a kivonandót pedig 12-vel növeljük;
7) a kisebbítendőt 14-gyel, a kivonandót pedig 9-cel csökkentjük;
8) a kisebbítendőt 3-mal növeljük, a kivonandót pedig 6-tal csökkentjük;
9) a kisebbítendőt 20-szal csökkentjük, a kivonandót pedig 15-tel növeljük?

225.• A kisebbítendőt 2-vel növelték. Hogyan kell megváltoztatni a kivonandót, hogy a különbség:
1) 12-vel csökkenjen;
2) 6-tal növekedjen;
3) 2-vel növekedjen;
4) ne változzon?

226.• A kivonandót 8-cal csökkentették. Hogyan kell megváltoztatni a kisebbítendőt, hogy a különbség:
1) 3-mal növekedjen;
2) 5-tel csökkenjen;
3) 10-zel csökkenjen;
4) 8-cal növekedjen?

227.•• Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy a kivonás igaz legyen!

1) $$\begin{array}{r} * * * * \\ - \quad * * * \\ \hline 1 \end{array}$$
2) $$\begin{array}{r} * 6 5 * * \\ - \quad * 1 7 2 \\ \hline 7 7 * 6 9 \end{array}$$
3) $$\begin{array}{r} 7 2 * * \\ - \quad * 3 5 9 \\ \hline 2 * 1 9 \end{array}$$

228.•• A csillagok helyére olyan számjegyeket kell tenni, hogy a kivonás helyesen legyen elvégezve!

1) $$\begin{array}{r} * 5 6 7 * \\ - \quad * 9 * 7 \\ \hline 8 6 * 4 6 \end{array}$$
2) $$\begin{array}{r} * * 5 * 2 \\ - \quad 7 * 1 * \\ \hline 7 6 7 4 6 \end{array}$$
3) $$\begin{array}{r} * 9 4 * 7 6 \\ - \quad 1 * 7 8 * 9 \\ \hline 1 3 * 8 0 * \end{array}$$

229.•• A megállóban 15 utas leszállt, 8 pedig felszállt a trolibuszra. A másik megállóban 6-an szálltak le, 12-en pedig fel. Hány utas volt a trolibuszon az első megállóig, ha a második megálló után 31-en lettek?

230.•• Délelőtt Pali 7-et evett meg a tányéron lévő szilvákból, édesanya pedig 14-gyel pótolta. Pali délután 9 szilvát fogyasztott el, édesanya pedig 5-öt tett a tányérra. Ezek után a tányéron 20 szem szilva lett. Hány szilva volt a tányéron eredetileg?

231.•• Az első napon a farmer 26 láda almát szüretelt a gyümölcsösben, a második napon pedig 14 ugyanilyen ládával. Hány kilogramm almát szüretelt a farmer az első, illetve a második napon, ha a második nap 192 kg-mal kevesebbet szedett, mint az elsőn?

232.•• Az egyik vonat 7 órát, a másik pedig 13 órát volt úton. A második vonat 360 km-rel többet tett meg, mint az első. Hány kilométert tett meg mindkét vonat, ha a sebeségük megegyezett?

233.•• Határozd meg a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:
1) $(412 + 116) - 112$;
2) $(593 + 675) - 275$;
3) $844 - (244 + 318)$;
4) $729 - (396 + 229)$!

234.•• Határozd meg a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:
1) $(176 + 343) - 243$;
2) $(684 + 915) - 484$;
3) $1287 - (487 + 164)$;
4) $971 - (235 + 371)$!

235.•• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést:
1) $(35 + x) - 15$;
2) $(432 + b) - 265$;
3) $96 - (m + 48)$;
4) $516 - (216 + x)$!

236.•• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést:
1) $(a + 546) - 328$;
2) $(c + 961) - 592$;
3) $272 - (125 + y)$;
4) $925 - (p + 735)$!

237.•• Töltsd ki a táblázat üresen hagyott celláit! A táblázat az ukrán diákoknak a nemzetközi matematikaversenyeken elért eredményeit tartalmazza a 2008–2017-es időszakban!

Helyszín	Év	Az érmek száma			
		Arany	Ezüst	Bronz	Összesen
Spanyolország	2008	2	2	2	
Németország	2009	3	1		6
Kazahsztán	2010	1	2		6
Hollandia	2011	1		3	6
Argentína	2012		3		5
Kolumbia	2013	1	3	1	
DAK	2014	2		1	6
Tájföld	2015	2	3		6
Hongkong	2016			4	6
Brazília	2017	1		2	5
Az összes érem		13	23		

238.•• A kétjegyű számban a tízes helyi értéken a 6-os számjegy áll. A két számjegy közé egy 0 számjegyet írtak. Mennyivel nagyobb a kapott háromjegyű szám az adott kétjegyű számnál?

239.* Az 1-től 9-ig növekvő sorrendben leírt számjegyek közé tegyél „+” és „–” jeleket úgy, hogy az eredmény 100 legyen! Zárójeleket nem használhatsz. Nem muszáj minden szám közé jelet tenni.

Ismétlő gyakorlatok

240. Számítsd ki:

1) $25 \cdot (63 - 741 : 19)$;
2) $(900 - 7218 : 9) \cdot 12$;
3) $3926 : 13 \cdot 8 + 2584$;
4) $690 - 2944 : 64 \cdot 15$!

241. Az AB szakaszon jelölj egy C pontot. Az AC és a BC szakaszok felezőpontjai közötti távolság 12 cm. Milyen lesz az AB szakasz hossza?

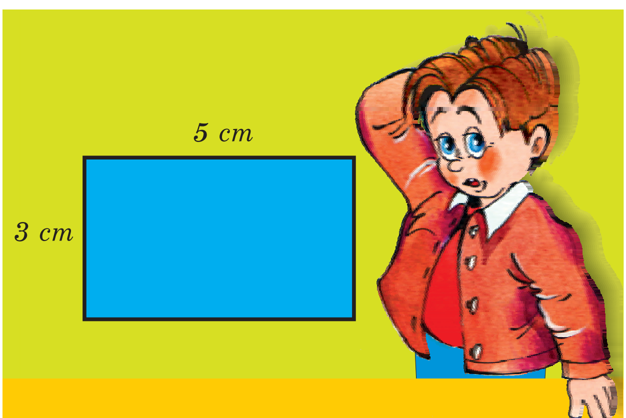
242. Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta az A (1), B (7), C (3), D (9) pontokat. Ezen a félegyenesen jelöld azokat a pontokat, melyek a B ponttól: 1) 3 egységnyi szakaszra; 2) 8 egységnyi szakaszra lesznek! Határozd meg ezeknek a pontoknak a koordinátáit!

Bölcs Bagoly feladványa

243. Hányszor nagyobb az út az első emelettől a tizedikig, mint az elsőről a másodikra?

9. Szám- és betűkifejezések. Képletek

Hogyan kell meghatározni annak a téglalapnak a kerületét, melynek oldalai 3 cm és 5 cm (70. ábra)?



70. ábra

Mielőtt válaszolnál a kérdésre, valószínűleg a következőket írod fel: $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

Ez egy **számkifejezés** lesz.

Nézzünk még néhány példát számkifejezésre: $12 : 4 - 1$; $(5 + 17) + 11$, $(19 - 7) \cdot 3$. Ezek a kifejezések számokat, számtani műveletek jeleit és zárójeleket tartalmaznak. Megjegyezzük, hogy nem minden olyan kifejezés, amely számokat, számtani műveletek jeleit és zárójeleket tartalmaz, lesz számtani kifejezés. Például a +) + 3 – (2 olyan szimbólumok sokasága, amelynek nincs értelme.

Ha megoldjuk a téglalap kerületéről szóló feladatot, akkor eredményül 16 cm-t kapunk. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy a 16-os szám lesz a $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ **kifejezés értéke**.

Mivel egyenlő annak a téglalapnak a kerülete, melynek oldalai 3 cm és a cm? A választ a következőképpen lehet felírni: $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$.

A $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$ kifejezés **változót tartalmazó kifejezés vagy betűkifejezés** lesz.

Bemutatunk még néhány változót tartalmazó kifejezést: $(a + b) + 11$, $5 + 3 \cdot x$, $n : 2 + k \cdot 5$. Ezek a kifejezések számokat, betűket, számtani műveleti jeleket és zárójeleket tartalmaznak.

Szabály szerint a változókat tartalmazó kifejezésekben a szorzás jelét csak a számok közé tesszük ki, más esetben elhagyjuk. Például az $5 \cdot y$, $m \cdot n$, $2 \cdot (a + b)$ kifejezéseket így írjuk le: $5y$, mn, $2\ (a + b)$.

Legyen most a téglalapunk oldalainak hossza a cm és b cm. Ebben az esetben a téglalap kerületét meghatározó kifejezést a következőképpen írhatjuk fel: $2a + 2b$.

Behelyettesítjük ebbe a kifejezésbe az a és b helyére a 3 és 5 számokat. Ekkor a $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ számkifejezést kapjuk, amelyet már ennek a pontnak az elején alkalmaztunk a téglalap kerületének meghatározására.

Ha az a és b helyett például a 4 és 9 számot helyettesítjük be, akkor a 4 cm és 9 cm oldalhosszúságú téglalap kerületének meghatározására szolgáló számkifejezést kapjuk meg. Általánosságban, egy változót tartalmazó kifejezésből számtalan számkifejezést kaphatunk.

Jelöljük a téglalap kerületét P betűvel. Ekkor a

$$\boxed{\boldsymbol{P = 2a + 2b}}$$

képletet alkalmazhatjuk *tetszőleges* téglalap kerületének a meghatározására. Az ilyen egyenlőséget **képlet**nek nevezzük.

Például az a oldalú négyzet kerülete a következő képlettel határozható meg:

$$\boxed{\boldsymbol{P = 4a}}$$

A következő egyenlőséget

$$\boxed{\boldsymbol{s = vt},}$$

ahol s a megtett út, v a mozgás sebessége, és t az az idő, amely szükséges az s út megtételéhez, **az út képleté**nek nevezzük.

1. PÉLDA. Peti almát szedett a gyümölcsösben, s azt 5 ládába rakta a kilogrammjával, illetve b ládába 20 kilogrammjával. Hány kilogramm almát szedett Peti? Számítsd ki a kapott kifejezést, ha $a = 18$, $b = 9$!

Megoldás. Öt ládába $5a$ kg alma fér, b ládába pedig $20b$ kg. Összesen Peti $(5a + 20b)$ kg almát szedett.

Ha $a = 18$, $b = 9$, akkor a következőt kapjuk: $5 \cdot 18 + 20 \cdot 9 = 90 + 180 = 270$ (kg).

Felelet: $(5a + 20b)$ kg, 270 kg. ◀

2. PÉLDA. Az út képletét alkalmazva határozd meg a vonat sebességét, ha 324 km-t 6 ó alatt tett meg!

Megoldás. Mivel $s = vt$, ezért $v = s : t$. Ekkor fel lehet írni: $v = 324 : 6 = 54$ (km/ó).

Felelet: 54 km/ó. ◀

3. PÉLDA. Tamás m zsömlét vásárolt 4 hrivnyájával, és egy tortát 30 hrivnyáért. Állítsd fel a képletet, mellyel kiszámíthatod a vásárolt termékek árát, majd számítsd is ki, ha 1) $m = 4$; $m = 12$!

Megoldás. Az m db zsemléért Tamás $4m$ hrivnyát fizetett. Ha a vásárolt termékek árát k-val jelöljük, akkor a következő képletet kapjuk: $k = 4m + 30$.

1) Ha $m = 4$, akkor $k = 4 \cdot 4 + 30 = 46$;

2) Ha $m = 12$, akkor $k = 4 \cdot 12 + 30 = 78$.

Felelet: $k = 4m + 30$, 46 hrn., 78 hrn. ◀

?

1. Mi a számkifejezés?
2. Mi a változót tartalmazó kifejezés vagy betűkifejezés?
3. Írd le az út képletét!

Szóban oldd meg!

1. Milyen számot kell a műveletlánc utolsó négyzetébe írni?

$$\boxed{14} \xrightarrow{+\,16} \bigcirc \xrightarrow{-\,18} \bigcirc \xrightarrow{+\,73} \bigcirc \xrightarrow{-\,39} \square$$

2. Milyen számot kell hozzáadni a 18-hoz, hogy 64-et kapjunk?
3. Melyik számból kell kivonni a 36-ot, hogy 16-ot kapjunk?
4. Melyik számot kell kivonni a 82-ből, hogy 24-et kapjunk?

5. Két teknős a következő sebességekkel mászik: 6 m/perc és 4 m/perc. Milyen sebességgel távolodnak egymástól, ha: 1) ellenkező irányba haladnak; 2) ha megegyező irányba mennek?

6. A könyv ára először 24 hrivnyával lett olcsóbb, majd 16-tal drágább. Hogyan változott az ára az eredeti árához képest? Növekedett vagy csökkent, és mennyivel?

Gyakorlatok

244.° Olvasd el az adott számkifejezéseket az összege, különbsége, szorzata, hányadosa kifejezések alkalmazásával:

1) $12 + 16$;
2) $39 - 24$;
3) $18 \cdot 19$;
4) $98 : 14$;
5) $(238 + 124) - 95$;
6) $39 \cdot 16 + 48 \cdot 2$;
7) $204 : 6 - 102 : 3$;
8) $(53 + 8) \cdot (53 - 8)$!

245.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $56 + 42 : 14 - 7$;
2) $(56 + 42) : (14 - 7)$;
3) $(56 + 42) : 14 - 7$;
4) $56 + 42 : (14 - 7)$!

246.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $374 + x$, ha $x = 268$;
2) $374 - x$, ha $x = 268$;
3) $a + b + 988$, ha $a = 714$, $b = 569$;
4) $a - 314 + 625 - c$, ha $a = 836$, $c = 442$!

247.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $y + 653$, ha $y = 894$;
2) $y - 653$, ha $y = 894$;
3) $a - b - 569$, ha $a = 2316$, $b = 1495$!

248.° Az osztályban a fiú és 14 lány tanul. Hány tanuló van ebben az osztályban?

249.° A gyümölcsösben 158 fa nő, melyből a db almafa, a többi pedig meggyfa. Hány meggyfa van ebben a kertben?

250.° 8 óra alatt a repülő s kilométert tett meg. Milyen volt a sebessége?

251.° A gépkocsi s km-t tett meg 65 km/ó sebességgel. Hány óráig volt úton eközben?

252.° Határozd meg az út képletével azt a távolságot, amelyet a vonat 6 óra alatt tesz meg, ha a sebessége 67 km/ó!

253.° Határozd meg az út képletével azt a távolságot, amelyet a motorkerékpáros 7 óra alatt tesz meg, ha a sebessége 32 km/ó!

254.° Számítsd ki az y értékét az $y = 4x - 7$ képlet alkalmazásával, ha 1) $x = 26$; 2) $x = 15$!

255.° Számítsd ki az a értékét az $a = 86 - 5b$ képlet alkalmazásával, ha 1) $b = 17$; 2) $b = 9$!

256.• Állíts össze számkifejezést, és határozd meg az értékét:

1) a 238 és a 416 összegének és 519-nek a különbsége;
2) a 823 és a 374 különbségének, valamint a 3477 és a 3086 különbségének az összege;

3) a 15 és a 12 számok összegének és különbségének a szorzata;
4) a 209 és a 193 összegének, valamint a 42 930 és a 42 924 számok különbségének a hányadosa!

257.• Állíts össze egy számkifejezést, és határozd meg az értékét:
1) a 238 és a 149 különbségének és 506-nak az összege;
2) a 48 és a 16 számok összegének és különbségének a hányadosa;
3) a 124 és a 126 összegének, valamint a 313 és a 307 különbségének a szorzata;
4) a 32 és a 15 számok szorzatának, valamint a 896 és 28 számok hányadosának a különbsége!

258.• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést, és határozd meg az értékét:
1) $476 + a + 224$, ha $a = 221$;
2) $x + 246 - 46$, ha $x = 137$;
3) $973 - 243 - y$, ha $y = 258$!

259.• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést, és határozd meg az értékét:
1) $2318 + b + 6682$, ha $b = 5195$;
2) $829 - 329 + m$, ha $m = 700$!

260.• Az első részlegen 67 bokor szeder nőtt. Később innen x bokrot átültettek egy másik részlegre, az elsőre pedig y új bokor került. Hány bokor lett így az első részlegen? Számítsd ki a kapott kifejezés értékét, ha $x = 18$, $y = 25$!

261.• Micimackónak m csupor méze volt. Malacka 24 csupor mézet ajándékozott még neki. Ebből közösen elfogyasztottak n csuporral. Hány csupor méze maradt ezek után Micimackónak, ha $m = 56$, $n = 12$?

262.• Mátyás m ceruzát vásárolt 24 krajcárért, és 5 füzetet darabonként n krajcárért. A füzetekért többet fizetett, mint a ceruzákért. Mennyivel fizetett többet a füzetekért, mint a ceruzákért? Számítsd ki a kapott kifejezés értékét, ha $m = 6$, $n = 32$!

263.• Malvinka 8 cukorkát vásárolt darabonként a krajcárért, és b süteményt, darabját 65 krajcárért. A cukorkákért kevesebbet fizetett, mint a süteményekért. Hány krajcárral fizetett kevesebbet Malvinka a cukorkákért, mint a süteményekért? Számítsd ki a kapott kifejezés értékét, ha $a = 14$, $b = 4$!

264.•• Gombóc Artúrnak 712 süteménye volt. Óránként 18-at megevett. Állítsd fel azt a képletet, melynek segítségével kiszámíthatod, hány süteménye maradt t óra múlva, és számítsd is ki, ha 1) $t = 4$; 2) $t = 12$!

265.•• A *Forrás* cég, amely vasbeton gyűrűket készít, a költségeit a következő szabály szerint számítja fel: a megrendelőnek a gyűrűk számától függetlenül 750 hrivnyát kell fizetnie, és még gyűrűnként 320 hrivnyát. Állíts össze képletet a megrendelés összegének meghatározására! A megrendelés összegét jelöld P-vel, a vasbeton gyűrűk számát pedig n-nel! A képlet alkalmazásával számítsd ki a fizetendő összeget, ha: 1) $n = 6$; 2) $n = 14$!

Ismétlő gyakorlatok

266. Az A, B és C pontok egy egyeneshez illeszkednek. Az A és B pontok közötti távolság 30 cm, a B és C pontok között pedig 10 cm. Határozd meg az A és C pontok közötti távolságot!

267. Nati vásárolt egy albumot 126 hrivnyáért, és néhány verseskötetet, darabját 18 hrivnyáért. Hány verseskötetet vásárolt Nati, ha a vásárlásért 198 hrivnyát fizetett?

268. Egy almával teli láda tömege 25 kg. Miután eladták a benne lévő almák felét, a láda tömege 15 kg lett. Mennyi az üres láda tömege?

Bölcs Bagoly feladványa

269. A *Szerencsekerék* szórakoztató játék kabinjainak sorszámai 1, 2, 3, … . Hány kabin van összesen, ha tudjuk, hogy a 24-es számú kabin a legfelső, és a 10-es lesz a legalsó?

Miután felkészültél az órára

A mindenki számára érthető nyelv

A következő mondat: *A kettő és a három szám összege öt* ukránul így lesz: *Сума чисел два і три дорівнює п'яти;* orosz nyelvre így fordítható le: *Сумма чисел два и три равна пяти*; franciául így hangzik: *La somme des nombres deux et trois est égale sinq*; angolul így: *The sum of the numbers two and three is equal to five*; németül pedig így: *Die Summe der Zahlen zwei und drei ist gleich fünf*.

Ám ezt a mondatot úgy is felírhatjuk, hogy minden kortársad megértse, éljen bárhol a világban. Ez a felírás pedig: $2 + 3 = 5$. Ezt mindenki megérti, mert a **matematika nyelvé**re van lefordítva, ez a nyelv pedig nemzetközi.

Mint bármelyik más nyelvnek, ennek is saját ábécéje van. A betűit *matematikai szimbólumoknak* (*jeleknek*) nevezzük. Például itt a tíz számjegy azok a betűk, melyek segítségével szavakat, mondatokat képezünk, vagyis számokat és számkifejezéseket alkotunk.

Érdekes, hogy a matematikai ábécé magába foglalja a latin és a görög ábécé betűit is. Hérón alexandriai matematikus már az I. században betűvel jelölte az ismeretlen mennyiséget.

Minden nyelv fejlődik. Így a *Halotti beszéd*, az *Ómagyar Mária-siralom*, de még Balassi Bálint nyelve is igencsak eltér a mai magyar nyelvtől. Ugyanígy az általad ismert matematikai jelek

+	–	·	:	=	>	<	(	)

a középkorban egészen másak voltak.

A XIV. században például az összeadás műveletét a *p* betűvel – a latin *plus* szó első betűjével – jelölték.

Ismerünk néhány feltételezést a + jel kialakulásáról. Hihetőnek tűnik például az a magyarázat, miszerint ez a latin *et* szó rövidített változata, ami azt jelenti: *és* vagy *meg*. Eleinte úgy is írták: *et*, majd *t* lett, végül „+”.

Érdekes, hogy az „=” már a XVI. században megjelent, mégis csupán a XVIII. században gyökeresedett meg. Ez azzal magyarázható, hogy néhány matematikus az egyenlőség jelet a különbség jelölésére használta. René Descartes francia tudós nyomán a XVII. században az egyenlőség jelet így írták: .

Az ukrán ábécében 33, a magyarban 40, a görögben 24, az angolban 26 betű van. Amikor elkezdesz tanulni egy idegen nyelvet, már az elején megismerkedsz minden betűjével. A matematikai ábécének még csupán egy részét ismered, de a későbbiek folyamán mind több jellel ismerkedsz majd meg. Ha pedig netán matematikus válik belőled, lehet, hogy te magad is új „matematikai betű” feltalálója leszel.

10. Egyenletek

Vizsgáljuk meg a következő feladatot. A megállón az autóbuszról leszállt 6 utas, és felszállt 10. Ezek után az autóbuszon 40 utas lett. Hány személy volt az autóbuszon a megálló előtt?

Ha a keresett számot x-szel jelöljük, akkor a feladatunk a következő kérdésre redukálódik: milyen számmal kell helyettesíteni az x-et, hogy az $(x - 6) + 10$ változót tartalmazó kifejezés értéke 40 legyen?

Ilyen esetben azt mondjuk, hogy **meg kell oldani az** $(x - 6) + 10 = 40$ **egyenletet**.

Ha ebben az egyenletben az x-et 36-tal helyettesítjük, akkor *igaz* egyenlőséget kapunk: $(36 - 6) + 10 = 40$. Ekkor azt mondjuk, hogy a 36 **gyöke** az $(x - 6) + 10 = 40$ egyenletnek.

Az egyenlet gyökének azt a számot nevezzük, melyet a változó helyére behelyettesítve az egyenlet igaz számegyenlőséggé alakul át.

Hasonlóan a 3 a $2x + 2 = 8$ egyenlet gyöke lesz, ugyanakkor a 4 nem lesz gyöke ennek az egyenletnek. Valóban, $2 \cdot 3 + 2 = 8$, és a $2 \cdot 4 + 2 \neq 8$ ($\neq$ jelet úgy olvassuk, hogy *nem egyenlő*).

Gyakran az egyenlet gyökét az **egyenlet megoldásá**nak is nevezik.

Az egyenletnek nem csak egy gyöke lehet. Például az $x - x = 0$ egyenletnek *végtelen* sok gyöke lesz: bármilyen szám gyöke ennek az egyenletnek; ugyanakkor az $x - x = 1$ egyenletnek nincs gyöke.

Az egyenletet megoldani annyit jelent, mint meghatározni az összes gyökét, vagy meggyőződni arról, hogy egyáltalán nincs gyöke.

1. PÉLDA. Oldd meg a $78 + x = 100$ egyenletet!

Megoldás. Emlékezz a szabályra: ***az ismeretlen összeadandót megkapjuk, ha az összegből kivonjuk az ismert összeadandót.***

Ezt kapjuk: $x = 100 - 78;$
$x = 22.$

Felelet: 22. ◀

2. PÉLDA. Oldd meg az $x - 34 = 82$ egyenletet!

Megoldás. Emlékezz a szabályra: ***az ismeretlen kisebbítendőt megkapjuk, ha a különbséghez hozzáadjuk a kivonandót***.

Ezt kapjuk: $x = 82 + 34;$
$x = 116.$

Felelet: 116. ◀

3. PÉLDA. Oldd meg a $108 - x = 96$ egyenletet!

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen kivonandó meghatározásának ismert módszerét: ***ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen kivonandót, a kisebbítendőből ki kell vonni a kivonandót.***

Ezt kapjuk: $x = 108 - 96;$
$x = 12.$

Felelet: 12. ◀

4. PÉLDA. Oldd meg az $(m - 124) + 316 = 900$ egyenletet!

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen összeadandó meghatározásának módszerét:

$$m - 124 = 900 - 316;$$
$$m - 124 = 584.$$

Ezután az ismeretlen kisebbítendő meghatározásának módszere szerint:

$$m = 584 + 124;$$
$$m = 708.$$

Felelet: 708. ◀

5. PÉLDA. Oldd meg az $1000 - (537 - a) = 642$ egyenletet!

Megoldás. Kétszer alkalmazzuk az ismeretlen kivonandó meghatározásának módszerét:

$$537 - a = 1000 - 642;$$
$$537 - a = 358;$$

$$a = 537 - 358;$$
$$a = 179.$$

Felelet: 179. ◀

1. Milyen számot nevezünk az egyenlet gyökének (megoldásának)?
2. Mit jelent megoldani az egyenletet?
3. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen összeadandót?
4. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen kisebbítendőt?
5. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen kivonandót?

Szóban oldd meg!

1. Határozd meg az $53 + x$ kifejezés értékét, ha: $x = 29$; 2) $x = 61$!

2. Határozd meg a $12y$ kifejezés értékét, ha: $y = 7$; 2) $y = 20$!

3. Határozd meg az $s = 50t$ útképlettel azt a távolságot (méterben), melyet Peti tesz meg: 1) 4 perc alatt; 2) 10 perc alatt! Mit jelent a számtényező ebben a képletben?

4. Az a szám 10-zel nagyobb, mint a b. A következő egyenlőségek közül melyik írja le az adott kijelentést:
1) $a - b = 10$; 2) $b - a = 10$; 3) $a - 10 = b$; 4) $b + 10 = a$?

5. Határozd meg az összes természetes a számot, melynél a $20 : a$ is természetes értékeket vesz fel!

6. A karos mérleg egyik tányérjára néhány 2 kg-os súlyt tettek, a másikra pedig 3 kg-os súlyokat. Ezek után a mérleg egyensúlyba került. Hány súlyt raktak mindkét fajtából, ha összesen 10 db súlyt raktak a tányérokra?

Gyakorlatok

270.° A 3, 12, 14 számok közül melyik lesz gyöke az egyenletnek:
1) $x + 16 = 28$; 2) $4x - 5 = 7$?

271.° A 3, 12, 14 számok közül melyik lesz gyöke az egyenletnek:
1) $234 - y = 220$; 2) $72 : b + 13 = 19$?

272.° Oldd meg az egyenleteket:
1) $238 + y = 416$;
2) $a + 157 = 324$;
3) $895 - a = 513$;
4) $m - 2092 = 1067$!

273.° Oldd meg az egyenleteket:
1) $x + 48 = 94$;
2) $234 + y = 452$;
3) $x - 174 = 206$;
4) $378 - b = 165$!

274.• Oldd meg az egyenleteket:
1) $(134 + x) - 583 = 426$;
2) $(208 + x) - 416 = 137$;
3) $(x - 506) + 215 = 429$;
4) $(y - 164) + 308 = 500$;
5) $(942 - a) - 126 = 254$;
6) $(801 - b) - 224 = 368$;
7) $475 - (x - 671) = 325$;
8) $972 - (y - 504) = 284$;

9) $403 - (634 - a) = 366$;
10) $643 - (581 - b) = 292$;
11) $987 - (x + 364) = 519$;
12) $3128 - (m + 425) = 1509$!

275.• Oldd meg az egyenleteket:
1) $(39 + x) - 84 = 78$;
2) $(x - 83) + 316 = 425$;
3) $(600 - x) - 92 = 126$;
4) $253 - (x - 459) = 138$;
5) $502 - (217 - x) = 421$;
6) $871 - (x + 157) = 385$.

276.• Oldd meg a feladatokat egyenlettel:
1) Ilona gondolt egy számot. Ha ehhez a számhoz hozzáadunk 43-at és a kapott összegből kivonunk 96-ot, akkor 25 lesz az eredmény. Melyik számra gondolt Ilona?
2) A kiskakasnak 74 krajcárja volt. Miután tankönyveket vásárolt magának, és a gazdaasszonyától kapott még 25 krajcárt, 68 krajcárja lett. Hány krajcárért vásárolt tankönyveket a kiskakas?

277.• Oldd meg a feladatokat egyenlettel:
1) Jancsi kigondolt egy számot. Ha ehhez a számhoz 27-et hozzáad és az összegből kivon 14-et, akkor 38-at fog kapni. Melyik számra gondolt Jancsi?

2) Nagymama 60 fánkot sütött. Miután néhány fánkot a szomszédjának adott, 20 fánkot pedig az unokái ettek meg, még 28 fánkja maradt. Hány fánkot adott a szomszédjának?

278.•• Milyen számmal helyettesíthetjük az a-t, hogy:
1) az $(x + a) - 7 = 42$ egyenlet gyöke 22 legyen;
2) az $(a - x) + 4 = 15$ egyenlet gyöke 3 legyen?

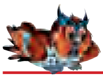
279.•• Milyen számmal helyettesíthetjük az a-t, hogy:
1) az $(x - 7) + a = 23$ egyenlet gyöke 9 legyen;
2) a $(11 + x) + 101 = a$ egyenlet gyöke 5 legyen?

Ismétlő gyakorlatok

280. Ilonka 8 óra 15 perctől 15 óra 20 percig volt az iskolában. Este sportszakkörre ment, ahol 5 óra 40 perccel kevesebbet tartózkodott, mint az iskolában. Mennyi ideig volt Ilonka a sportszakkörön?

281. Rajzolj a füzetbe egy 12 cm-es szakaszt. Az egyik végpontjára írd a 0 számot, a másikra a 480-at. Osztd fel a szakaszt hat egyenlő részre. Jelöld a keletkezett skálán a 40, 280, 100, 360, 420 számokat!

282. Lacinak az édesanyja 300 hrivnyát adott, hogy banánt, mandarint és narancsot vegyen. Laci 3 kg banánt akart venni, melynek kilogrammonkénti ára 28 hrivnya, 2 kg mandarint, kilogrammját 34 hrivnyájával, és 4 kg narancsot 30 hrivnyájával kilogrammját. Lesz-e elég pénze a vásárlásra? Pozitív válasz esetén, mennyi pénze marad?



Bölcs Bagoly feladványa

283. Három ládában golyók voltak: az elsőben két fehér, a másodikban két sárga, a harmadikban pedig egy fehér és egy sárga. A ládákra a következő címkék vannak ragasztva: FF, SS és FS úgy, hogy a címkék nem felelnek meg a ládák tartalmának. Hogyan lehet egy golyó kihúzásával megállapítani, hogy melyik ládában mi van?

11. Szög. Szögek jelölése

Rajzoljunk a füzetbe egy B pontból kiinduló BA és BC félegyenest (71. ábra).

Szögnek nevezzük azt az alakzatot, amelyet két, közös kezdőpontú félegyenes alkot.

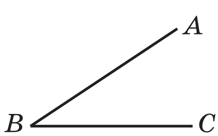
Ezeket a félegyeneseket a szög **szárai**nak, a közös kezdőpontot pedig a szög **csúcsá**nak nevezzük.

A 71. ábrán a BA és BC félegyenesek a szög szárai, a B pont a szög csúcsa.

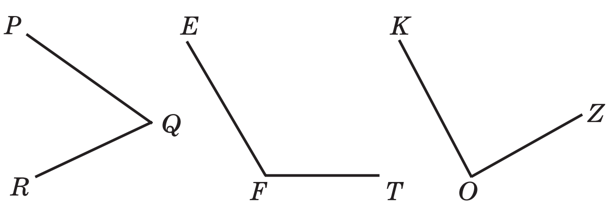
A 71. ábrán a szöget így jelöljük: $ABC\angle$ vagy $CBA\angle$. Felhívjuk a figyelmeteket arra, hogy ezt a szöget nem jelölhetjük $BAC\angle$ vagy $BCA\angle$-nek. *A csúcsnak megfelelő betűnek a második helyen kell állnia a szög nevében.*

Ezt a szöget a csúcsánál lévő betűvel rövidebben is jelölhetjük: $B\angle$.

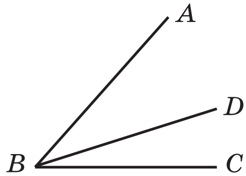
Így a 72. ábrán látható szögeket úgy is jelölhetjük, mint $PQR\angle$, $EFT\angle$, $KOZ\angle$ vagy megfelelően $Q\angle$, $F\angle$, $O\angle$.



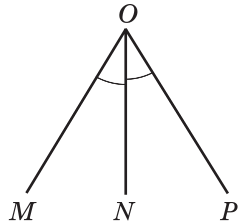
71. ábra



72. ábra



73. ábra



74. ábra

Megjegyezzük, hogy a 73. ábrán látható egyetlen szöget sem jelölhetünk egy betűvel, mivel ezeknek ugyanaz a *B* betű a csúcsa.

Az *ABC* szög *B* csúcsából egy *BD* félegyenest húztunk úgy, mint a 73. ábrán látható. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy *BD* félegyenes az *ABC* szög szárai között lesz és azt két szögre osztja: az *ABD* és a *DBC* szögekre.

Ha a papírlapot az *ON* egyenes mentén kettéhajtjuk (74. ábra), akkor az *MON* és az *NOP* szögek fedik egymást.

Két szöget egyenlőnek nevezzük, ha azok egymásra helyezve fedésbe hozhatók.

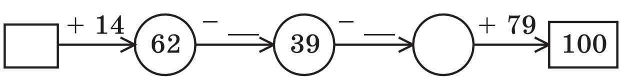
Tehát az *MON* és *NOP* szögek egyenlők. Ezt így írjuk le: $MON\angle = NOP\angle$. Az ábrán az egyenlő szögeket azonos számú ívekkel jelölik.

A 74. ábrán az *ON* félegyenes az *MOP* szöget két egyenlő szögre osztja. Az ilyen félegyenest a szög **szögfelezőjé**nek nevezzük.

1. Milyen alakzatot nevezünk szögnek?
2. Milyen két szög lesz egymással egyenlő?
3. Hogy nevezzük azt a félegyenest, amely a szöget két egyenlő részre osztja?

Szóban oldd meg!

1. Mely számok hiányoznak a műveletláncból?



2. Oldd meg az egyenleteket:

1) $x + 13 = 28$; 2) $20 - x = 12$; 3) $x - 11 = 79$; 4) $10 + x = 6$!

3. Melyik egyenletnek lesz 5 a gyöke:

1) $2x - 3 = 7$;
2) $x + 20 = 20 + x$;
3) $36 - 3x = 20$;
4) $x \cdot x \cdot x + 25 = 150$;
5) $0 \cdot x = 10$;
6) $x + 12 = 22 - x$?

4. Petinek és Misinek egyenlő számú cukorkája van. Peti Misinek adott 8 cukorkát. Mennyivel lett több cukorkája Misinek, mint Petinek?

Gyakorlatok

284.° Hogyan lehet jelölni a 75. ábrán látható szöget?

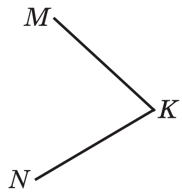
285.° A 76. *a*, *b*, *c* ábrák melyikén lesz az *OK* félegyenes az *AOB* szög szögfelezője?

286.° Nevezd meg a 77. ábrán lévő összes szöget!

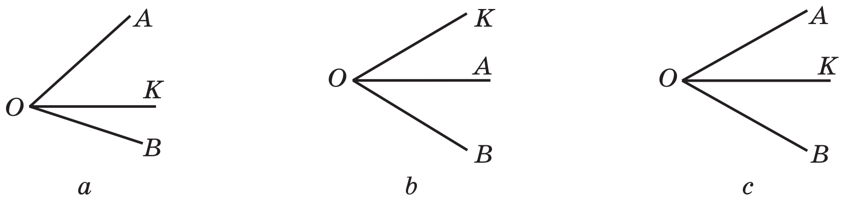
287.° Írd le a 78. ábrán lévő összes szöget!

288.° A 79. ábrán melyik félegyenes fogja metszeni a *BOC* szög szárát?

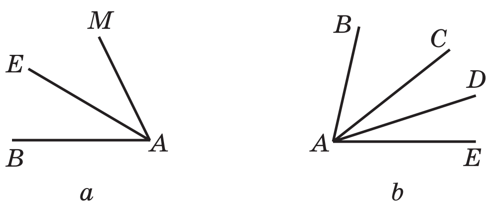
289.° A 80. ábrán melyik félegyenes fogja metszeni a *BOC* szög szárát?



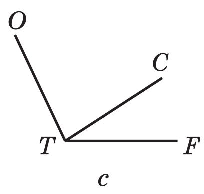
75. ábra



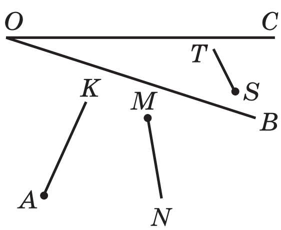
76. ábra



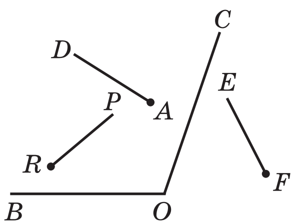
77. ábra



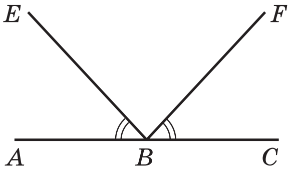
78. ábra



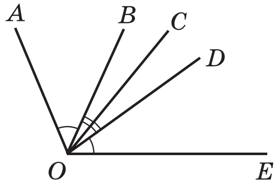
79. ábra



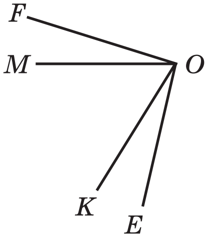
80. ábra



81. ábra



82. ábra



83. ábra

290.• Rajzolj egy *MNE* szöget, és húzd meg a szög szárai között az *NA* és *NC* félegyeneseket! Írd fel az összes így keletkezett szöget!

291.• A 81. ábrán $ABE\angle = CBF\angle$. Vannak-e ezen az ábrán még más egyenlő szögek?

292.• A 82. ábrán az $AOB\angle = DOE\angle$, $BOC\angle = COD\angle$. Vannak-e ezen az ábrán még más egyenlő szögek?

293.• A 83. ábrán az *FOK* és *MOE* szögek egyenlők. Ezen az ábrán milyen szögek lesznek még egyenlők?

Ismétlő gyakorlatok

294. Állíts össze egy számkifejezést, és határozd meg az értékét:
1) a 18 és a 20 összegének a 8-cal való szorzata;
2) a 128 és a 29 különbségének és a 11-nek a hányadosa;
3) a 15 és a 6 szorzatának és különbségének a hányadosa!

295. Oldd meg az egyenleteket:
1) $x + 504\ 968 = 1\ 017\ 216$; 2) $120\ 340\ 526 - x = 7\ 908\ 049$!

296. A XXXI. olimpiai játékokon, amely 2016-ban Rio de Janeiróban (Brazília) volt megrendezve, Ukrajna olimpiai csapata 11 érmet szerzett. Sportolóink arany- és ezüstéremből összesen 7-et, arany- és bronzéremből pedig összesen 9-et szereztek. Hány arany-, ezüst- és bronzérmet szereztek sportolóink?

297. Az ötödikes tanulók két autóbusszal mentek kirándulni. Amikor az egyik járműből, melyben 42 tanuló volt, átült 8 tanuló a másikba, akkor a két autóbuszban egyenlő lett a diákok száma. Hány tanuló volt a másik autóbuszban az utazás kezdetén?

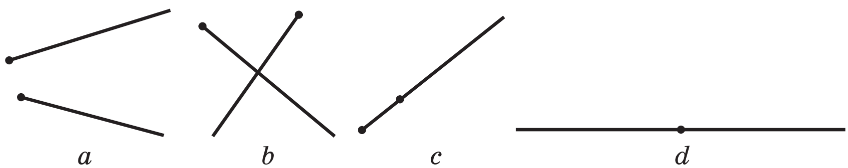
Bölcs Bagoly feladványa

298. Az *A* és *B* városok között a távolság 30 km. Az *A* városból a *B*-be egy kerékpáros indult el 15 km/ó sebességgel. Ezzel egy időben a *B* városból az *A* felé egy madár indult el 30 km/ó sebességgel.

Amikor találkoztak, a madár visszafordult. Amikor a B városba ért, megint a kerékpáros felé veszi az iránt, majd amikor találkoztak a madár ismét visszakanyarodik a B város felé. A madár ezt így folytatta, míg a kerékpáros a B városba nem ért. Hány kilométert repült a madár?

12. A szögek típusai. Szögmérés

A 84. a, b, c, d ábrák mindegyikén két félegyenes látható. Melyik ábrán alkotnak szöget ezek a félegyenesek?



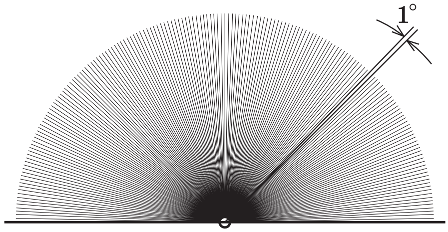
84. ábra

Mivel a 84. a, b, c ábrákon a félegyenesek kezdőpontjai nem esnek egybe, ezért ezek nem alkotnak szöget. A 84. d ábrán a félegyenesek egyenest alkotnak. Ekkor a kezdőpontjaik egybeesnek, így azok szöget alkotnak. Az ilyen szöget **egyenesszög**nek nevezzük.

Azt a szöget, melynek szárai egyenest alkotnak, egyenesszögnek nevezzük.

A szakaszhoz hasonlóan a szöget is meg lehet mérni. Emlékeztetünk benneteket, hogy a szakasz méréséhez egységnyi szakaszt (1 mm, 1 cm stb.) használtunk. A szögek méréséhez még nincs ilyen *egységünk*.

Ezt a következőképpen lehet megoldani. Az egyenes szöget 180 egyenlő részre osztjuk (85. ábra). A két szomszédos félegyenes közötti szöget a szög egységének tekintjük. Ezt a mértéket **fok**nak nevezzük, és így írjuk le: $\mathbf{1}°$.



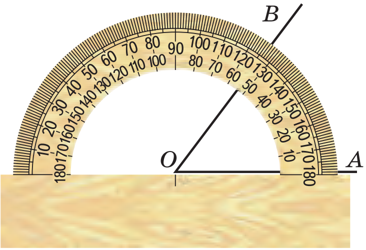
85. ábra

Megmérni a szöget annyit jelent, mint megszámolni, hány egységnyi szög alkotja azt.

Ekkor az egyenesszög **mérték**e vagy **fokmérték**e 180° lesz. Így is mondhatjuk: az egyenesszög mértéke 180°, vagy így: az egyenesszög 180°-kal egyenlő.

A szögek mérésére egy speciális eszközt – **szögmérő**t (86. ábra) használunk. A szögmérő egy vonalzóból és egy olyan félkörből áll, amelynek középpontja a vonalzó középpontjával esik egybe. A skáláján 180 beosztás van.

86. ábra

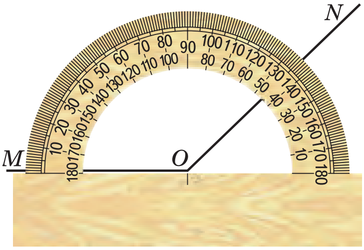


87. ábra

Ahhoz, hogy megmérjük a szöget, a szögmérő középpontját úgy helyezzük a szög csúcsára, hogy a szög egyik szára a vonalzón legyen (87. ábra). Ekkor a skálájának az a beosztása, melyen a szög másik szára halad át, megmutatja ennek a szögnek a mértékét vagy nagyságát.

A 87. ábrán az $AOB\angle = 53°$, a 88. ábrán pedig az $MON\angle = 136°$.

Egyenlő szögeknek a fokmértéke is egyenlő. Két, különböző nagyságú szög közül az a nagyobb, melynek szögmértéke nagyobb. Például a 89. ábrán az $MON\angle$ a legnagyobb. Erről könnyen meggyőződhetünk, ha megmérjük ezeket a szögeket.



88. ábra

A szög mértékének a következő tulajdonsága lesz.

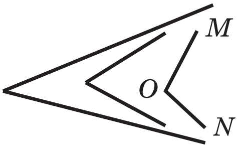
Ha az ABC szög szárai között egy BD félegyenest húzunk, akkor az ABC szög mértéke egyenlő lesz az ABD és DBC szögek szögmértékeinek összegével (90. ábra). Tehát:

$$\boldsymbol{ABC\angle = ABD\angle + DBC\angle.}$$

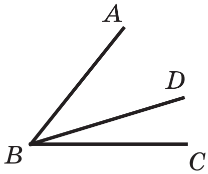
Megjegyezzük, hogy az egyenesszög szögfelezője két szögtartományra osztja azt, ahol mindkét rész szögmértéke 90° (91. ábra).

Azt a szöget, melynek szögmértéke 90°, derékszögnek nevezzük.

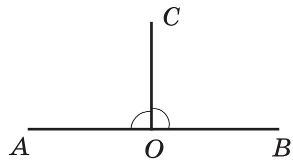
A 91. ábrán az *AOC* és *BOC* szögek derékszögek.



89. ábra



90. ábra



91. ábra

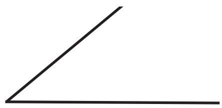
A derékszöget a 92. ábrán látható módon jelöljük.

Azt a szöget, melynek fokmértéke kisebb, mint 90°, hegyesszögnek nevezzük (93. ábra).

Azt a szöget, melynek fokmértéke nagyobb, mint 90°, de kisebb, mint 180°, tompaszögnek nevezzük (94. ábra).

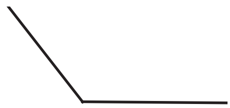
Derékszög

92. ábra



Hegyesszög

93. ábra



Tompaszög

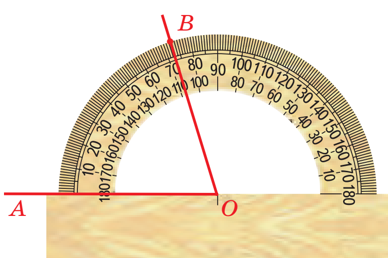
94. ábra

1. PÉLDA. Adott az OA félegyenes. Szerkesszétek meg a BOA szöget, melynek fokmértéke 72°!

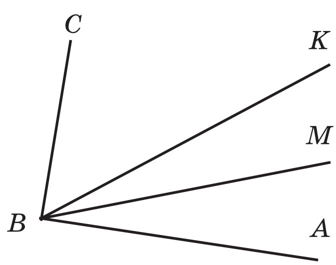
Megoldás. A szögmérő középpontját az O pontra helyezzük úgy, hogy az OA félegyenes a vonalzón legyen. Megkeressük a szögmérőn a 72°-nak megfelelő beosztást. Ennél a beosztásnál megjelöljük a B pontot (95. ábra). Meghúzzuk az OB félegyenest. A BOA lesz a keresett szög. ◀

Ha adott az OA félegyenes és megszerkesztettük a BOA szöget, akkor azt mondjuk, hogy az *OA félegyenesre felmértük a BOA szöget*.

2. PÉLDA. Az ABC szög csúcsából BK és BM félegyeneseket húztak úgy, hogy az $ABK\angle = 48°$, a $CBM\angle = 72°$ (96. ábra). Számítsd ki az ABC szög mértékét, ha $MBK\angle = 16°$!



95. ábra



96. ábra

Megoldás. Az $ABM\angle = ABK\angle - MBK\angle$;
$ABM\angle = 48° - 16° = 32°$;
$ABC\angle = ABM\angle + CBM\angle$;
$ABC\angle = 32° + 72° = 104°$.

Felelet: 104°.

1. Milyen szöget nevezünk egyenesszögnek?
2. Mi a szög mértékegysége?
3. Milyen lesz az egyenesszög fokmértéke?
4. Mit jelent megmérni a szöget?
5. Hogy nevezik azt az eszközt, melyet a szög mérésére alkalmaznak?
6. Mondd el, hogyan használjuk a szögmérőt?
7. Milyen az egyenlő szögek fokmértéke?
8. Két nem egyenlő szög közül melyik lesz a nagyobb?
9. Milyen a szög fokmértékének tulajdonsága?
10. Milyen szöget nevezünk derékszögnek?
11. Milyen szöget nevezünk hegyesszögnek?
12. Milyen szöget nevezünk tompaszögnek?
13. Milyen részekre osztja a szögfelező az egyenesszöget?

Szóban oldd meg!

1. Nevezz meg két olyan számot, melyek közül az egyik:
1) 27-tel nagyobb, mint a másik; 3) a másik hetedrésze;
2) 15-tel kisebb a másiknál; 4) 3-szor nagyobb a másiknál!

2. Az óra 10 percet siet. Jelenleg 10 óra 8 percet mutat. Mennyi az idő valójában?

3. Az óra 7 percet késik. Jelenleg 16 óra 55 percet mutat. Mennyi az idő valójában?

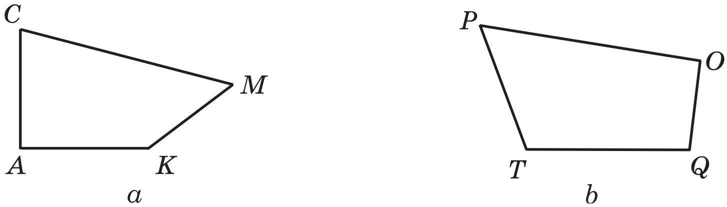
4. Az adott egyenletek közül melyiknek nincs gyöke?
1) $2x = x$; 4) $0x = 6$; 7) $8x = 0$;
2) $0x = 0$; 5) $x \cdot x = x$; 8) $3 - x = 2$;
3) $3 - x = 3$; 6) $x + 6 = 7 + x$; 9) $1 \cdot x = 5$?

5. A 3 km hosszú utca egyik oldalára egymástól 20 m távolságra fákat ültettek. Az első fa az utca elejére, az utolsó pedig a végére került. Hány fát ültettek el az utcában? Mekkora az első és az ötödik fa közötti távolság?

Gyakorlatok

299.° Rajzolj: 1) *EFC* hegyesszöget; 2) *ORT* derékszöget; 3) *D* tompaszöget; 4) *KAP* egyenesszöget!

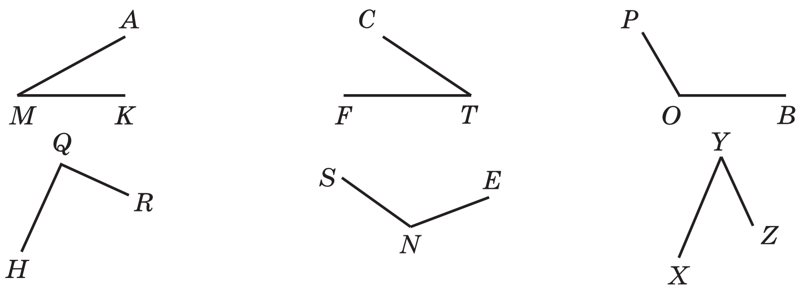
300.° A 97. ábrán keresd meg a hegyes-, tompa- és derékszögeket!



97. ábra

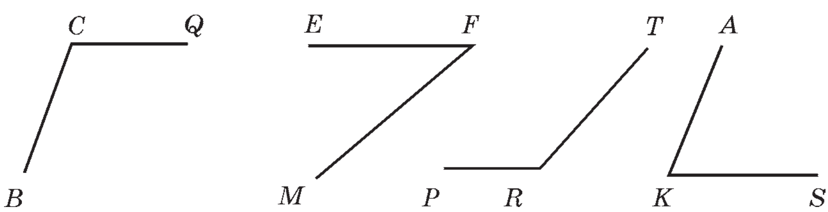
301.° A következő szögek közül melyek lesznek hegyes-, tompa-, derék- és egyenesszögek: $A\angle = 96°$, $B\angle = 84°$, $S\angle = 180°$, $D\angle = 90°$, $R\angle = 162°$, $E\angle = 60°$, $Q\angle = 100°$, $M\angle = 72°$?

302.° Szögmérő segítségével határozd meg a 96. ábrán lévő szögek fokmértékeit! Állapítsd meg a szögek fajtáját!



98. ábra

303.° Szögmérő segítségével határozd meg a 99. ábrán lévő szögek fokmértékeit! Állapítsd meg a szögek fajtáját!

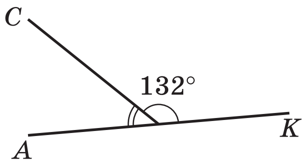


99. ábra

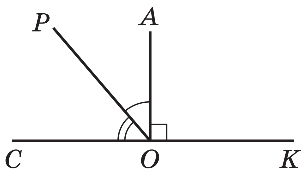
304.° Rajzolj olyan szöget, melynek fokmértéke: 1) 38°; 2) 124°; 3) 92°; 4) 90°; 5) 87°; 6) 54°; 7) 170°; 8) 65°! Állapítsd meg a szögek fajtáját!

305.° Húzz egy félegyenest! Erre a félegyenesre mérd fel azt a szöget, melynek fokmértéke: 1) 40°; 2) 130°; 3) 68°; 4) 164°! Állapítsd meg az így kapott szögek fajtáját!

306.° A 100. ábrán a $CMK\angle = 132°$, és az AMK szög pedig egyenesszög. Számítsd ki az AMC szög fokmértékét!



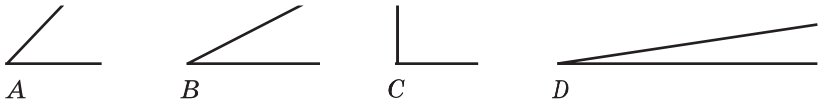
100. ábra



101. ábra

307.° A 101. ábrán az AOK derékszög, a $COP\angle = 54°$, a COK pedig egyenesszög. Számítsd ki az AOP szög fokmértékét!

308.° A 102. ábrán lévő szögek közül melyik a legnagyobb? Melyik a legkisebb?

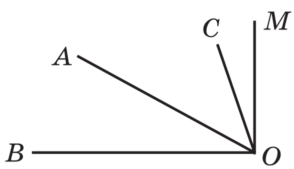


102. ábra

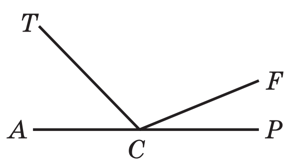
309.• Rajzolj egy CDE szöget, melynek fokmértéke 152°. A DA félegyenessel oszd két részre úgy, hogy $CDA\angle = 98°$. Számítsd ki az ADE szög nagyságát!

310.• Rajzolj egy ABC szöget, melynek fokmértéke 106°. A BD félegyenessel oszd két részre úgy, hogy $ABD\angle = 34°$. Számítsd ki a DBC szög nagyságát!

311.• A BOM derékszög csúcsából (103. ábra) OA és OC félegyeneseket húztak úgy, hogy $BOC\angle = 74°$, $AOM\angle = 62°$. Számítsd ki az AOC szög nagyságát!



103. ábra



104. ábra

312.• Az ACP egyenesszög csúcsából CT és CF félegyeneseket húztak úgy, hogy $ACF\angle = 158°$, $TCP\angle = 134°$. Számítsd ki a TCF szög mértékét!

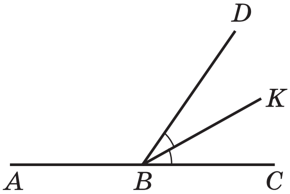
313.• Igaz-e a következő állítás:

1) bármilyen szög, amely kisebb a tompaszögnél, hegyesszög lesz;
2) az egyenesszögnél kisebb szög tompaszög;
3) a tompaszög szögfelezője két hegyesszögre osztja azt;

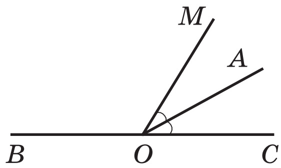
4) két hegyesszög fokmértékének összege nagyobb, mint 90°;
5) a derékszögnél nagyobb szög tompaszög lesz?

314.• Határozd meg az óramutatók közötti szöget a következő időpontokban: 1) 3 órakor; 2) 6 órakor; 3) 4 órakor; 4) 11 órakor; 5) 7 órakor!

315.• A BK félegyenes a CBD szög szögfelezője, $ABK\angle = 146°$ (105. ábra). Számítsd ki a CBD szög nagyságát!



105. ábra



106. ábra

316.• Az OA félegyenes a COM szög szögfelezője, $COM\angle = 54°$ (106. ábra). Számítsd ki az AOB szög nagyságát!

317.• Rajzolj három olyan egyenest, melyek egy pontban metszik egymást. Írd fel az így keletkezett összes egyenesszöget!

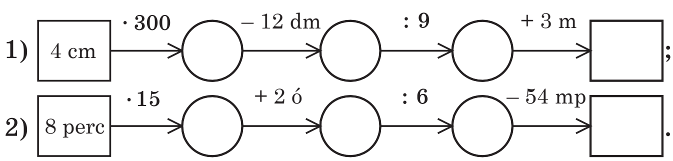
318.* Rajzolj hat olyan egyenest, melyek egy pontban metszik egymást. Igaz-e, hogy az így keletkezett szögek között van olyan szög, melynek fokmértéke kisebb, mint 31°?

319.* Hogyan szerkeszthetünk egy 13°-os szög sablonjával egy 2°-os szöget?

320.* Hogyan szerkeszthetünk egy1°-os szöget, ha a sablon, melyet használhatunk: 1) 19°-os; 2) 7°-os?

Ismétlő gyakorlatok

321. Töltsd ki a műveletláncot:



322. Igaz-e az egyenlőtlenség:

$$(a + 253) \cdot 7 < (9864 - a) : 4, \text{ ha } a = 124?$$

323. Négy pohárba annyi tej fér, mint egy üvegbe. A pohárba és az üvegbe összesen 1 kg 200 g tej fér. Hány gramm tej fér egy pohárba?

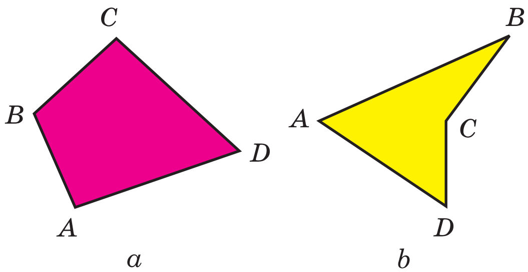
324. A csónak bérleti díja minden megkezdett első órára 16 hrn. Minden további megkezdett óra díja 12 hrivnya lesz. Laci 9 óra 40 perckor kölcsönzött egy csónakot, és ugyanaznap 13 óra 15 perckor visszavitte. Mennyit fizetett Laci a csónak bérléséért?

Bölcs Bagoly feladványa

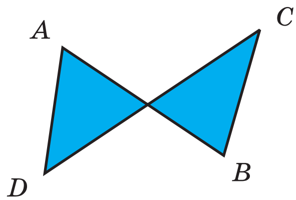
325. Nappal a csiga 3 m-t mászik felfelé, és éjszaka 2 m-t visszacsúszik. Hány nap alatt ér fel egy 20 m-es alagútból ez a csiga?

13. Sokszögek. Egybevágó alakzatok

A 107. és 108. ábrákon három olyan alakzat látható, melyeket egy zárt töröttvonal határol, és mindegyikük négy szakaszból áll: *AB*, *BC*, *CD* és *DA*.



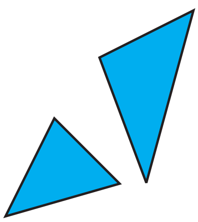
107. ábra



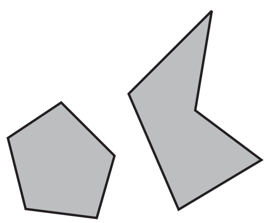
108. ábra

Miben különböznek a 107. és a 108. ábrán lévő alakzatok határai egymástól? A 107. ábrán a töröttvonal elemei (vagy szakaszai) nem metszik egymást.

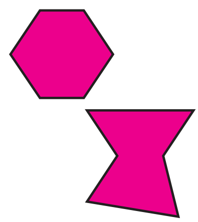
A 107. ábrán látható alakzatokat **négyszög**eknek, a 109. ábrán lévőket **háromszög**eknek, a 110. ábrán lévőket **ötszög**eknek, a 111. ábrán lévőket pedig **hatszög**eknek nevezzük.



109. ábra



110. ábra



111. ábra

Ezen alakzatok mindegyike a **sokszög**. A 108. ábrán látható alakzatok nem lesznek sokszögek.

Minden sokszögnek **csúcsai** és **oldalai** vannak. Így a 107. *a* ábrán az *A*, *B*, *C*, *D* pontok egy négyszög csúcsai, az *AB*, *BC*, *CD, DA* szakaszok a négyszög oldalai lesznek. Az *A*, *B*, *C*, *D* szögek a négyszög **szögei**.

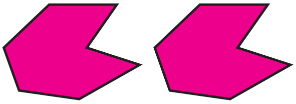
A sokszögeket a csúcsaival nevezzük és jelöljük meg. Ehhez sorba meg kell jelölni vagy nevezni a csúcsait. A sort bárhol kezdhetjük.

A 107. ábrán lévő négyszöget a következőképpen nevezhetjük el: $ABCD$ vagy $BCDA$ vagy $DCBA$ stb.

A sokszög oldalhosszainak összegét a sokszög **kerületé**nek nevezzük.

Két sokszöget egybevágónak mondunk, ha egymásra téve fedik egymást.

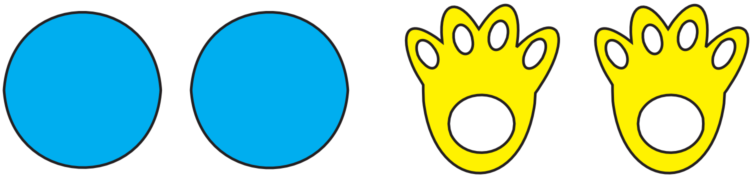
A 112. ábrán két egyenlő hétszög látható.



112. ábra

Két alakzatot egybevágónak mondunk, ha egymásra téve fedik egymást.

A 113. ábrán lévő alakzatok egymásra téve fedik egymást. Ezek az alakzatok egybevágók lesznek.



a *b*

113. ábra

1. Milyen alakzatot határol a zárt töröttvonal?
2. Metszhetik-e egymást a sokszöget határoló töröttvonal élei?
3. Sorold fel a sokszög elemeit!
4. Hogyan nevezik és jelölik a sokszögeket?
5. Mit nevezünk a sokszög kerületének?
6. Milyen sokszögeket nevezünk egybevágóknak?
7. Milyen alakzatokat nevezünk egybevágóknak?

Szóban oldd meg!

1. A 24 és a 18 összegét csökkentsd 33-mal!

2. A 30 és a 14 különbségét növeld 3-szorosára!

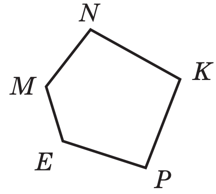
3. A 12 és az 5 szorzatát növeld 19-cel!

4. A 189 és a 9 hányadosát csökkentsd hetedére!

5. Az adott szakaszok között nevezd meg az egyenlőket, ha $AB = 5$ cm 3 mm, $CD = 4$ m 5 cm, $PK = 45$ cm, $EF = 2$ dm 8 mm, $TQ = 53$ mm, $MN = 208$ mm!

Gyakorlatok

326.° Nevezd meg a 114. ábrán lévő ötszög csúcsait és oldalait!



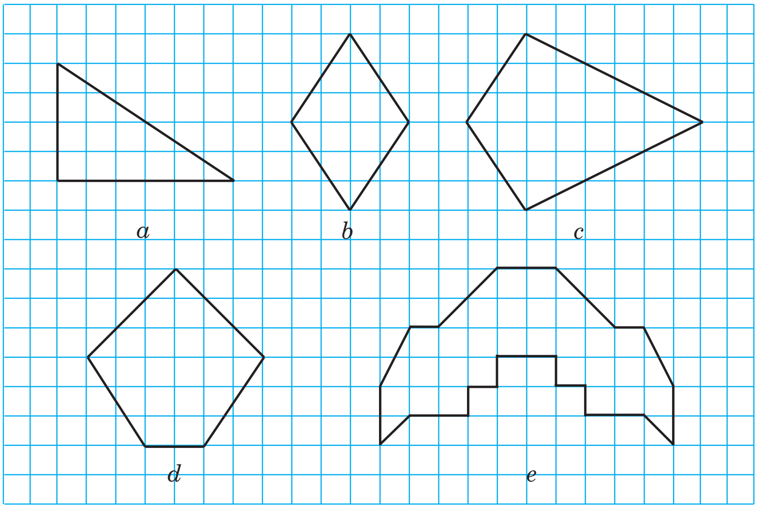
114. ábra

327.° Rajzolj le egy: 1) négyszöget; 2) ötszöget; 3) hatszöget; 4) hétszöget!

328.° Számítsd ki az ötszög kerületét, ha oldalai: 2 cm, 4 cm, 5 cm 5 mm, 6 cm, 7 cm!

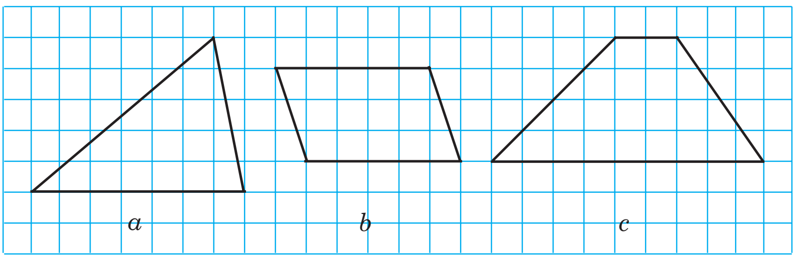
329.° Számítsd ki a hatszög kerületét, ha három oldalának hossza 8 cm, a másik három pedig 10 cm!

330.° Rajzold át a füzetedbe a 115. ábrán látható alakzatokkal egybevágó alakzatokat!



115. ábra

331.° Rajzold át a füzetedbe a 116. ábrán látható alakzatokkal egybevágó alakzatokat!



116. ábra

332.• A négyszög egyik oldala 8 cm, a másik oldala 3-szor hosszabb, a harmadik oldala 7 cm-rel rövidebb a másodiknál és 9 cm-rel hosszabb, mint a negyedik oldala. Számítsd ki a négyszög kerületét!

333.• Az ötszög oldalait sorszámozták. Az első oldala 4 cm, minden következő oldala 2 cm-rel hosszabb az előzőnél. Számítsd ki az ötszög kerületét!

334.* 1) Hány átló[1] húzható: a) az ötszög; b) a kilencszög; c) az n-szög egy csúcsából, ha $n > 3$?

2) Összesen hány átlója van: a) az ötszögnek; b) a kilencszögnek c) az n-szögnek, ha $n > 3$?

335.* Létezik-e olyan sokszög, melynek kerülete 1 000 000 cm, és elfér egy olyan négyzetbe, melynek oldala 1 cm?

Ismétlő gyakorlatok

336. Hasonlítsd össze:

1) 3986 g és 4 kg;
2) 6 m és 712 cm;
3) 60 cm és 602 mm;
4) 999 kg és 10 q!

337. Végezd el az összeadást a legcélszerűbb módon:

1) $(636 + 927) + 364$;
2) $(425 + 798) + 675$;
3) $212 + 493 + 788 + 807$;
4) $161 + 455 + 839 + 945$!

338. Adott, hogy $ABC\angle = 74°$, a BD félegyenes pedig a szögfelezője. Számítsd ki a DBC szög mértékét!

339. A Krími-hegység legmagasabb csúcsa az 1545 m magas Roman-Kos. Ez 477 m-rel alacsonyabb a feketehegyi Pip Ivan csúcsnál, ami viszont 86 m-rel magasabb a máramarosi Pip Ivannál. Mekkora a magassága Ukrajna legmagasabb hegyének, a Hoverlának, ha az 125 m-rel magasabb a máramarosi Pip Ivan csúcsnál?

[1] A sokszög nem szomszédos csúcsait összekötő szakaszt *átló*nak nevezzük.

Bölcs Bagoly feladványa

340. Az egyenlő tömegű citromokat darabra árusítják. Mindegyik tömege grammban kifejezve természetes szám. Kettőnél többet vásároltak, de 7-nél kevesebbet. A vásárlás össztömege 850 gramm volt. Mennyit nyom egy citrom?

14. A háromszög és fajtái

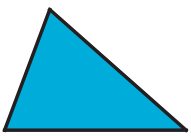
Az összes sokszög közül a **háromszög**nek van a legkevesebb oldala.

A háromszögeket a szögeik szerint osztályozhatjuk.

Ha a háromszög minden szöge hegyesszög, akkor azt hegyesszögű háromszögnek nevezzük (117. ábra).

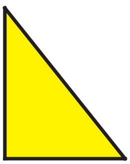
Ha a háromszög szögei közül az egyik derékszögű, akkor azt derékszögű háromszögnek nevezzük (118. ábra).

Ha a háromszög szögei közül az egyik tompaszög, azt tompaszögű háromszögnek nevezzük (119. ábra).



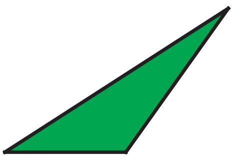
Hegyesszögű háromszög

117. ábra



Derékszögű háromszög

118. ábra

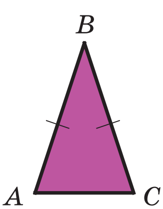


Tompaszögű háromszög

119. ábra

Fentebb a háromszögeket szögeik szerint *osztályoztuk*!

A háromszögeket nem csupán a szögei, de az egyenlő oldalak száma alapján is *osztályozhatjuk*.



120. ábra

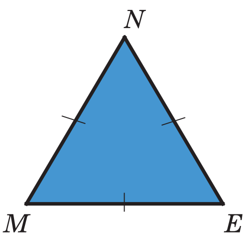
Ha a háromszög két oldala egymással egyenlő, akkor az ilyen háromszöget egyenlő szárú háromszögnek nevezzük.

A 120. ábrán az ABC egyenlő szárú háromszög látható, melyben $AB = BC$. Az ábrán az AB és BC egyenlő oldalakat egyenlő számú vonalkákkal jelöljük. Az AB és BC egyenlő oldalakat **szárak**nak, az AC oldalt pedig az ABC egyenlő szárú háromszög **alapjá**nak nevezzük.

Ha a háromszög három oldala egyenlő egymással, akkor az ilyen háromszöget egyenlő oldalú háromszögnek nevezzük.

A 121. ábrán lévő háromszög egyenlő oldalú, mert $MN = NE = EM$.

Ha a háromszög minden oldala egyenlő, akkor azt egyenlő oldalú háromszögnek nevezzük.



121. ábra

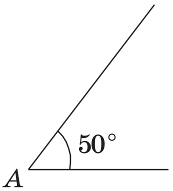
A 117–119. ábrán lévő alakzatok különböző oldalú háromszögek.

Ha az egyenlő oldalú háromszög oldala a-val egyenlő, akkor a P kerülete a következő képlettel számítható ki:

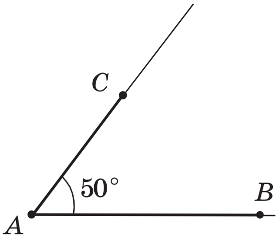
$$\boldsymbol{P = 3a}$$

1. PÉLDA. Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz egy háromszöget, melynek két oldala 3 cm és 2 cm, a köztük lévő szöge pedig 50°!

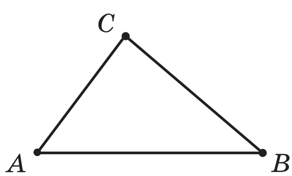
Megoldás. A szögmérő segítségével egy 50°-os A szöget szerkesztünk (122. ábra). Ezután vonalzó segítségével a csúcsból kiindulva az oldalakon egy 3 cm hosszúságú AB, és egy 2 cm hosszúságú AC szakaszt jelölünk meg (123. ábra). Ha összekötjük a B és C pontokat, megkapjuk a keresett háromszöget (124. ábra). ◀



122. ábra



123. ábra



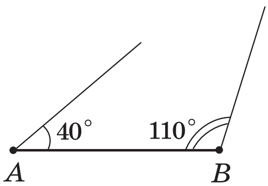
124. ábra

2. PÉLDA. Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz egy ABC háromszöget, melynek AB oldala 3 cm, a CAB és CBA szöge pedig megfelelően 40° és 110°-os!

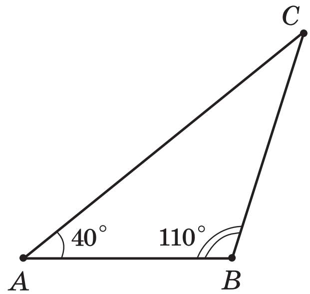
Megoldás. Először vonalzó segítségével megrajzoljuk a 3 cm hosszú AB szakaszt (125. ábra). Az AB félegyenesen az A pontból kiindulva megszerkesztjük a 40°-os szöget. A BA félegyenesen pedig – ugyanazon irányba, mint az AB egyenesen – a B pontból kiindulva

125. ábra

megszerkesztjük a 110°-os szöget (126. ábra). Az A és B szög szárainak metszéspontja adja a C pontot, s így megkapjuk a keresett háromszöget (127. ábra). ◀



126. ábra



127. ábra

?

1. Szögei alapján hogyan osztályozzuk a háromszögeket?
2. Milyen háromszöget nevezünk hegyesszögűnek? Derékszögűnek? Tompaszögűnek?
3. Az egyenlő oldalai számától függően, hogyan osztályozzuk a háromszögeket?
4. Milyen háromszöget nevezünk egyenlő szárúnak? Egyenlő oldalúnak? Különböző oldalúnak?
5. Hogy nevezzük az egyenlő szárú háromszög oldalait?
6. Milyen képlettel számítható ki az egyenlő oldalú háromszög kerülete?

Szóban oldd meg!

1. Mivel egyenlő annak a nyolcszögnek a kerülete, melynek minden oldala 4 cm?
2. Számítsd ki az összeget: $27 + 16 + 33 + 24$!
3. Melyik szám hiányzik a következő műveletláncból?

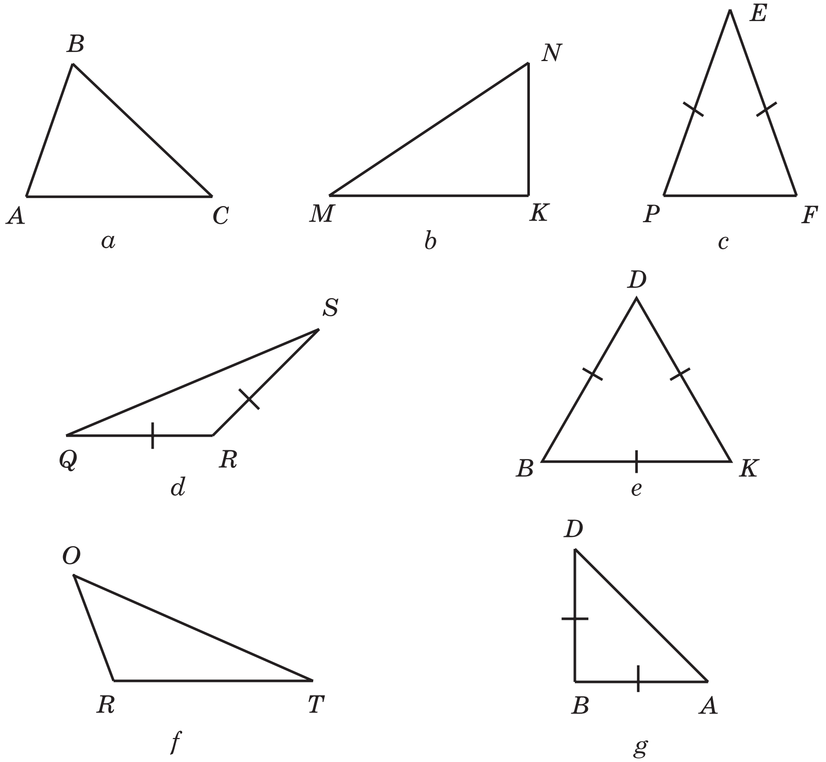
$$\boxed{23} \xrightarrow{+\,\_\_} 41 \xrightarrow{+49} \bigcirc \xrightarrow{-\,\_\_} \bigcirc \xrightarrow{-\,22} \boxed{75}$$

4. Három bokorban 15 szál rózsa virított. Miután az egyik bokorban még három szál kinyílt, a rózsaszálak száma mindegyikben egyenlő lett. Hány rózsaszál volt eredetileg mindegyik bokorban?

Gyakorlatok

341.° Állapítsd meg a 128. ábrán látható háromszögek fajtáját szögeik és egyenlő oldalaik alapján!

342.° Rajzolj:
1) egy különböző oldalú hegyesszögű háromszöget;
2) egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget;
3) egy egyenlő szárú tompaszögű háromszöget!



128. ábra

343.° Rajzolj:

1) egy különböző oldalú derékszögű háromszöget;
2) egy különböző oldalú tompaszögű háromszöget;
3) egy egyenlő szárú hegyesszögű háromszöget!

344.° Határozd meg a háromszög kerületét, ha oldalai: 16 cm, 22 cm és 28 cm!

345.° Határozd meg a háromszög kerületét, ha oldalai: 14 cm, 17 cm és 17 cm!

346.° Rajzolj egy tetszőleges háromszöget! Mérd meg az oldalait és a szögeit, majd számítsd ki a kerületét és a szögeinek összegét!

347.• A háromszög egyik oldala 24 cm, a másik oldala 18 cm-rel nagyobb, a harmadik oldala pedig fele a másodiknak. Határozd meg a háromszög kerületét!

348.• A háromszög egyik oldala 12 cm, a másik oldala ennél 3-szor nagyobb, a harmadik oldala pedig 8 cm-rel kisebb, mint a második. Határozd meg a háromszög kerületét!

349.• 1) Határozd meg az egyenlő szárú háromszög kerületét, ha az alapja 13 cm, a szára pedig 8 cm!

2) Az egyenlő szárú háromszög kerülete 39 cm, az alapja pedig 15 cm. Számítsd ki a háromszög szárainak hosszát!

350.• Az egyenlő szárú háromszög kerülete 28 cm, a szára 10 cm. Számítsd ki a háromszög alapjának hosszát!

351.• A háromszög kerülete p cm, az egyik oldala 22 cm, a másik pedig b cm. Állíts össze kifejezést a harmadik oldalának meghatározására! Számítsd ki a harmadik oldal hosszát, ha $p = 72$, $b = 26$!

352.• A háromszög kerülete 97 cm, az egyik oldala a cm, a másik pedig b cm. Állíts össze kifejezést a harmadik oldalának meghatározására! Számítsd ki a harmadik oldal hosszát, ha $a = 32$, $b = 26$!

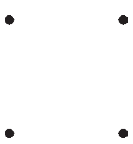
353.• Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz háromszöget, és állapítsd meg fajtájukat, ha:

1) két oldala 3 cm és 6 cm, az általuk bezárt szög pedig 40°;
2) két oldala 2 cm 5 mm és 5 cm, az általuk bezárt szög pedig 130°;
3) két oldala egyenként 3 cm 5 mm, az általuk bezárt szög pedig 54°;
4) egyik oldala 4 cm, a rajta fekvő szögei pedig 30° és 70°;
5) egyik oldala 2 cm 5 mm, a rajta fekvő szögei pedig 100° és 20°;
6) egyik oldala 5 cm, a rajta fekvő szögei pedig 30° és 60°;
7) egyik oldala 5 cm 5 mm, a rajta fekvő szögei pedig 45°-osak;
8) egyik oldala 5 cm 5 mm, a rajta fekvő szögei pedig 60°-osak!

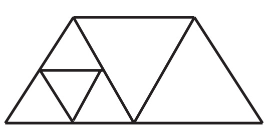
354.• Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz háromszöget, és állapítsd meg fajtájukat, ha:

1) két oldala 3 cm és 4 cm, az általuk bezárt szög pedig 90°;
2) két oldala 4 cm 5 mm, az általuk bezárt szög pedig 60°;
3) egyik oldala 6 cm, a rajta fekvő szögei pedig 90° és 45°;
4) egyik oldala 4 cm 5 mm, a rajta fekvő szögei pedig 35°-osak!

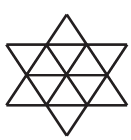
355.•• Szerkessz olyan háromszöget, melynek oldalai a 129. ábrán lévő 4 pontot tartalmazzák!



129. ábra



130. ábra

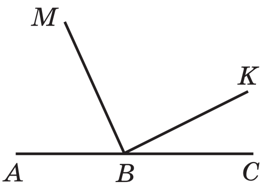


131. ábra

356.•• Hány háromszöget látsz a 130. ábrán?

357.•• Hány háromszöget látsz a 131. ábrán?

Ismétlő gyakorlatok



132. ábra

358. Írd fel a 132. ábrán található összes szöget, és állapítsd meg mindegyik fajtáját!

359. Misi a matematika házi feladatát 16 óra 48 perckor kezdte és 17 óra 16 perckor fejezte be. Sanyi 17 óra 53 perckor kezdte és 18 óra 20 perckor készült el vele. Melyik fiú készítette el a feladatát hosszabb idő alatt és hány perccel?

360. Oldd meg az egyenleteket:

1) $429 + m = 2106$;
2) $348 - k = 154$;
3) $(m + 326) - 569 = 674$;
4) $5084 - (k - 299) = 568$!

361. Helyettesítsd a csillagokat a megfelelő számmal, hogy a művelet igaz legyen!

1) $\begin{array}{r} * \, 4 \, 7 \, * \, 8 \\ + \quad 2 \, * \, * \, 3 \, * \\ \hline 1 \, 0 \, 0 \, 0 \, 0 \, 0 \end{array}$

2) $\begin{array}{r} 1 \, * \, * \, * \, * \, 0 \\ - \quad 4 \, 5 \, 6 \, 7 \, * \\ \hline 5 \, 5 \, 5 \, 5 \, 5 \end{array}$

Bölcs Bagoly feladványa

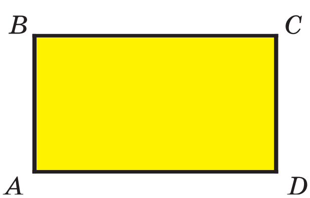
362. A gimnázium minden diákja két idegen nyelv közül legalább egyet tanul. Angol nyelvet 328-an, franciát 246-an, egyidejűleg angolt is és franciát is 109-en tanulnak. Hány diák tanul összesen a gimnáziumban?

15. Téglalap

Ha a négyszög mindegyik szöge derékszög, akkor az ilyen négyszöget téglalapnak nevezzük.

A 133. ábrán az *ABCD* négyszög látható.

Az *AB* és *BC* oldalnak közös a *B* csúcsa. Ezeket az oldalakat az *ABCD* téglalap **szomszédos** oldalainak nevezzük. Szintén szomszédos oldalai lesznek a *BC* és *CD* oldalak is.



133. ábra

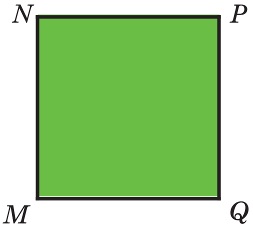
A szomszédos oldalait a téglalap **hosszá**nak és **szélességé**nek nevezzük.

Az *AB* és *CD* oldalaknak nincs közös csúcsa. Ezeket az *ABCD* téglalap **szemközti** oldalainak nevezzük. A *BC* és *AD* oldalai szintén szemközti oldalak lesznek.

A téglalap szemközti oldalai egyenlők.

A 133. ábrán $AB = CD$, $BC = AD$.

Ha a téglalap szomszédos oldalait a-*val* és b-vel jelöljük, akkor a P kerületét a már ismert képlettel számítjuk ki:



134. ábra

$$\boldsymbol{P = 2a + 2b}$$

Azt a téglalapot, melynek minden oldala egyenlő, négyzetnek nevezzük (134. ábra).

Ha a négyzet oldalát a-val jelöljük, akkor annak P kerületét a következő képlettel számítjuk ki:

$$\boldsymbol{P = 4a}$$

1. Milyen négyszöget nevezünk téglalapnak?
2. A téglalap milyen oldalait nevezzük szomszédosoknak? Szemköztieknek?
3. Mit nevezünk a téglalap hosszának és szélességének?
4. Milyen tulajdonsággal rendelkeznek a téglalap szemközti oldalai?
5. Milyen alakzatot nevezünk négyzetnek?
6. Milyen képlettel számítható ki a téglalap kerülete?
7. Milyen képlettel számítható ki a négyzet kerülete?

Szóban oldd meg!

1. Az egyik összeadandót 19-cel növeltük. Hogyan kell megváltoztatni a másik összeadandót, hogy az összeg ne változzon?
2. A kivonandót 47-tel csökkentették. Hogyan kell megváltoztatni a kisebbítendőt, hogy a különbség ne változzon?
3. A kisebbítendőt 26-tal növelték. Hogyan kell megváltoztatni a kivonandót, hogy a különbség ne változzon?
4. A háromszög minden oldala 12 cm. Hogy nevezzük az ilyen háromszöget? Mivel egyenlő a háromszög kerülete?
5. Az egyenlő szárú háromszög kerülete 32 cm, az egyik oldala 12 cm. Határozd meg a másik két oldalának hosszát! Hány megoldása van a feladatnak?
6. Határozd meg az egyenlő oldalú háromszög oldalát, ha az a kerületénél 10 cm-rel kisebb!
7. Az $y = x \cdot x + 12$ képlettel számítsd ki az y értékét, ha: 1) $x = 1$; 2) $x = 10$!

Gyakorlatok

363.° Rajzolj egy olyan: 1) téglalapot, melynek oldalai 4 cm és 2 cm; 2) négyzetet, melynek oldala 3 cm!

364.° Rajzolj egy olyan téglalapot, melynek oldalai 25 mm és 35 mm!

365.° Számítsd ki a kerületét annak:
1) a téglalapnak, melynek oldalai 42 cm és 23 cm;
2) a négyzetnek, melynek oldala 8 dm!

366.° Határozd meg a téglalap kerületét, ha oldalai 13 mm és 17 mm!

367.° A téglalap egyik oldala 14 cm, ami 5 cm-rel nagyobb a másik oldalánál. Határozd meg a téglalap kerületét!

368.• A téglalap kerülete 34 cm, az egyik oldala pedig 12 cm. Határozd meg a téglalap szomszédos oldalát!

369.• A téglalap egyik oldala 8 cm, a szomszédos oldal pedig 4-szer hosszabb. Határozd meg a téglalap kerületét!

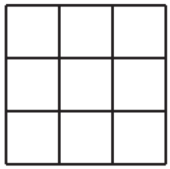
370.• A 12 cm oldalhosszúságú négyzetnek, és egy téglalapnak a kerülete azonos. Add meg a téglalap másik oldalának hosszát, ha az egyik oldala 8 cm!

371.• A téglalap kerülete, melynek oldalai 42 cm és 14 cm ugyanakkora, mint a négyzet kerülete. Add meg a négyzet oldalának hosszát!

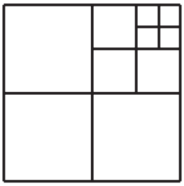
372.• A téglalap alakú park szomszédos oldalai 460 m és 240 m. A parkot kerítés veszi körül. A kerítéstől 2 m-re futópályát hoztak létre, amely szintén téglalap alakú. Az egészséges életmódot követő Péter minden reggel az iskola előtt kétszer körbefutja ezen a pályán a parkot. Mekkora távolságot tesz meg reggelenként Péter?

373.• A sportteremben különböző színű vonalakkal ki kell jelölni a téglalap alakú kosárlabda- és röplabdapályákat. A kosárlabdapálya oldalai 26 m és 14 m, a röplabdapályáé pedig 18 m és 9 m. 1 m vonal felfestéséhez 50 g festék szükséges. Mennyi festék kell ahhoz, hogy mindkét sportpályát kijelöljék?

374.•• Hány négyzet látható a 135. ábrán?



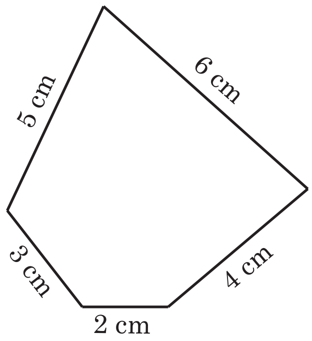
135. ábra



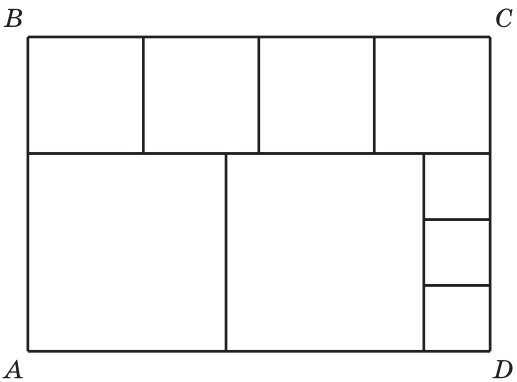
136. ábra

375.•• Hány négyzet látható a 136. ábrán?

376.•• Egy darab drótból egy ötszög modelljét mintázták meg (137. ábra). A felsorolt alakzatok közül melyiket készíthetjük el ebből a drótból (az oldalak hossza természetes szám, és centiméterekben mérünk): 1) négyzet; 2) ötszög, melynek minden oldala egyenlő; 3) egyenlő oldalú háromszög?



137. ábra



138. ábra

377.•• Az *ABCD* téglalapot a 138. ábra szerint négyzetekre vágták szét. A legkisebb négyzet oldala 4 cm. Határozd meg az *ABCD* téglalap oldalait!

378.•• Rajzolj egy olyan téglalapot, melynek szomszédos oldalai 3 cm és 6 cm. Oszd fel három egyenlő téglalapra. Számítsd ki mindegyik így keletkezett téglalap kerületét. Hány megoldása van a feladatnak?

379.•• A 12 cm kerületű téglalapok között lesz-e olyan, melyet két egyenlő négyzetre lehet felosztani? Igenlő válasz esetén készítsd el a rajzot, és számítsd ki mindegyik négyzet kerületét!

380.•• Hogyan lehet szétvágni egy négyzetet négy egyenlő részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni két négyzetet?

381.•• Hogyan lehet szétvágni egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget négy egyenlő részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy négyzetet?

382.* Hogyan lehet szétvágni egy 8 cm és 4 cm oldalú téglalapot négy egyenlő részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy négyzetet?

383.* Hogyan lehet szétvágni egy négyzetet egy háromszögre és egy négyzetre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy háromszöget?

384.* Hogyan lehet egy 6 cm oldalhosszúságú négyzetet két részre szétvágni egy három szakaszból álló töröttvonal mentén, hogy a kapott részekből egy téglalapot kapjunk?

Ismétlő gyakorlatok

385. Rajzolj egy *MK* egyenest, *PS* félegyenest és *AB* szakaszt úgy, hogy a *PS* félegyenes metssze az *AB* szakaszt és az *MK* egyenest, azonban az *MK* egyenes ne metssze az *AB* szakaszt!

386. A boltban citromot, narancsot és mandarint árulnak, össztömegük 740 kg. Ha eladnának 55 kg citromot, 36 kg narancsot és 34 kg mandarint, akkor a citrom, a narancs és a mandarin maradék tömegei egyenlők lennének egymással. Hány kg gyümölcs van a boltban mindegyik fajtából?

387. A Pethő család városi házától vagy autóbusszal, vagy vonattal, vagy iránytaxival lehet eljutni a vidéki nyaralójukba. A táblázat azt az időt tartalmazza, amely szükséges az adott útszakasz megtételéhez. Milyen lesz az a legkisebb időszak, ami alatt a Pethő család a nyaralóhoz ér? Melyik közlekedési eszközt kell ehhez használniuk?

Közlekedési eszköz	A háztól az adott közlekedési eszköz megállójáig tartó időszak	A közlekedési eszközön töltött időszak	A közlekedési eszköz megállójától a nyaralóig tartó időszak
Autóbusz	10 perc	1 ó 15 perc	5 perc
Vonat	8 perc	56 perc	10 perc
Iránytaxi	7 perc	1 ó 5 perc	8 perc

388. Határozd meg az egyenlet gyökeinek összegét:
1) $(x-18)-73=39$ és $24+(y-52)=81$;
2) $(65-x)+14=51$ és $(y+16)+37=284$!

Bölcs Bagoly feladványa

389. Hogyan lehet egy ötliteres korsó és egy háromliteres kanna segítségével 4 liter vizet kimérni?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 2. SZ. TESZTFELADAT

1. Mivel egyenlő $738\ 621-239\ 507$?
A) 499 114 B) 498 104 C) 489 014 D) 488 124

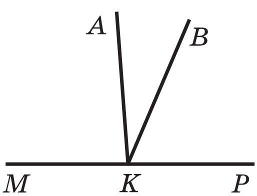
2. Mivel egyenlő 2 ó 36 perc + 6 ó 48 perc?
A) 9 ó 34 perc C) 9 ó 24 perc
B) 8 ó 14 perc D) 8 ó 24 perc

3. Milyen egyenlőséggel lehet felírni, hogy az m szám 18-cal kisebb, mint az n szám?
A) $m-n=19$ C) $m+n=18$
B) $n-m=18$ D) $m=n+18$

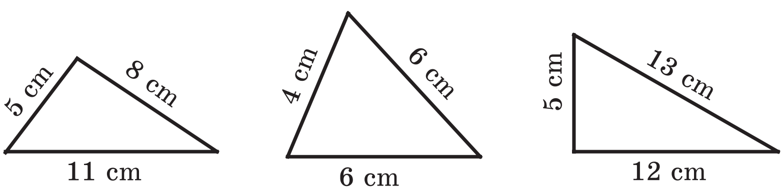
4. Mivel egyenlő az $(x-63)+105=175$ egyenlet gyöke?
A) 133 B) 7 C) 343 D) 217

5. Nevezd meg az igaz állítást!
A) a hegyesszögnél nagyobb szög tompaszög lesz
B) a tompaszögnél kisebb szög derékszög lesz
C) bármilyen hegyesszög kisebb a tompaszögnél
D) a derékszögnél nagyobb szög egyenesszög lesz

6. A rajzon látható MKP szög csúcsából KA és KB félegyeneseket húztak úgy, hogy $MKB\angle=115°$, $AKP\angle=94°$. Számítsd ki az AKB szög fokmértékét!
A) 21° B) 27° C) 29° D) 32°



7. Határozd meg az egyenlőszárú háromszög kerületét!



A) 24 cm B) 16 cm C) 30 cm D) 20 cm

8. A téglalap egyik oldala 8 cm, a szomszédos oldala pedig 7 cm-rel hosszabb. Mekkora a téglalap kerülete?

A) 15 cm B) 30 cm C) 23 cm D) 46 cm

9. A házi feladat elkészítéséhez a tanuló 2 ó 15 percet használt el. Miközben az ukrán és matematika feladatokra 40 percet, a történelemre pedig 25 percet fordított, a maradék időt az angol feladat elkészítésével töltötte el. Mennyi időt fordított az angol házi feladat elvégzésére?

A) 40 perc B) 35 perc C) 25 perc D) 30 perc

10. Egy négyzet és egy téglalap kerületei egyenlők. A négyzet oldala 12 cm, a téglalap egyik oldala pedig 10 cm. Mivel egyenlő a téglalap ismeretlen oldalának hossza?

A) 8 cm B) 26 cm C) 2 cm D) 14 cm

11. Az a mely értékénél igaz a következő egyenlőség: $a + a = a - a$?

A) az a bármely értékénél C) ha $a = 0$

B) nincs ilyen értéke az a-nak D) ha $a = 1$

12. Egy 30 fős osztály múzeumi kiránduláson vett részt. Egy tanuló belépőjegye a hrivnyába került, emellett az idegenvezető munkadíja 50 hrivnya. Nevezd meg azt a képletet, amely a kirándulás b összköltségét határozza meg!

A) $b = a + 50$ C) $b = 30\,(a + 50)$

B) $b = 30a + 50$ D) $b = 50a + 30$

A 2. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

Az összeadás tulajdonságai

Felcserélhetőségi tulajdonság: $a + b = b + a$

Csoportosítási tulajdonság: $(a + b) + c = a + (b + c)$

Az egyenlet gyöke

Az egyenlet gyökének azt a számot nevezzük, melyet a változó helyére behelyettesítve az egyenlet igaz számegyenlőséggé alakul át.

Az egyenlet megoldása

Az egyenletet megoldani annyit jelent, mint meghatározni az összes gyökét, vagy meggyőződni arról, hogy egyáltalán nincs gyöke.

Szög

Szögnek nevezzük azt az alakzatot, amelyet két, közös kezdőpontú félegyenes alkot.

Egyenlő alakzatok

Két alakzatot egybevágónak mondunk, ha egymásra téve fedik egymást.

Szögfelező

Azt a félegyenest, amely a szöget két egyenlő szögre osztja, szögfelezőnek nevezzük.

Szög mértékének tulajdonsága

Ha az ABC szög szárai között egy BD félegyenest húzunk, akkor az ABC szög fokmértéke egyenlő lesz az ABD és DBC szögek fokmértékeinek összegével, vagyis $ABC\angle = ABD\angle + DBC\angle$.

Egyenesszög

Azt a szöget, melynek szárai egyenest alkotnak, egyenesszögnek nevezzük. Az egyenesszög fokmértéke 180°.

Derékszög

Azt a szöget, melynek fokmértéke 90°, derékszögnek nevezzük.

Hegyesszög

Azt a szöget, melynek fokmértéke kisebb, mint 90°, hegyesszögnek nevezzük.

Tompaszög

Azt a szöget, melynek fokmértéke nagyobb, mint 90°, de kisebb, mint 180°, tompaszögnek nevezzük.

Hegyesszögű háromszög

Ha a háromszög minden szöge hegyesszög, akkor az ilyen háromszöget hegyesszögű háromszögnek nevezzük.

Derékszögű háromszög

Ha a háromszög egyik szöge derékszög, akkor az ilyen háromszöget derékszögű háromszögnek nevezzük.

Tompaszögű háromszög

Ha a háromszög egyik szöge tompaszög, akkor az ilyen háromszöget tompaszögű háromszögnek nevezzük.

Egyenlő szárú háromszög

Ha a háromszög két oldala egyenlő, akkor az ilyen háromszöget egyenlő szárú háromszögnek nevezzük.

Egyenlő oldalú háromszög

Ha a háromszög három oldala egyenlő, akkor az ilyen háromszöget egyenlő oldalú háromszögnek nevezzük.

Különböző oldalú háromszög

Ha a háromszög három oldalának hossza különböző, akkor azt különböző oldalú háromszögnek nevezzük.

Téglalap

Ha a négyszög minden szöge derékszög, akkor azt téglalapnak nevezzük.

A téglalap tulajdonsága

A téglalap szemközti oldalai egyenlők.

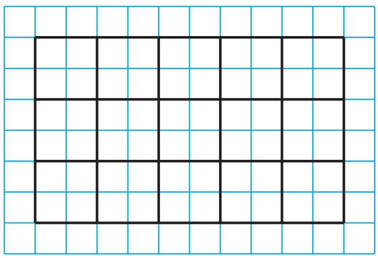
Négyzet

Azt a téglalapot, melynek minden oldala egyenlő, négyzetnek nevezzük.

3. §. TERMÉSZETES SZÁMOK SZORZÁSA ÉS OSZTÁSA

16. Szorzás. A szorzás felcserélhetőségi tulajdonsága

Egy négyzetrácsos lapra rajzolunk egy olyan téglalapot, melynek oldalai 5 cm és 3 cm. Ezt felosztjuk 1 cm-es oldalú négyzetekre (139. ábra). Hogyan számoljuk össze az így keletkezett négyzetek számát?



139. ábra

Például így is gondolkodhatunk. A téglalapot három sorra osztottuk fel, melyek mindegyikében 5 négyzet lesz. Ezért a keresett szám $5 + 5 + 5 = 15$. Az egyenlőség bal oldalán egyenlő összeadandók összege van. Mint ahogy már tudjátok, ezt az összeget rövidebben így írhatjuk le: $5 \cdot 3 = 15$. Tehát $5 \cdot 3 = 15$.

Az $a \cdot b = c$ egyenlőségben az a-t **szorzandó**nak[1], a b-t **szorzó**nak, a c számot és az $a \cdot c$ kifejezést pedig **szorzat**nak nevezzük.

Fel lehet írni, hogy $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$.

Hasonlóan:

$$3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3;$$
$$7 \cdot 4 = 7 + 7 + 7 + 7;$$
$$1 \cdot 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1;$$
$$0 \cdot 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0.$$

Betűk segítségével így is felírhatjuk:

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{b \text{ db összeadandó}}.$$

Az a és b szorzatának azt a számot nevezzük, amelyet az az összeg ad, amelyben az a szám b-szer szerepel összeadandóként.

És ha $b = 1$? Ekkor egy olyan összeadást kell megvizsgálni, amely egy összeadandóból áll, amely a matematikában nem szokásos. Ezért megállapodtak, hogy

[1] A szorzandót és a szorzót mondjuk még tényezőnek is.

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot 1 = a}}$$

Ha $b = 0$, akkor úgy tekintjük, hogy

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot 0 = 0}}$$

Nevezetesen

$$\boxed{\mathbf{0 \cdot 0 = 0}}$$

Vizsgáljuk meg a következő szorzatokat: $1 \cdot a$ és $0 \cdot a$, ahol az a természetes szám, mely nem egyenlő 1-gyel.

Ezt kapjuk: $1 \cdot a = \underbrace{1 + 1 + 1 + \ldots + 1}_{a \text{ db összeadandó}} = a,$

$$0 \cdot a = \underbrace{0 + 0 + 0 + \ldots + 0}_{a \text{ db összeadandó}} = 0.$$

Most már egy ilyen következtetést is levonhatunk:

Ha az egyik tényező* 1*-gyel egyenlő, akkor a szorzat a másik tényezővel lesz egyenlő:

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot 1 = 1 \cdot a = a}}$$

Ha az egyik tényező* 0*-val egyenlő, akkor a szorzat nullával lesz egyenlő:

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0}}$$

Két, nullától különböző szám szorzata nem lehet nulla.

Ha a szorzat nullával egyenlő, akkor legalább az egyik tényező nullával egyenlő.

A 139. ábrán lévő négyzetek számát így számítottuk ki: $5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 = 15$. Ezt a számítást más módszerrel is el lehet végezni. A téglalapot 5 oszlopra osztjuk, így mindegyikben három négyzet lesz. Ezért a keresett szám egyenlő lesz:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 5 = 15.$$

A 139. ábrán lévő négyzetek megszámolásának két módszere a **szorzás felcserélhetőségi tulajdonságát** illusztrálja:

a tényezők felcserélésével a szorzat nem változik.

Ezt a tulajdonságot betűkifejezéssel így írhatjuk át:

$$\boxed{\boldsymbol{ab = ba}}$$

Az elmúlt tanévben már megtanultad írásban (oszlopban) elvégezni a többjegyű számok szorzását kétjegyűvel. Hasonlóképpen lehet összeszorozni két tetszőleges többjegyű számot.

Például:

$$\begin{array}{r} 4563 \\ \times\ \ 287 \\ \hline 31941 \\ +\ 36504 \\ +\ 9126 \\ \hline 1309581 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9647 \\ \times\ \ 306 \\ \hline 57882 \\ +\ 28941 \\ \hline 2951982 \end{array}$$

Ez a módszer azért kényelmes, mert ezzel csak egyjegyű számokkal kell szóban elvégezni a szorzásokat.

Nézzünk néhány olyan feladatot, melyben szorzást alkalmazzuk.

1. PÉLDA. A kertben meggyfák, almafák és körtefák nőnek. A meggyfák száma 24, ami hatoda az almafák számának, és 18-cal kevesebb, mint a körtefák száma. Hány fa van összesen ebben a gyümölcsösben?

Megoldás. 1) $24 \cdot 6 = 144$ (fa) – az almafák száma.

2) $24 + 18 = 42$ (fa) – a körtefák száma.

3) $24 + 144 + 42 = 210$ (fa) nő a kertben.

Felelet: 210 fa. ◀

2. PÉLDA. Az egyik városból ugyanabba az irányba egyidejűleg elindult egy teherautó, melynek sebessége 48 km/ó és egy személygépkocsi, melynek sebessége 64 km/ó. Mekkora a távolság köztük az indulástól számított 3 óra múlva?

Megoldás. 1) $64 - 48 = 16$ (km) – ennyivel növekszik óránként a távolság köztük.

2) $16 \cdot 3 = 48$ (km) – három óra múlva ennyi lesz a távolság a gépkocsik között.

Felelet: 48 km. ◀

3. PÉLDA. A egyik faluból egyidejűleg elindult egymással szemben egy lovas, melynek sebessége 14 km/ó volt és egy gyalogos 4 km/ó-s sebességgel. Mekkora a távolság köztük az indulástól számított 4 óra múlva?

Megoldás. 1) $14 + 4 = 18$ (km) – ennyivel növekszik a lovas és a gyalogos között a távolság óránként.

2) $18 \cdot 4 = 72$ (km) – a lovas és a gyalogos közötti távolság 4 óra múlva.

Felelet: 72 km. ◀

4. PÉLDA. Két kikötőből egyidejűleg elindult egymás felé két csónak, melyek 5 óra múlva találkoztak. Az egyik csónak 28 km/ó sebességgel haladt, a másik pedig 36 km/ó-val. Határozd meg a kikötők közötti távolságot!

Megoldás. 1) $28 + 36 = 64$ (km) – óránként ennyivel csökkent a távolság a csónakok között.

2) $64 \cdot 5 = 320$ (km) – a kikötők közötti távolság.

Felelet: 320 km. ◀

?

1. Mit nevezünk az a szám és az egytől különböző természetes b szám szorzatának?
2. Az $a \cdot b = c$ egyenlőségben hogy nevezzük az a számot? A b számot? A c számot? Az $a \cdot b$ kifejezést?
3. Mivel egyenlő két szám szorzata, ha az egyik tényező 1?
4. Mivel egyenlő két szám szorzata, ha az egyik tényező 0?
5. Milyen esetben lesz a szorzat értéke nulla?
6. Fogalmazd meg a szorzás felcserélhetőségi tulajdonságát!
7. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a felcserélhetőségi tulajdonságot?

Szóban oldd meg!

1. Mivel egyenlő a következő összeg:
1) $20 + 20 + 20$; 2) $12 + 12 + 12 + 12$; 3) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$?

2. Számítsd ki:
1) $6 + 4 \cdot 3 - 2$;
2) $(6 + 4) \cdot 3 - 2$;
3) $6 + 4 \cdot (3 - 2)$;
4) $(6 + 4) \cdot (3 - 2)$!

3. Határozd meg a 14 és a 6 szorzatát!

4. Növeld a 18-at 3-szorosan!

5. Határozd meg az egyenlő szárú háromszög szárát, ha a kerülete 12 cm-rel nagyobb, mint az alapja!

6. Állapítsd meg a háromszög típusát, ha két oldala 8 cm és 12 cm, a kerülete pedig 28 cm!

7. Határozd meg a négyzet kerületét, ha az 18 cm-rel nagyobb, mint egy oldalának hossza!

8. Létezik-e az a-nak olyan értéke, mely mellett teljesül a következő egyenlőség:
1) $a \cdot 5 = a$; 2) $a \cdot 1 = a$; 3) $a \cdot a = a$; 4) $0 \cdot a = a$?

Gyakorlatok

390.° Írd fel az összeget szorzat alakjában!

1) $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$;
2) $9 + 9 + 9 + 9 + 9$;
3) $n + n + n + n + n + n + n$;
4) $\underbrace{2 + 2 + \ldots + 2}_{101 \text{ összeadandó}}$;

5) $\underbrace{5+5+\ldots+5}_{m \text{ összeadandó}}$; 6) $\underbrace{m+m+\ldots+m}_{k \text{ összeadandó}}$.

391.° Végezd el a szorzást:
1) $516 \cdot 32$; 4) $314 \cdot 258$; 7) $626 \cdot 480$;
2) $418 \cdot 46$; 5) $133 \cdot 908$; 8) $1234 \cdot 567$;
3) $4519 \cdot 52$; 6) $215 \cdot 204$; 9) $2984 \cdot 4006$!

392.° Végezd el a szorzást:
1) $706 \cdot 53$; 4) $591 \cdot 289$; 7) $934 \cdot 260$;
2) $304 \cdot 29$; 5) $465 \cdot 506$; 8) $2468 \cdot 359$;
3) $5245 \cdot 67$; 6) $328 \cdot 406$; 9) $1234 \cdot 2007$!

393.° Számítsd ki:
1) $704 \cdot 69 + 1424$; 5) $(294 + 16) \cdot (348 - 279)$;
2) $412 \cdot 42 - 7304$; 6) $294 + 16 \cdot 348 - 279$;
3) $(938 - 543) \cdot 34$; 7) $(294 + 16) \cdot 348 - 279$;
4) $85 \cdot (870 - 567)$; 8) $294 + 16 \cdot (348 - 279)$!

394.° Számítsd ki:
1) $603 \cdot 84 + 2536$; 3) $64 \cdot 96 - 77$;
2) $318 \cdot 56 - 5967$; 4) $64 \cdot (96 - 77)$!

395.° Számítsd ki a kifejezések értékét:
1) $17x + 432$, ha $x = 58$; 2) $(739 - x) \cdot y$, ha $x = 554$, $y = 4900$!

396.° Számítsd ki a kifejezések értékét:
1) $976 - 24x$, ha $x = 36$; 2) $x \cdot 63 - y$, ha $x = 367$, $y = 19\ 742$!

397.° Végezd el a szorzást:
1) $693 \cdot 100$; 3) $540 \cdot 20$; 5) $760 \cdot 350$;
2) $974 \cdot 1000$; 4) $120 \cdot 400$; 6) $460 \cdot 1800$!

398.° Végezd el a szorzást:
1) $214 \cdot 10$; 3) $10\ 000 \cdot 546$; 5) $580 \cdot 240$;
2) $100 \cdot 328$; 4) $140 \cdot 80$; 6) $270 \cdot 3000$!

399.° Az emberi szervezet normális működéséhez naponta 500 mg C-vitamin szükséges. Egy cigaretta elszívása 25 mg C-vitamint semmisít meg. Hány milligramm vitamint veszít az a személy, aki naponta 12 cigarettát szív el? Mennyi vitamin marad a szervezetében, ha ez a személy elfogyasztja a norma szerinti C-vitamin mennyiséget?

400.° Burattino, készülve az iskolához, 34 füzetet vásárolt 12 krajcárért darabját és 18 füzetet, melynek darabja 16 krajcár volt. Hány krajcárt fizetett Burattino a füzetekért?

401.° A farmon 78 tehén van, és mindegyikük 12 liter tejet ad naponta. A tejet a farmról 40 literes kannákban szállítják el. Az egyik napon a farmon 21 üres kanna volt. Elegendők lesznek-e ezek a kannák arra, hogy elszállítsák bennük az aznapi tejet?

402.° Cirmos cica 42 liter tejet adott el, literjét 96 kopijkáért és 16 kg sajtot, kilogrammját 2 hrivnyáért. Mennyi pénzt kapott a tejtermékekért Cirmos cica?

403.° Öt hónap alatt (májustól szeptemberig) a nyárfa 44 kg széndioxidot nyel el, egy tölgyfa pedig 28 kg-ot. Mennyivel több széndioxidot köt meg ez alatt az idő alatt 40 nyárfa, mint 40 tölgy?

Sevcsenko sétány Kijevben

404.° A túrázók a *Balaton* nevű hajón 14 órát utaztak 8 km/ó sebességgel és 23 órát gyalogoltak 4 km/ó sebességgel. A folyón vagy a szárazföldön tettek-e meg nagyobb távolságot, és hány kilométerrel?

405.° Jancsi a motorcsónakon 5 órán át 27 km/ó sebességgel suhant a folyón, majd 7 órán át 21 km/ó sebességgel a tavon. A folyón vagy a tavon tett meg többet és hány kilométerrel?

406.• Határozd meg a kifejezések értékét:
1) $(318 \cdot 207 - 64\ 934) \cdot 276 + 604 \cdot 88$;
2) $869 \cdot (61\ 124 - 488 \cdot 125) - 509 \cdot 74$!

407.• Határozd meg a kifejezések értékét:
1) $(214 \cdot 104 + 7544) \cdot 35 - 508 \cdot 722$;
2) $647 \cdot (36\ 900 - 255 \cdot 144) - 318 \cdot 92$!

408.• Az egyik kikötőből a másikba egyidejűleg indult el egy gőzhajó és egy motorcsónak. A gőzhajó sebessége 28 km/ó, a motorcsónak sebessége pedig 36 km/ó volt. Mekkora a köztük lévő távolság 5 órával az indulás után?

409.• Az egyik faluból egyirányba, egyszerre két kerékpáros indult el. Az egyik sebessége 12 km/ó volt, a másiké pedig 9 km/ó. Mekkora lesz a köztük lévő távolság 6 órával az indulás után?

410.• Egy állomásról ellenkező irányba, egyszerre indult el két vonat. Az egyik sebesség 64 km/ó, a másiké pedig 57 km/ó. Mekkora lesz a köztük lévő távolság 9 órával az indulás után?

411.• Az egyik városból ellenkező irányba, egyszerre két gépkocsi indult el. Az egyik sebessége 74 km/ó volt, ami 8 km/ó-val több a másikénál. Mekkora a köztük lévő távolság 7 órával az indulás után?

412.• Konotop és Szmila városokból egyszerre indult el egymás felé egy kerékpáros és egy személygépkocsi. A kerékpáros sebessége 11 km/ó volt, a személygépkocsié ennél 7-szer több. Határozd meg a városok közötti távolságot, ha a gépkocsi és a kerékpáros az indulás után 4 órával találkozott!

413.• Két faluból egyszerre indult el egymás felé egy kerékpáros és egy gyalogos. A gyalogos 3 km/ó sebességgel haladt, ami negyede a kerékpáros sebességének. Határozd meg a két falu közötti távolságot, ha a kerékpáros és a gyalogos az indulásuk után 3 óra múlva találkoztak!

414.• Igaz-e hogy két természetes szám szorzata mindig nagyobb az összegüknél?

415.• Hogyan változik meg két természetes szám szorzata, ha:
1) az egyik tényezőt 8-szorosára növeljük;
2) az egyik tényezőt ötödére csökkentjük;
3) mindegyik tényezőt 6-szorosára növeljük;
4) az egyik tényezőt 13-szorosára, a másikat pedig 40-szeresére növeljük;
5) az egyik tényezőt 12-szeresére növeljük, a másikat pedig harmadára csökkentjük?

416.•• Két tanyáról, melyek között a távolság 3 km, egyidejűleg indult el két gyalogos egymás felé. Az egyik sebessége 5 km/ó, a másiké pedig 4 km/ó. Mekkora a köztük lévő távolság 2 órával az indulás után?

417.•• A csillagok helyére írjatok olyan számjegyeket, hogy helyes legyen a szorzás:

1) $\begin{array}{ccccc} & & & 4 & 3 \\ \times & & & 2 & * \\ \hline & & 3 & * & 4 \\ + & & 8 & * & \\ \hline & 1 & 2 & * & 4 \end{array}$;

2) $\begin{array}{ccccc} & & & 5 & 2 \\ \times & & & * & * \\ \hline & & 1 & * & * \\ + & * & * & 8 & \\ \hline & * & * & 8 & * \end{array}$;

3) $\begin{array}{cccc} & & * & 8 \\ \times & & & * \\ \hline & 8 & * & * \end{array}$;

4) $\begin{array}{ccccc} & & & 6 & * \\ \times & & * & * & * \\ \hline & & & * & * \\ + & * & * & & \\ \hline & * & * & * & 6 \end{array}$!

418.•• A csillagok helyére írjatok olyan számjegyeket, hogy helyes legyen a szorzás:

1) $\begin{array}{r} \ast\,7 \\ \times\; 6\,\ast \\ \hline 5\,1\,\ast \\ +\;\ast\,\ast\,\ast \\ \hline \ast\,\ast\,\ast\,3 \end{array}$; 2) $\begin{array}{r} 7\,4 \\ \times\; \ast\,\ast \\ \hline \ast\,1\,\ast \\ +\;\ast\,\ast \\ \hline \ast\,\ast\,\ast\,8 \end{array}$; 3) $\begin{array}{r} 5\,2 \\ \times\; \ast\,\ast \\ \hline \ast\,\ast \\ +\;\ast\,\ast \\ \hline \ast\,\ast\,\ast \end{array}$; 4) $\begin{array}{r} \ast\,\ast\,\ast \\ \times\; \ast\,2 \\ \hline \ast\,0\,8 \\ +\;\ast\,6\,\ast \\ \hline \ast\,1\,2\,\ast \end{array}$!

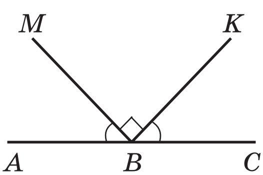
419.•• Négy természetes szám összege és szorzata is 8. Melyek ezek a számok?

420.* Az 1 * 2 * 3 * 4 * 5 kifejezésben a csillagokat helyettesítsd a „+” vagy „·” műveleti jellel, és tegyél zárójeleket is úgy, hogy a kapott kifejezés értéke 100 legyen!

421.* Az 1 * 2 * 3 * 4 kifejezésben a csillagokat helyettesítsd a „+” vagy „·” műveleti jellel úgy, hogy a kapott kifejezés értéke a lehető legnagyobb legyen! Mekkora ez a szám?

Ismétlő gyakorlatok

422. Határozd meg az ABM szög mértékét (140. ábra), ha az $MBK\angle$ derékszög és $ABM\angle = CBK\angle$!



140. ábra

423. Az ABC szög egyenlő 72°, a BD félegyenes az ABC szög szögfelezője, a BE félegyenes pedig az ABD szög szögfelezője. Számítsd ki a CBE szög mértékét!

424. Az $a = b : 4 - 6$ képlet segítségével határozd meg az a értékét, ha: 1) $b = 600$; 2) $b = 64$; 3) $b = 24$!

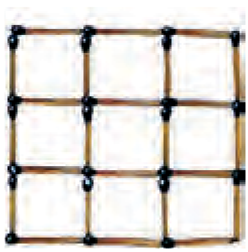
425. A háromszög első és második oldalának összege 33 cm, az első és a harmadiké 9 cm, a második és harmadiké pedig 42 cm. Határozd meg a háromszög kerületét!

Bölcs Bagoly feladványa

426. 1) Rakj ki 10 gyufaszálból három négyzetet!

2) Rakj ki 19 gyufaszálból hat négyzetet!

3) Melyik három gyufaszálat kell elvenni ahhoz (141. ábra), hogy öt négyzet maradjon?


141. ábra

17. A szorzás csoportosítási és széttagolási tulajdonsága

Egy kockás füzetlapra rajzolunk egy téglalapot, melynek oldala 5 cm és 3 cm. Osszuk fel a téglalapot 1 cm oldalhosszúságú négyzetekre (142. ábra), majd számoljuk meg, hány négyzet van a téglalapban. Ezt a következőképpen tehetjük meg.

Az 1 cm-es oldalú négyzetekből $5 \cdot 3$ van. Mindegyik ilyen négyzet 4 darab kis négyzetet tartalmaz. Ezért összesen $(5 \cdot 3) \cdot 4$ kis négyzet van.

A feladatot másképpen is megoldhatjuk. Mindegyik oszlopban három 1 cm-es oldalú négyzet van. Ezért ezek az oszlopok $3 \cdot 4$ kis négyzetet tartalmaznak. Tehát kis négyzetekből összesen $5 \cdot (3 \cdot 4)$ van.

A 142. ábrán a kis négyzetek számának meghatározása látható kétféle módszerrel, amivel illusztrálni lehet a **szorzás csoportosítási tulajdonságát** az 5, 3 és 4 számokra. A következőt kaptuk: $(5 \cdot 3) \cdot 4 = 5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Két szám szorzatát egy harmadik számmal úgy is megszorozhatjuk, hogy az első számot megszorozzuk a második és a harmadik szám szorzatával.

Általános alakban, a matematika nyelvén ezt a tulajdonságot így írhatjuk át:

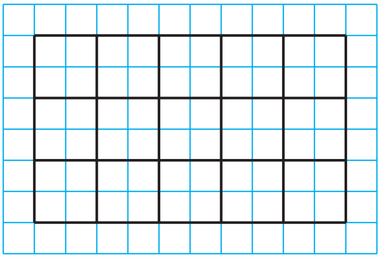
$$\boxed{(ab)c = a(bc)}$$

A szorzás felcserélhetőségi és csoportosítási tulajdonságaiból következik, hogy ***néhány szám szorzásánál a tényezőket felcserélhetjük, és a zárójeleket alkalmazva megadhatjuk a műveletek sorrendjét.***

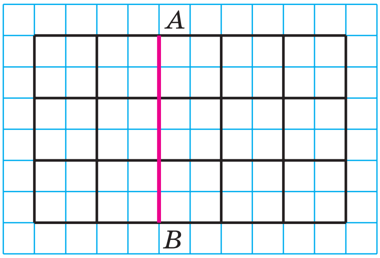
Például a következő egyenlőség is igaz lesz:

$$abc = cba,$$

$$17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = (17 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5).$$



142. ábra



143. ábra

A 143. ábrán az AB szakasz egy téglalapra és egy négyzetre bontja a téglalapot.

Így aztán még egy módot kaptunk az 1 cm-es oldalú négyzetek számának megállapítására: a négyzetben $3 \cdot 3$, a téglalapban $2 \cdot 3$ ilyen négyzet van. Összesen tehát $3 \cdot 3 + 2 \cdot 3$ négyzetünk van. Másrészt az adott téglalap három sorának mindegyikében $2 + 3$ négyzet van. Akkor a négyzetek száma összesen: $3 \cdot (3 + 2)$.

A $3 \cdot (3 + 2) = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ egyenlőség illusztrálja a **szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságát**.

Számot összeggel úgy is megszorozhatunk, hogy e számot megszorozzuk az összeadandók mindegyikével, majd a kapott szorzatokat összeadjuk.

Általános alakban, betűkifejezéssel így írhatjuk fel:

$$\boxed{\boldsymbol{a(b + c) = ab + ac}}$$

A szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságából következik, hogy

$$ab + ac = a(b + c).$$

Ez az egyenlőség lehetőséget ad arra, hogy a téglalap $P = 2a + 2b$ kerületképletét a következő alakba írjuk át:

$$P = 2(a + b).$$

Megjegyezzük, hogy a széttagolási tulajdonságot alkalmazhatjuk három és annál több összeadandóra is. Például:

$$a\ (m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

A **szorzás széttagolási törvénye a kivonásra** is teljesülni fog: ha $b > c$ vagy $b = c$, akkor

$$\boxed{\boldsymbol{a(b - c) = ab - ac}}$$

1. PÉLDA. Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

1) $25 \cdot 867 \cdot 4$; 2) $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246$!

Megoldás. 1) Alkalmazzuk először a szorzás felcserélhetőségi, majd a csoportosítási tulajdonságát:

$25 \cdot 867 \cdot 4 = 867 \cdot (25 \cdot 4) = 867 \cdot 100 = 86\ 700$.

2) A következőt kapjuk: $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246 = 329 \cdot (754 + 246) = 329 \cdot 1000 = 329\ 000$. ◀

2. PÉLDA. Számítsd ki a legegyszerűbb módon: 1) $4a \cdot 3b$; 2) $18m - 13m$!

Megoldás. 1) Alkalmazzuk először a szorzás felcserélhetőségi, majd a csoportosítási tulajdonságát:

$$4a \cdot 3b = (4 \cdot 3) \cdot ab = 12ab.$$

2) Alkalmazva a szorzásnak a kivonásra vonatkozó széttagolási törvényét, a következőt kapjuk:

$$18m - 13m = m\ (18 - 13) = m \cdot 5 = 5m. ◀$$

3. PÉLDA. Írd át az $5\ (2m + 7)$ kifejezést úgy, hogy ne tartalmazzon zárójeleket!

Megoldás. A szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága szerint:

$$5\ (2m + 7) = 5 \cdot 2m + 5 \cdot 7 = 10m + 35.$$

Az ilyen átalakítást **zárójel felbontás**nak nevezzük.

4. PÉLDA. Számítsd ki a legegyszerűbb módszer szerint $125 \cdot 24 \cdot 283$!

Megoldás. A következőt kaptuk:

$$125 \cdot 24 \cdot 283 = 125 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 283 =$$
$$= (125 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 283) = 1000 \cdot 849 = 849\ 000.$$

5. PÉLDA. Végezd el a szorzást: 3 nap 18 ó $\cdot$ 6!

Megoldás. A következőt kaptuk:

3 nap 18 ó $\cdot$ 6 = 18 nap 108 ó = 22 nap 12 ó.

A megoldás során a szorzás összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságát alkalmaztuk:

$$3 \text{ nap } 18 \text{ ó} \cdot 6 = (3 \text{ nap} + 18 \text{ ó}) \cdot 6 = 3 \text{ nap} \cdot 6 + 18 \text{ ó} \cdot 6 =$$
$$= 18 \text{ nap} + 108 \text{ ó} = 18 \text{ nap} + 96 \text{ ó} + 12 \text{ ó} =$$
$$= 18 \text{ nap} + 4 \text{ nap} + 12 \text{ ó} = 22 \text{ nap } 12 \text{ ó}.$$

?

1. Fogalmazd meg a szorzás csoportosítási tulajdonságát!
2. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a szorzás csoportosítási tulajdonságát?
3. Fogalmazd meg a szorzás összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságát!
4. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a szorzás összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságát?

Szóban oldd meg!

1. Töltsd ki a műveletláncot!

$$\boxed{14} \xrightarrow{\cdot 3} \bigcirc \xrightarrow{+18} \bigcirc \xrightarrow{\cdot 5} \bigcirc \xrightarrow{-125} \boxed{}$$

2. A 3 és a 8 számok szorzatát szorozd meg 100-zal!
3. A 3-at szorozd meg a 8 és a 100 szorzatával!
4. Határozd meg a 8 és a 7 összegének 6-tal való szorzatát!
5. Határozd meg a 8 és a 6 valamint a 7 és a 6 számok szorzatainak összegét!
6. Meg lehet-e adni a 6-ot a 100 tényező szorzataként?
7. A keltetőben 1000 tojás volt. Mindegyik 100 tojásból 95 csirke kelt ki. Hány csirke kelt ki összesen?

Gyakorlatok

427.° Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

1) $2 \cdot 328 \cdot 5$; 3) $25 \cdot 243 \cdot 4$; 5) $50 \cdot 236 \cdot 2$;
2) $125 \cdot 43 \cdot 8$; 4) $4 \cdot 36 \cdot 5$; 6) $250 \cdot 3 \cdot 4$!

428.° Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

1) $4 \cdot 17 \cdot 25$; 3) $8 \cdot 475 \cdot 125$; 5) $2 \cdot 916 \cdot 50$;
2) $5 \cdot 673 \cdot 2$; 4) $73 \cdot 5 \cdot 4$; 6) $5 \cdot 9 \cdot 200$!

429.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

1) $13 \cdot 2a$; 4) $28 \cdot y \cdot 5$; 7) $27m \cdot 3n$;
2) $9x \cdot 8$; 5) $6a \cdot 8b$; 8) $4a \cdot 8 \cdot b \cdot 3 \cdot c$;
3) $23 \cdot 4b$; 6) $11x \cdot 14y$; 9) $12x \cdot 3y \cdot 5z$!

430.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

1) $12 \cdot 3x$; 3) $5a \cdot 7b$; 5) $2a \cdot 3b \cdot 4c$;
2) $10x \cdot 6$; 4) $8m \cdot 12n$; 6) $5x \cdot 2y \cdot 10z$!

431.° Számítsd ki a kifejezések értékét a legcélszerűbb módon:

1) $318 \cdot 78 + 318 \cdot 22$; 3) $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$;
2) $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$; 4) $65 \cdot 246 - 65 \cdot 229 - 65 \cdot 17$!

432.° Számítsd ki a kifejezések értékét a legcélszerűbb módon:

1) $47 \cdot 632 + 632 \cdot 53$; 3) $754 \cdot 324 - 754 \cdot 314$;
2) $598 \cdot 49 - 597 \cdot 49$; 4) $37 \cdot 46 - 18 \cdot 37 + 37 \cdot 72$!

433.° Bontsd fel a zárójeleket:

1) $2\ (a + 5)$; 4) $(c - 9) \cdot 11$; 7) $7\ (6a + 8b)$;
2) $8\ (7 - x)$; 5) $(8 + y) \cdot 16$; 8) $10\ (2m - 3n + 4k)$;
3) $12\ (x + y)$; 6) $15\ (4a - 3)$; 9) $(24x + 17y - 36z) \cdot 4$!

434.° Bontsd fel a zárójeleket:

1) $4\ (a + 2)$; 3) $(p - q) \cdot 9$; 5) $5\ (2m - 1)$;
2) $3\ (m - 5)$; 4) $12\ (a + b)$; 6) $(3c + 5d) \cdot 14$!

435.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

1) $6a + 8a$; 3) $m + 29m$; 5) $4x + 13x + 15x$;
2) $28c - 15c$; 4) $98p - p$; 6) $67z - 18z + 37$!

436.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

1) $13b + 19b$; 3) $34n + n$; 5) $36y - 19y + 23y$;
2) $44d - 37d$; 4) $127q - q$; 6) $49a + 21a + 30$!

437.• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket, és határozd meg az értéküket:

1) $25x \cdot 4y$, ha $x = 12$, $y = 11$; 2) $8k \cdot 125c$, ha $k = 58$, $c = 8$!

438.• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket, és határozd meg az értéküket:

1) $5a \cdot 20b$, ha $a = 4$, $b = 68$; 2) $4m \cdot 50n$, ha $m = 22$, $n = 34$!

439.• Számítsd ki a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:

1) $398 \cdot 36 + 36b$, ha $b = 602$; 2) $986b - 86 \cdot 83$, ha $b = 83$!

440.• Számítsd ki a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:
1) $631 \cdot 18 + x \cdot 369$, ha $x = 18$; 2) $58a - 58 \cdot 824$, ha $a = 1024$!

441.• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket, és határozd meg az értéküket:
1) $13p + 37p$, ha $p = 14$;
2) $72b - 43b$, ha $b = 54$;
3) $38x + 17x - 54x + x$, ha $x = 678$;
4) $86c - 35c - c + 296$, ha $c = 47$!

442.• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket, és határozd meg az értéküket:
1) $34x + 66x$, ha $x = 8$;
2) $54a - 39a$, ha $a = 26$;
3) $18m - 5m + 7m$, ha $m = 394$;
4) $19z - 12z + 33z - 192$, ha $z = 82$!

443.• Számítsd ki a legegyszerűbb módon:
1) $16 \cdot 25$; 2) $25 \cdot 8 \cdot 5$; 3) $15 \cdot 12$; 4) $375 \cdot 24$!

444.• Számítsd ki a legegyszerűbb módon:
1) $25 \cdot 4 \cdot 6$; 2) $125 \cdot 25 \cdot 32$; 3) $75 \cdot 36$; 4) $96 \cdot 50$!

445.•• Számítsd ki a kifejezések értékét, felhasználva a szorzás széttagolási szabályát:
1) $43 \cdot 64 + 43 \cdot 23 - 87 \cdot 33$; 2) $84 \cdot 53 - 84 \cdot 28 + 16 \cdot 61 - 16 \cdot 36$!

446.•• Számítsd ki a kifejezések értékét, felhasználva a szorzás széttagolási szabályát:
1) $93 \cdot 24 - 27 \cdot 24 + 66 \cdot 76$; 2) $82 \cdot 46 + 82 \cdot 54 + 135 \cdot 18 - 18 \cdot 35$!

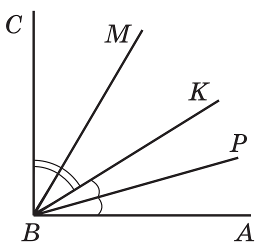
447.•• Végezd el a szorzást:
1) 2 km 56 m · 68; 3) 4 km 90 m · 43; 5) 3 ó 48 perc · 25;
2) 7 hrn. 9 kop. · 54; 4) 3 t 5 q 65 kg · 8; 6) 5 ó 12 perc 36 mp · 15!

448.•• Végezd el a szorzást:
1) 8 q 26 kg · 27; 3) 6 t 45 kg · 82; 5) 7 perc 5 mp · 24;
2) 14 hrn. 80 kop. · 406; 4) 5 m 8 cm · 42; 6) 4 nap 6 ó · 12!

449.•• Hány nullára fog végződni az:
1) 1-től 10-ig; 3) 10-től 30-ig;
2) 15-től 24-ig; 4) 1-től 100-ig
terjedő természetes számok szorzata?

Ismétlő gyakorlatok

450. Az ABC szög derékszög, a BP félegyenes az ABK szög szögfelezője, a BM félegyenes pedig a CBK szög szögfelezője (144. ábra). Mekkora az MBP szög fokmértéke?



144. ábra

451. Az udvarban kiscicák és csirkék futkároztak. Összesen 14 fejük és 38 lábuk volt. Hány csirke és hány kiscica futkározott az udvaron?

452. A két felnőttből és egy gyermekből álló család vonattal is és autóval is el tud jutni az üdülőbe. Egy felnőttnek a vonatjegy 870 hrivnyába kerül, a gyermekjegy pedig kétszer kevesebbe. A család gépkocsija 12 liter benzint fogyaszt 100 km-en, és egy liter benzin ára 26 hrivnya. Az üdülőig a távolság 600 km. Melyik közlekedési eszközzel tud ez a család olcsóbban eljutni az üdülőig?

Bölcs Bagoly feladványa

453. Az 5. osztályban három barát tanul: Misi, Dani és Sanyi. Az egyik szeret futballozni, a másik úszni, a harmadik pedig bokszolni. A futballistának nincs se fiú-, se lánytestvére, és ő a legfiatalabb köztük. Misi idősebb a bokszolónál, és Dani húgával is barátkozik. Milyen sportot űz mindegyikük?

18. Az osztás

Az osztás műveletét a szorzásra tudjuk visszavezetni. Például az 51-et elosztani 17-tel azt jelenti, hogy megkeressük azt a számot, melynek a 17-tel való szorzata 51-gyel egyenlő. Ezt kapjuk: $17 \cdot 3 = 51$, vagyis $51 : 17 = 3$.

Általános alakban: az a, b és c természetes számokra az $a : b = c$ egyenlőség akkor teljesül, ha $b \cdot c = a$.

Megvizsgálunk még néhány példát:

$168 : 12 = 14$, mivel $12 \cdot 14 = 168$;

$1197 : 21 = 57$, mivel $21 \cdot 57 = 1197$.

Az $a : b = c$ egyenlőségben az a számot **osztandó**nak, a b-t **osztó**nak, a c számot és az $a : b$ kifejezést pedig **hányados**nak nevezzük.

Az $a : b$ hányados azt mutatja meg, hogy hányszor nagyobb az a szám a b számnál, vagy hányszor kisebb a b szám az a-nál.

Kiszámíthatjuk-e például a $11 : 0$ hányadost? Tételezzük fel, hogy létezik ilyen hányados és az valamely c szám. Ekkor teljesülnie kell a $0 \cdot c = 11$ egyenlőségnek, csakhogy már tudjuk, hogy $0 \cdot c = 0$. Tehát $11 : 0$ hányados nem számítható ki.

Ki lehet-e számítani a $0 : 0$ hányadost? Legyen $0 : 0 = c$. Ekkor $0 \cdot c = 0$. Ez az egyenlőség bármilyen c számra teljesülni fog. Ez azt jelenti, hogy a $0 : 0$ számkifejezés értéke bármilyen szám lehet, vagyis az ilyen hányadost nem lehet kiszámítani.

Tehát levonhatjuk az alábbi következtetést: ***nullával osztani nem lehet***.

Ezzel együtt, mivel az $a \cdot 0 = 0$, ezért bármilyen természetes a számra teljesül a következő egyenlőség:

$$\boxed{\mathbf{0 : a = 0}}$$

Bármilyen természetes a számra teljesülnek a következő egyenlőségek:

$$\boxed{\begin{array}{c} \boldsymbol{a : a = 1} \\ \boldsymbol{a : 1 = a} \end{array}}$$

Ezeket az egyenlőségeket könnyen ellenőrizhetjük a szorzás segítségével. Győződjetek meg erről önállóan.

Már el tudtok többjegyű számot kétjegyűvel írásban osztani. Hasonlóan történik bármilyen többjegyű számmal való osztás is, például:

```
_244944 | 324         _7434190 | 1238
 2268   | 756          7428    | 6005
 _1814                  _6190
  1620                   6190
  _1944                     0
   1944
      0
```

1. PÉLDA. Oldd meg az egyenletet: $12x = 84$!

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen szorzótényező meghatározásának szabályát: ***ahhoz hogy meghatározzuk az ismeretlen tényezőt, a szorzatot el kell osztani az ismert tényezővel***.

Ezt kapjuk: $x = 84 : 12$;

$x = 7$.

Felelet: 7. ◀

2. PÉLDA. Oldd meg az egyenletet: $x : 21 = 16$!

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen osztandó meghatározásának szabályát: ***ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen osztandót, az osztót meg kell szorozni a hányadossal***.

Ezt kapjuk: $x = 21 \cdot 16$;

$x = 336$.

Felelet: 336. ◀

3. PÉLDA. Oldd meg az egyenletet: $576 : x = 18$!

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen osztandó meghatározásának szabályát: ***ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen osztót, az osztandót el kell osztani a hányadossal.***

Ezt kapjuk: $x = 576 : 18$;

$x = 32$.

Felelet: 32. ◀

4. PÉLDA. A motorcsónak a két kikötő közötti távolságot, amely 64 km, az árral szemben 8 óra alatt tette meg. Mennyi idő alatt teszi meg ezt a távolságot ellenkező irányában, ha a vízfolyás sebessége 4 km/ó?

Megoldás. 1) 64 : 8 = 8 (km/ó) – a csónak sebessége az árral szemben.

2) 8 + 4 = 12 (km/ó) – a csónak saját sebessége.

3) 12 + 4 = 16 (km/ó) – a csónak sebessége a vízfolyás irányában.

4) 64 : 16 = 4 (ó) – a mozgás ideje a vízfolyás irányában.

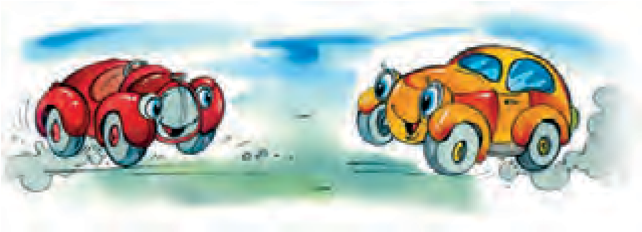
Felelet: 4 óra. ◀

5. PÉLDA. Két városból, melyek között a távolság 588 km, két gépkocsi indult el egymás felé. Az indulástól számítva 6 óra múlva találkoztak. Az egyik gépkocsi sebessége 46 km/ó. Határozd meg a másik gépkocsi sebességét!

Megoldás. 1) 588 : 6 = 98 (km) – ennyivel csökkent a köztük lévő távolság óránként.

2) 98 – 46 = 52 (km/ó) – a második gépkocsi sebessége.

Felelet: 52 km/ó. ◀



6. PÉLDA. Két falu között a távolság 24 km. Ezekből a falvakból egyidejűleg indult el ugyanabba az irányba egy gyalogos és egy kerékpáros. Elől a gyalogos haladt. Hány óra múlva éri utol a kerékpáros a gyalogost, ha a gyalogos 4 km/ó, a kerékpáros pedig 12 km/ó sebességgel haladt?

Megoldás. 1) 12 – 4 = 8 (km) – ennyivel csökken óránként a távolság a kerékpáros és a gyalogos között.

2) 24 : 8 = 3 (ó) – ennyi idő alatt éri utol a kerékpáros a gyalogost.

Felelet: 3 óra. ◀

7. PÉLDA. Jancsi 3-szor több feladatot oldott meg algebrából, mint mértanból. Hány feladatot oldott meg Jancsi mértanból, ha tudjuk, hogy mértanból 18-cal kevesebbet oldott meg, mint algebrából?

Megoldás. Legyen x a Jancsi által megoldott mértanfeladatok száma, akkor algebrából $3x$ feladatot oldott meg. Mivel a feladat feltétele szerint az x 18-cal kevesebb, mint $3x$, ezért $3x - x = 18$.

Ekkor: $2x = 18$.
Innen $x = 18 : 2$;
$x = 9$.
Felelet: 9 feladatot.

8. PÉLDA. Három farmer – Gábor, Miklós és Zoltán – a földjeikről összesen 600 kg földiepret szüreteltek. Miklós kétszer többet szedett, mint Gábor, Zoltán pedig 128 kg-mal többet, mint Gábor. Hány kilogramm földiepret szedett mindegyikük?

Megoldás. Tegyük fel, hogy Gábor x kg-ot szedett, akkor Miklós $2x$ kg-ot, Zoltán pedig $(x + 128)$ kg-ot. Mivel együtt 600 kg-ot szedtek, így felállítjuk a következő egyenletet:

$$x + 2x + x + 128 = 600.$$

Tehát

$$4x + 128 = 600;$$
$$4x = 600 - 128;$$
$$4x = 472;$$
$$x = 472 : 4;$$
$$x = 118.$$

Tehát Gábor 118 kg földiepret szedett, Miklós $2 \cdot 118 = 236$ kg-ot, Zoltán pedig $118 + 128 = 246$ kg-ot.

Felelet: 118 kg, 236 kg, 246 kg.

?

1. Mit jelent az a számot a b-vel elosztani?
2. Az $a : b = c$ egyenlőségben hogy nevezzük az a számot? A b számot? Az $a : b$ kifejezést?
3. Mit értünk két szám hányadosán?
4. Milyen számmal nem lehet osztani?
5. Mivel egyenlő a 0 és bármilyen természetes szám hányadosa?
6. Mivel egyenlő az $a : a$ hányados, ahol $a \neq 0$?
7. Mivel egyenlő az $a : 1$ hányados?
8. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen tényezőt?
9. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen osztandót?
10. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen osztót?

Szóban oldd meg!

1. Töltsd ki a műveletláncot!

$$\boxed{324} \xrightarrow{:4} \bigcirc \xrightarrow{:3} \bigcirc \xrightarrow{:9} \bigcirc \xrightarrow{:1} \boxed{}$$

2. Végezd el az osztást!

1) $432 : 4$; 2) $609 : 3$; 3) $3600 : 6$; 4) $1500 : 50$!

3. Nevezd meg a következő szorzatok közül a legnagyobbat:
1) $239 \cdot 4 \cdot 25$;
2) $239 \cdot 20 \cdot 4$;
3) $10 \cdot 239 \cdot 10$;
4) $239 \cdot 10 \cdot 12$!

4. A Sanyit üldöző Peti 180 m/perc sebességgel szalad. Milyen gyorsan fut Sanyi, ha 12 m/perc sebességgel közeledik Peti felé?

5. Két gépkocsi egymással szembe halad. Az egyik sebessége 74 km/ó. Mekkora a másik gépkocsi sebessége, ha azok 150 km/ó sebességgel közelednek egymáshoz?

6. Ahhoz, hogy az ember egészséges legyen, naponta testtömegének 4 kg-jára számítva el kell fogyasztania 3 g fehérjét. Mennyi fehérjét kell bevinni a szervezetébe egy 36 kg tömegű gyereknek?

7. Létezik-e olyan a érték, amely mellett az egyenlőség igaz:
1) $a : 9 = 0$; 2) $16 : a = 0$; 3) $a : a = 0$; 4) $0 : a = 5$?

Gyakorlatok

454.° Ismert, hogy $243 \cdot 425 = 103\ 275$. Mivel egyenlő a következő kifejezés értéke:
1) $103\ 275 : 243$;
2) $103\ 275 : 425$?

455.° Ismert, hogy $4608 : 48 = 96$. Mivel egyenlő a következő kifejezés értéke:
1) $96 \cdot 48$;
2) $4608 : 96$?

456.° Töltsd ki a táblázatot!

Osztandó	320	96		0		945	637	3232
Osztó	40		6	264	128	1		16
Hányados		8	14		0		1	

457.° Végezd el az osztást:
1) $1548 : 36$;
2) $2668 : 58$;
3) $5562 : 18$;
4) $3672 : 34$;
5) $15\ 552 : 72$;
6) $16\ 728 : 68$;
7) $16\ 320 : 48$;
8) $906\ 192 : 126$;
9) $942\ 866 : 178$!

458.° Végezd el az osztást:
1) $2812 : 74$;
2) $1248 : 24$;
3) $6565 : 13$;
4) $9384 : 46$;
5) $18\ 526 : 59$;
6) $15\ 652 : 26$;
7) $63\ 378 : 63$;
8) $153\ 216 : 38$;
9) $1\ 334\ 504 : 214$!

459.° Végezd el az osztást:
1) $34\ 250\ 000 : 10$;
2) $34\ 250\ 000 : 1000$;
3) $34\ 250\ 000 : 10\ 000$;
4) $25\ 600 : 80$;
5) $25\ 600 : 800$;
6) $2\ 430\ 000 : 180$;
7) $2\ 430\ 000 : 1800$;
8) $2\ 430\ 000 : 18\ 000$!

460.° Végezd el az osztást:

1) $32\ 596\ 800 : 10$;
2) $876\ 900 : 100$;
3) $240\ 000 : 10\ 000$;
4) $450\ 000 : 150$;
5) $36\ 000 : 12\ 000$;
6) $124\ 360\ 000 : 40\ 000$!

461.° Végezd el a műveleteket:

1) $256 + 144 : 16 - 8$;
2) $(256 + 144) : (16 - 8)$;
3) $(256 + 144) : 16 - 8$;
4) $256 + 144 : (16 - 8)$!

462.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $4704 - 4704 : (46 + 38)$;
2) $2808 : 72 + 15\ 808 : 52$!

463.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $3264 - 3264 : (92 - 44)$;
2) $18\ 144 : 84 - 2924 : 68$!

464.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $13x = 195$;
2) $x \cdot 18 = 468$;
3) $11x + 6x = 408$;
4) $33m - m = 1024$;
5) $x : 19 = 26$;
6) $476 : x = 14$!

465.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $19x = 95$;
2) $x \cdot 22 = 132$;
3) $38x - 16x = 1474$;
4) $y + 27y = 952$;
5) $x : 25 = 16$;
6) $324 : x = 27$!

466.° A papírgyártáshoz használt 1 db fa 60 kg papírhulladékkal helyettesíthető. Hány fát mentenek meg az iskola tanulói azzal, ha 520 diák mindegyike 3 kg papírhulladékot gyűjt?

467.° A versenyző két falu közötti távolságot 5 óra alatt teszi meg, ha 12 km/ó sebességgel halad. Mekkora sebességgel kell rendelkeznie, ha ezt a távolságot 4 óra alatt szeretné megtenni?

468.° Az iskola 8 kg kekszet vásárolt, 72 hrivnyáért kilogrammját. Hány kilogrammot vásárolhat ezért az összegért a 48 hrivnyás kekszből?

469.• Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $82\ 275 - 64 \cdot 56 + 9680 : 16 - 23\ 637$;
2) $(204 \cdot 402 - 30\ 456 : 423) : 36 - 1388$;
3) $1376 : (621 - 589) + (138 - 69) \cdot 29$!

470.• Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $49\ 184 + 4575 : 15 - 62 \cdot 93 - 33\ 999$;
2) $(306 \cdot 307 - 187 \cdot 36) : 45 + 5780$;
3) $1885 : (542 - 477) + 48 \cdot (134 - 92)$!

471.• Pom Pom vásárolt Gombóc Artúrnak 8 süteményt és 12 lekváros zsemlét. Az egész vásárlásért 408 koronát fizetett. Egy sütemény ára 24 korona. Hány koronába kerül egy zsemle?

472.• Törpapa 6 hordó savanyú káposztát és 14 hordó sós uborkát készletezett télire. Egy hordóba 26 kg káposztát taposott be. Hány kilogramm uborka fér egy hordóba, ha az öregapó összesen 324 kg savanyúságot készletezett télire?

473.• Hány kilogramm vaj készíthető 261 kg tejszínből, ha 2 kg vaj elkészítéséhez 9 kg tejszín szükséges?

474.• Péter bácsinak *Tavrija* személygépkocsija van. Elegendő lesz-e 28 l benzin, hogy eljusson Kijevből Poltavába, melyek között 337 km a távolság, ha az autó fogyasztása 100 kilométeren 7 liter?

475.• Kotkoda 328 kg kölest gyűjtött. Mennyi lisztet kap ebből a mennyiségből, ha 4 kg kölesből 3 kg liszt nyerhető?

476.• Két kikötő között 476 km a távolság. Az ár irányában a motorcsónak ezt az utat 14 ó alatt teszi meg. Mennyi idő alatt teszi meg ezt a távolságot árral szemben, ha a víz sebessége 3 km/ó?

477.• Két kikötő között 504 km a távolság. Árral szemben ezt az utat a gőzmotoros hajó 21 ó alatt teszi meg. Mennyi idő alatt teszi meg a folyón ezt az utat az ár irányában, ha a vízfolyás sebessége 2 km/ó?

478.• Virágfalváról és Mesefalváról, melyek között 136 km a távolság, egyidejűleg két kozák lovagol ki egymással szemben. Egyikük 16 km/ó sebességgel haladt. Mekkora sebességgel haladt a másik kozák, ha 4 óra múlva találkoztak?

479.• Két város között a távolság 1264 mérföld[1]. Ezekből a városokból egyidejűleg egymás irányába két repülőszőnyeg indult el, majd 8 óra múlva találkoztak. Az egyik sebessége 82 mérföld óránként. Mekkora volt a másik repülőszőnyeg sebessége?

[1] *egy szárazföldi mérföld* – 1609 m

480.• Két állomásról, melyek között a távolság 24 km, egyszerre két vonat indult el azonos irányba. Az első sebessége 58 km/ó volt. 4 óra múlva a másik vonat utolérte az elsőt. Határozd meg a másik vonat sebességét!

481.• Meggyes és Almás falvak között 15 km a távolság. E két településről egyidejűleg két kozák, Szürkesapka és Feketebajusz indult el ugyanabba az irányba. Feketebajusz 9 km/ó sebességgel lovagolt és az indulás után 3 órával utolérte Szürkesapkát, aki gyalogosan haladt. Mekkora sebességgel gyalogolt Szürkesapka?

482.• Reggel 6 órakor Muromból Kijevbe elindult Ilja Muromec, akinek a sebessége 9 km/ó volt. Reggel 8 órakor Muromból Kijevbe elindult Aljosa Popovics, aki délután 2 órakor utolérte Ilja Muromecet. Mekkora sebességgel haladt Aljosa Popovics?

483.• 8 ó 57 p-kor Kati teknős elindult a saját tavacskájától a szomszédoshoz. 9 óra 5 perckor ugyanebből a tóból Viki teknős is elindult ugyanabba az irányba, és 9 ó 29 p-kor utolérte Katit. Mekkora sebességgel haladt Kati, ha tudjuk, hogy Viki 8 m/perc sebességgel halad?

484.• Saint-Germain és Saint-Antoine városok közötti távolság 12 lieue[1] (kiejtése – *liő*). Ezekből a városokból egyszerre indult el Porthos, akinek a sebessége 1 lieue/ó volt és D'Artagnan, akinek a sebessége 3 lieue/ó. Porthos ment elől. Hány óra múlva éri utol D'Artagnan Porthost?

485.• A Cápa- és a Bálna-szigetek között a távolság 48 tengeri mérföld[2]. Ezekről a szigetekről egyszerre, ugyanabba az irányba elindult a *Vitéz* és a *Délceg* nevű fregatt. A *Vitéz* fregatt a *Délceg* előtt haladt. A *Vitéz* 12 mérföldet tett meg óránként, a *Délceg* pedig 18 mérföldet. Hány óra múlva éri utol a *Vitéz* a *Délceg* fregattot?

486.• Laci, Andris, Dani és Sanyi együtt 326 kg sárgarépát takarított be. Laci 37 kg-ot, ami 3-szor kevesebb annál, mint amennyit Andris szedett. Dani és Sanyi viszont egyforma mennyiséget szedtek. Ki volt közülük a legszorgosabb?

487.• Négy munkás – János, Péter, István és Pál – összesen 160 alkatrészt készített. János 81 alkatrészt készített, ami 3-szor több mint amennyit Péter csinált. István ugyanannyit gyártott, mint Pál. Ki teljesített a leggyengébben a munkások közül?

488.• Burattino 1 km 200 m távolságra lakik az iskolától. A tanítás 8 óra 30 perckor kezdődik ebben az iskolában. Burattino percen-

---

[1] *lieue* – régi francia hosszegység (1 lieue megközelítőleg 4444 m)
[2] *1 tengeri mérföld* – 1852 m

ként 120 lépést tesz meg. A mesehős lépéseinek átlagos hossza 40 cm. Mikor kell Burattinónak elindulni otthonról az iskolába, hogy tanítás előtt 10 perccel már ott legyen?

489.• Zsófi 6 perc alatt 24 burgonyát tisztít meg, Évi pedig 9 perc alatt 45-öt. Hány perc alatt tisztítanak meg együtt 198 burgonyát?

490.• Hány napra elegendő az iskolai étkezdében 800 liter gyümölcslé, ha a fiúk 8 nap alatt 960 l gyümölcslét isznak meg, a lányok pedig 6 nap alatt 480 litert?

491.• Négy nap alatt három gépírónő 288 oldalt gépelt be a számítógépbe. Hány oldalt gépel egy gépírónő 7 nap alatt, ha mindhármuk teljesítménye azonos?

492.• Hat egyforma motor 8 ó alatt 672 l üzemanyagot fogyaszt. Hány órára elegendő egy ilyen motornak 98 l üzemanyag?

493.• Két mókus, Vöröske és Sárgácska mogyorót gyűjtött. Vöröske 6 zsák mogyorót szedett, míg Sárgácska 7 ugyanilyen zsákkal. Együtt összesen 52 kg mogyorót gyűjtöttek. Hány kilogramm mogyorót gyűjtött Vöröske, és mennyit Sárgácska?

494.• A karaván a sivatagban 3 nap alatt 63 km-t tett meg. Az első napon 6 órát voltak úton, a másodikon 8 órát, a harmadikon pedig 7-et. Hány kilométert tett meg mindegyik napon a karaván, ha minden nap állandó sebességgel haladt?

495.• Őstermelő bácsi 420 kg almát és 180 kg körtét vitt ki a piacra ötven egyforma ládában. Hány ládában volt alma, és hány ládában körte?

496.• Ali Baba a rablók barlangjából négy szamár hátán 22 egyforma zsákban hozta el az aranyat. Az első szamárra 80 kg aranyat, a másikra 100 kg-ot, a harmadikra 120 kg-ot, a negyedikre pedig 140 kg-ot rakott. Hány zsák aranyat vitt mindegyik szamár?

497.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $21\ (18 + x) = 714$;
2) $16\ (4x - 34) = 608$;
3) $12\ (152 + 19x) = 2052$;
4) $(152x + 32) \cdot 6 = 192$!

498.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $8\ (x - 14) = 56$;
2) $(46 - x) \cdot 19 = 418$;
3) $9\ (143 - 13x) = 234$;
4) $17\ (5x - 16) = 238$!

499.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $14\ x + 4x - 48 = 240$;
2) $25b\ - 7b - 9 = 279$;
3) $16a - 7a + 96 = 222$;
4) $20y + 5y + y + 19 = 227$!

500.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $9b + 6b - 15 = 615$;
2) $17x - x + 5x - 19 = 170$!

501.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $(x + 14) : 9 = 13$;
2) $966 : (x + 17) = 23$;
3) $x : 8 - 6 = 49$;
4) $52 + 72 : x = 56$;
5) $56 : (x - 6) = 8$;
6) $56 : x - 6 = 8$!

502.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $(x - 23) : 26 = 8$;
2) $1728 : (56 - x) = 36$!

503.• Az apa a fiával együtt 108 tő paradicsompalántát ültetett el. Az apa 2-szer többet dugványozott el, mint a fia. Hány palántát ültetett a fiú?

504.• Két boltba 268 kg csiperkegombát szállítottak. Az elsőbe 3-szor kevesebbet hoztak, mint a másikba. Hány kilogramm csiperkegombát szállítottak egy-egy üzletbe?

505.• A szultánnak 7-szer több kétpúpú tevéje volt, mint egypúpú. Hány egypúpú tevéje volt a szultánnak, ha ismeretes, hogy belőlük 156-tal kevesebb volt, mint kétpúpúból?

506.• Valentin rózsát és orchideát ajándékozott Valentinának, méghozzá 4-szer kevesebb orchideát, mint rózsát. Hány rózsát kapott Valentina, ha tudjuk, hogy 51-gyel többet, mint orchideát?

507.• A derékszög csúcsából egy félegyenest húztak úgy, hogy az két olyan szögre osztja a derékszöget, melyek közül az egyik 20°-kal nagyobb a másiknál. Add meg a kapott szögek nagyságát!

508.• Az egyenesszög csúcsából egy félegyenest húztak úgy, hogy az két olyan szögre osztja a egyenesszöget, melyek közül az egyik 50°-kal kisebb a másiknál. Add meg a kapott szögek nagyságát!

509.• Micimackónak születésnapjára Malacka, Füles és Kanga 264 kg mézet ajándékozott. Malacka 3-szor több mézet ajándékozott, mint Kanga, Füles pedig 2-szer többet, mint Kanga. Mennyi mézet ajándékozott mindegyik vendég?

510.• Szindbád négy nap alatt 546 mérföldet hajózott. A második napon 4-szer nagyobb utat tett meg, mint az első napon, a harmadik napon 3-szor többet hajózott, mint az elsőn, a negyedik napon pedig

5-ször többet, mint az elsőn. Hány mérföldet hajózott Szindbád minden nap?

511.• Tamás, Béla és Sanyi együtt 256 sügért fogtak. Tamás 3-szor annyi sügért fogott, mint Béla, Sanyi viszont annyit, mint Tamás és Béla együttesen. Hány sügért fogott a legügyesebb horgász?

512.• Piroska, Hamupipőke, Hófehérke és Csipkerózsika 500 derelyét készített. Piroska 2-szer többet készített, mint Csipkerózsika, Hamupipőke annyit, mint Piroska és Csipkerózsika együttesen, Hófehérke pedig annyit, mint Hamupipőke és Csipkerózsika együttesen. Hány derelyét készített mindegyikük?

513.• A vonat három kocsijában 246 személy utazott. Az első kocsiban 2-szer több utas volt, mint a másodikban, a harmadikban pedig 78 utassal több, mint a másodikban. Hány személy utazott mindegyik kocsiban?

514.• Három iskola között 552 kg narancsot úgy osztottak szét, hogy az egyik 6-szor kevesebbet kapott, mint a másik és 136 kg-mal kevesebbet, mint a harmadik. Hány kilogramm narancsot kapott mindegyik iskola?

515.• A háromszög egyik oldala 5-ször kisebb a másiknál és 25 cm-rel rövidebb a harmadiknál. Határozd meg a háromszög oldalait, ha a kerülete 74 cm!

516.• A háromszög egyik oldala 2-szer nagyobb a másik oldalnál, és 7 dm-rel kisebb a harmadiknál. Add meg a háromszög oldalainak hosszát, ha a kerülete 99 dm!

517.• 1) Igaz-e, hogyha mindegyik összeadandó osztható egy bizonyos számmal, akkor ezen összeadandók összege is osztható ezzel a számmal? Válaszodat támaszd alá példákkal!
2) Osztható-e néhány szám összege egy bizonyos számmal, ha nem minden összeadandó osztható ezzel a számmal? Válaszodat támaszd alá példákkal!

518.• Hogyan változik a hányados, ha:
1) az osztandót 7-szeresére növeljük;
2) az osztandót felére csökkentjük;
3) az osztót 4-szeresére növeljük;
4) az osztót ötödére csökkentjük;
5) az osztandót 8-szorosára, az osztót pedig 2 szeresére növeljük;
6) az osztandót kilencedére, az osztót pedig harmadára csökkentjük;
7) az osztandót 6-szorosára növeljük, az osztót pedig felére csökkentjük;
8) az osztandót hatodára csökkentjük, az osztót pedig 2-szeresére növeljük?

519.• Az osztandót 3-szorosára növeltük. Hogyan kell megváltoztatni az osztót, hogy a hányados: 1) 6-szorosára növekedjen; 2) hatodára csökkenjen; 3) ne változzon?

520.•• Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

1) $(44 \cdot 58) : 11$;
2) $(69 \cdot 60) : 30$;
3) $(63 \cdot 88) : 21$;
4) $(350 \cdot 48) : 70$;
5) $(2 \cdot 17 \cdot 14) : 28$;
6) $(21 \cdot 18) : 14$!

521.•• Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

1) $(36 \cdot 21) : 12$;
2) $(40 \cdot 420) : 60$;
3) $(5 \cdot 6 \cdot 78) : 3$;
4) $(45 \cdot 63) : 81$!

522.* A $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ kifejezésben úgy tedd ki a zárójeleket, hogy a kifejezés: 1) 75; 2) 23 legyen!

523.* A $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ kifejezésben úgy tedd ki a zárójeleket, hogy a kifejezés: 1) 50; 2) 72 legyen!

524.* Szerkessz számkifejezést a négy alapművelet jeleivel és négy 2-es számjeggyel úgy, hogy a kapott kifejezés értéke:

1) 1;
2) 2;
3) 3;
4) 4;
5) 5;
6) 6;
7) 8;
8) 10

legyen!

Ismétlő gyakorlatok

525. Az $ABCD$ négyszög kerülete 34 cm, $AB = 6$ cm, a BC oldal 2-szer nagyobb az AB-nél, a CD és AD oldalak pedig egyenlők. Számítsd ki az AD oldal hosszát!

526. A vásárolt borítékok között 18 rózsaszínű volt 12 pedig bélyeges, a rózsaszínű borítékok között 8 bélyeges volt. Hány borítékot vásároltak összesen?

Bölcs Bagoly feladványa

527. Az asztalon hét fogaskereket helyeztek el úgy, hogy az elsőt a másodikhoz, a másodikat a harmadikhoz és így tovább, a hetediket az elsőhöz kapcsolták. Foroghat-e minden fogaskerék egyidejűleg?

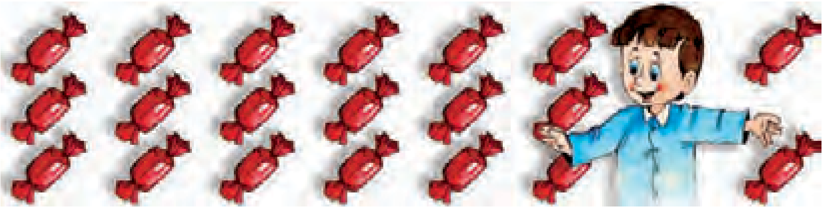
19. Maradékos osztás

Hogyan kell a 20-at 6-tal elosztani? E kérdés megválaszolásában segít a következő feladat megoldása. Hogyan kell 20 szem cukorkát egyenlően szétosztani hat barát között?

Legvalószínűbb, hogy mindegyikük kap 3 szemet és marad még 2 szem.

A cukorkák ilyen elosztását a következő egyenlőség szemlélteti:

$$20 = 6 \cdot 3 + 2.$$



Megjegyezzük, hogy a 3 az a *legnagyobb* szám, melynek 6-tal való szorzata kisebb, mint 20. A $20 = 6 \cdot 3 + 2$ felírásban a 3-at **nem teljes hányados**nak, a 2-t pedig **maradék**nak nevezzük. Azt is mondják, hogy a 20-at 6-tal osztva a nem teljes hányados 3 lesz, a maradék pedig 2. Megjegyezzük, hogy a maradék (2) kisebb, mint az osztó (6).

A cukorkákat másképpen is eloszthatjuk. Adjunk mindenkinek például 2 szemet. Ekkor a maradék 8 lesz. Tehát $20 = 6 \cdot 2 + 8$. Ebben az esetben viszont a 2 nem lesz nem teljes hányados, s a 8 sem maradék.

A maradék mindig kisebb az osztónál.

Osszuk el a 189-et 13-mal:

−	1	8	9	1	3
	1	3		1	4
	−	5	9		
		5	2		
			7		

Mivel $7 < 13$, ezért az osztási műveletet abba kell hagynunk. Ez azt jelenti, hogy a 189-et 13-mal osztva a nem teljes hányados 14-gyel egyenlő, a maradék pedig 7 lesz. Vagyis $189 = 13 \cdot 14 + 7$.

A fenti példából a következő általános szabályt fogalmazhatjuk meg.

Ahhoz, hogy meghatározzuk az osztandót, az osztót meg kell szorozni a nem teljes hányadossal, majd hozzáadni a maradékot.

Betűkifejezéssel ezt a szabályt a következőképpen írhatjuk fel:

$$\boxed{\boldsymbol{a = bq + r},}$$

ahol az a – az **osztandó**, b – az **osztó**, q – a **nem teljes hányados**, r – a **maradék**, $r < b$.

Vizsgáljuk meg a következő egyenlőséget: $21 = 7 \cdot 3$. Ezt így is át lehet írni: $21 = 7 \cdot 3 + 0$. Azt mondjuk, hogy a 21-et 7-tel osztva a maradék nulla lesz. Ezt úgy is lehet mondani, hogy a 21 **osztható** 7-tel.

PÉLDA. Ilona a 61-et elosztotta egy számmal és maradékul 5-öt kapott. Milyen számmal oszthatta el Ilona a 61-et?

Megoldás. Mivel az osztandó 61, a maradék pedig 5, ezért az osztandó és a nem teljes hányados szorzata $61 - 5 = 56$ lesz. Felírjuk az 56-ot két tényező szorzataként:

$$56 = 7 \cdot 8 = 14 \cdot 4 = 28 \cdot 2 = 56 \cdot 1.$$

Figyelembe véve, hogy a maradék (ebben az esetben az 5) kisebb kell hogy legyen az osztónál, ezért az osztó a 7, 8, 14, 28 és 56 számok közül bármelyik lehet. ◀

1. A maradékos osztásnál milyen tulajdonsággal rendelkezik a nem teljes hányados?
2. Hasonlítsd össze a maradékot és az osztót!
3. Fogalmazd meg a maradékos osztásnál az osztandó meghatározásának szabályát!
4. Hogyan írjuk fel betűkifejezés alakjában az osztandó meghatározását maradékos osztásnál?
5. Milyen esetekben mondjuk, hogy az egyik természetes szám pontosan osztható egy másikkal?

Szóban oldd meg!

1. Határozd meg a hiányzó számokat a műveletláncban!

$$\boxed{} \xrightarrow{\cdot 6} 78 \xrightarrow{-\_\_} 42 \xrightarrow{:\_\_} \bigcirc \xrightarrow{+19} \boxed{33}$$

2. A 72 560 000 számban letörölték a három utolsó nullát. Hogyan változott meg ekkor a szám, növekedett vagy csökkent, és hányszorosára?
3. Az egyik szivattyú 1 perc alatt 120 l vizet pumpál át, a másik pedig 180 l-t. Mennyi idő alatt töltenek meg együtt egy 6000 literes tartályt?
4. A kisebbítendő 129-cel nagyobb, mint a kivonandó. Mivel egyenlő a különbség?
5. Az osztó 48-szor kisebb az osztandónál. Mivel egyenlő a hányados?

Gyakorlatok

528.° Végezzétek el a maradékos osztást:

1) 42 : 5; 3) 428 : 37; 5) 1372 : 13; 7) 3196 : 74;
2) 592 : 24; 4) 684 : 30; 6) 5721 : 28; 8) 6516 : 204!

529.° Végezzétek el a maradékos osztást:

1) 54 : 7; 3) 158 : 12; 5) 2964 : 18;
2) 212 : 6; 4) 534 : 15; 6) 4848 : 106!

530.° 1) Határozd meg a következő számok maradékát 10-zel való osztásnál: 31; 47; 53; 148; 1596; 67 389; 240 750!

2) Határozd meg a következő számok maradékát 5-tel való osztásnál: 14; 61; 86; 235; 2658; 54 769; 687 903!

531.° Határozd meg a következő számok maradékát 100-zal való osztásnál: 106; 202; 421; 836; 2764; 100 098; 672 305; 1 306 579; 562 400!

532.° Írd fel azokat a maradékokat, amelyek különböző számok 7-tel; 13-mal; 24-gyel való osztásakor keletkeznek!

533.° Írd fel azokat a maradékokat, amelyek különböző számok 5-tel; 19-cel való osztásakor keletkeznek!

534.° Egy szem csokoládé 76 kopijkába kerül. Hány szemet vásárolhatunk 4 hrivnya 50 kopijkáért?

535.° Egy gépkocsi teherbírása 5 t. Legalább hány ilyen tehergépkocsi szükséges 42 t homok elszállításához?

536.° Egy ládába 20 kg alma fér. Legalább hány ilyen láda szükséges 176 kg alma tárolásához?

537.° Töltsd ki a táblázatot!

Osztandó	Osztó	Nem teljes hányados	Maradék
22	6		
45	7		
	5	2	3
	8	3	5

538.° Határozd meg az osztandót, ha az osztó 12, a nem teljes hányados 7, a maradék pedig 9!

539.° Határozd meg az osztandót, ha az osztó 18, a nem teljes hányados 4, a maradék pedig 11!

540.• Fejezd ki az osztandót a nem teljes hányados, az osztó és a maradék segítségével az $a = bq + r$ egyenlőséggel, ahol a – osztandó, b – osztó, q – nem teljes hányados, r – maradék, ha $a = 82$, $b = 8$!

541.• Fejezd ki az osztandót a nem teljes hányados, az osztó és a maradék segítségével az $a = bq + r$ egyenlőséggel, ahol a – osztandó, b – osztó, q – nem teljes hányados, r – maradék, ha $a = 45$, $b = 7$!

542.• Az a szám mely legkisebb értéke mellett:
1) osztható pontosan 6-tal a $48 + a$;
2) osztható pontosan 8-cal a $65 - a$;
3) lesz a maradék 4, ha a $96 - a$ kifejezést 9-cel osztjuk?

543.• Az a szám mely legkisebb értéke mellett:
1) osztható pontosan 7-tel az $53 + a$;
2) lesz a maradék 2, ha az $a + 24$ kifejezést 5-tel osztjuk?

544.•• Kati elosztotta a 211-et valamilyen számmal, és maradékul 26-ot kapott. Melyik számmal osztott a kislány?

545.•• Misi elosztotta a 111-et valamilyen számmal, és maradékul 7-et kapott. Melyik számmal osztott Misi?

546.•• Pali elosztotta a 70-et valamilyen számmal, és maradékul 4-et kapott. Melyik számmal osztott Pali?

547.•• Legfeljebb hány hétfő lehet egy évben?

548.* Az egyik őszi hónapban szombatokból és hétfőkből több volt, mint péntekből. Melyik volt ez a hónap? Milyen napra esett ebben a hónapban tizenkilencedike?

549.* Ismert, hogy az a szám az osztandó, a b szám az osztó, és $a < b$. Határozd meg a nem teljes hányadost és a maradékot, ha az a számot osztjuk a b-vel?

550.* Bizonyítsd be, hogy az a szám utolsó számjegye egyenlő azzal a maradékkal, amit akkor kapsz, ha ezt a számot elosztod 10-zel!

551.* Gondolj ki egy olyan betűkifejezést, amelyben a betűket bármilyen természetes számmal helyettesítve olyan számkifejezést kapsz, aminek értékét 3-mal osztva a maradék 1 lesz!

Ismétlő gyakorlatok

552. Egyszerűsítsd a kifejezést, és határozd meg az értékét:

1) $14a \cdot 6b$, ha $a = 2$, $b = 3$;
2) $25m \cdot 3n$, ha $m = 8$, $n = 1$;
3) $5x + 8x - 3x$, ha $x = 17$;
4) $16y - y + 5y$, ha $y = 23$!

553. A téglalap kerülete 54 cm, a szélessége pedig 3 cm-rel rövidebb, mint a hossza. Számítsd ki a téglalap oldalait!

554. Oldd meg a $8(3x - 16) = 208$ egyenletet! Figyeld meg, hogy az egyenlet gyöke azzal a korhatárral egyenlő, melynél engedélyezve van a kerékpárral való közlekedés a város utcáin és az országutakon.

Bölcs Bagoly feladványa

555. Ismeretes, hogy egy zsinórdarab 4 percig ég végig, ha az egyik végét meggyújtjuk. Sajnos a zsinór nem egyenletes sebességgel ég. Hogyan lehet:

1) egy ilyen zsinórdarabbal lemérni 2 percet;
2) két ilyen zsinórdarabbal lemérni 3 percet?

20. A szám hatványa

Már tudjátok, több egyenlő összeadandó összege szorzás segítségével egyszerűbben leírható.

Például $7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$.

A matematikusok arra is rájöttek, hogy az egyenlő tényezők szorzata is leírható rövidebben.

Például $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$.

A 7^4 kifejezést **hatvány**nak nevezzük és így olvassuk: *hét a negyedik hatványon* vagy *hétnek a negyedik hatványa*. Ekkor a 7-es számot a **hatvány alapjá**nak, a 4-et pedig a **hatvány kitevőjé**nek nevezzük. A 4-es szám azt mutatja, hányszor szerepel tényezőként a 7.

A 7^4 kifejezés értékének kiszámítását a **7-es szám** negyedik **hatványá**nak nevezzük.

Nézzünk még néhány példát:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243;$$
$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125;$$
$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100;$$
$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a;$$
$$(2b)^3 = 2b \cdot 2b \cdot 2b.$$

Egy szám második hatványát a **szám négyzeté**nek nevezzük. Például az a^2 felírást így olvassuk: a a *négyzeten*. Egy szám harmadik hatványát a **szám köbé**nek nevezzük. Például az a^3 felírást így olvassuk: a a *köbön*.

Lehet-e a hatványkitevő eggyel egyenlő? Igen, lehet. Mivel olyan szorzatot kell vizsgálni, mely egy tényezőből áll, ezért megállapodtak abban, hogy $a^1 = a$. Például $2^1 = 2$, $17^1 = 17$.

Felhívjuk a figyelmeteket, hogy a szám hatványra emelése (hatványozása) – egy új, az ötödik számtani művelet. Meghatározzuk a hatványozás műveleti sorrendjét a számkifejezés értékének kiszámításakor.

Ha a számkifejezésben hatvány is szerepel, akkor azt elsőnek hajtjuk végre, és utána a többit a megszokott sorrendben.

Például $5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$,
$$5 + 2^2 = 5 + 4 = 9.$$

?

1. Hogy nevezzük a 8^5 kifejezést? Hogy nevezzük ekkor a 8-at? Az 5-öt?
2. Hogy olvassuk a 8^5 kifejezést?
3. Hogy nevezzük a szám második hatványát? Harmadik hatványát?
4. Hogy olvassuk az a^2-et? Az a^3-öt?
5. Mivel egyenlő a szám első hatványa?
6. Milyen sorrendben hajtjuk végre a műveleteket a hatványt tartalmazó számkifejezésekben?

Szóban oldd meg!

1. Oldd meg az egyenleteket:

1) $(x - 10) : 2 = 20$;
2) $(x + 10) \cdot 2 = 20$;
3) $x \cdot 10 - 2 = 8$;
4) $x : 10 + 2 = 8$!

2. Igaz-e a $90 = 14 \cdot 5 + 20$ egyenlőség? Ki lehet-e jelenteni, hogyha a 90-et 14-gyel osztjuk, a nem teljes hányados 5 lesz, a maradék pedig 20?

3. Laci 60 almát 8-ával kupacokba rakott, és még 4 alma meg is maradt. Hány kupacba rakta az almákat Laci?

4. A turistának 25 km-t kellett megtennie. Miután 4 órát ment, még 1 km maradt hátra. Mekkora volt a turista sebessége?

5. Két virágágyásban 20 bokor rózsa nőtt. Miután az első ágyásból 2 bokrot átültettek a másikba, mindkét ágyásban 10 bokor lett. Hány bokor nőtt eredetileg mindegyik ágyásban?

Gyakorlatok

556.° Nevezd meg a hatvány alapját és kitevőjét:
1) 4^8; 2) 13^{10}; 3) a^9; 4) 6^m; 5) 2^{39}; 6) 93^1!

557.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést úgy, hogy az azonos tényezőkből álló szorzatot hatvánnyal helyettesíted:
1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$;
2) $10 \cdot 10 \cdot 10$;
3) $b \cdot b$;
4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$;
5) $3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m$;
6) $\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 6}_{10\ \text{tényező}}$;
7) $\underbrace{y \cdot y \cdot \ldots \cdot y}_{8\ \text{tényező}}$;
8) $\underbrace{c \cdot c \cdot \ldots \cdot c}_{n\ \text{tényező}}$.

558.° Határozd meg a kifejezések értékét:
1) 3^3; 2) 7^2; 3) 5^4; 4) 2^5; 5) 0^6; 6) 1^{12}!

559.° Határozd meg a kifejezések értékét:
1) 9^3; 2) 12^2; 3) 2^4; 4) 1^{100}; 5) 100^1; 6) 10^3!

560.• Számítsd ki:
1) $10^2 - 7^2$;
2) $5^3 - 5^2$;
3) $42^2 : 14 - 4^2 \cdot 6$;
4) $8^3 : 4^2 - 2^3$;
5) $25^2 : (24^2 + 7^2)$;
6) $10^3 - 10^2 + 9^3$!

561.• Számítsd ki:
1) $3^2 + 4^2$;
2) $3^3 + 2^3$;
3) $26^2 - (12^2 \cdot 3 + 175)$;
4) $6^3 - 2 \cdot 4^3 - 1^3$;
5) $15^2 : (13^2 - 124)$;
6) $8^3 : (4^2 - 2^3)$!

562.• Határozd meg a kifejezések értékét:
1) $16 - c^3$, ha $c = 2$;
2) $x^3 - x^2$, ha $x = 10$;
3) $15a^2$, ha $a = 4$;
4) a^2b^3, ha $a = 6$, $b = 10$;
5) $(x^2 - y^2) : (x - y)$, ha $x = 4$, $y = 2$;
6) $(x^2 - y^2) : x - y$, ha $x = 4$, $y = 2$;
7) $x^2 - y^2 : (x - y)$, ha $x = 4$, $y = 2$;
8) $x^2 - y^2 : x - y$, ha $x = 4$, $y = 2$!

563.• Határozd meg a kifejezések értékét:
1) $x^2 - 14$, ha $x = 5$; 7; 18; 2) $2y^2 + 13$, ha $y = 6$; 8; 9; 100!

564.•• Írd fel 3 hatványaként a következő számokat: 1) 9; 2) 27; 3) 243; 4) 81!

565.•• Írd fel 2 hatványaként a következő számokat: 1) 4; 2) 16; 3) 32; 4) 256!

566.•• Állíts össze számkifejezést, és határozd meg az értékét:
1) 5 köbének és 8 négyzetének az összege;
2) 6 és 2 négyzeteinek a különbsége;
3) 6 és 2 különbsége a négyzeten!

567.•• Állíts össze számkifejezést, és határozd meg az értékét:
1) 9 és 8 különbsége a köbön;
2) 8 és 7 összege a négyzeten;
3) 8 és 7 négyzeteinek az összege!

Ismétlő gyakorlatok

568. Oldd meg az egyenletet:
1) $7\ (x - 19) = 133$;
2) $9\ (213 - 2x) = 927$;
3) $1344 : (x + 26) = 32$;
4) $384 : (51 - 5x) = 24$!

569. 10 adag fagylalt elkészítéséhez 200 g cukrot használnak fel. Hány adag fagylalthoz elegendő 500 g cukor?

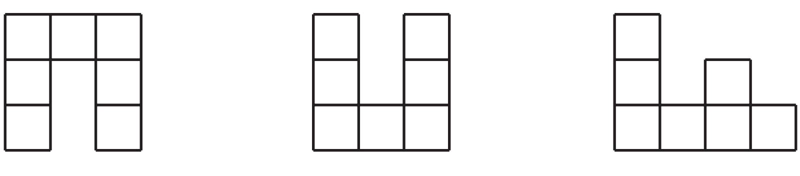
570. Laci egy háromjegyű számra gondolt, melyben egy-egy számjegye a 652, 153 és 673 számok megfelelő számjegyeivel azonos helyiértéken áll, de a másik két számjegy nem azonos helyiértéken szerepel. Melyik számra gondolt Laci?

Bölcs Bagoly feladványa

571. A cirkuszban jegyért állt sorban Misi, Nati, Peti, Dani és Marika. Marika hamarabb vette meg a jegyét mint Misi, de később, mint Nati, Peti és Nati nem egymás mellett álltak, Dani se Natival, se Marikával, se Petivel nem állt egymás mellett. Ki ki után következett a sorban?

21. Terület. A téglalap területe

A 145. *a*, *b* ábrán lévő alakzatok egyenlők, mivel egymásra helyezve fedik egymást. Nyilvánvaló, hogy a 145. *a*, *c* ábrán lévő alakzatok nem egybevágók. Mindegyik hét darab olyan négyzetből áll, melynek oldala 1 cm.



a *b* *c*

145. ábra

Az ilyen alakzatokról mondják azt, hogy a **területük** egyenlő.

A terület fogalmával gyakran találkoztok a hétköznapi életben is: a lakás területe, a hájtáji részleg területe, a mező területe stb.

Tapasztalatból tudod, hogy az egyforma alakzatoknak a területe is egyenlő, a lakás területe az összes helyiség (szobák, konyha, előszoba stb.) területeinek összegével egyenlő. Ezek a példák szemléltetik a terület következő tulajdonságait.

1) Egyenlő alakzatoknak a területeik is egyenlők.

2) Az alakzat területe az őt alkotó alakzatok területének összegével egyenlő.

Hogyan lehet megmérni egy alakzat területét?

Emlékeztetőül: a szakasz hosszának mérésére bevezettük az egységnyi hosszúságú szakaszt, a szög mérésére pedig a szögegységet.

Általában, *bármely mennyiség méréséhez* **mértékegységet** *kell választanunk*.

A terület mértékegységéül azt a négyzetet vesszük, melynek az oldala egyenlő az egységnyi szakasz hosszával. Az ilyen négyzetet **egységnyi**nek nevezzük.

Az 1 m oldalhosszúságú négyzet területét **négyzetméter**nek nevezzük. Így írjuk: 1 m^2.

Az 1 cm oldalhosszúságú négyzet területét **négyzetcentiméter**nek nevezzük. Így írjuk: 1 cm^2.

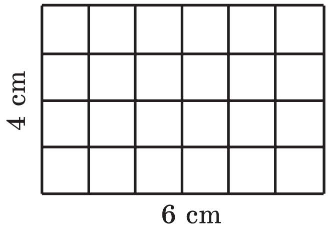
Az 1 mm oldalhosszúságú négyzet területét **négyzetmilliméter**nek nevezzük. Így írjuk: 1 mm^2.

Egy alakzat területét megmérni annyit jelent, mint megszámolni, hány területegység van benne.

Így a 145. ábrán lévő mindegyik alakzat területe 7 cm^2 lesz.

Ha a téglalap egyik oldala 6 cm, a szomszédos oldala pedig 4 cm, akkor ezt a téglalapot fel lehet osztani $6 \cdot 4$ egységnyi négyzetre (146. ábra). Ezért a területe $6 \cdot 4 = 24$ (cm^2) lesz.

Hasonlóan gondolkozva, olyan következtetésre jutunk, hogyha a téglalap egyik oldala a egységnyi szakasz hosszúságú, a másik pedig b, akkor ez a téglalap $a \cdot b$ egységnyi négyzetre osztható fel, tehát a téglalap területe ab négyzetegység lesz.



146. ábra

A téglalap területe egyenlő két szomszédos oldalának szorzatával:

$$\boxed{S = ab,}$$

ahol S a téglalap területe, a és b a szomszédos oldalainak hossza, melyek ugyanazon hosszegységekben vannak kifejezve.

Mivel a négyzet minden oldala egyenlő, ezért a területét a következő képlet adja meg:

$$\boxed{S = a^2,}$$

ahol S a négyzet területe, a pedig az oldalainak hossza. Éppen ezért nevezzük a szám második hatványát a szám négyzetének.

Már tudjátok, hogy az egybevágó alakzatok területe egyenlő. Viszont nem biztos, hogy az egyenlő területű alakzatok egybevágóak (145. ábra).

A földterület mérésére az **ár** mértékegységet és a **hektár**t (az 1 hektár helyett röviden 1 ha írnak) használják:

$$1 \text{ ár} = 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2,$$
$$1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10\ 000 \text{ m}^2.$$

A hétköznapi életben az 1 árt **szotek**nek is nevezik.

?

1. Az alakzatok területének milyen tulajdonságait ismered?
2. Hogyan kell eljárnunk, ha meg akarunk mérni egy mennyiséget?
3. Milyen négyzetet nevezünk egységnyinek?
4. Milyen területegységeket ismersz?
5. Mit jelent megmérni az alakzat területét?
6. Mivel egyenlő a téglalap területe?
7. Milyen képlettel határozzák meg a négyzet területét?
8. Igaz-e az állítás, hogyha az alakzatok területei egyenlők, akkor az alakzatok egybevágók?

Szóban oldd meg!

1. Hány:
  1) centiméter van 1 dm-ben; 1 m-ben; 3 dm-ben; 5 m 2 dm-ben; 12 dm 5 cm-ben; 40 mm-ben;
  2) méter van 1 km-ben; 2 km 418 m-ben; 4 km 16 m-ben; 800 cm-ben; 20 dm-ben?

2. Számítsd ki:
  1) a 3 és a 2 köbeinek összegét;
  2) a 3 és a 2 összegének köbét;
  3) a 8 és a 6 négyzeteinek különbségét;
  4) a 8 és a 6 különbségének négyzetét!

3. A csónak 5 óra alatt 40 km-t tett meg. Hány óra alatt tesz meg ugyanilyen sebességgel 24 km-t?
4. Hány liter vizet képes átpumpálni a szivattyú 8 perc alatt, ha 5 ilyen szivattyú 6 perc alatt 450 l vizet pumpál át?
5. Mely számmal kell helyettesíteni a csillagokat, hogy az 1* + 3* + + 5* = 111 egyenlőség igaz legyen?

Gyakorlatok

572.° 1) Hány négyzetcentiméter van 1 dm^2-ben? 1 m^2-ben?
2) Hány négyzetméter van 1 km^2-ben?

573.° Számítsd ki a téglalap területét, ha szomszédos oldalai 14 cm és 8 cm!

574.° Számítsd ki a négyzet területét, ha oldala 7 dm!

575.° A téglalap oldala 16 cm, a szomszédos oldala ennél 6 cm-rel nagyobb. Számítsd ki a téglalap területét!

576.° A téglalap oldala 48 cm, a szomszédos oldala ennek pedig nyolcada. Számítsd ki a téglalap területét!

577.• A téglalap kerülete 162 dm, az egyik oldala pedig 47 dm. Határozd meg a téglalap területét!

578.• A téglalap kerülete 96 m, ami 8-szor nagyobb, mint a kerülete. Határozd meg a téglalap területét!

579.• Határozd meg a négyzet területét, ha kerülete 96 cm!

580.• A téglalap kerülete 4 m 8 dm, az egyik oldala 5-ször hosszabb, mint a szomszédos oldal. Határozd meg a téglalap területét!

581.• A téglalap kerülete 6 dm 8 cm, az egyik oldala 1 dm 6 cm-rel rövidebb a szomszédos oldalnál. Határozd meg a téglalap területét!

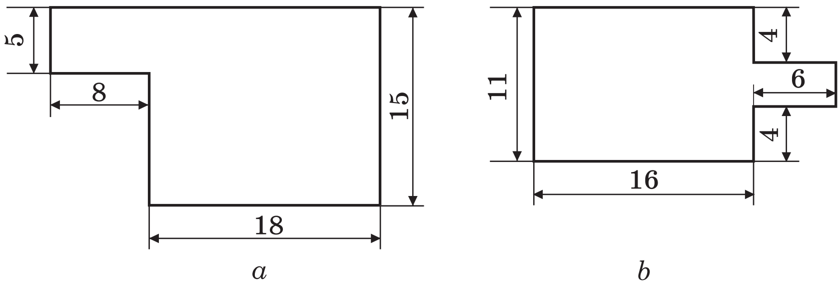
582.• Fejezd ki:
1) árban: 12 ha; 45 ha; 6 ha 28 ár; 14 ha 68 ár; 32 400 m^2; 123 800 m^2; 2 km^2 14 ha 5 ár; 4 km^2 72 ha 16 ár;
2) négyzetméterben: 5 ár; 17 ár; 8 ha; 63 ha; 5 ha 72 ár; 14 ha 43 ár;
3) hektárban és árban: 530 ár; 1204 ár; 16 300 m^2; 85 200 m^2!

583.• Fejezd ki:
1) négyzetcentiméterben: 8 dm^2; 16 dm^2; 4 m^2; 38 m^2; 16 m^2 19 dm^2; 74 m^2 3 dm^2;
2) hektárban: 340 000 m^2; 5 830 000 m^2; 53 km^2; 14 km^2; 5 km^2 18 ha; 24 km^2 6 ha!

584.• A téglalap alakú mező területe 56 ár, a hossza pedig 80 m. Számítsd ki a mező kerületét!

585.• A téglalap alakú mező területe 48 ár, a szélessége pedig 150 m. Számítsd ki a mező kerületét!

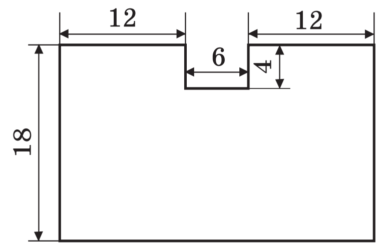
586.• Számítsd ki a 147. ábrán lévő alakzatok kerületét és területét (méretei centiméterekben vannak megadva)!



147. ábra

587.• Számítsd ki a 148. ábrán lévő alakzatok kerületét és területét (méretei centiméterekben vannak megadva)!

588.• Elegendő-e 5 t borsó egy téglalap alakú mező bevetésére, melynek oldalai 500 m és 400 m, ha 1 ha földre 260 kg borsót kell elszórni?



148. ábra

589.• Édesapa elhatározta, hogy a konyha egyik falát kicsempézi, melynek hossza 4 m 50 cm, magassága pedig 3 m. Elegendő lesz-e 15 láda csempe, ha egy ládában 40 darab van, s a négyzet alakú csempe oldalhossza 15 cm?

590.• Kertész Péter farmergazda uborkát vetett a melegházában, amelynek hossza 16 m 50 cm, szélessége pedig 12 m. Hány kilogramm termést takarít majd be, ha egy m^2-ről 30 kg uborkát szed le?

591.• A fal egyszeri festésére négyzetméterenként 180 g festéket használnak el. Elegendő-e 3 kg festék a 6 m hosszú és 3 m magas fal lefestésére?

592.•• A 12 cm oldalhosszúságú négyzetnek és a téglalapnak, melynek egyik oldala 18 cm, azonos a területe. Add meg a téglalap kerületét!

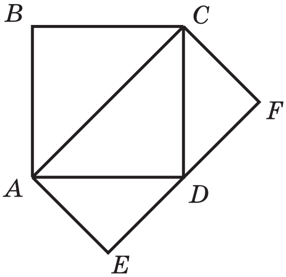
593.•• A négyzet és a téglalap területe egyenlő, a téglalap oldalainak hossza 3 cm és 12 cm. Add meg a négyzet kerületét!

594.•• A téglalap szélessége 26 cm. Hány négyzetcentiméterrel növekszik ennek a téglalapnak a területe, ha a hosszát 4 cm-rel növeljük?

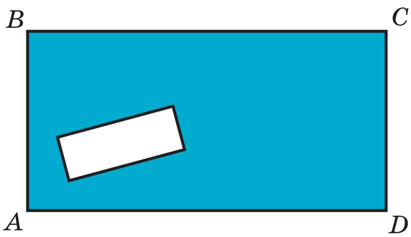
595.•• Hányszorosára nő a téglalap kerülete és a területe, ha minden oldalát 4-szeresére növelik?

596.•• A téglalap hossza 32 cm. Hány négyzetcentiméterrel csökken a területe, ha a szélességét 5 cm-rel csökkentik?

597.* Az $ABCD$ négyzet területe 16 cm^2 (149. ábra). Mennyivel egyenlő az $ACFE$ téglalap területe?



149. ábra



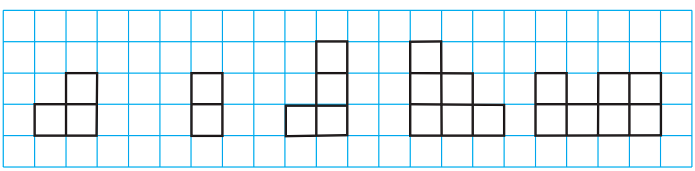
150. ábra

598.* A téglalap alakú papírlap oldalainak hossza centiméterben mérve egész szám lesz, a lap területe pedig 12 cm^2. Hány 4 cm^2-es területű négyzetet vághatunk ki ebből a téglalapból?

599.* A téglalap alakú papírlap oldalainak hossza centiméterben mérve egész szám lesz, a lap területe pedig 18 cm^2. Hány 3 cm-es oldalú négyzetet vághatunk ki ebből a téglalapból?

600.* Az $ABCD$ téglalap közepéből (150. ábra) kivágtunk egy téglalap alakú részt. Hogyan vághatjuk ketté a kapott alakzatot egy egyenes vonallal úgy, hogy két azonos területű alakzatot kapjunk?

601.* A 151. ábrán lévő öt alakzatból négyet felhasználva rakj ki egy négyzetet!

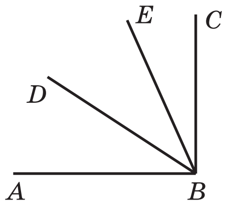


151. ábra

602.* Szét lehet-e vágni egy négyzetet néhány darabra úgy, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni két négyzetet, melynek oldalai centiméterekben mérve egész szám lesz, ha az adott négyzet oldala: 1) 5 cm; 2) 6 cm?

Ismétlő gyakorlatok

603. Az ABC derékszög csúcsából (152. ábra) BD és BE félegyeneseket húztak úgy, hogy az ABE szög 34°-kal nagyobb a DBE szögnél, a CBD szög pedig 23°-kal nagyobb, mint a DBE szög. Hány fokos a DBE?



152. ábra

604. Végezd el a műveleteket:

1) $1008 \cdot 604 - 105\ 984 : 12 - 54\ 321$;
2) $(57 \cdot 34 + 812\ 754 : 27) : 18$!

605. A tanuló névnapjára az osztály szülői tanácsa cukorkát, süteményt és ostyát vásárolt. Segíts a szülői tanácsnak a számlát kijavítani!

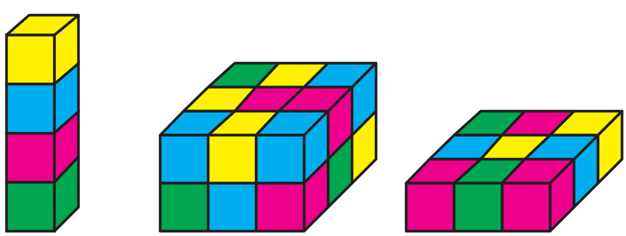
Az árú neve	A csomagok száma	Egy csomag ára, hrn.	Fizetendő összeg, hrn.
Nápolyi		7	84
Cukorka	5		
Keksz	9	14	
Összesen			305

Bölcs Bagoly feladványa

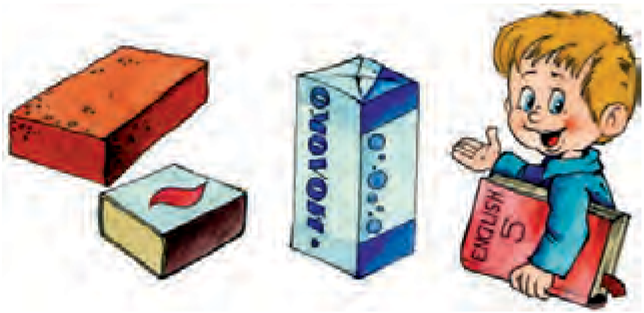
606. A tavon elkezdtek virágozni a liliomok. A liliom minden nap kétszeresére nő. Az első virág megjelenésétől a tó teljes befedéséig 20 nap telik el. Hányadik napon volt a tó félig benőve?

22. Derékszögű paralelepipedon (Téglatest). Gúla

Gyermekkorodban bizonyára te is játszottál kirakós kockákkal, és építettél belőlük a 153. ábrán látható alakzatokat.



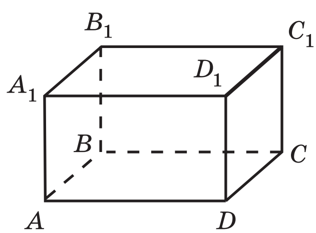
153. ábra



Az ábrán lévő alakzatok segítségével fogalmat alkothatsz a **téglatest**ről. Téglatest alakú például a csokoládés doboz, a könyv, a tégla, a gyufásdoboz, a láda, a tejesdoboz.

A 154. ábrán az $ABCDA_1B_1C_1D_1$ téglatest látható. A téglatestet hat **lap** határolja. Minden lap téglalap, vagyis a téglatest felszíne hat darab téglalapból áll.

A lapok oldalait a **téglatest élei**nek, a lapok csúcsait pedig a **téglatest csúcsai**nak nevezzük. Például az AB, BC, A_1B_1 szakaszok az $ABCDA_1B_1C_1D_1$ téglatest élei, a B, A_1, C_1 pontok pedig a **csúcsai** lesznek. (154. ábra).



154. ábra

A téglatestnek 8 csúcsa és 12 éle van.

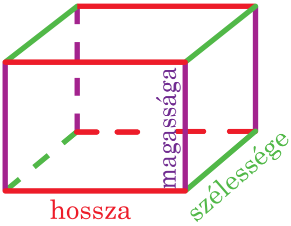
Az AA_1B_1B és a DD_1C_1C lapoknak nincs közös csúcsuk. Az ilyen lapokat **szemközti lapok**nak nevezzük. Az $ABCDA_1B_1C_1D_1$ téglatestben még két pár szemközti lap van: az $ABCD$ és az $A_1B_1C_1D_1$ téglalapok, valamint az AA_1D_1D és BB_1C_1C téglalapok.

A téglatest szemközti lapjai egyenlők.

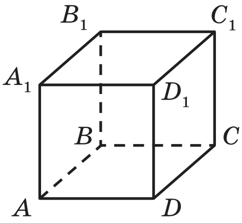
A 154. ábrán az $ABCD$ lapot az $ABCDA_1B_1C_1D_1$ **téglatest alapjá**nak nevezzük.

A téglatest felszínének az összes lapja területeinek összegét nevezzük.

Hogy elképzelésünk legyen a téglatest méreteiről, elegendő megvizsgálni az egy csúcsból futó három élét. Ezeknek az éleknek a hosszát a téglatest **méretei**nek nevezzük. Ahhoz, hogy megkülönböztessük őket egymástól, a következőképpen nevezték el ezeket: **hossza, szélessége, magassága** (155. ábra).



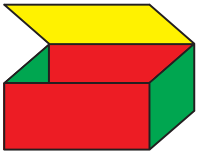
155. ábra



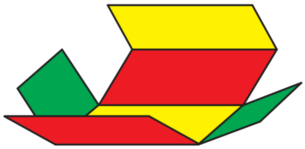
156. ábra

Azt a téglatestet, melynek méretei egyenlők, **kocká**nak nevezzük (156. ábra). A kocka felszíne hat darab egyenlő négyzetből áll.

Ha egy téglatest alakú dobozt kinyitunk (157. ábra) és a négy függőleges él mentén szétvágjuk (158. ábra), majd kiterítjük, akkor egy hat téglalapból álló alakzatot kapunk (159. ábra). Ezt a **téglatest testhálójá**nak nevezzük.



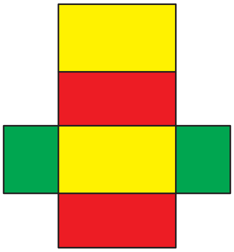
157. ábra



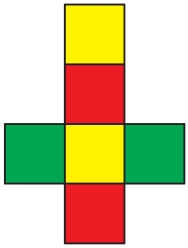
158. ábra

A 160. ábrán egy olyan alakzat látható, amely hat négyzetből áll. Ez lesz a **kocka testhálója**.

A testháló alapján elkészíthető a téglatest modellje. Ezt a következőképpen lehet létrehozni. Rajzoljunk egy papírlapra egy testhálót, vágjuk ki, majd hajtogassuk össze a téglatest éleinek megfelelő szakaszok mentén (158. ábra), végül ragasszuk össze.

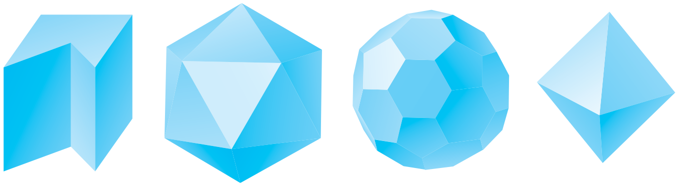


159. ábra



160. ábra

A téglatest a **soklap**ok **(poliéder)** egyik típusa. A soklap olyan test, amely sokszögekből áll. A 161. ábrán néhány sokszög látható.



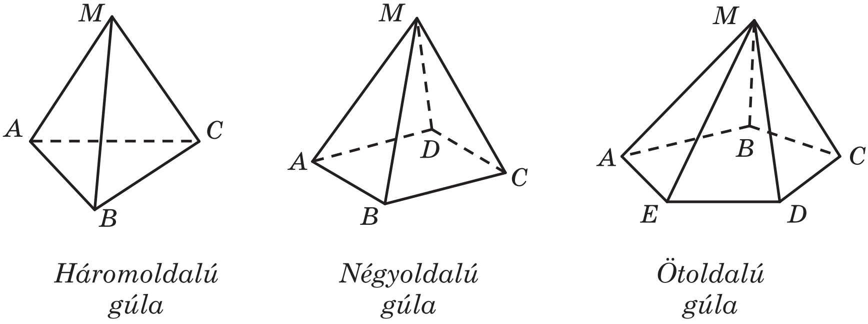
161. ábra

A soklapok egyike a **gúla**.

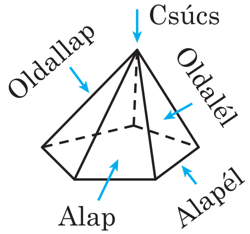
Ez az alakzat nem ismeretlen számotokra. Bizonyára már hallottatok az ókori világ hét csodája közül az egyikről, az egyiptomi piramisokról.

Az egyiptomi piramisok

A 162. ábrán az *MABC*, *MABCD*, *MABCDE* gúlák láthatók. Ezek felszíne közös csúccsal rendelkező háromszög alakú **oldallapok**ból és egy sokszög alakú **alaplap**ból áll (163. ábra).



162. ábra



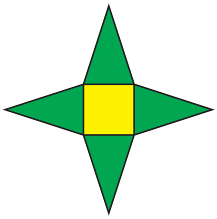
163. ábra

Az oldallapok közös csúcsát a **gúla csúcsának** nevezzük. A gúla alapjának oldalait **alapéleknek** nevezzük, és azoknak az oldallapoknak az oldalait, amelyek nem tartoznak az alaphoz, **oldaléleknek** nevezzük.

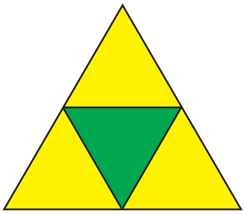
A gúlákat az alapja oldalainak száma alapján osztályozzuk (162. ábra): háromoldalú négyoldalú, ötoldalú stb. gúlákat különböztetünk meg.

A háromoldalú gúla felszíne négy háromszögből áll. Ezek közül bármelyik szolgálhat alapként. Ez az egyetlen gúla, melynek bármelyik lapját tekinthetjük az alapjának.

A 164. ábrán látható alakzat egy **négyoldalú gúla testhálója**. Ez egy négyzetből és négy egyenlő szárú háromszögből áll.



164. ábra



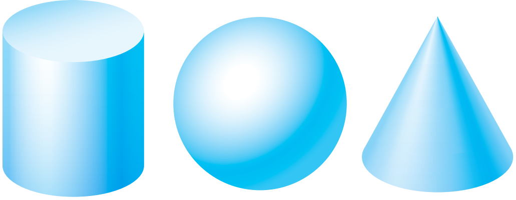
165. ábra

A 165. ábrán egy olyan alakzat látható, amely négy egyforma egyenlő oldalú háromszögből áll. Ennek az alakzatnak a segítségével lehet elkészíteni azt a háromoldalú gúlát, melynek lapjai szabályos háromszögek lesznek.

A soklapok a **mértani testek** közé tartoznak.

A 166. ábrán már olyan általatok ismert mértani testek láthatók, amelyek nem soklapok.

Ezekkel a mértani testekkel a 6. osztályban részletesebben is megismerkedtek majd.



166. ábra

1. Milyen tárgyak alapján alkothatunk fogalmat a téglatestekről?
2. Milyen alakzatok alkotják a téglatest felszínét?
3. Hány lapja van a téglatestnek?
4. Milyen tulajdonsággal rendelkeznek a téglatest szemközti lapjai?
5. A téglatestnek hány csúcsa van? És hány éle?
6. Milyen közös neve van a téglatest egy csúcsból induló élei hosszának?
7. Milyen nevekkel különböztetik meg a téglatest méreteit?
8. Milyen testet nevezünk kockának?
9. Milyen alakzatokból áll a kocka felszíne?
10. Milyen alakzatokból áll a gúla felszíne?

Szóban oldd meg!

1. Számítsd ki:
1) $13 \cdot 4 \cdot 25$; 2) $4 \cdot 5 \cdot 78 \cdot 5$; 3) $125 \cdot 943 \cdot 8$!

2. Egyszerűsítsd a kifejezést:
1) $3a \cdot 16b$; 2) $4m \cdot 9n \cdot 5k$; 3) $7a \cdot 2b \cdot 50c \cdot 8d$!

3. Bontsd fel a zárójeleket:
1) $2\ (a + b)$; 2) $(3 - b) \cdot 5$; 3) $6m\ (7n + 8p)$!

4. Határozd meg a téglalap kerületét, ha területe 28 cm^2, az egyik oldala pedig 7 cm!

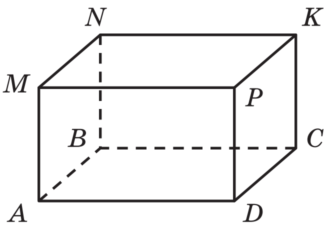
5. Az üzletben 6 q almát olyan ládákba raktak szét, melyekbe 12 kg fér. Hány ládát raktak meg almával?

6. Hányszor nagyobb a 6 cm-es oldalú négyzet területe a 2 cm-es oldalú négyzet területénél?

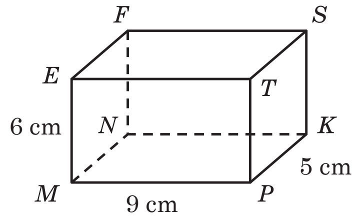
Gyakorlatok

607.$^\circ$ A 167. ábrán az *ABCDMNKP* téglatest látható. Nevezd meg:
1) a *C* csúcsra illeszkedő lapjait;
2) a *BC* éllel egyenlő éleit;
3) a felső lapját;
4) az alsó lapjára illeszkedő csúcsait;
5) azokat a lapjait, melyeknek az *AM* a közös élük;
6) a *DPKC* lappal egyenlő lapját!

608.$^\circ$ Az *MNKPEFST* téglatest (168. ábra) méretei 9 cm, 5 cm és 6 cm. Számítsd ki az összes éleinek összegét és felszínének területét!



167. ábra



168. ábra

609.° Számítsd ki a téglatest összes élének összegét, ha méretei 13 cm, 16 cm, 21 cm!

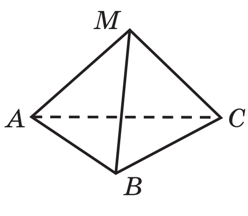
610.° Számítsd ki a téglatest felszínét, ha méretei 9 m, 24 m, 11 m!

611.° Számítsd ki a kocka teljes felszínét és éleinek hosszát, ha az éle 5 cm!

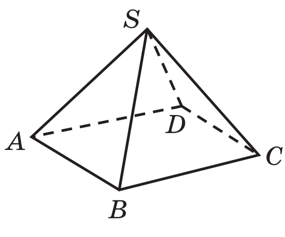
612.° Számítsd ki a kocka teljes felszínét és éleinek hosszát, ha élének hossza 7 cm!

613.° A 169. ábrán az *MABC* gúla látható. Nevezd meg:

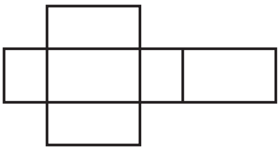
1) a gúla alapját;
2) a gúla csúcsát;
3) a gúla oldallapjait;
4) a gúla oldaléleit;
5) a gúla alapéleit!



169. ábra



170. ábra



171. ábra

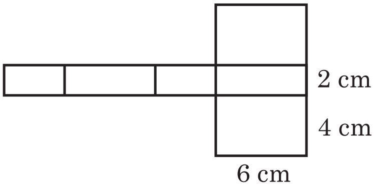
614.° A 170. ábrán az *SABCD* gúla látható. Nevezd meg:

1) a gúla alapját;
2) a gúla csúcsát;
3) a gúla oldallapjait;
4) a gúla oldaléleit;
5) a gúla alapéleit!

615.• A 171. ábrán egy téglatest teszthálója látható.

1) Hány téglalapból áll ez a testháló?
2) Hány pár egyenlő téglalapból áll ez a testháló?
3) Mekkora a testháló területe, ha a téglatest méretei 10 cm, 7 cm és 3 cm?

616.$^{\bullet}$ Számítsd ki a téglatest felszínét a 172. ábrán lévő testhálója alapján!



172. ábra

617.$^{\bullet}$ Adott egy téglatest alakú fahasáb. Szélessége 20 cm, amely 5 cm-rel rövidebb a hosszánál és 3-szor rövidebb a magasságánál. Mennyi lakk szükséges a teljes felszínének lefestéséhez, ha 1 dm^2-re 4 g megy el?

618.$^{\bullet}$ Egy téglatest éleinek hossza 28 cm. Határozd meg az egy csúcsból kifutó három élének összegét!

619.$^{\bullet\bullet}$ A téglatest és a kocka felszínei egyenlők. A téglatest hossza 18 m, ami 2-szer nagyobb, mint a szélessége, és 8 m-rel nagyobb a magasságánál. Határozd meg a kocka élét!

620.$^{\bullet\bullet}$ Egy téglatest alakú fahasábot, melynek méretei 4 cm, 5 cm és 6 cm, befestettek, majd 1 cm-es élű kockákra vágtak szét. Hány olyan kockát kaptunk, amelynek: 1) három lapja festett; 2) két lapja festett; 3) egy lapja festett?

Ismétlő gyakorlatok

621. Egy rakéta sebessége 8 km/mp. Hány perc alatt tesz meg 960 km-t?

622. Egy kartonlapból hat egyforma négyzetet lehet kivágni. Hány kartonlapból vágható ki 50 ilyen négyzet?

623. A vonat az állomásról 16 órakor indult el 54 km/ó sebességgel. 19 órakor erről az állomásról az ellenkező irányba elindult egy másik vonat. 24 órakor a vonatok közötti távolság 642 km lett. Mekkora a másik vonat sebessége?

624. Oldd meg az egyenleteket:

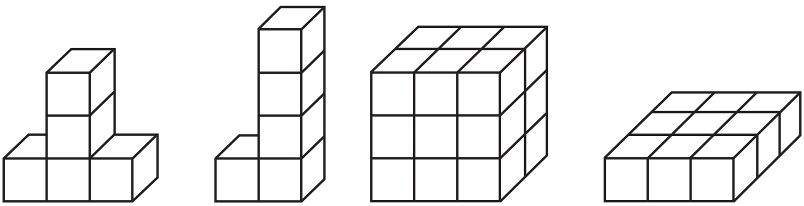
1) $6x + 8x - 7x = 714$;
2) $23x - 19x + 5x = 1827$;
3) $11x - 6x + 17 = 2042$;
4) $5x + 3x - 47 = 6401$!

Bölcs Bagoly feladványa

625. Hogyan lehet vonalzóval megmérni egy téglatest testátlóját[1], ha még rendelkezésünkre áll néhány ugyanilyen téglatest?

23. A téglatest térfogata

A 173. *a*, *b* ábrákon látható testek egyforma számú és ugyanakkora kockákból vannak összerakva. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy ezeknek a testeknek **egyenlő a térfogatuk**. A 173. *c*, *d* ábrákon látható téglatestek megfelelően 18 és 9 egyforma kockából állnak. Ezért róluk elmondható, hogy az első test térfogata kétszerese a másikénak.



173. ábra

A térfogat fogalmával a mindennapi életben is többször találkozhatunk: a tartály térfogata, a medence térfogata, az osztályterem térfogata, az elhasznált gáz vagy víz mennyisége stb.

A tapasztalat azt mutatja, hogy az egyforma űrtartalmú edények térfogata megegyezik. Például az egyforma hordóknak a térfogatai is megegyeznek.

Ha az edényt több részre osztjuk, akkor az edény térfogatát a részek térfogatainak összegeként megkapjuk. Például a kétkamrás hűtőszekrény térfogata a kamrák térfogatainak összegével egyenlő.

Ezek a példák a térfogat következő tulajdonságait szemléltetik:

1) Az egyenlő nagyságú testek térfogatai is egyenlők.

2) A test térfogata egyenlő az őt alkotó testek térfogatainak összegével.

Más mennyiségekhez hasonlóan (hossz, terület), a térfogatra is vezessünk be mértékegységet.

A térfogat egységéül egy olyan kocka térfogatát fogadjuk el, melynek éle egységnyi hosszúságú. Az ilyen kockát **egységkocká**nak nevezzük.

[1] *A téglatest testátlója* egy olyan szakasz, amely két, nem egy oldallaphoz tartozó csúcsát köti össze.

Az 1 mm-es oldalú kocka térfogatát **köbmilliméter**nek nevezzük. Így írjuk: 1 mm^3.

Az 1 cm-es oldalú kocka térfogatát **köbcentiméter**nek nevezzük. Így írjuk: 1 cm^3.

Az 1 dm-es oldalú kocka térfogatát **köbdeciméter**nek nevezzük. Így írjuk: 1 dm^3.

A folyadékok és gázok térfogatának mérésekor az 1 dm^3 térfogatot **liter**nek nevezzük. Így írjuk: 1 l. Tehát 1 l $=$ 1 dm^3.

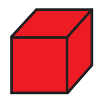
Az 1 m-es oldalú kocka térfogatát **köbméter**nek nevezzük. Így írjuk: 1 m^3.

Az 1 km-es oldalú kocka térfogatát **köbkilométer**nek nevezzük. Így írjuk: 1 km^3.

Egy alakzat térfogatát meghatározni annyit jelent, mint megállapítani, hány darab egységkocka fér bele.

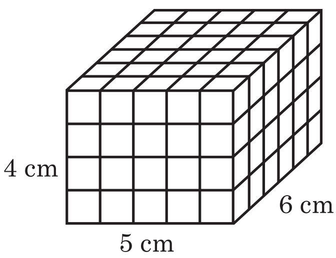
Ha a piros kocka (174. ábra) térfogatát egységnek tekintjük, akkor a 173. $a-d$ ábrákon lévő testek térfogatai megfelelően 5, 5, 18 és 9 térfogategység lesz.

Ha a téglatest hossza, szélessége és magassága megfelelően 5 cm, 6 cm, 4 cm, akkor ezt a téglatestet szét lehet vágni $5 \cdot 6 \cdot 4$ egységkockára (175. ábra). Ezért a térfogata $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120$ (cm^3).



174. ábra

Hasonlóan gondolkozva arra a következtetésre jutunk, hogyha a téglatest hossza, szélessége és magassága megfelelően a, b és c hosszegységű, akkor a téglatest $a \cdot b \cdot c$ egységkockára bontható. Ezért a térfogata abc térfogategység lesz.



175. ábra

A téglatest térfogata egyenlő az egy csúcsból induló élek hosszának szorzatával:

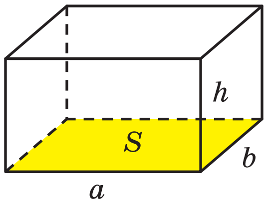
$$\boxed{V = abc,}$$

ahol V a téglatest térfogata, a, b és c az egy csúcsba futó éleinek hossza. Az élek hossza ugyanabban a hosszegységben van megadva.

Mivel a kocka minden éle egyenlő hosszú, ezért a térfogatát a következő képlettel számíthatjuk ki:

$$\boxed{V = a^3,}$$

ahol V a kocka térfogata, a az élének a hossza. Ezért nevezik köbnek a harmadik hatványt.



176. ábra

Az a hosszúságának és b szélességének a szorzatát a téglatest alapterületének nevezzük és S-sel jelöljük, $S = ab$ (176. ábra). Jelöljük a téglatest magasságát h-val. Akkor a téglatest V térfogata egyenlő: $V = abh$.

Innen

$$V = abh = (ab)\ h = Sh.$$

Tehát a téglatest térfogatának meghatározására még egy újabb képletet kaptunk:

$$\boxed{V = Sh}$$

A téglatest térfogata egyenlő alapterületének és magasságának szorzatával.

PÉLDA. Milyen magas az a téglatest alakú tartály, amelynek térfogata 324 dm^3, alapjának területe pedig 54 dm^2?

Megoldás. A $V = Sh$ képletből következik, hogy $h = V : S$.
Akkor a tartály keresett h magasságát így lehet kiszámítani:

$$h = 324 : 54 = 6 \text{ (dm)}.$$

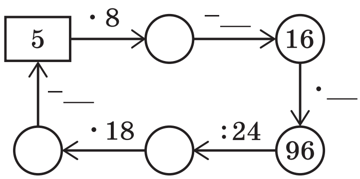
Felelet: 6 dm.

?

1. Milyen tulajdonságait ismered a térfogatnak?
2. Mit nevezünk egységnyi kockának?
3. Milyen térfogategységeket ismersz?
4. Mit jelent megmérni a test térfogatát?
5. Mivel egyenlő az a, b és c méretű téglatest térfogata?
6. Mi a kocka térfogatának képlete?
7. Hogy kell kiszámítani a téglatest térfogatát, ha adott az alapterülete és a magassága?

Szóban oldd meg!

1. Töltsd ki a műveletlánc kihagyott részeit?



2. Hány 1 cm-es élű kockát kell felhasználni ahhoz, hogy kirakjunk belőlük egy 2 cm-es élű kockát?

3. Hány cm drótot kell felhasználni ahhoz, hogy elkészítsük egy olyan téglatest vázát, melynek élei 3 cm, 5 cm és 6 cm?

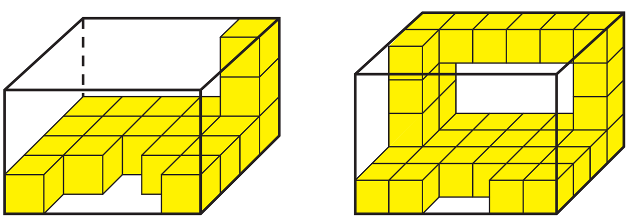
4. Helyettesítsd a csillagokat a „+” és a „–” jelekkel úgy, hogy a $20 * 30 * 10 * 80 * 70 = 50$ igaz egyenlőséggé váljon!

Gyakorlatok

626.° 1) Hány centiméter egy deciméter? Hány négyzetcentiméter egy négyzetdeciméter? Hány köbcentiméter egy köbdeciméter?

2) Hány centiméter van egy méterben? Hány négyzetcentiméter van egy négyzetméterben? Hány köbcentiméter van egy köbméterben?

627.° A 177. ábrán látható testek 1 cm-es élű kockákból vannak kirakva. Határozd meg a térfogataikat!



177. ábra

628.° Számítsd ki a téglatest térfogatát, ha méretei 12 m, 15 m és 6 m!

629.° Határozd meg a kocka térfogatát, ha éle 6 cm!

630.° Mivel egyenlő a téglatest térfogata, ha méretei 10 dm, 8 dm és 4 dm?

631.• Fejezd ki:

1) köbmilliméterekben: 7 cm^3; 38 cm^3; 12 cm^3 243 mm^3; 42 cm^3 68 mm^3; 54 cm^3 4 mm^3; 1 dm^3 20 mm^3; 18 dm^3 172 cm^3; 35 dm^3 67 cm^3 96 mm^3!
2) köbdeciméterekben: 4 m^3; 264 m^3; 10 m^3 857 dm^3; 28 m^3 2 dm^3; 44 000 cm^3; 5 430 000 cm^3!

632.• Fejezd ki köbcentiméterekben: 8 dm^3; 62 dm^3; 378 000 mm^3; 520 000 mm^3; 78 dm^3 325 cm^3; 56 dm^3 14 cm^3; 8 m^3 4 dm^3 6 cm^3!

633.• A téglatest szélessége 15 dm, a hossza 3 dm-rel nagyobb a szélességénél, a magassága pedig harmada a hosszának. Határozd meg a téglatest térfogatát!

634.• A téglatest magassága 20 cm, ami 4 cm-rel kisebb a hosszánál és 5-ször nagyobb a szélességénél. Határozd meg a téglatest térfogatát!

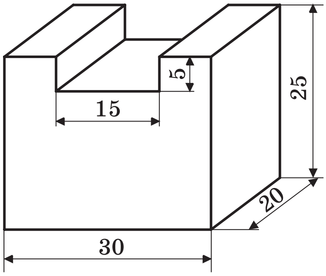
635.• A téglatest térfogata 560 cm^3, a hossza 14 cm, a szélessége pedig 8 cm. Határozd meg a téglatest magasságát!

636.• A téglatest hossza 18 cm, magassága 15 cm, a térfogata pedig 3240 cm^3. Határozd meg a téglatest szélességét!

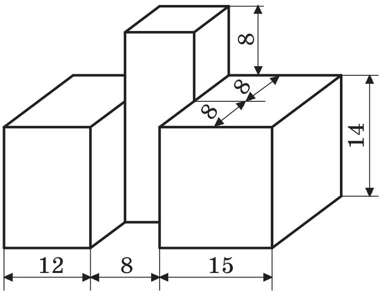
637.• A téglatest alakú szoba térfogata 144 m^3, a magassága pedig 4 m. Határozd meg a szoba padlójának területét!

638.• A téglatest alakú sportterem padlózatának területe 192 m^2, térfogata pedig 960 m^3. Határozd meg a sportterem magasságát!

639.• Határozd meg a 178. ábrán lévő test térfogatát (a méretei centiméterekben van megadva)!



178. ábra



179. ábra

640.• Határozd meg a 179. ábrán lévő test térfogatát (a méretei centiméterekben van megadva)!

641.• A cinkből készült kocka éle 4 cm. Határozd meg a kocka tömegét, ha 1 cm^3 cink tömege 7 gramm!

642.• Okoska olyan gépet szerkesztett, mely 8 óra alatt 150 m hosszú, 80 cm mély és 60 cm széles árkot ás ki. Hány köbméter földet ás ki ez a gép 1 óra alatt? Hány kotrógép munkáját helyettesíti ez a gép, ha egy kotrógép 8 óra alatt 240 dm^3 földet emel ki?

643.•• Egy kocka és egy téglatest térfogatai egyenlők. Határozd meg a kocka felszínét, ha a téglatest hossza 12 cm, amely 2-szer nagyobb, mint a szélessége és 4-szer hosszabb a magasságánál!

644.•• Az egyik kocka éle 4-szer nagyobb egy másik kocka élénél. Hányszor nagyobb: 1) az egyik kocka felszíne a másik felszínénél; 2) az egyik kocka térfogata a másik térfogatánál?

645.•• Hogyan változik meg a téglatest térfogata, ha:

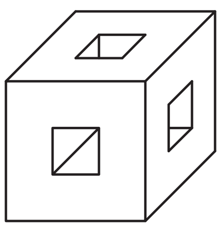
1) a hosszát 4-szeresére, a szélességét 2-szeresére, magasságát pedig 5-szörösére növeljük;
2) a szélességét negyedére csökkentjük, magasságát kétszeresére, a hosszát pedig 16-szorosára növeljük?

646.•• Hogyan változik meg a téglatest térfogata, ha:

1) minden élét 2-szeresére növeljük;
2) a hosszát harmadára csökkentjük, a magasságát 5-szörösére, a szélességét pedig 15-szörösére növeljük?

647.•• Az 1 ha területű úszómedencébe 1 000 000 l vizet engedtek. Lehet-e ebben a medencében úszóversenyt rendezni?

648.•• A 3 cm élhosszúságú kockában három négyzetes lyukat vágtak, ahol a négyzet oldala 1 cm-es (180. ábra). Határozd meg a megmaradt rész térfogatát?


180. ábra

649.* A téglatest alakú szappan méretei 12 cm, 6 cm és 4 cm. Mindennap egyforma mennyiségű szappant használunk el. 14 nap múlva a szappan minden mérete a felére csökkent. Hány napra elegendő a megmaradt szappandarab?

Ismétlő gyakorlatok

650. Egy városból egyidejűleg, ellenkező irányba indult el egy tehergépkocsi és egy autóbusz. Az elindulásuk után 4 órával a köztük lévő távolság 528 km lett. Az autóbusz sebessége 58 km/ó. Mekkora sebességgel haladt a tehergépkocsi?

651. Két városból, melyek között a távolság 54 km, egyidejűleg egymással szembe két kerékpáros indult el, és az elindulásuk után 2 órával találkoztak. Az egyik kerékpáros sebessége 12 km/ó volt. Mekkora sebességgel haladt a másik kerékpáros?

652. Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $7a + 7b$, ha $a + b = 14$;
2) $m \cdot 17 + n \cdot 17$, ha $m + n = 1000$;
3) $k \cdot 9 + 9l$, ha $k + l = 12$;
4) $4c - 4d$, ha $c - d = 125$;
5) $x \cdot 23 - 23y$, ha $x - y = 4$;
6) $56p - r \cdot 56$, ha $p - r = 11$!

Bölcs Bagoly feladványa

653. Az egyik háromjegyű szám felírásakor csak a 2-es és a 3-as számjegyeket használták fel, a másik számnál viszont a 3-as és a 4-es számjegyeket. Előfordulhat-e, hogy a szorzatuk csak 2-es és 4-es számjegyekből álló szám lesz?

24. Kombinatorikai feladatok

Tegyük fel, hogy elfelejtettétek a barátotok telefonszámának utolsó számjegyét. Hány olyan különböző eset létezik, amit kipróbálva biztosan fel tudod hívni a barátodat?

Mivel a telefonszám utolsó számjegyeként bármilyen számjegy szerepelhet, ezért legrosszabb esetben 10 próbálkozás után fog sikerülni a telefonálás, vagyis az összes lehetőséget így kipróbáljuk.

A mindennapi életünk során gyakran találkozunk olyan feladatokkal, hogy megoldásukhoz meg kell vizsgálni az összes lehetséges esetet, vagyis meg kell határozni ezek számát vagy az esetek összes lehetséges **kombinációját**. Az ilyen feladatokat **kombinatorikai** feladatoknak nevezzük.

1. PÉLDA. Ilona, Valéria és Katinka ügyeletesek az iskolában. Hányféleképpen tudja őket egyesével beosztani az osztályfőnökük az iskola három szintjére?

Megoldás. Feltételezzük, hogy Ilonát a harmadik szintre osztották be. Ekkor a második szinten ügyeletes lehet Valéria vagy Katinka, az elsőn pedig megfelelően Katinka vagy Valéria.

Az ügyeletességi beosztásra két lehetőséget, két kombinációt, két változatot kaptunk (a kislányokat a nevük első betűjével jelöljük):

3. szint:	I	I
2. szint:	V	K
1. szint:	K	V

Legyen a harmadik szinten Valéria az ügyeletes. Akkor a második szinten vagy Ilona vagy Katinka láthat el ügyeletet, az elsőn pedig megfelelően Katinka vagy Ilona. Megkaptunk az ügyelési rend még két újabb lehetséges esetét:

3. szint:	V	V
2. szint:	I	K
1. szint:	K	I

És végül, feltételezzük, hogy a harmadik szinten Katinka fog ügyeletet tartani. Ekkor még két esetet különböztethetünk meg:

3. szint:	K	K
2. szint:	V	I
1. szint:	I	V

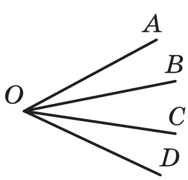
Tehát a következő hat esetet különböztethetjük meg:

3. szint	I	I	V	V	K	K
2. szint	V	K	I	K	V	I
1. szint	K	V	K	I	I	V

Felelet: hatféleképpen.

2. PÉLDA. Hány szög van a 181. ábrán?

Megoldás. Az ábrán lévő bármelyik szöget három betűvel jelöljük, melyből a középső feltétlenül az O betű lesz, a másik kettő pedig az A, B, C, D. Ezért a feladat arra vezethető vissza, hogy hányféleképpen lehet kiválasztani az A, B, C, D betűk közül kettőt.



181. ábra

Az összes lehetőség felírásakor figyelembe kell venni, hogyha a különböző kombinációknál a betűk sorrendjét felcseréljük, attól még ugyanazt a szöget fogják jelölni. Például az AB és BA ugyanannak az AOB szögnek felelnek meg.

Először felírjuk az A betűvel kezdődő betűpárokat:

$$AB,\ AC,\ AD.$$

Most pedig felírjuk a B betűvel kezdődő betűpárokat, kivéve azt, melynek a második betűje az A:

$$BC,\ BD.$$

Már csak az az eset maradt fenn, melynek az első betűje a C, és ahol a második betű se az A, se a B nem lehet:

$$CD.$$

Így hat kombinációt kaptunk: AB, AC, AD, BC, BD, CD.

Tehát a 181. ábra 6 szöget ábrázol.

Felelet: 6 szög.

? Mik azok a kombinatorikai feladatok?

Szóban oldd meg!

1. Egy 3 dm élhosszúságú kockát papírral vontak be. Hány négyzetcentiméter papírt használtak fel ehhez?

2. Egy téglatest térfogata 240 cm^3. Melyik számhármas tartalmazza a téglatest méreteit:

1) 4 cm, 6 cm, 12 cm;
2) 5 cm, 6 cm, 8 cm;
3) 3 cm, 5 cm, 10 cm;
4) 10 cm, 10 cm, 24 cm?

3. Hány mázsa búza önthető egy téglatest alakú tartályba, ha annak hossza 8 m, szélessége 2 m, magassága 1 m, és 1 m^3 búza tömege 8 q?

4. Melyik nagyobb, és mennyivel:

1) a 4 és a 3 összegének négyzete, vagy a 4 és a 3 négyzeteinek összege;
2) a 10 és a 8 számok négyzeteinek különbsége vagy a különbségük négyzete;
3) az 5 és a 3 köbeinek különbsége vagy a különbségük köbe?

Gyakorlatok

654.• Írd fel az összes olyan kétjegyű számot, melyeknek a felírásában csak az 1, 2 és 3 számjegyek szerepelhetnek (a számjegyek ismétlődhetnek is)!

655.• Írd fel az összes olyan kétjegyű számot, melyeknek a felírásában csak az 1, 2 és 0 számjegyek szerepelhetnek (a számjegyek ismétlődhetnek is)!

656.• Iá szamárnak három különböző színű luftballonja van: vörös, zöld és kék. Ezeket egyesével a barátainak szeretné adni: Micimackónak, Foltocskának és Nyuszinak. Hányféleképpen tudja megajándékozni Iá szamár a barátait?

657.• Hány kétjegyű számot lehet képezni a 0, 1 és 2 számjegyekből, ha a számjegyek különbözők?

658.• A labdarugó-bajnokságon részt vesznek az 5. A, az 5. B és az 5. C osztályok csapatai. Hányféleképpen kerülhetnek ki az első és a második helyezettek ezekből a csapatokból? Ennek a feladatnak a megoldása hasonló lesz-e a 654 – 657. sorszámú feladatok megoldásaival?

659.• Írd fel az összes háromjegyű számot, amelyek a következő számjegyekből kell, hogy álljanak:

1) 3, 4 és 6;
2) 4, 7 és 0!

(A számokban a számjegyek nem ismétlődhetnek.)

660.• Hány háromjegyű szám írható fel a következő számjegyek segítségével:
1) 1 és 2; 2) 0 és 1?
(A számokban a számjegyek ismétlődhetnek.)

661.• Írd fel az összes kétjegyű számot a következő számjegyek alkalmazásával: 2, 4, 9 és 0! (A számokban a számjegyek ismétlődhetnek.)

662.• Hány kétjegyű szám írható fel 6, 7, 8 és 9 számjegyek segítségével úgy, hogy a számjegyek a számban növekvő sorrendben szerepeljenek?

663.• Hány kétjegyű szám írható fel a 6, 7, 8 és 9 számjegyek segítségével úgy, hogy a számjegyek a számban csökkenő sorrendben szerepeljenek?

664.• Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyben a számjegyek öszszege 5?

665.• Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyben a számjegyek összege páros szám, és a számjegyei az 1, 2, 3, 4 közül valók? (A számokban a számjegyek ismétlődhetnek.)

666.• Hány olyan kétjegyű szám írható fel, melyben a számjegyek összege páros szám lesz, számjegyei pedig 0, 1, 2, 3?

667.•• Hány különböző téglalap létezik, melynek kerülete 24 cm, és az oldalai centiméterekben kifejezve természetes számok lesznek?

668.•• Annának 30 egyforma kockája van. Hány különböző téglatestet tud ezekből a kockákból kirakni, ha eközben az összes kockáját felhasználja?

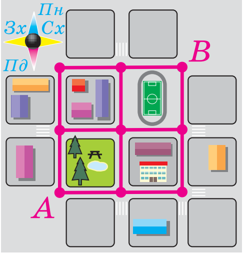
669.•• Egy egyenesen jelöltük az A, B, C és D pontokat. Hány olyan szakasz létezik, melyeknek ezek a szakaszok lesznek a végpontjai?

670.•• Egy hegy csúcsára három ösvény vezet. Hányféle útvonalon mehetnek a turisták fel és jöhetnek le a csúcsról, ha felfelé és lefelé különböző ösvényeken haladnak?

671.•• Tíminek négy ruhája és két pár félcipője van. Hányféleképpen állíthatja össze az öltözékét?

672.•• Az űrállomáson három pilóta és két mérnök dolgozik. Hányféleképpen lehet összeállítani azt a személyzetet, amely egy pilótából és egy mérnökből áll?

673.* A 182. ábrán egy járási központ tervrajza látható. A szakaszokkal az utcákat jelölték. Hány útvonal létezik az A pontból a B-be, ha az utcán északra vagy keletre lehet közlekedni?



182. ábra

Ismétlő gyakorlatok

674. Két község között a távolság 28 km. Ezekből a falvakból egyidejűleg, azonos irányba elindult egy motorkerékpár és egy autóbusz. Az autóbusz 42 km/ó sebességgel, a motorkerékpáros pedig 56 km/ó sebességgel haladt. Hány óra múlva éri utol a motorkerékpáros az autóbuszt, ha a busz ment elől?

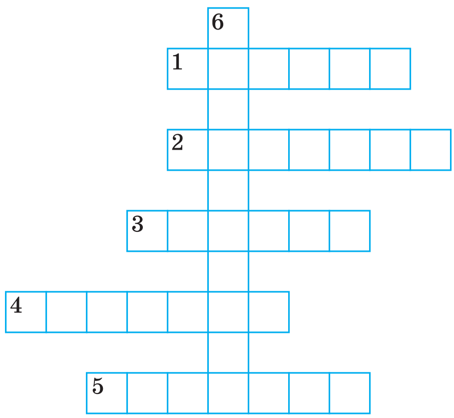
675. Oldd meg az egyenleteket:

1) $1376 : (34 - x) = 86$;
2) $9680 : (x + 219) = 16$;
3) $(x - 57) : 29 = 205$;
4) $(x - 72) \cdot 9 = 927$!

676. Az egyik összeadandó 14-szer nagyobb a másiknál. Hányszor nagyobb az összegük a kisebbik összeadandónál?

677. A kivonandó 12-szer nagyobb a különbségnél. Hányszor nagyobb a kisebbítendő a különbségnél?

678. Fejtsd meg a keresztrejtvényt:



Vízszintes: **1.** Результат дії ділення. **2.** Одиниця часу. **3.** Одиниця виміру кутів. **4.** Компонент множення. **5.** Компонент додавання.

Függőleges: **6.** «Цариця наук».

Bölcs Bagoly feladványa

679. Az osztályban 30 tanuló van. Ők kettesével 15 padban ülnek úgy, hogy a lányok fele fiúkkal ül. Át lehet-e ültetni őket úgy, hogy a fiúk fele lányokkal üljön?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 3. SZ. TESZTFELADAT

1. A következő mértékegységek közül melyik a terület mértékegysége?

A) 1 cm B) 1 mp C) 1 ha D) 1 g

2. Mivel egyenlő az $(x - 28) \cdot 16 = 1632$ egyenlet gyöke?

A) 130 B) 120 C) 60 D) 40

3. Hozd egyszerűbb alakra az $52 \cdot m \cdot 3$ kifejezést!

A) $156m$ B) $52m$ C) $55m$ D) $126m$

4. A következő egyenlőségek közül melyik igaz?

A) $2\ (5 + x) = 5 + 2x$ C) $2\ (5 + x) = 12x$
B) $2\ (5 + x) = 10 + x$ D) $2\ (5 + x) = 10 + 2x$

5. Mivel egyenlő $7x + x - 5x = 132$ egyenlet gyöke?

A) 66 B) 44 C) 12 D) 11

6. Nevezd meg az a szám 98-cal történő osztásakor keletkezett maradékot!

A) 102 B) 100 C) 98 D) 96

7. Két, egymástól 18 km-re lévő településről egyidejűleg egy gyalogos és egy kerékpáros indult el, ugyanabba az irányba. A gyalogos előrébb volt az induláskor és a sebessége 3 km/ó, a kerékpáros pedig 12 km/ó sebességgel haladt. Az indulástól számítva mennyi idő múlva éri utol a kerékpáros a gyalogost?

A) 1 óra B) 2 óra C) 3 óra D) 4 óra

8. A kilencemeletes ház minden lépcsőházának minden szintjén 8 lakás van. Határozd meg, hogy melyik szinten lesz a 173. számú lakás!

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

9. Egy 6 méter hosszú és 2 m 40 cm magas falat le akarnak csempézni. A négyzet alakú csempe éle 15 cm, és egy dobozban 120 darab van belőle. Legalább hány doboz csempét kell vásárolni a tervezet munka elvégzéséhez?

A) 4 dobozzal C) 6 dobozzal
B) 5 dobozzal D) 7 dobozzal

10. Egy akvárium térfogata 120 000 cm^3. Határozd meg az akvárium magasságát, ha a hossza 60 cm, a szélessége pedig 40 cm!

A) 5000 cm B) 500 cm C) 50 cm D) 5 cm

11. A személyvonat mozdonyvezetője észrevette, hogy a szembe jövő tehervonat 15 mp alatt ment el mellette. A személyvonat sebessége 56 km/ó, a tehervonaté pedig 34 km/ó volt. Mekkora a tehervonat hossza?

A) 360 m B) 375 m C) 400 m D) 425 m

12. Az iskolai étkezde étlapján kétféle salátából, kétféle első és kétféle második fogásból választhatunk. Hányféleképpen állíthatja össze az ebédjét az iskolás, ha az salátából, első és második fogásból áll?

A) 8 B) 12 C) 9 D) 3

A 3. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

Szorzás

- Az a számot b-vel megszorozni annyit jelent, mint összeadni b darab a-val egyenlő összeadandót.
- Az $a \cdot b = c$ egyenlőségben az a és b számokat tényezőknek, a c számot, illetve az $a \cdot b$ kifejezést pedig szorzatnak nevezzük.
- Ha az egyik tényező 1-gyel egyenlő, akkor a szorzat a másik tényezővel lesz egyenlő.
- Ha az egyik tényező 0-val egyenlő, akkor a szorzat is 0 lesz.
- Ha a szorzat nullával egyenlő, akkor legalább az egyik tényező nulla lesz.

A szorzás tulajdonságai

- Felcserélhetőségi tulajdonság: $ab = ba$.
- Csoportosítási tulajdonság: $(ab)\ c = a\ (bc)$.
- Szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága: $a\ (b + c) = ab + ac$.
- Szorzásnak a kivonásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága: $a\ (b - c) = ab - ac$.

Osztás

- Az a, b és c természetes számokra az $a : b = c$ egyenlőség akkor teljesül, ha a $b \cdot c = a$ egyenlőség is teljesül.
- Az $a : b = c$ egyenlőségben az a számot osztandónak, a b-t osztónak, a c számot, valamint az $a : b$ kifejezést hányadosnak nevezzük.
- Nullával osztani nem lehet.
- Bármilyen a természetes számra igazak a következő egyenlőségek: $0 : a = 0$, $a : a = 1$, $a : 1 = a$.

Maradékos osztás

- Az $a = bq + r$, ahol a osztandó, b osztó, q nem teljes hányados, r maradék, $r < b$.

- Ha a maradék egyenlő nullával, akkor azt mondjuk, hogy az a szám pontosan osztható a b számmal.

Az alakzatok területeinek tulajdonságai

1) Az egyenlő alakzatoknak a területeik is egyenlők.
2) Az alakzat területe egyenlő a részei területeinek összegével.

A téglalap területe

A téglalap területe egyenlő két szomszédos oldalának szorzatával, ahol az oldalak ugyanabban a mértékegységben vannak kifejezve.

A négyzet területe

$S = a^2$, ahol S a négyzet területe, a az oldalának hossza.

A testek térfogatának tulajdonságai

1) Az egyenlő nagyságú testek térfogatai is egyenlők.
2) A test térfogata egyenlő az őt alkotó testek térfogatainak összegével.

A téglatest térfogata

$V = abc$, ahol V a téglatest térfogata, a, b és c a méretei, melyek ugyanabban a mértékegységben vannak kifejezve.

$V = Sh$, ahol S a téglatest alapjának területe, h a magassága.

A kocka térfogata

$V = a^3$, ahol V a kocka térfogata, a az élének a hossza.

II. fejezet

TÖRTSZÁMOK ÉS A VELÜK VALÓ MŰVELETEK

4. §. KÖZÖNSÉGES TÖRTEK

25. A közönséges törtek értelmezése

Már tudjátok, hogy a természetes számokon és a nullán kívül másfajta számok is léteznek, ezek a **törtszámok**.

A törtszámokról akkor beszélünk, ha egy tárgyat (almát, dinnyét, tortát, kenyeret, papírlapot) vagy mértékegységet (métert, órát, kilogrammot, fokot) néhány *egyenlő* részre osztunk.

Ezekkel a szavakkal, mint a fél kenyér, fél liter, negyedóra, az út harmada, másfél méter naponta találkoztok.

A fél, a negyed, a harmad, egy század, másfél törtszámoknak tekinthetők.

Vizsgáljuk meg a következő példát.

A születésnapodra 10 barátod jött el. Az ünnepi tortát 10 egyenlő részre osztottad (183 ábra). Ekkor minden vendég a torta egy tizedét kapta. Ezt így írjuk fel: $\frac{1}{10}$ (így olvassuk: *a torta egy tized része*).

Az ilyen *kétszintes* felírást más törtszámokra is alkalmazzák. Például: félkilogramm – $\frac{1}{2}$ kilogramm (így olvassuk: *egyketted kilogramm*); negyedóra – $\frac{1}{4}$ óra (így olvassuk: *egynegyed óra*); az út harmada – $\frac{1}{3}$-a az útnak (így olvassuk: *az út egyharmada*).

183. ábra

184. ábra

Ha a barátaid közül ketten nem szeretik az édességet, akkor az édesszájú barátod a torta $\frac{3}{10}$-ét kapja (így olvassuk: *a torta három tizede*; 184. ábra).

Az $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{24}$ alakú felírásokat **közönséges törtek**nek vagy röviden **törtek**nek nevezzük.

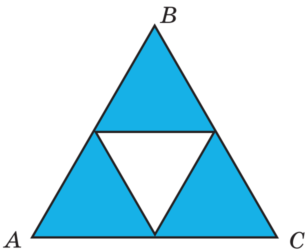
A közönséges törteket két természetes szám és *törtvonal* segítségével írjuk fel.

A törtvonal feletti számot a tört **számlálójá**nak, a törtvonal alattit pedig a tört **nevezőjé**nek nevezzük.

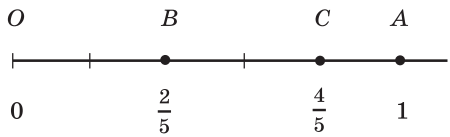
A tört nevezője azt mutatja, hogy hány egyenlő részre van felosztva az egész, a számláló pedig azt, hogy hányat vettünk ezekből.

A 185. ábrán az ABC egyenlő oldalú háromszöget négy egyenlő részre – 4 egybevágó háromszögre – osztottuk fel, melyek közül hármat kiszíneztünk. Ebben az esetben úgy fogalmazunk, hogy az ABC háromszög $\frac{3}{4}$ része van kiszínezve.

A 186. ábrán az OA egységnyi szakaszt öt egyenlő részre osztottuk. Az OB szakasz $\frac{2}{5}$-e az OA egységnyi szakasznak. A B pont a $\frac{2}{5}$ számot fogja ábrázolni. A $\frac{2}{5}$ számot a B pont koordinátájának nevezzük és $B\left(\frac{2}{5}\right)$-del jelöljük. Mivel az OC szakasz az OA egységnyi szakasznak a $\frac{4}{5}$-e, ezért a C pont koordinátája $\frac{4}{5}$ lesz, vagyis $C\left(\frac{4}{5}\right)$.



185. ábra



186. ábra

1. PÉLDA. Kertitörp gyümölcsösében 24 fa nő, melyek között 7 almafa van. A fák hányad része almafa?

Megoldás. Mivel a kertben 24 fa nő, ezért egy almafa a fák $\frac{1}{24}$-ed része, 7 almafa pedig a fák $\frac{7}{24}$-ed része.

Felelet: $\frac{7}{24}$. ◀

2. PÉLDA. Kertitörp gyümölcsösében 24 fa nő, melyek $\frac{5}{8}$-ad része meggyfa. Hány meggyfa nő a kertben?

Megoldás. Az $\frac{5}{8}$ tört nevezője azt mutatja, hogy a kert összes fájának a számát 8 egyenlő részre kell osztani. Mivel a kertben 24 fa nő, ezért egy rész $24 : 8 = 3$ (fa) lesz.

Az $\frac{5}{8}$ tört számlálója azt mutatja, hogy 5 részt kell ezekből venni. Ezért a kert fáinak $\frac{5}{8}$-ad része egyenlő $3 \cdot 5 = 15$ (fa).

Felelet: 15 meggyfa. ◀

3. PÉLDA. Kertitörp 16 fáról betakarította a termést, ami az összes kertben lévő fának a $\frac{2}{3}$ része. Hány fa nő összesen a kertben?

Megoldás. A $\frac{2}{3}$ tört azt mutatja, hogy a kert összes fája 3 egyenlő részre volt osztva, és ezekből két részt veszünk. Tehát a két rész 16 fából áll.

Egy rész, vagyis a fák $\frac{1}{3}$ része, az $16 : 2 = 8$ (fát) jelent. Mivel 3 ilyen rész van, ezért a kertben növő fák száma $8 \cdot 3 = 24$ (fa).

Felelet: 24 fa. ◀

1. Mikor van szükség a törtszámokra?
2. Hogyan írjuk fel a közönséges törtet?
3. Hogy nevezzük a törtvonal feletti számot? A törtvonal alattit?
4. Mit mutat a tört nevezője? A tört számlálója?

Szóban oldd meg!

1. Hány gramm a kilogramm:
1) ötöd része; 2) tized részé?

2. Hány kilogramm:
1) a tonna negyed része; 2) a mázsa huszad része?

3. Hány másodperc lesz:
1) a perc harmad részében;
2) a perc tizenketted részében;
3) az óra kilenced részében;
4) az óra harmincad részében?

4. A téglalap szélessége 8 cm, ami a hosszának a fele. Számítsd ki a téglalap kerületét!

5. A csillag helyére milyen műveleti jelet kell írnunk, hogy igaz egyenlőséget kapjunk?
1) $83 * 1 = 83$; 3) $58 * 0 = 58$;
2) $2 * 2 = 4$; 4) $34 * 0 = 0$?

6. Számítsd ki:
1) a 72 és a 9 hányadosának és a 22-nek az összegét;
2) a 60-nak, valamint a 126 és 6 hányadosának a különbségét;
3) a 714 és a 7 hányadosának, valamint a 0-nak a szorzatát!

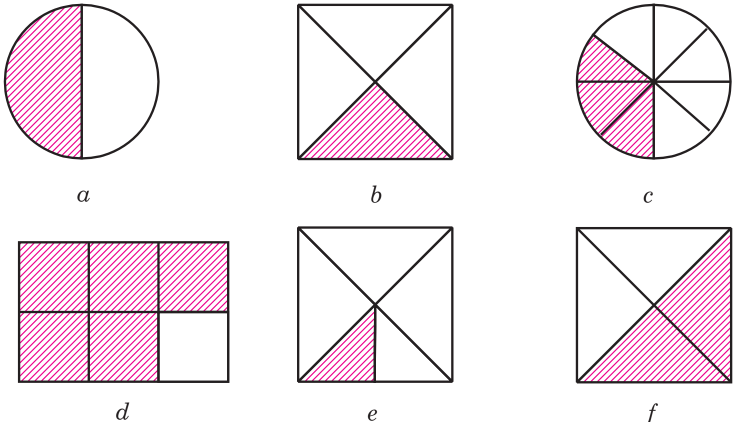
Gyakorlatok

680.° Olvasd el a következő törteket: $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{6}{13}$; $\frac{21}{29}$! Nevezd meg mindegyik tört számlálóját és nevezőjét! Magyarázd meg, mit jelentenek ezek a számok!

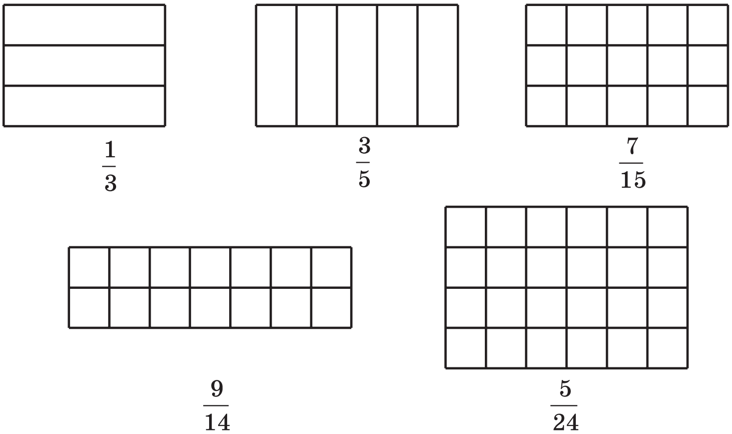
681.° Írd fel tört alakjában a számot:
1) kétötöd;
2) hét tizenharmad;
3) huszonkettő hatvanad;
4) harmincnégy negyvenharmad;
5) harminckilenc század;
6) százhúsz hétezred!

682.° Írd fel tört alakban a 187. ábrán lévő alakzatnak a satírozott részét!

683.° Rajzold át a füzetedbe a 188. ábrán lévő alakzatokat, és satírozd a megfelelő részét!



187. ábra



188. ábra

684.° Fejezd ki:

1) méterekben: 1 cm; 5 cm; 24 cm; 1 dm; 7 dm; 1 mm; 4 mm; 39 mm; 247 mm;
2) órákban: 1 perc; 7 perc; 19 perc; 39 perc; 1 mp; 4 mp; 58 mp!

685.° Fejezd ki tonnában: 1 kg; 327 kg; 58 kg; 1 q; 3 q!

686.° A kertben 56 fa nő, ezek között 23 cseresznyefa van. A kert fáinak hányad részét alkotják a cseresznyefák?

687.° Az ötödik osztály 32 tanulója közül 7-en kaptak 12-es osztályzatot a matematikadolgozatra. Az osztály hányad része kapott 12-est?

688.° Az egyik könyvben két elbeszélés található. Az első 14 oldalas, a második pedig 19. A könyv hányad részét foglalja el az egyik, illetve a másik elbeszélés?

689.° Marika 24 diós és 28 mákos buktát sütött. A bukták hányad része volt diós, illetve mákos?

690.° Határozd meg 36:

1) $\frac{1}{3}$-át; 2) $\frac{3}{4}$-ét; 3) $\frac{5}{6}$-át; 4) $\frac{4}{9}$-ét; 5) $\frac{5}{12}$-ét; 6) $\frac{11}{18}$-át!

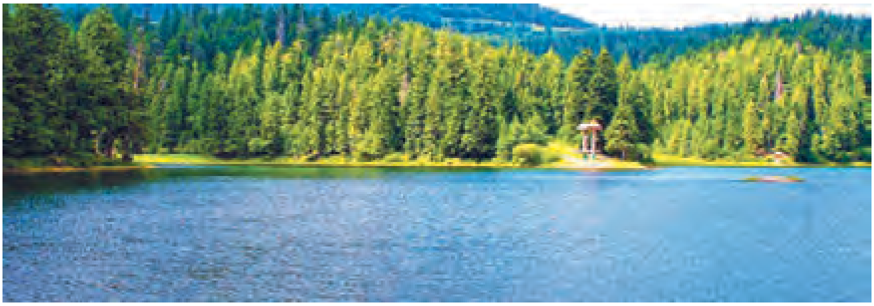
691.° Határozd meg 28:

1) $\frac{1}{2}$-ét; 2) $\frac{3}{7}$-ét; 3) $\frac{9}{14}$-ét; 4) $\frac{19}{28}$-át!

692.° Peti elolvasta a 180 oldalas könyv $\frac{4}{9}$-ét. Hány oldalt olvasott el Peti?

693.° Anna 72 darab húsos és burgonyás derelyét készített. A burgonyás derelyék száma $\frac{5}{8}$-ad része az összes derelye számának. Hány húsos derelyét készített Anna?

694.° Ukrajna egyik legszebb tavának, a Szinevéri-tónak a területe $\frac{1}{3000}$-e a Szaszik-tó (Odesszai terület) területének, amely Ukrajna legnagyobb tava. Hány km^2 a Szinevéri-tó területe, ha a Szaszik-tó 210 km^2?



Szinevéri-tó

695.° Határozd meg azt a számot, melynek: 1) $\frac{1}{2}$-e; 2) $\frac{1}{5}$-e; 3) $\frac{2}{3}$-a; 4) $\frac{3}{7}$-e; 5) $\frac{7}{11}$-e; 6) $\frac{21}{23}$-a 42-vel egyenlő!

696.° Határozd meg azt a számot, melynek: 1) $\frac{1}{9}$-e; 2) $\frac{2}{5}$-e; 3) $\frac{2}{9}$-e; 4) $\frac{3}{10}$-e; 5) $\frac{5}{6}$-a; 6) $\frac{18}{19}$-e 90-nel egyenlő!

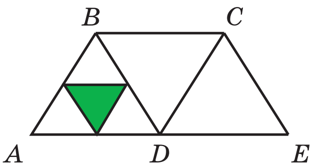
697.° Rajzolj egy számegyenest! Legyen az egységnyi szakasz hossza 9 cm. Jelöld rajta azokat a pontokat, melyek a következő törteknek felelnek meg: $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{8}{9}$!

698.° Rajzolj egy számegyenest! Legyen az egységnyi szakasz hossza 12 cm. Jelöld rajta azokat a pontokat, melyek a következő törteknek felelnek meg: $\frac{1}{12}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{6}{12}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{11}{12}$!

699.° A gyümölcsösben 24 meggyfa van, ami az összes fának a $\frac{2}{9}$-e. Összesen hány fa van a gyümölcsösben?

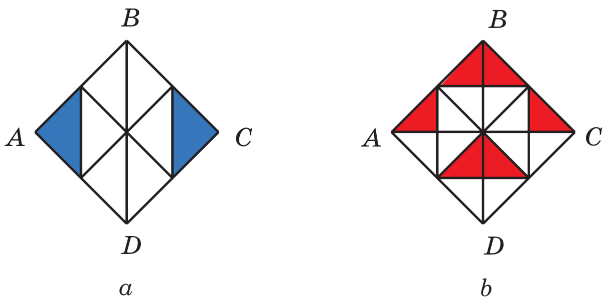
700.° A matematika dolgozatra 12 tanuló kapott 9-es osztályzatot, ami az osztály létszámának $\frac{4}{11}$-e. Hány tanuló van ebben az osztályban?

701.• A kiszínezett háromszög területe (189 ábra) hányad része:
1) az *ABD* háromszögnek;
2) az *ABCD* négyszögnek;
3) az *ABCE* négyszögnek?



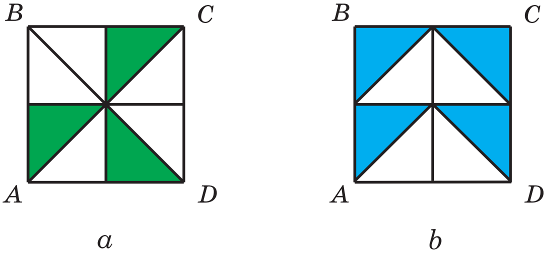
189. ábra

702.• Az *ABCD* négyzet oldala 8 cm (190 ábra). Határozd meg a négyzet kiszínezett részének területét!



190. ábra

703.• Az $ABCD$ négyzet oldala 4 cm (191 ábra). Határozd meg a négyzet kiszínezett részének területét!



191. ábra

704.• Mennyi annak a szögnek a fokmértéke, amely: 1) a derékszög $\frac{2}{15}$-e; 2) az egyenesszög $\frac{11}{20}$-a?

705.• Mennyi annak a szögnek a fokmértéke, amely: 1) a derékszög $\frac{7}{18}$-a; 2) az egyenesszög $\frac{5}{12}$-e?

706.• Három halász 168 halat fogott. Csuka úr a halak $\frac{5}{14}$-ét, Fogas úra $\frac{8}{21}$-ét, a többi halat Ponty úr fogta ki. Hány halat fogott Ponty úr?

707.• Grant kapitány hajója négy nap alatt 624 km-t tett meg. Az első napon ennek a távolságnak a $\frac{2}{13}$-át, a másodikon az $\frac{5}{26}$-át, a harmadikon az $\frac{5}{12}$-ét, a negyediken pedig a maradék utat. Hány kilométert tett meg a hajó a negyedik napon?

708.• Kacor Király Csizmás kandúrnak 9 kg 450 g tejfölt ajándékozott. Az első héten Csizmás kandúr a tejföl $\frac{8}{21}$-ét ette meg, a második héten a maradék $\frac{9}{13}$-át. Hány kilogramm tejfölt evett meg Csizmás kandúr a második héten?

709.• Sándor gazda a lovának télire 4 t 9 q szénát készletezett. Decemberben a ló megette a készlet $\frac{3}{7}$-ét, januárban pedig a maradék $\frac{9}{14}$-ét. Hány mázsa szénát evett meg a ló januárban?

710.• János, Sándor és Tamás farmergazdák együtt 612 t árpát takarítottak be, és ezt egymás között elosztották. János kapta az összes árpa $\frac{5}{17}$-ét, Sándor a maradék $\frac{9}{16}$-át. Hány tonna árpát kapott Tamás?

711.• Csaba, Géza és Sanyi Herszonba utaztak dinnyét szedni. Együtt 1024 hrivnyát kerestek, amit az elvégzett munka arányában osztottak el egymás között. Csaba kapta az összeg $\frac{11}{32}$-ét, Géza pedig a maradék $\frac{5}{8}$-át. Ebben a társaságban ki kereste a legtöbbet?

712.• A gyermekszanatóriumba banánt, narancsot és mandarint szállítottak. A narancs tömege a $\frac{12}{35}$-e a banán tömegének, a mandarin pedig a narancsénak a $\frac{7}{12}$-e. Összesen mennyi narancsot és mandarint szállítottak a szanatóriumba, ha banánból 245 kg-ot?

713.• Pinokkió hajókiránduláson vett részt a Dnyeperen. Első héten 72 km-t tett meg. A másodikon az első héten megtett út $\frac{7}{8}$-át, a harmadikon pedig a második héten megtettnek a $\frac{8}{9}$-ét. Hány km-rel tett meg kevesebbet a harmadik napon, mint a másodikon?

714.• Két kikötő között a távolság 576 mérföld. Ezekből egyidejűleg egymással szembe elindult két hajó. Az első hajó naponta 42 mérföldet tesz meg, ami $\frac{7}{9}$-ed része a második hajó által naponta megtett távolságnak. Hány nap múlva találkoznak a hajók?

715.• Két városból egymás felé egyidejűleg indult el Laci és Sanyi. Laci 56 km/ó sebességgel haladt, ami $\frac{8}{11}$-e de Sanyi sebességének. Hány óra múlva találkoztak, ha a két város között a távolság 532 km?

716.•• Határozd meg azt a számot, melynek $\frac{2}{3}$-a egyenlő a 210 $\frac{3}{7}$-ével!

717.•• Határozd meg annak a számnak az $\frac{5}{8}$-át, melynek $\frac{5}{12}$-e 160-nal egyenlő!

718.•• Két összeadandó közül az egyik 324, ami az összeg $\frac{12}{25}$-e. Határozd meg a másik összeadandót!

719.•• Határozd meg két szám különbségét, ha a kivonandó 658, és ez a $\frac{7}{15}$-e a kisebbítendőnek!

Ismétlő gyakorlatok

720. Oldd meg az egyenleteket:
1) $9x - 4x + 39 = 94$; 2) $7y + 2y - 34 = 83$.

721. Két almafáról Keljfeljancsi 65 kg almát szedett le. Hány kilogramm almát szedett le a két almafáról külön-külön, ha az egyikről 17 kg-mal kevesebbet szedett?

Bölcs Bagoly feladványa

722. Öt különböző lakathoz öt különböző kulcs tartozik, de nem tudjuk melyik kulcs melyik lakatot nyitja. Münchhausen báró azt állítja, hogy 10 próbálkozással ki tudja választani minden lakathoz a megfelelő kulcsot. Igazat mond-e Münchhausen báró?

Miután felkészültél az órára

Kerüljetek a törtek közé

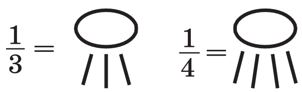
Elképzelhető, hogy nem minden törtet tartalmazó feladatot sikerült könnyen megoldanotok. Ne szomorítson el benneteket, ha valamelyik feladaton sokat kellett gondolkoznotok. 250 évvel ezelőtt a számtankönyvekben a *Törtek* fejezet nem volt kötelező tananyag, és csak a könyv végén volt található. Azt aki a középkorban könnyen tudott a törtekkel számolni, a különleges matematikai képességgel megáldottak közé sorolták. Nem véletlenül a német nyelvben a mai napig használják a *Mit etw. in die Brüche kommen* szókapcsolatot, ami azt jelenti, hogy *Kerüljetek a törtek közé*. Ezt akkor használják, amikor azt akarják mondani, hogy az illető szorult helyzetbe került.

Az ógörög tudósok úgy tekintették, hogy a matematikában csak az egész számokat kell vizsgálni. Platón, a híres filozófus a következőt írta: *Ha az egyet akarod osztani, akkor a matematikusok kikacagnak téged, és nem fogják ezt neked megengedni.*

Azonban az emberiség tapasztalatai azt mutatják, hogy a mesterséges akadályok, amelyek elválasztják a tudományt a valódi élettől, nagyon törékenyek. Mivel már maguk a görögök megállapították, hogy két húr akkor szól egyszerre a legdallamosabban, ha a hosszuk úgy aránylik egymáshoz, mint $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ vagy $\frac{3}{4}$.

A törtek jóval a görög civilizáció előtt megjelentek.

A történelemből ismert első törtek $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ... alakúak. Például az egyiptomiak speciális jeleket találtak ki a törtek írására (192 ábra).



192. ábra

Érdekes, hogy az egyiptomiak csak olyan törteket használtak, melyek számlálója egy.

Babilonban hatvanas nevezőjű törteket alkalmaztak, vagyis olyanokat, melyeknek nevezője 60, 60^2, 60^3 és így tovább. Az ókori Rómában pedig a tizenkettedeket alkalmazták. Például a tömeg egyik mértékegysége a *font*, és $\frac{1}{12}$ font egy *uncia* lesz.

A tört szó a törni igéből származik, ami azt jelenti, hogy *apróra darabolni*, *törni*. A régi tankönyvekben *törtszámoknak* nevezik a törteket. Néhány gyakran használt törtszámnak különleges neve van: $\frac{1}{2}$ – fél, $\frac{1}{4}$ – negyed, $\frac{1}{8}$ – nyolcad, $\frac{1}{16}$ – tizenhatod, $\frac{1}{3}$ – harmad, $\frac{1}{6}$ – hatod, $\frac{1}{12}$ – tizenketted.

A maihoz hasonló írást Indiában használtak először, de a *kétszintes* írásban nem alkalmazták a törtvonalat. A törtvonal valamivel később az araboknál jelenik meg.

26. Közönséges törtek és áltörtek. A törtek összehasonlítása

Lehet-e a tört számlálója és a nevezője egyenlő? Igen, lehet. A 193. ábrán lévő téglalap 7 részre van osztva, és mindegyik rész vonalkázott. Tehát a téglalap területének $\frac{7}{7}$-e vonalkázott, vagyis az egész téglalap satírozva van. Ebből következik, hogy a téglalap $\frac{7}{7}$-e egyenlő 1 téglalappal, tehát $\frac{7}{7} = \mathbf{1}$.

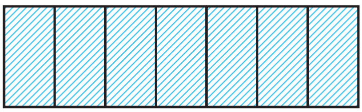
Hasonlóan gondolkodva kapjuk, hogy $\frac{5}{5} = \frac{17}{17} = 1$.

Ha a számláló egyenlő a nevezővel, akkor a tört értéke egyenlő eggyel.

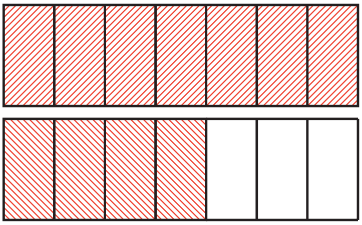
Betűkifejezéssel ezt így írhatjuk fel:

$$\boxed{\frac{m}{m} = 1,}$$

ahol m természetes szám.



193. ábra



194. ábra

Előfordulhat-e olyan eset, amikor a számláló nagyobb a nevezőnél?

A 194. ábrán két egyforma téglalap látható, melyek 7 egyenlő részre vannak felosztva. Bevonalkáztuk az első téglalapot teljesen és 4 részt a 7 részre osztott másik téglalapból. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy $\frac{11}{7}$ téglalap van besatírozva.

A 195. ábra alapján azt is mondhatjuk, hogy a születésnapra érkező vendégek $\frac{13}{10}$ tortát fogyaszthatnak el.

195. ábra

Azt a törtet, melynek számlálója kisebb a nevezőjénél, valódi törtnek nevezzük.

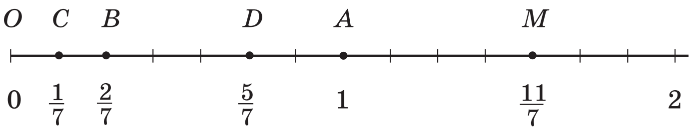
Azt a törtet, melynek számlálója nagyobb a nevezőjénél vagy egyenlő vele, áltörtnek nevezzük.

Például:

az $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{584}$ törtek valódiak;

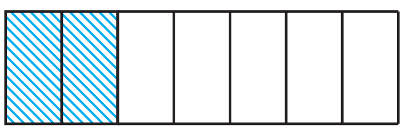
a $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{31}{15}$ pedig áltörtek.

Figyeljük meg 196. ábrán a $C\left(\frac{1}{7}\right)$ pontot. Ha az O ponttól az OC szakaszt 11-szer felmérjük, akkor megkapjuk az M pontot, melynek koordinátája $\frac{11}{7}$.



196. ábra

A 197. ábrán a téglalap $\frac{2}{7}$-ed része vonalkázott. A nagyobbik része (a téglalap $\frac{5}{7}$-ed része) nincs satírozva. Ebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$.



197. ábra

Ez a példa szemlélteti a tört következő tulajdonságát.

Két egyenlő nevezőjű tört közül az a nagyobb, melynek számlálója nagyobb, és az a kisebb, melynek számlálója kisebb.

Például: $\frac{5}{9} > \frac{1}{9}$; $\frac{2}{17} < \frac{5}{17}$; $\frac{11}{7} > \frac{5}{7}$.

Vizsgáljuk meg a $\frac{2}{7}$ valódi törtet és a $\frac{11}{9}$ áltörtet. Összehasonlítjuk ezeket az egyes számmal. A következőt kapjuk: $\frac{2}{7} < \frac{7}{7}$, vagyis $\frac{2}{7} < 1$, és $\frac{11}{9} > \frac{9}{9}$, vagyis $\frac{11}{9} > 1$.

Ezek a példák a következő tulajdonságot szemléltetik:

Minden valódi tört kisebb egynél, az áltört pedig vagy nagyobb egynél vagy egyenlő eggyel.

Ebből a tulajdonságból az alábbi következtetést vonhatjuk le:

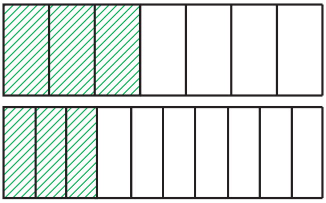
Minden áltört nagyobb bármely valódi törtnél, és minden valódi tört kisebb bármely áltörtnél.

Például $\frac{15}{8} > \frac{3}{5}$, $\frac{4}{11} < \frac{7}{4}$.

Megjegyezzük, hogy ***a számegyenesen két tört közül az a nagyobb, amely a kisebbhez képest jobbra van***.

Például a $D\left(\frac{5}{7}\right)$ jobbra van a $B\left(\frac{2}{7}\right)$ ponttól, mivel $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ (196 ábra).

Vizsgáljunk meg két egyenlő téglalapot (198 ábra). Satírozzuk be az egyiknek a $\frac{3}{7}$-ét, a másiknak pedig a $\frac{3}{10}$-ét. Látható, hogy az első téglalap satírozott része nagyobb a második téglalap satírozott részénél. Ekkor a következőt kapjuk: $\frac{3}{7} > \frac{3}{10}$.



198. ábra

Ez a példa a törtek következő tulajdonságát illusztrálja:

Két egyenlő számlálójú tört közül az a nagyobb, melynek a nevezője kisebb, és az a kisebb, melynek a nevezője nagyobb.

A 6. osztályban megtanultok majd bármilyen két közönséges törtet összehasonlítani.

PÉLDA. Határozd meg az összes olyan természetes a számot, melynél az $\frac{5}{a}$ valódi tört lesz, a $\frac{9}{a}$ pedig áltört lesz!

Megoldás. Ahhoz, hogy az $\frac{5}{a}$ valódi tört legyen, az a értékének nagyobbnak kell lennie, mint 5, ugyanakkor a $\frac{9}{a}$ akkor lesz áltört, ha az a értéke kisebb vagy egyenlő 9-cel. Ezért a a következő négy érték egyikét veheti fel: 6; 7; 8; 9. ◀

?

1. Milyen számmal lesz egyenlő az a tört, melynek számlálója egyenlő a nevezőjével?
2. Mit nevezünk valódi törtnek?
3. Mit nevezünk áltörtnek?
4. Két egyenlő nevezőjű tört közül melyik a nagyobb? Melyik a kisebb?
5. Hasonlítsátok össze az egyet bármilyen valódi törttel; bármilyen áltörttel!
6. Hasonlítsatok össze bármilyen áltörtet, bármilyen valódi törttel!
7. Két egyenlő számlálójú tört közül melyik a nagyobb?

Szóban oldd meg!

1. Hányad részét alkotja:
1) a négyzet kerületének az oldala;
2) az órának a másodperc;
3) a nem szökőévnek a nap;
4) a derékszögnek a 15°-os szög;
5) az egyenesszögnek a 20°-os szög?

2. Dani 8 óra 30 perctől 14 óra 30 percig tartózkodik az iskolában. A nap hányad részét tölti Dani az iskolában?

3. Jancsi 35 gombát gyűjtött, melynek $\frac{4}{7}$-e tinóru volt. Hány tinórugombát szedett Jancsi?

4. A gyümölcsösben 36 meggyfa nő, ami az összes fának a $\frac{4}{9}$-e. Hány fa van ebben a gyümölcsösben?

5. A kerékpáros és a gyalogos két faluból elindultak egymás felé. A találkozásig a gyalogos az út $\frac{2}{7}$-ét tette meg. Hány kilométert tett meg a találkozásig a kerékpáros, ha a falvak közötti távolság 28 km?

Gyakorlatok

723.° Írd fel az összes valódi törtet, melynek a nevezője 8!

724.° Írd fel az összes valódi törtet, melynek a nevezője 11!

725.° Írd fel az összes áltörtet, melynek a számlálója 8!

726.° Írd fel az összes áltörtet, melynek a számlálója 11!

727.° Hasonlítsd össze a számokat:

1) $\frac{5}{13}$ és $\frac{7}{13}$; 4) $\frac{11}{15}$ és $\frac{11}{13}$; 7) $\frac{7}{12}$ és 1; 10) $\frac{3}{3}$ és $\frac{19}{19}$;

2) $\frac{37}{41}$ és $\frac{34}{41}$; 5) $\frac{29}{5}$ és $\frac{29}{6}$; 8) $\frac{16}{15}$ és 1; 11) $\frac{3}{4}$ és $\frac{4}{3}$;

3) $\frac{9}{25}$ és $\frac{4}{25}$; 6) $\frac{5}{23}$ és $\frac{5}{24}$; 9) $\frac{34}{34}$ és 1; 12) $\frac{32}{37}$ és $\frac{5}{4}$!

728.° Hasonlítsd össze a számokat:

1) $\frac{16}{23}$ és $\frac{9}{23}$; 4) $\frac{17}{40}$ és $\frac{17}{45}$; 7) 1 és $\frac{11}{14}$; 10) $\frac{22}{22}$ és $\frac{4}{4}$;

2) $\frac{29}{58}$ és $\frac{31}{58}$; 5) $\frac{9}{4}$ és $\frac{9}{2}$; 8) 1 és $\frac{28}{25}$; 11) $\frac{27}{28}$ és $\frac{28}{27}$;

3) $\frac{17}{100}$ és $\frac{21}{100}$; 6) $\frac{3}{98}$ és $\frac{3}{94}$; 9) 1 és $\frac{68}{68}$; 12) $\frac{7}{6}$ és $\frac{57}{59}$!

729.° Rendezd csökkenő sorrendbe a törteket: $\frac{4}{27}$; $\frac{9}{27}$; $\frac{8}{27}$; $\frac{24}{27}$; $\frac{20}{27}$!

730.° Rendezd növekvő sorrendbe a törteket: $\frac{3}{20}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{17}{20}$!

731.• Az x mely természetes értékeivel lesz az $\frac{x}{9}$ tört valódi?

732.• Az x mely természetes értékeivel lesz az $\frac{x}{15}$ tört valódi?

733.• Az x mely természetes értékeivel lesz a $\frac{6}{x}$ tört áltört?

734.• Az x mely természetes értékeivel lesz a $\frac{13}{x}$ tört áltört?

735.• Egy munkanap alatt a munkásnak 63 alkatrészt kell elkészítenie. János az előírt mennyiség $\frac{9}{7}$-ét készítette el. Hány alkatrészt gyártott le János egy műszak alatt? Mennyivel készített többet az előírtnál?

736.• Az egyik gyorsétteremben egy adag gombóc 18 darabból áll. Peti ebédre az adagnak a $\frac{20}{9}$-ét ette meg. Hány gombócot fogyasztott Peti? Mennyivel többet, mint egy normál adag?

737.• Határozd meg az összes természetes x számot, melynél teljesül a következő egyenlőtlenség:

1) $\frac{x}{14} < \frac{9}{14}$; 2) $\frac{9}{16} < \frac{9}{x}$!

738.• Határozd meg az összes természetes x számot, melynél teljesül a következő egyenlőtlenség:

1) $\frac{7}{17} > \frac{x}{17}$; 2) $\frac{12}{x} > \frac{12}{11}$!

739.• Milyen számjeggyel kell pótolni a csillagot, hogy:

1) a $\frac{4*6}{476}$ tört áltört legyen;

2) az $\frac{584}{5*6}$ tört valódi tört legyen?

740.•• Határozd meg a b összes értékét, melynél a $\frac{3b+2}{16}$ tört valódi tört lesz!

741.•• Határozd meg a b összes értékét, melynél a $\frac{42}{10+4b}$ tört áltört lesz!

742.•• Határozd meg az a összes olyan természetes értékét, melyeknél egyidejűleg:

1) az $\frac{a}{12}$ és a $\frac{7}{a}$ valódi törtek legyenek;

2) a $\frac{3}{a}$ valódi tört, a $\frac{6}{a}$ pedig áltört lesz!

743.•• Határozd meg az a összes olyan természetes értékét, melyeknél egyidejűleg:

1) az $\frac{a}{8}$ és a $\frac{9}{a}$ áltörtek lesznek;

2) mindkét, $\frac{a}{10}$ és $\frac{15}{a}$ tört áltört lesz, az $\frac{a}{13}$ pedig valódi tört!

Ismétlő gyakorlatok

744. A téglatest térfogata 180 dm^3, két mérete pedig 6 dm és 15 dm. Határozd meg a téglatest éleinek összegét!

745. Két városból, melyek között a távolság 392 km, egyidejűleg egymással szembe indult el két gépkocsi. Az egyik gépkocsi sebessége 48 km/ó, ami a másik gépkocsi sebességének a $\frac{6}{7}$ része. Mekkora lesz a gépkocsik közötti távolság az elindulásuk után 5 óra múlva?

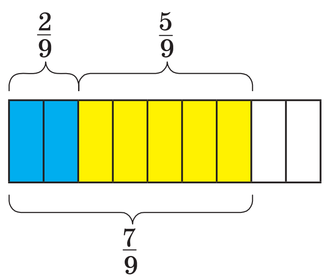
Bölcs Bagoly feladványa

746. Micimackó, Malacka, Iá és Nyuszi együtt 70 banánt ettek meg, mégpedig mindegyikük legalább egyet megevett. Micimackó ette meg a legtöbbet közülük, Nyuszi és Iá együtt 45 banánt evett meg. Hány banánt evett meg Malacka?

27. Az egyenlő nevezőjű törtek összeadása és kivonása

A természetes számokhoz hasonlóan a törtszámok is összeadhatók és kivonhatók egymásból.

A 199. ábrán lévő téglalap 9 egyenlő részre van osztva. Először színezték két részét, aztán még 5 részt. Ily módon a téglalap $\frac{7}{9}$ része lett színes. Levonhatjuk a következtetést, hogy $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{2+5}{9}=\frac{7}{9}$.



199. ábra

Ez a példa a következő szabályt támasztja alá:

Ahhoz, hogy meghatározzuk két egyenlő nevezőjű tört összegét, a számlálókat össze kell adni, a nevezőt pedig változatlanul kell hagyni.

Betűkifejezéssel ezt így írjuk fel:

$$\boxed{\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}}$$

Vizsgáljuk meg a $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}$ különbséget. A $\frac{7}{9}$ törtből kivonni a $\frac{2}{9}$ törtet annyit jelent, mint meghatározni azt a számot, amelyet a $\frac{2}{9}$-hez hozzáadva megkapjuk a $\frac{7}{9}$-et.

Mivel $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{9}$, ezért $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$.

Ahhoz, hogy meghatározzuk két egyenlő nevezőjű tört különbségét, a kisebbítendő számlálójából ki kell vonni a kivonandó számlálóját, a nevezőt pedig változatlanul kell hagyni.

Betűkifejezéssel ezt így írjuk fel:

$$\boxed{\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}}$$

A 6. osztályban megismerkedtek majd a tetszőleges közönséges törtek összeadásával és kivonásával.

PÉLDA. László 32 perc alatt készítette el a házi feladatát matematikából. A felhasznált idő $\frac{3}{8}$-át a feladat, $\frac{2}{8}$-át pedig az egyenletek megoldására fordította. Mennyi időre volt szüksége Lászlónak, hogy megoldja a feladatot és az egyenleteket is?

Megoldás. 1) $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$ (az időnek) ennyi részét fordította Laci a feladatra és az egyenletekre.

2) $32 : 8 = 4$ (perc) a házi feladat megoldására fordított idő $\frac{1}{8}$ része.

3) $4 \cdot 5 = 20$ (perc) ennyi időt töltött Laci a feladat és az egyenletek megoldásával.

Felelet: 20 perc.

1. Fogalmazd meg két egyenlő nevezőjű tört összeadásának szabályát!
2. Fogalmazd meg két egyenlő nevezőjű tört kivonásának szabályát!

Szóban oldd meg!

1. Milyen számjegyet kell a csillag helyére írni, hogy a $\frac{372}{3*5}$ tört valódi tört legyen?
2. A sakktáblán lévő 14 bábú közül 5 fekete színű. Az összes bábuk hányad része lesz fehér színű? A fekete bábuknak hányad részét teszik ki a fehér sakkfigurák? A fehér bábuknak hányad részét teszik ki a fekete bábúk?
3. A 19 és a 23 összegéből vond ki a 34-et!
4. A 18 és a 16 összegéhez add hozzá a különbségüket!

5. Duplázd meg a $37 + 100 + 63$ összeget!

6. Nevezd meg csökkenő sorrendben a számokat: $\frac{9}{49}$; $\frac{8}{49}$; 1; $\frac{24}{49}$; $\frac{50}{49}$; $\frac{100}{49}$!

Gyakorlatok

747.° Végezd el a műveleteket:

1) $\frac{7}{18}+\frac{5}{18}$; 3) $\frac{23}{47}-\frac{14}{47}$; 5) $\frac{3}{29}+\frac{6}{29}-\frac{8}{29}$;

2) $\frac{11}{24}+\frac{8}{24}$; 4) $\frac{31}{58}-\frac{16}{58}$; 6) $\frac{29}{64}-\frac{14}{64}-\frac{9}{64}$!

748.° Végezd el a műveleteket:

1) $\frac{5}{19}+\frac{6}{19}$; 2) $\frac{7}{13}-\frac{4}{13}$; 3) $\frac{19}{25}+\frac{4}{25}-\frac{22}{25}$; 4) $\frac{34}{39}-\frac{15}{39}-\frac{8}{39}$!

749.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{4}{15}+x=\frac{11}{15}$; 2) $\frac{16}{21}-x=\frac{9}{21}$; 3) $x-\frac{4}{35}=\frac{12}{35}$!

750.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{7}{10}+x=\frac{9}{10}$; 2) $\frac{29}{32}-x=\frac{15}{32}$!

751.° Az első nap Misi elolvasta a könyv $\frac{5}{16}$-át, a másodikon pedig a $\frac{7}{16}$-át. A könyv hányad részét olvasta el Misi a két nap alatt?

752.° Az áru elszállítására több teherautóra volt szükség. Az első gépkocsi elvitte az áru $\frac{6}{19}$-ét, a második pedig a $\frac{8}{19}$-ét. Az áru hányad részét szállította el a két gépkocsi?

753.° Kacor király ebédre elfogyasztott $\frac{9}{20}$ kg virslit, Vuk pedig $\frac{3}{20}$ kg-mal többet. Hány kilogramm virslit ettek meg együtt?

754.° Tortilla teknőc az első óra alatt $\frac{23}{50}$ km-t tett meg, ami $\frac{5}{50}$ km-rel több, mint a második órában. Hány kilométert tett meg Tortilla két óra alatt?

755.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{52}{63}-\frac{x}{63}=\frac{25}{63}$; 2) $\frac{x}{38}+\frac{14}{38}=\frac{23}{38}$;

3) $\left(\frac{12}{13}+x\right)-\frac{5}{13}=\frac{9}{13}$; 4) $\left(x-\frac{21}{31}\right)+\frac{14}{31}=\frac{25}{31}$!

756.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{x}{72}-\frac{13}{72}=\frac{29}{72}$; 3) $\frac{15}{17}-\left(b-\frac{3}{17}\right)=\frac{6}{17}$;

2) $\left(\frac{29}{42}-a\right)-\frac{13}{42}=\frac{11}{42}$; 4) $\frac{29}{43}-\left(m+\frac{13}{43}\right)=\frac{5}{43}$!

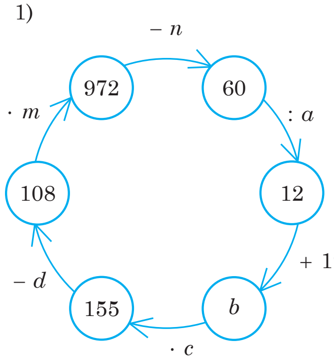
757.• A zöldséges üzletben 240 kg burgonyát adtak el. Az első nap értékesítették a burgonya $\frac{3}{16}$-át, a második napon pedig a $\frac{7}{16}$-át. Hány kilogramm burgonyát adtak el a két nap alatt?

758.• Az elkészült út hossza 92 km. Az első hónapban megépítették az út $\frac{6}{23}$-át, a második napon pedig a $\frac{9}{23}$-át. Hány kilométer út készült el a két nap alatt?

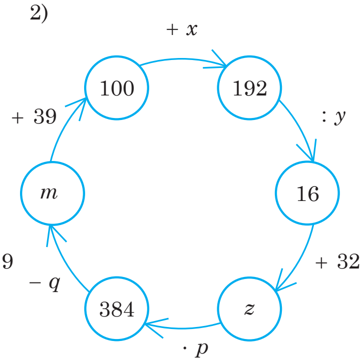
Ismétlő gyakorlatok

759. Határozd meg a műveletlánc ismeretlen számait!

1)



2)



760. Határozd meg az összes olyan kétjegyű számot, melyet ha 7-tel osztunk, a nem teljes hányados egyenlő a maradékkal!

Bölcs Bagoly feladványa

761. Egy dobozban 4 fehér, 5 fekete és 6 piros golyó van. Legalább hány golyót kell kivenni ahhoz, hogy a kivett golyók között: 1) biztosan legyen 3 egyforma színű; 2) három különböző színű legyen?

28. Törtek és a természetes számok osztása

El lehet-e osztani a 3-at a 4-gyel? Elsőre úgy tűnhet, hogy ez lehetetlen. Ebből az következne, hogyha négy kincsvadász talál 3 zsák aranyat, akkor nem tudják egymás között elosztani a zsákmányt? Természetesen, el tudják. Eljárhatnak például így is: minden aranyat tartalmazó zsák tartalmát egyenlően elosztják négy kis zsákba, majd minden kincsvadász 3 kis zsákot kap belőle (200 ábra). Tehát mindegyikük megkapja a nagy zsákok tartalmának a $\frac{3}{4}$-ét.

200. ábra

Tehát, ha 3-at osztunk 4-gyel, az eredmény egy törtszám, $\frac{3}{4}$ lesz. Vagyis $3:4=\frac{3}{4}$. Ez a példa illusztrálja a természetes számok osztása és a közönséges törtek közötti kapcsolatot.

Tehát *a törtvonalat tekinthetjük az osztás jelének is*, és az $\frac{a}{b}$ alakot olvashatjuk így is: *a osztva b-vel*.

Például $\frac{3}{7}=3:7$, $\frac{7}{4}=7:4$.

Megjegyezzük, hogy *két természetes szám osztásának eredményeként kaphatunk természetes számot vagy törtszámot*.

Például:

$$35:7=\frac{35}{7}=5;\quad 17:8=\frac{17}{8};\quad 9:16=\frac{9}{16};\quad 12:1=\frac{12}{1}=12.$$

Bármilyen természetes szám felírható bármilyen nevezőjű törtként is. Például:

$$7 = \frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{42}{6}; \quad 1 = \frac{3}{3} = \frac{7}{7} = \frac{1000}{1000}.$$

PÉLDA. Oldd meg a $\frac{81}{y-4} = 27$ egyenletet!

Megoldás. Mivel a tört nevezőt tekinthetjük ismeretlen osztónak is, ezért alkalmazva az ismeretlen osztó meghatározásának szabályát, a következőt kapjuk:

$y - 4 = 81 : 27;$
$y - 4 = 3;$
$y = 7.$
Felelet: 7. ◀

1. Milyen számtani műveletet jelöl a törtvonal?
2. Milyen szám lehet két természetes szám hányadosa?

Szóban oldd meg!

1. Töltsd ki a műveletláncot!

$$\boxed{\frac{19}{63}} \xrightarrow{+\frac{37}{63}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{28}{63}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{42}{63}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{7}{63}} \square$$

2. Az unoka életkora a nagyapa életkorának a $\frac{2}{7}$-e. Hány éves az unoka, ha a nagyapa 63 éves?

3. Az unoka életkora a nagymama életkorának a $\frac{3}{8}$-a. Hány éves a nagymama, ha az unokája 27 éves?

4. A következő törtek közül, egy kivételével, mindegyik közös tulajdonsággal rendelkezik: $\frac{3}{7}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{4}{6}$. Melyik ez a tulajdonság? Mely tört nem rendelkezik ezzel a tulajdonsággal?

Gyakorlatok

762.° Írd fel a hányadost tört alakban:

1) 4 : 12;	3) 16 : 8;	5) 12 : 23;
2) 6 : 25;	4) 14 : 23;	6) 17 : 11!

763.° Írd fel a hányadost tört alakban:

1) 5 : 7; 3) 1 : 6; 5) 6 : 1;
2) 19 : 4; 4) 30 : 4; 6) 12 : 39!

764.° Írd fel hányadosként a törteket:

1) $\frac{7}{12}$; 2) $\frac{17}{584}$; 3) $\frac{11}{7}$!

765.° Írd fel hányadosként a törteket:

1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{3}{10}$; 3) $\frac{29}{5}$!

766.• Írd fel a 6-ot olyan tört alakjában, melynek nevezője: 1) 1; 2) 4; 3) 19!

767.• Írd fel a 12-t olyan tört alakjában melynek nevezője: 1) 1; 2) 5; 3) 23!

768.•• Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{b}{7} = 12$; 2) $\frac{169}{m} = 13$; 3) $\frac{126}{8-y} = 21$!

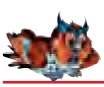
769.•• Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{x}{4} = 5$; 2) $\frac{105}{y} = 7$; 3) $\frac{x+12}{6} = 14$!

Ismétlő gyakorlatok

770. Egy farmernek téglalap alakú földterülete van. A földterület hossza 28 m, amely a szélességének a $\frac{7}{4}$-e. Ennek a területnek a $\frac{30}{56}$-át almafákkal ültette be. Határozd meg a gyümölcsös területét!

771. Egy teherautó teherbírása 3 t. Hány ilyen teherautóra van szükség 28 t kőszén elszállításához?



Bölcs Bagoly feladványa

772. A 5. osztályba 35 tanuló jár. Tud-e minden tanulója az osztálynak az osztály 5 tanulójával levelet váltani?

29. Vegyes törtek

A $\frac{19}{7}$ számot két tört összegeként is fel lehet írni, például így: $\frac{19}{7} = \frac{14+5}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7}$. Mivel $\frac{14}{7} = 2$, ezért $\frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$.

Hasonlóan felírhatjuk: $\frac{21}{5} = \frac{20+1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = 4 + \frac{1}{5}$.

A $\frac{19}{7}$ és $\frac{21}{5}$ áltörteket felírtuk, mint egy természetes szám és egy valódi tört összegeként.

Nyilvánvaló, hogy *bármelyik* áltört felírható ilyen alakban, ha a számláló nem osztható maradék nélkül a nevezővel.

A $2 + \frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5}$ összegeket rövidebben is felírhatjuk: $2 + \frac{5}{7} = 2\frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$. A $2\frac{5}{7}$ számot így olvassuk: *két egész öt heted*, a $4\frac{1}{5}$ számot így olvassuk: *négy egész egy ötöd.*

A $2\frac{5}{7}$ számot **vegyesszámnak** nevezzük. A $2\frac{5}{7}$ vegyes számban a 2-t a vegyes szám **egész részének**, az $\frac{5}{7}$ törtet pedig a **törtrészének** nevezzük.

A vegyes szám törtrésze valódi tört lesz.

Megjegyezzük, hogy az $5\frac{7}{3}$, $1\frac{11}{10}$, $3\frac{7}{7}$ nem tekinthetők vegyes számoknak, mivel a $\frac{7}{3}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{7}$ törtek áltörtek.

Megtanuljuk az áltörtet átalakítani vegyes számmá, vagyis **kiemelni** (meghatározni) az egész részét és a törtrészét.

Nézzük például a $\frac{22}{5}$ számot. Ebből kapjuk:

$$\frac{22}{5} = \frac{20+2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}.$$

De hogyan lehet rájönni arra, hogy a 22-t éppen 20 és 2 összegeként kell felírni: $22 = 20 + 2$?

Ha a 22-t 5-tel maradékosan osztjuk, akkor azt kapjuk, hogy: $22 = 4 \cdot 5 + 2$, ahol a 4 a nem teljes hányados, a 2 pedig a maradék lesz, vagyis $22 = 20 + 2$. Megjegyezzük, hogy a 4 a vegyes szám egész része lesz, és a 2 pedig a törtrészének számlálója.

Ahhoz, hogy egy áltörtet, melynek számlálója nem osztható maradék nélkül a nevezőjével, vegyes számmá alakítsunk, a számlálóját el kell osztani a nevezőjével, majd a kapott nem teljes hányadost felírni a vegyes szám egész részeként, a maradékot pedig a törtrészének számlálójaként.

Bármilyen áltört, melynek számlálója nem osztható maradék nélkül a nevezőjével, felírható vegyes számként.

Ha az áltört számlálója osztható a nevezőjével, akkor ez a szám egy természetes számmal lesz egyenlő. Például: $\frac{28}{7}=4$; $\frac{63}{9}=7$; $\frac{17}{17}=1$.

1. PÉLDA. Alakítsd át vegyes számmá a $\frac{212}{13}$ áltörtet!

Megoldás. Elosszuk a tört számlálóját a nevezőjével:

$$\begin{array}{r|l} 212 & 13 \\ \underline{-13} & \overline{16} \\ 82 & \\ \underline{-78} & \\ 4 & \end{array}$$

A nem teljes hányados 16-tal egyenlő. Ez lesz a szám egész része, a maradék (4) pedig a törtrészének számlálója lesz. Tehát $\frac{212}{13}=16\frac{4}{13}$. ◀

Átalakítjuk a $7\frac{2}{3}$ vegyes számot áltörtté. Felírjuk:

$$7\frac{2}{3}=7+\frac{2}{3}=\frac{7\cdot3}{3}+\frac{2}{3}=\frac{7\cdot3+2}{3}=\frac{21+2}{3}=\frac{23}{3}.$$

Ahhoz, hogy a vegyes számot áltörtté alakítsuk, az egész részét meg kell szorozni a törtrész nevezőjével, majd a kapott szorzathoz hozzá kell adni a törtrész számlálóját; ezt az összeget az áltört számlálójaként felírjuk, a nevezője pedig a vegyes szám törtrészének nevezője lesz.

Például: $5\frac{4}{9}=\frac{5\cdot9+4}{9}=\frac{49}{9}$.

A természetes számok összeadásának tulajdonságai teljesülnek a törtszámok esetében is:

$\boldsymbol{a+b=b+a}$ —
az összeadás felcserélhetőségi tulajdonsága,
$\boldsymbol{(a+b)+c=a+(b+c)}$ —
az összeadás csoportosítási tulajdonsága.

Alkalmazva ezeket a tulajdonságokat, meghatározzuk a összeget. A következőt kapjuk: $4\frac{2}{7}+2\frac{3}{7}$.

$$4\frac{2}{7}+2\frac{3}{7}=\left(4+\frac{2}{7}\right)+\left(2+\frac{3}{7}\right)=(4+2)+\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\right)=6+\frac{5}{7}=6\frac{5}{7}.$$

Ahhoz, hogy meghatározzuk két vegyes szám összegét, külön össze kell adni az egész részüket és külön a törtrészüket is.

2. PÉLDA. Végezzétek el a $3\frac{4}{9}+5\frac{7}{9}$ összeadást!

Megoldás. A következőt kapjuk:

$$3\frac{4}{9}+5\frac{7}{9}=8\frac{11}{9}=8+\frac{11}{9}=8+1\frac{2}{9}=9\frac{2}{9}.$$ ◀

Megtanuljuk, hogyan kell kivonni a vegyes számokat, ha a nevezői egyenlők. Ha a kisebbítendő törtrésze nagyobb vagy egyenlő a kivonandó törtrészénél, akkor a következő szabályt alkalmazhatjuk.

Ahhoz, hogy meghatározzuk két vegyes szám különbségét, a kisebbítendő egész részéből és törtrészéből megfelelően ki kell vonni a kivonandó egész és törtrészét.

Például:

$$8\frac{19}{20}-6\frac{12}{20}=(8-6)+\left(\frac{19}{20}-\frac{12}{20}\right)=2+\frac{7}{20}=2\frac{7}{20}.$$

3. PÉLDA. Végezd el a kivonást:

1) $1-\frac{13}{17}$; 2) $5\frac{4}{13}-2\frac{9}{13}$!

Megoldás. 1) Ha az 1-et felírjuk tört alakban, mint $\frac{17}{17}$, akkor a következőt kapjuk: $1-\frac{13}{17}=\frac{17}{17}-\frac{13}{17}=\frac{4}{17}$.

2) Figyeljünk arra, hogy kisebbítendő törtrésze kisebb, mint a kivonandó törtrésze, ezért a fenti szabályt nem lehet alkalmazni. Előkészítjük a kisebbítendőt a kivonásra:

$$5\frac{4}{13}=5+\frac{4}{13}=4+1+\frac{4}{13}=4+\frac{13}{13}+\frac{4}{13}=4\frac{17}{13}.$$

A következőt kapjuk: $5\frac{4}{13}-2\frac{9}{13}=4\frac{17}{13}-2\frac{9}{13}=2\frac{8}{13}$. ◀

?

1. Milyen alakú számként lehet megadni a természetes szám és a valódi tört összegét?
2. Hogy nevezzük a vegyes számban az egész számot? És a törtszámot?
3. A vegyes szám törtrésze milyen tört lesz?

4. Milyen esetben lesz egyenlő az áltört egy természetes számmal?
5. Hogyan lehet egy áltörtet, melynek a számlálója nem osztható maradék nélkül a nevezővel, vegyes számmá alakítani?
6. Hogyan lehet a vegyes számot áltörtté alakítani?
7. Fogalmazd meg a vegyes számok összeadásának szabályát!
8. Hogyan kell két vegyes szám különbségét meghatározni?

Szóban oldd meg!

1. Hasonlítsd össze a kifejezések értékeit:

1) $\frac{7}{11}+\frac{10}{11}$ és $\frac{23}{11}-\frac{8}{11}$;
3) $\frac{9}{16}+\frac{8}{16}$ és $\frac{4}{3}-\frac{2}{3}$;
2) $\frac{19}{27}+\frac{13}{27}-\frac{10}{27}$ és $\frac{16}{27}-\frac{7}{27}+\frac{14}{27}$;
4) $\frac{30}{51}+\frac{16}{51}+\frac{4}{51}$ és $\frac{7}{9}+\frac{2}{9}$!

2. A következő feladatok melyikének lesz a végeredménye az $\frac{5}{6}$ szám?

1) Mennyi cukorkát kaptak az egyes turistacsoportok, ha 5 kg cukorkát 6 csoport között osztottak szét?
2) Mekkora sebességgel haladt az a gyalogos, aki 6 óra alatt 5 kilométert tett meg?
3) 6 m szövetből 5 kötényt varrtak. Hány méter szövet kell egy kötényre?
4) Oldd meg a $6x = 5$ egyenletet!

3. Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{y}{6} = 3$; 2) $\frac{6}{y} = 3$; 3) $3y = 6$; 4) $6y = 3$!

4. Nevezd meg azokat a valódi tört párokat, melyek nevezői 9, az összegük pedig $\frac{7}{9}$!

5. Ebédre Pisti 42 derelyét evett, meg, melyek $\frac{4}{7}$-e túrós volt, $\frac{1}{7}$-e burgonyás, a maradék pedig lekváros. Hány lekváros derelyét evett meg Pisti?

Gyakorlatok

773.° Alakítsd át az áltörteket vegyes számokká:

1) $\frac{9}{4}$; 2) $\frac{16}{7}$; 3) $\frac{29}{8}$; 4) $\frac{55}{9}$; 5) $\frac{83}{24}$; 6) $\frac{96}{19}$!

774.° Alakítsd át az áltörteket vegyes számokká:

1) $\frac{13}{5}$; 2) $\frac{18}{11}$; 3) $\frac{37}{12}$; 4) $\frac{68}{23}$; 5) $\frac{79}{12}$; 6) $\frac{83}{18}$!

775.° Írd fel a hányadost tört alakjában, és emeld ki a kapott törtből az egész és a törtrészt:

1) 10 : 6; 3) 23 : 11; 5) 425 : 50;
2) 18 : 5; 4) 19 : 6; 6) 55 : 6!

776.° Írd fel a hányadost tört alakjában, és emeld ki a kapott törtből az egész és a törtrészt:

1) 7 : 2; 3) 25 : 8; 5) 327 : 10;
2) 9 : 4; 4) 110 : 20; 6) 812 : 81!

777.° Írd fel a számot áltört alakjában:

1) $2\frac{4}{7}$; 2) $3\frac{5}{12}$; 3) $4\frac{7}{20}$; 4) $6\frac{11}{24}$; 5) $7\frac{23}{100}$; 6) $10\frac{16}{27}$!

778.° Írd fel a számot áltört alakjában:

1) $4\frac{3}{4}$; 2) $9\frac{6}{11}$; 3) $3\frac{9}{17}$; 4) $12\frac{5}{6}$; 5) $13\frac{49}{100}$; 6) $8\frac{3}{16}$!

779.° Végezd el a műveleteket:

1) $8+\frac{4}{21}$; 2) $5\frac{16}{19}+3\frac{5}{19}$; 3) $7\frac{7}{16}-3\frac{3}{16}$; 4) $10\frac{12}{17}+5\frac{4}{17}-3\frac{3}{17}$!

780.° Végezd el a műveleteket:

1) $\frac{14}{93}+5$; 2) $6\frac{17}{41}+7\frac{19}{41}$; 3) $24\frac{9}{38}-17\frac{5}{38}$; 4) $15\frac{7}{10}-2\frac{4}{10}+6\frac{1}{10}$!

781.° Számítsd ki:

1) $6\frac{4}{9}+3\frac{5}{9}$; 5) $1-\frac{13}{40}$; 9) $14\frac{6}{20}-8\frac{12}{20}$;
2) $10\frac{11}{19}+5\frac{14}{19}$; 6) $4-1\frac{4}{7}$; 10) $8\frac{3}{14}-5\frac{9}{14}$;
3) $1\frac{5}{8}+3\frac{7}{8}$; 7) $10-9\frac{3}{10}$; 11) $7\frac{10}{21}-4\frac{16}{21}$;
4) $1-\frac{3}{11}$; 8) $5\frac{2}{7}-2\frac{5}{7}$; 12) $14\frac{8}{31}-6\frac{8}{31}$!

782.° Számítsd ki:

1) $7\frac{14}{15}+2\frac{1}{15}$; 3) $1-\frac{12}{19}$; 5) $12-11\frac{6}{11}$;
2) $9\frac{24}{27}+12\frac{13}{27}$; 4) $8-3\frac{6}{15}$; 6) $16\frac{3}{13}-6\frac{8}{13}$;

7) $13\frac{4}{9}-2\frac{8}{9}$; 8) $10\frac{7}{16}-4\frac{12}{16}$; 9) $29\frac{49}{53}-8\frac{49}{53}$!

783.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $x+4\frac{4}{19}=6\frac{2}{19}$; 2) $25-x=8\frac{3}{14}$; 3) $32-x=9\frac{18}{35}$!

784.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $4\frac{5}{7}-\left(x-6\frac{3}{7}\right)=2\frac{6}{7}$; 2) $19\frac{28}{34}-\left(m+2\frac{29}{34}\right)=12\frac{15}{34}$!

785.• Oldd meg az egyenleteket:

1) $7\frac{7}{30}-\left(5\frac{11}{30}-y\right)=3\frac{19}{30}$; 2) $\left(x-1\frac{9}{17}\right)+2\frac{14}{17}=5\frac{5}{17}$!

786.• Tamás, Béla és Andris elfogyasztottak egy dinnyét. Tamás a dinnye $\frac{2}{9}$-ét ette meg, Béla pedig a $\frac{4}{9}$-ét. A dinnye hányad részét ette meg Andris?

787.• Ilona, Irénke, Dalma és Panni megettek egy tortát. Ilona a torta $\frac{3}{16}$-át ette meg, Irénke az $\frac{5}{16}$-át, Dalma a $\frac{2}{16}$-át. A torta hányad részét ette meg Panni?

788.• Három traktoros együtt szántotta fel a kijelölt földrészleget. A vezetőjük feljegyezte, hogy az első traktoros a terület $\frac{5}{13}$-át szántotta fel, a második a $\frac{4}{13}$-át, a harmadik pedig a $\frac{6}{13}$-át. Vajon tévedett-e a vezető?

789.• A farmer úgy döntött, hogy a földje $\frac{3}{20}$-át sárgarépával veti be, $\frac{4}{20}$-át cukorrépával, $\frac{6}{20}$-át hagymával, $\frac{2}{20}$-át borsóval, $\frac{7}{20}$-át pedig burgonyával. Végre tudja-e hajtani a tervét a farmer?

790.• Melyik az a legnagyobb természetes szám, amely igazzá teszi az egyenlőtlenséget:

1) $n<\frac{123}{30}$; 2) $\frac{198}{15}>n$?

791.• Melyik az a legnagyobb természetes szám, amely kielégíti az egyenlőtlenséget:

1) $n<\frac{206}{13}$; 2) $\frac{324}{16}>n$?

792.• Melyik az a legkisebb természetes szám, amely igazzá teszi az egyenlőtlenséget:

1) $m>\frac{13}{5}$; 2) $\frac{275}{10}<m$?

793.$^{\bullet}$ Melyik az a legkisebb természetes szám, amely kielégíti az egyenlőtlenséget:

1) $m > \frac{34}{6}$; 2) $\frac{421}{16} < m$?

794.$^{\bullet}$ Határozd meg az x összes olyan természetes értékét, melynél igaz a következő egyenlőtlenség:

1) $2\frac{1}{3} < \frac{x}{3} < 3\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{5}{12} < \frac{17}{x} < 2\frac{1}{8}$!

795.$^{\bullet}$ Határozd meg az x összes olyan természetes értékét, melynél igaz a következő egyenlőtlenség:

1) $3\frac{11}{15} < \frac{x}{15} < 4$; 2) $3\frac{1}{8} < \frac{25}{x} < 8\frac{1}{3}$!

796.$^{\bullet\bullet}$ Az a mely természetes értékeivel igaz az alábbi egyenlőtlenség, ha a bal oldal áltört:

1) $\frac{20}{a} < 2$; 2) $\frac{4}{a} > a$?

797.$^{\bullet\bullet}$ Az a mely természetes értékeinél teljesül a $\frac{10}{a} > a$ egyenlőtlenség, ha a bal oldal áltört?

Ismétlő gyakorlatok

798. A háromszög egyik oldala 2-szer kisebb a másiknál, és 7 cm-rel kisebb a harmadiknál. Határozd meg a háromszög oldalait, ha a kerülete 39 cm!

799. Ukrajna három legnagyobb tavának – a Szaszik-, a Jalpuh- és a Kuhurluj-tó – összterülete 448 km^2. A Szaszik-tó területe 56 km^2-rel nagyobb a Jalpuh-tó és 111 km^2-rel nagyobb a Kuhurluj-tó területénél. Mennyi a tavak felszíne!

800. Egy üveg kefir 22 hrivnya 80 kopijkába kerül. Katinkának 100 hrivnyája van. Hány üveg kefirt vehet ezért? Mennyi pénze marad?

Bölcs Bagoly feladványa

801. Szabó, Nagy és Kiss az iskolai sakkcsapat tagjai. Keresztneveik: Ferenc, Dániel és Péter. Tudjuk, hogy Ferenc vezetékneve nem Kiss, Dániel haja vörös színű, és a hatodik osztályba jár; Kiss hetedik osztályos diák, Szabó haja pedig fekete. Nevezd meg a fiúk vezeték és keresztnevét!

ELLENŐRIZD MAGADAT! 4. SZ. TESZTFELADAT

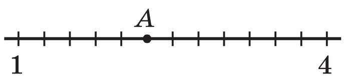
1. Egy deszkát 3 m és 4 m-es darabra fűrészeltek. Az adott deszka hányad része lesz a kisebbik deszkadarab?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{7}$

2. A rajzon a számegyenes egy része látható. Milyen az A pont koordinátája?

A) 3 C) $2\frac{3}{4}$

B) $2\frac{1}{4}$ D) $3\frac{1}{3}$



3. Nevezd meg az igaz egyenlőtlenséget!

A) $\frac{7}{6} < \frac{6}{7}$ B) $\frac{1}{5} > \frac{1}{4}$ C) $\frac{7}{13} < \frac{9}{13}$ D) $\frac{15}{19} > \frac{17}{19}$

4. Az üzletben lévő 250 kg cukornak az első napon eladták a $\frac{3}{5}$ -ét. Hány kilogramm cukrot adtak el az első napon?

A) 180 kg B) 120 kg C) 200 kg D) 150 kg

5. Az iskolába 280 fiú jár, ami az összes tanuló $\frac{4}{7}$ -e. Mennyi a tanulók száma az iskolában?

A) 490 B) 420 C) 240 D) 160

6. Alakítsd át vegyes számmá a $\frac{49}{11}$-det!

A) $5\frac{6}{11}$ B) $4\frac{5}{11}$ C) $4\frac{4}{11}$ D) $5\frac{4}{11}$

7. Alakítsd át áltörté a $4\frac{5}{12}$-det!

A) $\frac{64}{12}$ B) $\frac{53}{12}$ C) $\frac{9}{12}$ D) $\frac{21}{12}$

8. Számítsd ki a $9 - 5\frac{2}{7}$ különbséget!

A) $4\frac{5}{7}$ B) $3\frac{2}{7}$ C) $4\frac{2}{7}$ D) $3\frac{5}{7}$

9. Melyik az a legkisebb m természetes szám, amely kielégíti az $m > \frac{35}{6}$ egyenlőtlenséget?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

10. Melyik szám áll a műveletlánc végén?

$$\boxed{6\frac{3}{11}} \xrightarrow{+1\frac{2}{11}} \bigcirc \xrightarrow{-4\frac{8}{11}} \bigcirc \xrightarrow{+3\frac{3}{11}} \boxed{?}$$

A) 6 B) 7 C) $6\frac{6}{11}$ D) $5\frac{10}{11}$

11. Az m mely legnagyobb természetes értéke mellett lesz a $\frac{30}{5m+10}$ tört áltört?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

12. Nevezd meg az a minden értékét, melynél az $\frac{a}{7}$ és a $\frac{4}{a}$ törtek mindegyike valódi tört?

A) 4; 5; 6; 7
B) 5; 6
C) 5; 6; 7
D) ilyen érték nem létezik

A 4. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

Valódi tört

Azt a törtet, melynek számlálója kisebb a nevezőjénél, valódi törtnek nevezzük.

Áltört

Azt a törtet, melynek számlálója nagyobb a nevezőjénél, vagy egyenlő vele, áltörtnek nevezzük.

Törtek összehasonlítása

- Két egyenlő nevezőjű tört közül az a nagyobb, melynek a számlálója nagyobb, és az a kisebb, melynek a számlálója kisebb.
- Két egyenlő számlálójú tört közül az a nagyobb, melynek a nevezője kisebb, és az a kisebb, melynek a nevezője nagyobb.
- Minden valódi tört kisebb egynél, az áltört pedig vagy nagyobb egynél vagy egyenlő eggyel.
- Minden áltört nagyobb bármely valódi törtnél.

Az egyenlő nevezőjű törtek összeadása és kivonása

- Ahhoz, hogy meghatározzuk két egyenlő nevezőjű tört összegét, a számlálóikat összeadjuk, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk.
- Ahhoz, hogy meghatározzuk két egyenlő nevezőjű tört különbségét, a kisebbítendő számlálójából kivonjuk a kivonandó számlálóját, a nevezőt pedig változatlanul hagyjuk.

A vegyes számok összeadása és kivonása

- Ahhoz, hogy meghatározzuk két vegyes szám összegét, külön össze kell adni az egész részüket és külön a törtrészüket.
- Ahhoz, hogy meghatározzuk két vegyes szám különbségét, a kisebbítendő egész részéből, illetve törtrészéből megfelelően ki kell vonni a kivonandó egész részét, illetve törtrészét.

Az áltört átalakítása vegyes számmá

Ahhoz, hogy egy áltörtet, melynek számlálója nem osztható maradék nélkül a nevezőjével, vegyes számmá alakítsunk, a számlálóját el kell osztani a nevezőjével, majd a kapott nem teljes hányadost felírni a vegyes szám egész részeként, a maradékot pedig a törtrészének számlálójaként.

A vegyes szám átalakítása áltörtté

Ahhoz, hogy a vegyes számot áltörtté alakítsuk, az egész részét meg kell szorozni a törtrész nevezőjével, majd a kapott szorzathoz hozzá kell adni a törtrész számlálóját; ezt az összeget az áltört számlálójaként felírjuk, a nevezője pedig a vegyes szám törtrészének nevezője lesz.

5. §. TIZEDES TÖRTEK

30. A tizedes törtek fogalma

Észrevetted-e már, hogy a mindennapi életben gyakran találkozhatunk olyan mennyiségekkel, melyek egymás 10, 100, 1000, 10 000-szeresei? Például az 1 mm $= \frac{1}{10}$ cm, 1 kop. $= \frac{1}{100}$ hrn., 1 g $= \frac{1}{1000}$ g, 1 $m^2 = \frac{1}{10\,000}$ ha.

Az olyan törtekre, melynek nevezői 10, 100, 1000, 10 000 és így tovább bevezették az *egyszintes* felírási módot. Így írjuk fel őket:

$\frac{1}{10} = 0{,}1$	$\frac{1}{100} = 0{,}01$	$\frac{1}{1000} = 0{,}001$	$\frac{1}{10000} = 0{,}0001$

Még néhány példát bemutatunk: $\frac{7}{10} = \mathbf{0{,}7}$ (a 0,7-et így olvassuk: *nulla egész hét tized*); $\frac{12}{100} = \mathbf{0{,}12}$ (a 0,12-et így olvassuk: *nulla egész tizenkét század*); $2\frac{973}{1000} = \mathbf{2{,}973}$ (a 2,973-et így olvassuk: *két egész kilencszázhetvenhárom ezred*); $\frac{43}{10} = 4\frac{3}{10} = \mathbf{4{,}3}$ (a 4,3-et így olvassuk: *négy egész három tized*); $\frac{3}{100} = \mathbf{0{,}03}$ (a 0,03-ot így olvassuk: *nulla egész három század*); $2\frac{508}{10\,000} = \mathbf{2{,}0508}$ (2,0508-et így olvassuk: *két egész ötszáznyoc tízezred*).

Az ilyen alakban felírt törteket, **tizedes törteknek** nevezzük. A 0,7; 0,12; 2,973; 4,3; 0,03; 2,0508 alakú törtek tizedes törtek lesznek.

A tizedes törtek felírásában a tizedesvessző elválasztja az egész részt a törtrésztől. Úgy tekintjük, hogy a valódi tört egész része 0. Figyeljétek meg, hogy valódi tört esetén, ha annak az egész része nulla, akkor nem kell írni az egész részt, viszont a tizedes törteknél az egész részt mindig írjuk.

A tizedes tört törtrésze annyi számjegyből áll, ahány nulla van a közönséges tört nevezőjében.

Figyeljünk arra, hogyha a közönséges tört számlálójában a számjegyek száma 1-gyel, 2-vel, 3-mal és így tovább kevesebb a tört nevezőjében szereplő nullák számánál, akkor a vessző és a számlálóban szereplő szám közzé megfelelően 1, 2, 3 és így tovább darab nullát kell írni.

Ezért például $6\frac{3}{1000} = 6{,}003$; $\frac{17}{1000} = 0{,}017$; $3\frac{527}{1000} = 3{,}527$.

Előfordulhat, hogy a természetes számokat olyan tizedes törtként kell felírnunk, melyeknek a törtrésze nullával egyenlő. Megállapodtak abban, hogy például $3 = 3{,}0$; $171 = 171{,}0$ és így tovább.

Emlékeztetünk arra, hogy a természetes számok a következő tulajdonsággal rendelkeznek: a kisebbik helyi érték 10-szer kisebb, mint a szomszédos helyi érték. Ez a tulajdonság a tizedes törtre is igaz. Tehát a vessző után a **tizedek** következnek, utána a **századok**, aztán az **ezredek** és így tovább.

Például a 23,70549 szám esetén:

Egész rész		Törtrész				
2	3	7	0	5	4	9
Tízesek	Egyesek	Tizedek	Századok	Ezredek	Tízezredek	Százezredek

A tizedes törtek olvasásakor először az egész részt olvassuk ki, hozzátéve az egész szót, aztán megnevezzük a törtrészét, amihez az utolsó számjegy helyi értékét tesszük hozzá. Például a 23,70549 törtet így olvassuk ki: *huszonhárom egész hetvenezer ötszáznegyvenkilenc százezred*.

1. PÉLDA. Írd fel a $347 : 100$ hányadost tizedes tört alakjában!

Megoldás.

$$347 : 100 = \frac{347}{100} = 3\frac{47}{100} = 3{,}47.$$

2. PÉLDA. Fejezd ki méterekben, és írd fel tizedes tört alakjában: 1) 24 cm; 2) 5 cm; 3) 356 cm; 4) 7 cm 2 mm!

Megoldás.

1) $24\text{ cm} = \frac{24}{100}\text{ m} = 0{,}24\text{ m}$;

2) $5\text{ cm} = \frac{5}{100}\text{ m} = 0{,}05\text{ m}$;

3) $356\text{ cm} = \frac{356}{100}\text{ m} = 3\frac{56}{100}\text{ m} = 3{,}56\text{ m}$;

4) $7\text{ cm }2\text{ mm} = 72\text{ mm} = \frac{72}{1000}\text{ m} = 0{,}072\text{ m}$.

1. Milyen azoknak a törteknek a nevezője, melyek felírhatók tizedes törtként?
2. A tizedes törteknél milyen jellel kell elválasztani az egész részt a törtrésztől?
3. Mivel egyenlő a valódi tört egész része?
4. Hány számjegy lesz a tizedes tört törtrészében?
5. Nevezd meg egymás után a tizedes tört vessző után következő első négy jegyét!
6. Hogyan olvassuk ki a tizedes törtet?

Szóban oldd meg!

1. Hányad része:
1) a méternek az 1 cm; 3 dm; 4 mm;
2) a tonnának az 1 kg; 5 q; 346 kg;
3) a négyzetméternek az 1 dm^2; 8 cm^2?

2. Hányszor lesz:
1) 1 cm kisebb, mint az 1 m;
2) 10 g kisebb, mint az 1 kg;
3) 9 m nagyobb, mint a 9 dm;
4) 4 q nagyobb, mint a 20 kg?

3. A 28 és a 6 összegéhez add hozzá a 12 és a 14 összegét!

4. A 30 és a 16 különbségéből vond ki a 42 és a 29 különbségét!

5. A 12 és 5 szorzatát szorozd meg a 15 és 4 szorzatával!

6. A 90 és a 15 hányadosát oszd el a 84 és 14 hányadosával!

7. A kertben 10 almafa van. Icu az első fáról 1 almát, a másodikról 2-t, a harmadikról 3-at és így tovább, a tízedikről 10 almát szedett le. Hány almát szedett le összesen Icu?

Gyakorlatok

802.° Írd fel tizedes tört alakban:

1) $\frac{8}{10}$; 2) $\frac{34}{100}$; 3) $\frac{683}{1000}$; 4) $14\frac{5}{10}$;
5) $6\frac{27}{100}$; 6) $42\frac{174}{1000}$; 7) $9\frac{3}{100}$; 8) $17\frac{24}{1000}$;
9) $5\frac{1}{1000}$; 10) $63\frac{19}{100\,000}$; 11) $\frac{32}{10\,000}$; 12) $\frac{4}{1000}$;
13) $\frac{3}{1\,000\,000}$; 14) $3\frac{15}{100}$; 15) $3\frac{15}{1000}$; 16) $3\frac{15}{10\,000}$!

803.° Olvasd ki a tizedes törteket:

1) 1,6; 2) 12,8; 3) 5,24;
4) 6,325; 5) 17,4192; 6) 0,5;
7) 0,05; 8) 0,005; 9) 3,04;
10) 0,0304; 11) 12,098; 12) 0,01012!

804.° Írd fel tizedes tört alakban:

1) $\frac{7}{10}$; 4) $9\frac{83}{100}$; 7) $74\frac{13}{100\,000}$; 10) $1\frac{1}{10}$;

2) $\frac{27}{100}$; 5) $1\frac{5}{100}$; 8) $\frac{6}{1000}$; 11) $1\frac{1}{100}$;

3) $21\frac{8}{10}$; 6) $18\frac{45}{1000}$; 9) $\frac{12}{10\,000}$; 12) $1\frac{1}{1000}$!

805.° Emeld ki a tört egész és a törtrészét, majd írd fel az adott számot tizedes tört alakban:

1) $\frac{23}{10}$; 3) $\frac{5273}{1000}$; 5) $\frac{9132}{1000}$;

2) $\frac{851}{100}$; 4) $\frac{3636}{100}$; 6) $\frac{654\,321}{10\,000}$!

806.° Emeld ki a tört egész és a törtrészét, majd írd fel az adott számot tizedes tört alakban:

1) $\frac{34}{10}$; 2) $\frac{3978}{1000}$; 3) $\frac{9266}{100}$; 4) $\frac{2\,948\,697}{100\,000}$!

807.° Írd fel a számot közönséges tört alakban vagy vegyes szám alakban:

1) 2,4; 4) 1,06; 7) 0,04; 10) 0,001;
2) 3,18; 5) 9,074; 8) 0,30; 11) 0,072;
3) 46,52; 6) 0,9; 9) 0,68; 12) 0,234!

808.° Írd fel a számot közönséges tört alakban vagy vegyes szám alakban:

1) 4,9; 3) 1,567; 5) 0,043; 7) 5,06;
2) 8,95; 4) 0,2; 6) 0,008; 8) 12,018!

809.° Írd fel tizedes tört alakban azt a számot, melyben:

1) egy egyes, négy tized, öt század van;
2) két tízes, nyolc egyes, egy század, kilenc ezred van;
3) nyolc százas, kilenc egyes, hét tized, hat ezred van;
4) egy ezres, egy tízezred van!

810.° Írd fel tizedes tört alakban azt a számot, melyben:

1) két egyes, hét tized van;
2) három tízes, két tized, nyolc század van;
3) egy százas, három ezred van!

811.• Fejezd ki hrivnyában, és írd fel tizedes tört alakban:

1) 64 kop.; 2) 5 kop.; 3) 4 hrn. 25 kop.; 4) 208 kop.!

812.• Fejezd ki deciméterben, és írd fel tizedes tört alakban:

1) 48 cm; 3) 8 cm 6 mm; 5) 6 mm;
2) 424 cm; 4) 64 cm 5 mm; 6) 3 cm!

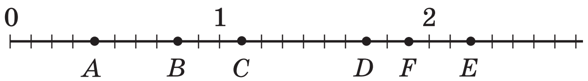
813.• Fejezd ki kilogrammban, és írd fel tizedes tört alakban:
1) 1347 g; 3) 382 g; 5) 9 g; 7) 10 kg 6 g;
2) 4256 g; 4) 48 g; 6) 5 kg 24 g; 8) 2 q 358 g!

814.• Fejezd ki méterben, és írd fel tizedes tört alakban:
1) 125 cm; 3) 4 dm 4 cm; 5) 2 cm;
2) 18 cm; 4) 58 dm 6 cm; 6) 4 m 6 dm 5 cm!

815.• Írd fel a hányadost tizedes tört alakban:
1) 28 : 10; 4) 2648 : 100; 7) 674 : 1000;
2) 7 : 10; 5) 8351 : 1000; 8) 74 : 1000;
3) 456 : 100; 6) 3590 : 1000; 9) 4 : 1000!

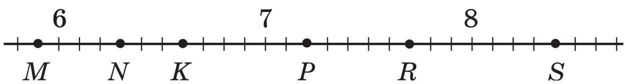
816.• Írd fel a hányadost tizedes tört alakban:
1) 42 : 10; 3) 2484 : 100; 5) 26 435 : 10 000;
2) 35 : 100; 4) 5876 : 10 000; 6) 58 : 1000!

817.• Mely számokat jelölik a számegyenesen:
1) az *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* pontok (201. ábra);



201. ábra

2) az *M*, *N*, *K*, *P*, *R*, *S* pontok (202. ábra)?
A feleletet tizedes tört alakban írd fel.



202. ábra

818.• Rajzolj egy számegyenest! Az egységszakasz hossza legyen 10 négyzetrács a füzetedben. Jelöld a számegyenesen a 0,3; 0,7; 0,9; 1,1; 1,5; 2,1 számoknak megfelelő pontokat!

819.• Rajzolj egy számegyenest! Az egységszakasz hossza legyen 10 négyzetrács a füzetedben. Jelöld a számegyenesen a 0,1; 0,6; 0,8; 1,4; 1,9; 2,2 számoknak megfelelő pontokat!

Ismétlő gyakorlatok

820. Zolit vásárolni küldte az édesanyja. A fiú pénzének $\frac{3}{50}$-ért kenyeret vett, $\frac{13}{50}$-ért tejet, $\frac{11}{50}$-ért zöldséget, $\frac{19}{50}$-ért pedig gyümölcsöt. Melyik árucikkért fizetett a legtöbbet? Maradt-e még pénze a vásárlás után a fiúnak?

821. Hányszor kisebb az $\frac{5}{6}$ perc, mint 4 perc 10 mp?

822. Hányszor nagyobb 5 óra 50 perc, mint $\frac{7}{12}$ óra?

823. A csillag helyére milyen számjegyeket kell írni, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk:

1) $346* < 3463$; 2) $4*40 > 4735$?

824. A számokból néhány számjegyet töröltek, és helyettük csillagokat írtak. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

1) 35 *** és 32 ***; 2) 98* és **52!

Bölcs Bagoly feladványa

825. Hogyan oszthatunk el egyenlően 7 almát 12 barát között, ha az almákat legfeljebb 4 részre vághatjuk?

Miután felkészültél az órára

A hatvanados törtektől a tizedes törtekig

A közönséges törtek kialakulásától a tizedes törtek megjelenéséig évezredek teltek el. A tizedes törtek felfedezését a reneszánsz kor legnagyobb matematikai vívmányának tekintik.

Bizonyára nektek úgy tűnik, hogy a tizedes törtek legfontosabb tulajdonsága az *egyszintes* felírása. De ebben az esetben nemcsak a kényelmes írásmódról van szó, hanem arról a felfedezésről is, hogy valamennyi tört nevezőjét ugyanazon szám hatványaként írjuk fel. Akkor fogjátok látni ennek az elvnek a hasznosságát, amikor majd elkezdtek számtani műveleteket végezni a tizedes törtekkel.

Már az időszámításunk előtt a III. században a babiloniak olyan törteket használtak, melyeknek a nevezői 60 hatványai voltak. Később a hatvanas nevezőjű törteket (vagy hatvanados törteket) a görög és az arab matematikusok is használták. De számításokat végezni olyan természetes számokkal, melyek a tízes számrendszerben voltak felírva, a törtek pedig a hatvanasban, nagyon bonyolult volt.

Először a tizedes törteket a XV. században alkalmazta Jamshid ibn Masud al-Kashi, szamarkandi matematikus és csillagász. A tizedesvessző helyett függőleges vonalat használt, vagy különböző színnel írta a szám egész, illetve törtrészét.

1585-ben Simon Stevin flamand tudós egy mindössze 7 oldalas, *A tizedes egység* című könyvében a tizedes törtek használatáról értekezett.

1592-től használják az egész és a törtrész elválasztására a tizedesvesszőt.

Néhány országban, például az USA-ban is, a tizedesvessző helyett pontot használnak. A számítástechnika rohamos fejlődésének következtében a pont használata egyre elterjedtebb.

31. A tizedes törtek összehasonlítása

Melyik szám a nagyobb: 5,3 vagy 4,988? Természetesen az első szám nagyobb, mivel az első szám egész része nagyobb a második szám egész részénél.

Két tizedes tört közül az a nagyobb, melynek az egész része nagyobb.

És hogyan kell összehasonlítani az egyenlő egész résszel rendelkező tizedes törteket? Ebben az esetben először a tizedeket hasonlítjuk össze. Például $11{,}\mathbf{2}3 > 11{,}\mathbf{1}9$, mivel $2 > 1$. Ha a tizedek is egyenlők, akkor a századokat kell összehasonlítani. Például $2{,}8\mathbf{4} < 2{,}8\mathbf{6}$, mivel $4 < 6$. A századok egyenlősége esetén az ezredeket hasonlítjuk össze és így tovább.

A tizedes törtek összehasonlításának ezt a módszerét *a helyi érték alapján* történő összehasonlításnak nevezzük.

Emlékeztetőül, a természetes számok összehasonlítása is a helyi értékük alapján történik.

Megjegyezzük, hogy a fenti példákban olyan tizedes törteket hasonlítottunk össze, melyeknek az egész részük és a tizedesvessző utáni néhány számjegyük egyenlők.

És hogyan kell összehasonlítani azokat a tizedes törteket, melyeknek az egész részük egyenlő, de a vessző után különböző számú számjegyet tartalmaznak? Például melyik tört nagyobb: 5,4 vagy 5,40?

Hasonlítsuk össze az 5,4 m és az 5,40 m hosszú szakaszokat.

A következőt kapjuk:

$$5{,}4\text{ m} = 5\frac{4}{10}\text{ m} = 5\text{ m } 4\text{ dm} = 540\text{ cm};$$

$$5{,}40\text{ m} = 5\frac{40}{100}\text{ m} = 5\text{ m } 40\text{ cm} = 540\text{ cm}.$$

Megállapíthatjuk tehát, hogy $5{,}4 = 5{,}40$. Hasonlóan gondolkozva, be lehet bizonyítani például, hogy:

$$0{,}3 = 0{,}30 = 0{,}300;$$

$$3 = 3{,}0 = 3{,}00 = 3{,}000.$$

Ezek a példák illusztrálják a tizedes törtek következő tulajdonságát.

A tizedes tört végére akárhány nullát írunk, az eredeti törttel egyenlő törtet kapunk.

A nullára végződő tizedes tört értéke nem változik, ha a végéről a nullákat elhagyjuk.

Hasonlítsuk össze a 3,2 és a 3,198 törteket!

Mivel $3{,}2 = 3{,}200$ és $3{,}200 > 3{,}198$, ezért $3{,}2 > 3{,}198$.

Ez a példa a következő szabályt illusztrálja:

Ahhoz, hogy összehasonlítsunk két tizedes törtet, melyeknek az egész részei egyenlők és a vessző után különböző számú számjegyeket tartalmaznak, a törtrészeiket egyenlő számú számjegyekből álló számokká alakítjuk, jobbról nullákat írva hozzájuk, és ez után összehasonlítjuk helyi értékeik alapján a számokat.

PÉLDA. Írj fel néhány olyan számot, amely nagyobb, mint 2,35, de kisebb, mint 2,36!

Megoldás. $2{,}35 = 2{,}350$; $2{,}36 = 2{,}360$. Tehát azok a számok, melyek kielégítik a feltételeket, például a következők: 2,351; 2,352; 2,353. Figyelembe véve, hogy $2{,}35 = 2{,}3500$ és $2{,}36 = 2{,}3600$, ezért más számokat is felírhatunk, amelyek kielégítik a feltételeket. Például: 2,3501; 2,3576; 2,3598 stb. ◀

?

1. Két tizedes tört közül, melyeknek az egész részük különböző, melyik a nagyobb?
2. Hogyan kell összehasonlítani azokat a tizedes törteket, melyeknek az egész részük egyenlő, és a tizedesvessző utáni számjegyeik száma megegyezik?
3. Milyen törtet kapunk akkor, ha az adott tizedes tört végére néhány nullát írunk?
4. Milyen törtet kapunk akkor, ha az adott tizedes tört végéről néhány nullát elhagyunk?
5. Fogalmazd meg két tizedes tört összehasonlításának szabályát, ha ezeknek a törteknek az egész részeik egyenlők, és a tizedesvessző után különböző számú számjegyet tartalmaznak!

Szóban oldd meg!

1. A következő tizedes törtek közül melyik lesz egyenlő $\frac{25}{100\,000}$-del:

1) 0,0025; 2) 0,25000; 3) 0,00025; 4) 0,20005?

2. Hasonlítsd össze a számokat:

1) 3710 és 3709;

2) 43 672 és 43 701;

3) $\frac{14}{17}$ és $\frac{17}{15}$;

4) $\frac{9}{46}$ és $\frac{9}{64}$!

3. Számítsd ki:

1) $48 + 72 : 12 - 6$;
2) $48 + 72 : (12 - 6)$;
3) $(48 + 72) : 12 - 6$;
4) $(48 + 72) : (12 - 6)$!

Gyakorlatok

826.° Írd fel azt a tizedes törtet, amely:
1) 0,4-del egyenlő és a tizedesvessző után két jegy van;
2) 3,26-dal egyenlő és a tizedesvessző után négy jegy van;
3) 42-vel egyenlő és a tizedesvessző után három jegy van;
4) 18,50000-del egyenlő és a tizedesvessző után két jegy van!

827.° Írj fel néhány olyan tizedes törtet, amely az adott törttel egyenlő:
1) 5,400; 2) 12,5080; 3) 0,980!

828.° Hasonlítsd össze az alábbi törtek tizedes jegyeinek számát:
1) 2,16; 18,5; 0,476; 1,4;
2) 8,1; 19,64; 5,345; 0,9872!

829.° Hasonlítsd össze a számokat:
1) 9,4 és 9,6;
2) 5,5 és 4,8;
3) 6,3 és 6,31;
4) 3,29 és 3,316;
5) 0,3 és 0,08;
6) 7,2 és 7,094!

830.° A tyúktojást a tömegük szerint négy osztályba sorolják: felső (jelölése CB), válogatott (C0), első (C1) és második (C2). Alkalmazva a következő táblázatot, állapítsd meg, melyik csoportba tartozik az a tojás, amelynek mérete:
1) 57,8 g; 2) 74,6 g; 3) 63,1 g!

Kategória	Egy tojás tömege
Felső	Több mint 73 g
Válogatott	63 g-tól 72,9 g-ig
Első	53 g-tól 62,9 g-ig
Második[1]	43 g-tól 52,9 g-ig

831.° Hasonlítsd össze a számokat:
1) 16,8 és 17,3;
2) 12,7 és 12,5;
3) 24,92 és 24,9;
4) 18,486 és 18,5;
5) 0,065 és 0,1;
6) 96,35 és 96,087!

832.° Rendezd csökkenő sorrendbe a következő számokat: 8,5; 8,16; 8,4; 8,49; 8,05; 8,61!

833.° Rendezd növekvő sorrendbe a következő számokat: 9,6; 9,8; 9,53; 9,02; 9,2; 9,613!

834.• Az x mely természetes értékeivel igaz az alábbi egyenlőtlenség:
1) $4{,}45 < x < 7{,}002$; 2) $9{,}8 < x < 13{,}4$!

[1] A 43 g-nál kisebb tojás kereskedelmi forgalmazásra nem alkalmas.

835.• Az x mely természetes értékeivel igaz az alábbi egyenlőtlenség:
1) $7{,}4 < x < 8{,}2$; 2) $12 < x < 19{,}65$!

836.• Melyik két szomszédos természetes szám közé esik a következő tört:
1) 6,99; 2) 12,79; 3) 1,529; 4) 3,109?
A feleletet kettős egyenlőtlenség alakban add meg!

837.• Melyik két szomszédos természetes szám közé esik a következő tört:
1) 5,32; 2) 24,01?
A feleletet kettős egyenlőtlenség alakban add meg!

838.• Milyen számjegyeket írhatunk a csillag helyébe, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk:
1) $6{,}38 < 6{,}3*$; 2) $8{,}1 > 8{,}*9$; 3) $16{,}25 < 1*{,}32$?

839.• Milyen számjegyeket írhatunk a csillag helyébe, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk:
1) $9{,}*5 < 9{,}12$; 2) $12{,}58 > 12{,}*4$; 3) $0{,}0*3 > 0{,}064$?

840.• Írd fel azt a legnagyobb tizedes törtet, amely:
1) kisebb 1-nél és két tizedesjegye van;
2) kisebb 2-nél és egy tizedesjegye van;
3) kisebb 3-nál és három tizedesjegye van;
4) kisebb 1-nél és négy tizedesjegye van!

841.• Írd fel azt a legkisebb tizedes törtet, amely:
1) nagyobb 1-nél és egy tizedesjegye van;
2) nagyobb 1-nél és két tizedesjegye van;
3) nagyobb 4-nél és három tizedesjegye van;
4) nagyobb 10-nél és négy tizedesjegye van!

842.• Írj három olyan számot, amely:
1) nagyobb 3,4-nél és kisebb 3,6-nél;
2) nagyobb 0,527-nél és kisebb 0,528-nél;
3) nagyobb 2,003-nél és kisebb 2,00301-nél!

843.• Írj három olyan számot, amely mindegyike nagyobb 10,53-nál és kisebb 10,55-nál!

844.•• A csillag helyére milyen számjegyeket lehet tenni (az egyenlőtlenség mindkét oldalán a csillag ugyanazt a számjegyet jelöli):
1) $0{,}*2 > 0{,}4*$; 3) $0{,}7*5 < 0{,}*69$; 5) $0{,}*6 < 0{,}6*$;
2) $2{,}5* < 2{,}*6$; 4) $0{,}6* > 0{,}7*$; 6) $0{,}*6 > 0{,}6*$?

Ismétlő gyakorlatok

845. Számítsd ki:
1) $(714 : 7 - 100)^6$; 2) $(963 : 9 - 618 : 6)^3$!

846. Péter késett az iskolából, ezért 6 km/ó sebességgel haladt. Odaér-e Péter 20 perc alatt az iskolába, ha az iskola tőlük 1 km-re van?

847. Egy 3 dm^3 területű téglalap alakú kartonlapot 1 cm széles csíkokra vágtak fel, majd a csíkokat összeragasztották. Milyen hosszú papírcsíkot kaptak, ha a téglalap oldalai centiméterekben kifejezve természetes számok?

848. Írd fel csökkenő sorrendbe az összes háromjegyű számot, melyeket a 2, 4 és 5 számjegyekből alkotunk (a számokban a számjegyek nem ismétlődhetnek)!

849. Írd fel növekvő sorrendbe az összes háromjegyű számot, melyeket az 1, 2 és 4 számjegyekből alkotunk (a számokban a számjegyek nem ismétlődhetnek)!

Bölcs Bagoly feladványa

850. A borítékokat a postára 1000 darabos csomagokban szállítják. Legalább mennyi időre van szüksége a postásnak arra, hogy leszámoljon 850 borítékot, ha 1 perc alatt 100 borítékot számol le?

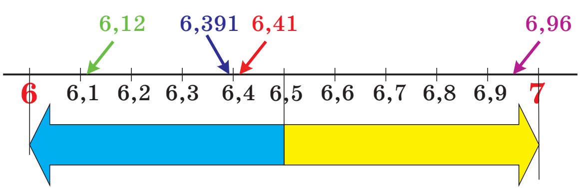
32. A számok kerekítése

Legyen a téglalap alakú földrészleg szélessége 17 m, hossza pedig 36 m. Akkor a területe 612 m^2 lesz, vagyis 6,12 ár. A mindennapi életben azt szokták mondani, hogy ennek a részlegnek a területe megközelítőleg 6 ár.

Ebben az esetben a 6-os számot a 6,12 szám **közelítő értékének** nevezzük, és azt mondjuk, hogy a 6,12-őt 6-ra kerekítettük. Így írjuk fel $6{,}12 \approx 6$ (így olvassuk: 6,12 megközelítőleg 6-tal egyenlő).

Legyen a téglalap alakú földrészleg hossza 29 m, szélessége pedig 24 m. Akkor a területe 696 m^2 lesz, vagyis 6,96 ár. A gyakorlatban a 6,96-ot kerekítjük, és azt mondjuk, hogy a részleg területe megközelítőleg 7 ár, vagyis $6{,}96 \approx 7$.

Vajon miért 7 és nem 6? Így állapították meg, mert 6,96-hoz a legközelebbi természetes szám a 7 (203. ábra).



203. ábra

Tehát, ha a 6,96-ot 7-tel helyettesítjük, akkor kisebb hibát vétünk, mintha a 6,96-ot 6-tal helyettesítenénk. A 203. ábra alapján fel lehet írni, hogy $6{,}12 \approx 6$; $6{,}2 \approx 6$; $6{,}391 \approx 6$; $6{,}41 \approx 6$; $6{,}6 \approx 7$; $6{,}703 \approx 7$; $6{,}8 \approx 7$.

Fentebb a **tizedes törtek egészre való kerekítésére** láttunk néhány példát.

És hogyan kell egészre kerekíteni a 6,5 számot, amely ugyanakkora távolságra van a 6-tól és a 7-től is? Ilyen esetben abban állapodtak meg, hogy a nagyobb számra kell kerekíteni. Ezért $6{,}5 \approx 7$.

A tizedes törtek nemcsak egészre, hanem tizedekre, századokra, ezredekre és így tovább is kerekíthetők.

Például:

$0{,}1\mathbf{2} \approx 0{,}1$ (tizedekre kerekítve), mivel a 0,12 közelebb van a 0,1-hez, mint a 0,2-hez;

$3{,}85\mathbf{741} \approx 3{,}86$ (századokra kerekítve), mivel a 3,85741 közelebb van a 3,86-hoz, mint a 3,85-hoz.

$1{,}004\mathbf{483} \approx 1{,}004$ (ezredekre kerekítve), mivel a 1,004483 közelebb van az 1,004-hez, mint az 1,005-hez.

Ezek a példák a következő szabályt illusztrálják:

Ahhoz, hogy a tizedes törteket egyesekre, tizedekre, századokra és így tovább kerekítsük, a megtartott jegy utáni számjegyeket elhagyjuk. Ha az első elhagyott számjegy 0, 1, 2, 3 vagy 4, akkor az utolsó megtartott számjegyet meghagyjuk, nem változtatjuk; de ha az első számjegy, amit elhagyunk 5, 6, 7, 8 vagy 9, akkor az utolsó megtartott számjegyet eggyel növeljük.

PÉLDA. Kerekítsük a 16,398-et századokra!

Megoldás. $16{,}398 \approx 16{,}40$, itt viszont a nullát nem hagyjuk el, mert ez mutatja, hogy melyik helyi értékre történt a kerekítés. ◀

Nemcsak a tizedes törteket, de a természetes számokat is kerekítik. Nem lehet pontosan megállapítani, hány ember él Ukrajnában, hány köbméter víz van a kijevi víztározóban, hány tonna szemes terményt takarítottak be tavaly hazánkban. A feltett kérdésekre különböző tájékoztatókból kaphatunk választ, de az ott feltüntetett adatok is közelítő értékek.

A természetes számok kerekítése nagyon hasonló a tizedes törtek kerekítéséhez.

A természetes számot adott helyi értékre úgy kerekítünk, hogy az utána következő számjegyeket, melyeknek kisebb a helyi értéke, nullákkal helyettesítjük. Ha az adott helyi értéket követő első számjegy 0, 1, 2, 3 vagy 4, akkor az adott helyi értéken lévő számjegyet nem változtatjuk; ha az adott helyi értéket követő első számjegy 5, 6, 7, 8 vagy 9, akkor az adott helyi értéken lévő számjegyet eggyel növeljük.

Például:
234 ≈ 230 – tízesekre kerekítve;
8763 ≈ 8800 – százasokra kerekítve;
884 ≈ 1000 – ezresekre kerekítve;
965 348 ≈ 970 000 – tízezresekre kerekítve.

Azokban az esetekben, amikor gyorsan akarunk értékelni valamilyen helyzetet, helyes döntést szeretnénk hozni, akkor hasznos lehet a kerekítési szabályok ismerete.

Vizsgáljuk meg a következő példát.

A gépkocsinak a célállomásáig még 283 km-t kell megtenni. A sofőr tudja, hogy a járműje 9 l benzint fogyaszt 100 km-enként, és az üzemanyagtartályának térfogata 60 l.

Ránézve az üzemanyagfogyasztás-mérőre (204. ábra), a gépkocsivezető megállapította, hogy elegendő benzinnel rendelkezik. Hogyan számolta ki ilyen gyorsan?

204. ábra

A gépkocsivezető így gondolkodott: kerekítette a 100 kilométerenkénti fogyasztását 10 literre, a fennmaradt utat 300 km-re, aztán a következő műveleteket hajtotta végre: (300 : 100) × 10. 30 litert kapott, amit összehasonlított a tartályban lévő mennyiséggel. Mivel a tartály még több mint félig volt, és a fél tartály az 30 l, ezért a gépkocsivezető azt a következtetést vonta le, hogy elegendő üzemanyaggal rendelkezik.

Pontosabb eredményt akkor kapott volna, ha meghatározza a (283 : 100) × 9 kifejezés értékét. De a gépkocsivezető nem így járt el, hanem csak (**megbecsülte**) közelítő értékét adta meg ennek a kifejezésnek.

Figyeld meg, hogy a sofőr a kerekítést a legrosszabb esetre végezte el, vagyis nagyobb fogyasztással és nagyobb távolsággal számolt. Ha az üzemanyag elegendő a legrosszabb esetre, akkor a valóságban is elég. A lefelé kerekítéssel a gépkocsivezető becsapja magát, ezért pórul járhat, elfogy az üzemanyag mielőtt még elérné úti célját.

Hasonló kerekítéseket végzünk akkor is, amikor bevásárlás közben megállapítjuk, hogy elegendő-e a vásárlásra szánt pénzünk, ha egyszerre több mindent szeretnénk vásárolni. Tervezve a napunkat, megbecsüljük, hogy mire mennyi időt szánunk.

Ilyen hozzávetőleges becsléseket akkor érdemes végezni, ha az adott pillanatban nem tudunk gyors, alapos számításokat végezni, hanem csak egyszerű kalkulációra van lehetőségünk.

?

1. Fogalmazd meg a tizedes törtek kerekítésének szabályát!
2. Fogalmazd meg a természetes számok kerekítésének szabályát!

Szóban oldd meg!

1. A következő törtek közül nevezd meg az egyenlőket:

1) 0,38; 4) 2,015; 7) 2,105; 10) 0,0470;

2) $\frac{47}{1000}$; 5) 0,47; 8) $\frac{38}{100}$; 11) $2\frac{15}{100}$;

3) 6,24; 6) 6,2400; 9) 0,407; 12) $6\frac{24}{100}$!

2. Hasonlítsd össze a számokat:

1) 7,6 és 7,4; 3) 5,18 és 5,1799; 5) 8,4 és 8,04;

2) 9,1 és 9,11; 4) 0,06 és 0,2; 6) 0,1 és 0,0987!

3. Nevezd meg azt a legnagyobb tizedes törtet, amely kisebb, mint 100, és a tizedesvessző után két számjegyet tartalmaz!

4. Nevezd meg azt a legkisebb tizedes törtet, amely nagyobb, mint 1000, és a tizedes vessző után három számjegyet tartalmaz!

5. Nevezd meg az összes olyan természetes x értéket, melynél igaz a $20 < x < 27{,}86$ egyenlőtlenség!

Gyakorlatok

851.° Kerekítsd:

1) tizedekre: 9,374; 0,5298; 10,444; 54,06; 74,95;
2) századokra: 13,405; 28,2018; 0,2375; 18,0025; 26,399;
3) egészekre: 18,25; 3,099; 9,73; 239,81;
4) ezredekre: 0,5261; 9,9999; 1,58762!

852.° Kerekítsd:

1) tizedekre: 16,88; 4,651; 1,29; 48,23; 36,96;
2) századokra: 8,636; 2,7848; 0,9996; 104; 9438;
3) egészekre: 25,54; 8,47; 55,64; 62,32;
4) ezredekre: 2,3984; 8,55555; 47,7853!

853.° Kerekítsd:

1) tízesekre: 459; 1623; 492 685; 999;
2) százasokra: 6056; 7538; 55 555; 7988;
3) ezresekre: 7345; 4956; 129 808;
4) milliókra: 42 573 468; 59 676 657;
5) az adott szám legnagyobb helyi értékére: 836; 32 464; 7 145 962!

854.° Kerekítsd:

1) tízesekre: 534; 18 357; 4 783 386;
2) százasokra: 2223; 1374;
3) ezresekre: 312 864; 67 314;
4) milliókra: 5 032 999; 9 821 893;
5) az adott szám legnagyobb helyi értékére: 4562; 583 037; 28 099 897!

855.° Kerekítsd a számot: 1) ezresekre; 2) százasokra; 3) tízesekre; 4) egészekre; 5) tizedekre; 6) századokra; 7) ezredekre:

a) 8419,3576; b) 6745,2891; c) 9421,5307!

856.• A kijelölt számjegyek elhagyásával kerekítsd a tizedes törtet, majd állapítsd meg, milyen helyi értékre történt a kerekítés:
1) 24,5**6**; 3) 0,00**7289**;
2) 8,03**58**; 4) 6,848641**975**!

857.• A kijelölt számjegyek elhagyásával kerekítsd a tizedes törtet, majd állapítsd meg, milyen helyi értékre történt a kerekítés:
1) 5,8**74**; 2) 3,52**9**; 3) 20,78**46**; 4) 2,334**96**!

858.• A centiméterben megadott mennyiségeket kerekítsd százasokra, majd add meg méterekben: 469 cm; 3244 cm; 5382 cm; 20 460 cm; 50 083 cm; 312 245 cm!

859.• A kilogrammokban megadott mennyiségeket kerekítsd ezresekre, majd add meg tonnákban: 3842 kg; 4506 kg; 8329 kg; 869 kg!

860.• A Föld a Nap körül 107 228 km/ó átlagsebességgel kering. Kerekítsd ezt a számot:
1) tízes kilométer óránkénti sebességre;
2) százas kilométer óránkénti sebességre;
3) ezres kilométer óránkénti sebességre;
4) tízezres kilométer óránkénti sebességre;
5) százezres kilométer óránkénti sebességre!

861.• A méterekben megadott mennyiségeket kerekítsd százasokra, majd add meg kilométerekben: 1469 m; 5424 m; 18 096 m; 324 711 m; 549 628 m!

862.• Milyen számjegyekkel lehet helyettesíteni a csillagot, hogy a kerekítés helyes legyen:
1) 4,9* ≈ 4,9; 2) 63,*5 ≈ 64; 3) 13,2*99 ≈ 13,2?

863.• Milyen számjegyekkel lehet helyettesíteni a csillagot, hogy a kerekítés helyes legyen:
1) 5,47*4 ≈ 5,47; 2) 23*1 ≈ 2400?

864.• Sanyinak 220 hrivnyája van. Születésnapja alkalmából a 28 osztálytársát meg szeretné kínálni egy-egy szelet csokoládéval. Egy szelet édesség ára 6 hrn. 80 kop. Az elhatározása után Sanyi rögtön rájött, hogy erre a célra van elegendő pénze. Szerintetek mi segített Sanyinak a gyors döntéshozatalban?

865.• El kell szállítani 102 db, egyenként 30,7 kg-os ládát. A tehergépkocsi vezetője rögtön megállapította, hogy egy fordulóval ezt nem tudja megoldani, mert a gépkocsi teherbírása 3 t. Szerintetek hogyan tudta ezt eldönteni?

Ismétlő gyakorlatok

866. A nyúl 12 évet él, ami:1) a juh élethosszának az $\frac{6}{7}$-e; 2) a kecske élethosszának a $\frac{2}{3}$-a; 3) a fácán élethosszának pedig a $\frac{3}{5}$-e. Határozd meg a juh, a kecske és a fácán élethosszát!

867. Az $\frac{a}{7}$ áltört vegyes számmá alakításakor a nem teljes hányados 19, a maradék pedig 5. Határozd meg az a értékét!

Bölcs Bagoly feladványa

868. László barátainak azt mesélte, hogy tegnapelőtt ő még csak tízéves volt, de jövőre már tizenhárom éves lesz. Hogyan lehetséges ez?

33. A tizedes törtek összeadása és kivonása

Már össze tudunk adni egyenlő nevezőjű törteket. Most megtanuljuk, hogyan adunk össze tizedes törteket.

Meghatározzuk a 2,374+1,725 összeget. Átalakítva ezeket a törteket közönséges törtekké, a következőt kapjuk:

$$2{,}374+1{,}725=2\frac{374}{1000}+1\frac{725}{1000}=3+\frac{374+725}{1000}=3+\frac{1099}{1000}=$$
$$=3+1\frac{99}{1000}=4\frac{99}{1000}=4{,}099.$$

Viszont a tizedes törteket sokkal egyszerűbben is összeadhatjuk, ha nem alakítjuk át őket közönséges törtekké.

Mivel a tizedes törtek felírása hasonló a természetes számok felírásához, ezért lehetőség van az oszlopban (írásban) történő összeadásra is.

Két tizedes tört összegének meghatározásához:

1) ***kiegyenlítjük az összeadandókban a tizedesvesszőt követő számjegyek számát;***
2) ***az összeadandókat úgy írjuk egymás alá, hogy a második összeadandó minden helyi értéke az első összeadandó megfelelő helyi értéke alá kerüljön;***
3) ***a kapott számokat úgy adjuk össze, mint a természetes számokat;***
4) ***ügyelünk arra, hogy a kapott összegben és az összeadandókban a tizedesvesszők egymás alá kerüljenek.***

	2,	3	7	4	
+	1,	7	2	5	
	4,	0	9	9	

205. ábra

		7,	6	0	
+	1	1,	3	5	
	1	8,	9	5	

206. ábra

A 205. és a 206. ábra azt szemlélteti, hogyan kell meghatározni a 2,374+1,725 és a 7,6+11,35 összegeket.

A tizedes törtek kivonása is írásban történik.

Két tizedes tört különbségének meghatározásához:

1) ***kiegyenlítjük az összeadandókban a tizedesvesszőt követő számjegyek számát;***
2) ***a kivonandót úgy írjuk kisebbítendő alá, hogy a kivonandó minden helyi értéke a kisebbítendő megfelelő helyi értéke alá kerüljön;***
3) ***a kivonást úgy végezzük el, mint a természetes számok kivonását;***
4) ***ügyelünk arra, hogy a különbségben, a kisebbítendőben és kivonandóban a tizedesvesszők egymás alá kerüljenek.***

$$\begin{array}{r} 0{,}800 \\ -\,0{,}593 \\ \hline 0{,}207 \end{array}$$

207. ábra

A 207. ábra azt szemlélteti, hogyan kell meghatározni a 0,8 – 0,593 különbséget.

A fenti példák alapján elmondhatjuk, hogy a tizedes törtek összeadása és kivonása helyi értékeik alapján történik, vagyis ahhoz hasonlóan, ahogy a természetes számokkal végezzük el ezeket a műveleteket. Ez a legfontosabb előnye a tizedes tört alakban felírt törteknek.

A 29. pontból már tudjátok, hogy a természetes számok összeadásának tulajdonságai a törtszámokra is teljesülnek. Emlékeztetőül, ezek a következő tulajdonságok:

$\boldsymbol{a + b = b + a}$ —
az összeadás felcserélhetőségi tulajdonsága,
$\boldsymbol{(a + b) + c = a + (b + c)}$ —
az összeadás csoportosítási tulajdonsága.

1. PÉLDA. Számítsd ki a 4 km 36 m – 768 m különbséget úgy, hogy a mennyiségeket alakítsd kilométerekké!

Megoldás. 4 km 36 m – 768 m = $4\frac{36}{1000}$ km – $\frac{768}{1000}$ km = 4,036 km – – 0,768 km = 3,268 km. ◀

2. PÉLDA. A csónak saját sebessége 30 km/ó, a vízfolyás sebessége pedig 1,4 km/ó. Határozd meg a csónak sebességét a vízfolyás irányában, és árral szemben!

Megoldás. 1) 30 + 1,4 = 31,4 (km/ó) a csónak sebessége a vízfolyás irányában.

2) 30 – 1,4 = 28,6 (km/ó) a csónak sebessége a vízfolyással szemben.

Felelet: 31,4 km/ó; 28,6 km/ó. ◀

1. Fogalmazd meg a tizedes törtek összeadásának szabályát!
2. Fogalmazd meg a tizedes törtek kivonásának szabályát!

Szóban oldd meg!

1. A következő tizedes törtek melyike egyenlő $\frac{79}{100\,000}$-del:

1) 0,79000; 2) 0,0079; 3) 0,00079; 4) 0,7900?

2. A következő tizedes törtek között melyik lesz a legnagyobb:

1) 43,56; 2) 43,561; 3) 43,559; 4) 43,55?

3. Mennyi a 6,27 tizedekre kerekített értéke:

1) 6,2; 2) 6,3; 3) 6,26; 4) 6,28?

4. Két polcon összesen 20 könyvvel van több, mint mindegyik polcon külön-külön? Hány könyv van mindegyik polcon?

5. Hasonlítsd össze:

1) 2 m és 200 cm; 3) 20 cm és 0,2 m;
2) 2 ó és 200 perc; 4) 20 perc és 0,2 ó!

Gyakorlatok

869.° Számítsd ki:

1) $0,6 + 0,4$; 3) $0,666 + 0,004$; 5) $0,666 + 0,04$;
2) $0,66 + 0,04$; 4) $0,66 + 0,4$; 6) $0,66 + 0,34$!

870.° Végezd el az összeadást:

1) $12,5 + 23,9$; 4) $13,72 + 24,318$;
2) $18,74 + 3,3$; 5) $4,18 + 7,52$;
3) $6,6 + 14$; 6) $43,523 + 36,477$!

871.° Végezd el az összeadást:

1) $4,7 + 5,8$; 4) $0,823 + 0,729$;
2) $6,9 + 3,45$; 5) $5,4 + 13,691$;
3) $16 + 4,2$; 6) $38,246 + 56,254$!

872.° Végezd el a kivonást:

1) $14,4 - 8,9$; 4) $43 - 0,451$;
2) $72,28 - 54,46$; 5) $10,25 - 5,2974$;
3) $35,4 - 16,72$; 6) $52,302 - 25,59$!

873.° Végezd el a kivonást:

1) $9,2 - 6,7$; 4) $20 - 5,63$;
2) $29,36 - 19,59$; 5) $8,3 - 4,678$;
3) $13,5 - 8,28$; 6) $38,06 - 17,4$!

874.° Oldd meg az egyenleteket:

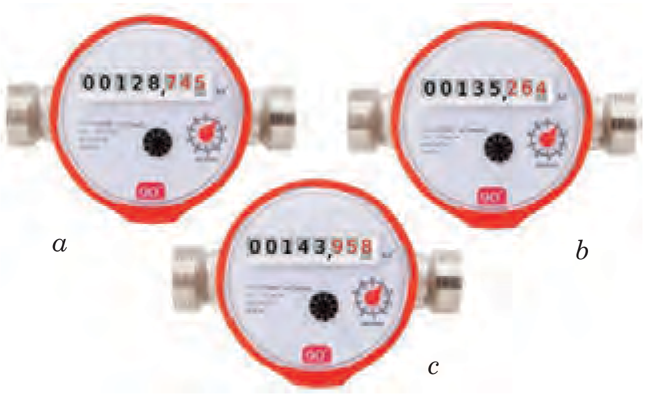
1) $x + 4,83 = 9$; 3) $x - 14,852 = 15,148$;
2) $43,78 - x = 5,384$; 4) $2,395 + x = 10$!

875.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $15,62 + x = 20$;
2) $9,54 - x = 7,268$;
3) $x - 36,76 = 19,24$;
4) $x + 0,24 = 8,1$!

876.° A 208. ábrán a Szabó család melegvíz-mérőórája látható. A 208. *a* ábra az október 1-jei állapotot mutatja, a 208. *b* ábra a november 1-jeit, a 208. *c* ábra pedig a december 1-jeit.

1) Hány köbméter meleg vizet fogyasztottak: a) októberben; b) novemberben?
2) Mennyivel kevesebb volt a melegvíz-fogyasztás októberben, mint novemberben?



208. ábra

877.° A boszorkány új kétszobás, kacsalábon forgó házat vásárolt magának. Az egyik szoba területe 17,6 m^2, amely 5,9 m^2-rel nagyobb a másik szobánál. Segíts kiszámítani a boszorkánynak, mennyi a két szoba alapterülete!

878.° A sétahajó sebessége a vízfolyás irányában 30,2 km/ó, a folyó sebessége 2,2 km/ó. Határozd meg a hajó sebességét állóvízben és a vízfolyással szemben!

879.° A hajó sebessége a vízfolyással szemben 68,5 km/ó, a folyó sebessége 1,5 km/ó. Határozd meg a hajó sebességét a vízfolyás irányában és állóvízben!

880.° A motorcsónak sebessége az árral szemben 18,8 km/ó, a saját sebessége pedig 20,2 km/ó. Határozd meg a vízfolyás sebességét, és a csónak sebességét a vízfolyás irányában?

881.° A sétahajó sebessége a vízfolyás irányában 32,6 km/ó, a saját sebessége pedig 30,4 km/ó. Határozd meg a folyó sebességét és a hajó sebességét az árral szemben?

882.° Jancsi és Juliska együtt 3,2 kg gombát szedtek. Tudjuk, hogy Jancsi 1,68 kg-ot gyűjtött. Melyik mesehős szedett több gombát és mennyivel?

883.• Első nap a turisták 6,3 km tettek meg, 2,84 km-rel kevesebbet, mint a másodikon. Ezek után még 14,35 km marad nekik hátra az útvonalból. Hány kilométeres túrára indultak a turisták?

884.• Egy üzletben az első hét alatt 2,16 t narancsot adtak el, a következő hét folyamán 0,976 t-val többet, mint az elsőn. Ezek után még 3,58 t narancs maradt a raktáron. Hány tonna narancsot szállítottak az üzletbe a hónap elején?

885.• Határozd meg a Földünk sivatagjainak összterületét, ha Ausztráliában 0,4 millió km^2, Amerikában 1,2 millió km^2-rel nagyobb a sivatagok területe, mint Ausztráliában, Ázsiában 1,4 millió km^2-rel nagyobb, mint Amerikában, Afrikában pedig 2,8 millió km^2-rel nagyobb, mint Amerikában!

886.• A világ legnagyobb tava a Kaszpi-tenger, melynek mélysége 1,025 km. A Bajkál-tó (Oroszország) a világ legmélyebb tava. Ennek a mélysége 0,515 km-rel mélyebb a Kaszpi-tengernél. A Tanganyika-tó (Afrika) 1,47 km mély. Hány kilométerrel mélyebb a Bajkál-tó a Tanganyika-tónál? Mennyivel mélyebb a Tanganyika-tó a Kaszpi-tengernél?

887.• Három nap alatt a bányából 2436,86 t szenet termeltek ki. Az első napon 827,48 t szenet hoztak felszínre, a másodikon 59,59 t-val kevesebbet, mint az első napon. Hány tonna szenet termeltek ki a harmadik napon?

888.• Dolgos László farmergazda három földrészleget bérelt, melyeknek az összterülete 3428,32 ha. Az egyik részleg területe 1506,46 ha, ami 237,64 ha-ral kisebb a második területénél. Határozd meg a harmadik részleg területét!

889.• A töröttvonal három szakaszból áll. Az első szakasz 9,2 cm, ami 3,5 cm-rel hosszabb a második szakasznál és 4,9 cm-rel rövidebb a harmadik hosszánál. Határozd meg a töröttvonal hosszát!

890.• A háromszög egyik oldala 12,4 dm, amely 3,8 dm-rel rövidebb a másik oldalánál és 2,6 dm-rel hosszabb a harmadiknál. Számítsd ki a háromszög kerületét!

891.• Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $18{,}61 + 7{,}54 + 3{,}4$;
2) $86{,}58 + 32{,}6 + 5{,}079$;
3) $28{,}964 + 51{,}16 + 48{,}036$;
4) $84{,}25 + 72{,}844 + 17{,}156 + 16{,}85$;
5) $26{,}836 - 7{,}59 - 12{,}6 - 3{,}5801$;
6) $489{,}2 - (164{,}4 + 92{,}16 - 138{,}254)$!

892.• Határozd meg a kifejezés értékét:
1) $5{,}68 + 13{,}27 + 4{,}9$;
2) $18{,}35 + 1{,}4 + 38{,}016$;
3) $16{,}528 + 42{,}5 + 13{,}472$;
4) $76{,}1 + 38{,}83 + 24{,}9 + 52{,}17$;
5) $14{,}02 - 10{,}379 + 5{,}004 - 7{,}3245$;
6) $642{,}7 - (365{,}2 - 41{,}54 + 125{,}086)$!

893.• Oldd meg az egyenleteket:
1) $(1{,}34 + x) - 58{,}3 = 4{,}26$;
2) $(94{,}2 - a) - 1{,}26 = 3{,}254$;
3) $4{,}75 - (x - 0{,}67) = 3{,}025$;
4) $40{,}3 - (63{,}4 - a) = 36{,}62$!

894.• Oldd meg az egyenleteket:
1) $(x - 50{,}6) + 2{,}15 = 42{,}9$;
2) $31{,}28 - (m + 4{,}2) = 15{,}093$!

895.• Végezd el az összeadást, a legcélszerűbb számítási sorrend megválasztásával:
1) $(2{,}45 + 0{,}276) + 4{,}55$;
2) $(9{,}37 + 13{,}6) + 6{,}4$;
3) $5{,}12 + 3{,}75 + 5{,}25 + 4{,}88$;
4) $0{,}234 + 0{,}631 + 0{,}766 + 0{,}369$!

896.• Végezd el az összeadást, a legcélszerűbb számítási sorrend megválasztásával:
1) $(12{,}82 + 8{,}394) + 5{,}18$;
2) $2{,}53 + 15{,}1 + 4{,}47 + 14{,}9$!

897.• Egyszerűsítsd a kifejezést:
1) $2{,}46 + a + 81{,}139 + 14{,}8$;
2) $m + 0{,}47 + 5{,}062 + m + 43{,}295$;
3) $x + 0{,}3 + 0{,}9007 + 4{,}58 + 3x$;
4) $7c + 236{,}7 + 2c + 0{,}82 + 4{,}325$!

898.• Határozd meg a műveletlánc hiányzó számait!

$$\mathbf{14{,}36} \xrightarrow{+18{,}54} a \xrightarrow{-27{,}032} b \xrightarrow{+x} \mathbf{10}$$

899.• Határozd meg a műveletlánc hiányzó számait!

$$\mathbf{39{,}8} \xrightarrow{-14{,}48} a \xrightarrow{+x} \mathbf{74{,}123} \xrightarrow{-y} \mathbf{40{,}2}$$

900.• A csillagok helyére olyan számjegyeket tegyél, hogy az összeadás (kivonás) helyes legyen!

1) $\begin{array}{r} 17{,}\ast 4 \\ +\ \ast\ast{,}5\ast \\ \hline 105{,}23 \end{array}$
2) $\begin{array}{r} \ast{,}53\ast \\ +\ 6{,}9\ast 8 \\ +\ 20{,}\ast 27 \\ \hline \ast 0{,}041 \end{array}$
3) $\begin{array}{r} 72{,}\ast\ast \\ -\ 3\ast{,}59 \\ \hline \ast 2{,}69 \end{array}$
4) $\begin{array}{r} 9\ast{,}7\ast 5 \\ -\ \ast 4{,}\ast 6\ast \\ \hline 34{,}841 \end{array}$

901.• Hogyan változik az összeg, ha:
1) az egyik összeadandót 6,8-del, a másikat pedig 4,25-dal növeljük;
2) az egyik összeadandót 14,3-del növeljük, a másikat pedig 7,15-dal csökkentjük;
3) az egyik összeadandót 3,2-del növeljük, a másikat pedig 3,2-del csökkentjük?

902.• Hogyan változik a különbség, ha:
1) a kivonandót 17,96-dal csökkentjük;
2) a kisebbítendőt 0,4-del, a kivonandót pedig 0,3-del növeljük;

3) a kisebbítendőt 2,3-del növeljük, a kivonandót pedig 1,7-del csökkentjük;
4) a kisebbítendőt 6,1-del csökkentjük, a kivonandót pedig 3,4-del növeljük?

903.• Fejezd ki deciméterben, és végezd el a műveleteket:
1) 2,34 dm – 18 cm;
2) 9,6 dm + 4 cm;
3) 49 dm – 324 cm;
4) 5,63 m + 2345 cm;
5) 9 m 8 dm 3 cm – 25 cm 8 mm;
6) 1 m 5 dm 6 cm – 16 cm 9 mm!

904.• Fejezd ki árban, és végezd el a műveleteket:
1) 3 a 82 m^2 + 8 a 9 m^2;
2) 28 a 7 m^2 + 14 a 26 m^2;
3) 57 a 22 m^2 – 48 a 4 m^2;
4) 41 a 5 m^2 – 36 a 19,7 m^2;
5) 9 ha 6 a 8 m^2 + 18 a 10 m^2;
6) 24 ha 8 a 4 m^2 –24 a 20 m^2!

905.• Fejezd ki mázsában, és végezd el a műveleteket:
1) 9 q – 524 kg;
2) 8 q 44 kg – 836 kg;
3) 42 q 5 kg + 85 kg;
4) 2,92 t + 684 kg;
5) 7 t 6 q 4 kg – 8 q 18 kg;
6) 1 t 2 q 3kg – 1 t 15 kg!

906.•• Határozd meg a kifejezés értékét a legcélszerűbb számítási sorrend megválasztásával:
1) (4,12 + 0,116) – 1,12;
2) (5,93 + 67,5) – 27,5;
3) 0,844 – (0,244 + 0,018);
4) 7,29 – (3,961 + 2,29)!

Ismétlő gyakorlatok

907. Két kikötőből, melyek között a távolság 24 km, egyszerre, egy irányban egy csónak és egy motorcsónak indult el (a csónak haladt elől). A csónak sebessége 8 km/ó, ami az a motorcsónak sebességének a $\frac{4}{5}$-e. Mennyi idő alatt éri utol a motorcsónak a csónakot?

908. A medence hossza 12 m, a szélessége a hosszának $\frac{3}{4}$-e, a mélysége pedig a szélességének a $\frac{2}{3}$-a. A medence $\frac{11}{18}$-át vízzel töltötték fel. Hány köbméter víz lett a medencében?

909. Egy csokoládéért és négy süteményért 34 hrivnya 50 kopijkát fizettek. Egy csokoládé és nyolc ugyanilyen sütemény 62 hrivnya 50 kopijkába kerül. Mennyibe kerül a csokoládé?

Bölcs Bagoly feladványa

910. Az ördög azt mondta Fekete Péternek: *Ahányszor áthaladsz az én varázslatos hidamon, a pénzed megduplázódik, de ezért minden alkalommal fizetsz nekem 24 hrivnyát*. Péter háromszor ment keresztül a hídon és pénz nélkül maradt. Mennyi pénze volt Péternek mielőtt még az ördöggel találkozott volna?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 5. SZ. TESZTFELADAT

1. Nevezd meg az öt egész kilenc századot!
A) 5,9 B) 5,90 C) 5,09 D) 5,009

2. Fejezd ki kilogrammban a 72 g-ot!
A) 0,072 kg B) 0,72 kg C) 0,0072 kg D) 7,2 kg

3. Nevezd meg az igaz egyenlőtlenséget!
A) $13{,}7 > 13{,}71$ C) $0{,}9 < 0{,}099$
B) $4{,}6 > 4{,}073$ D) $8{,}4 < 8{,}311$

4. Hány természetes x szám létezik, melyeknél teljesül a $4{,}36 < x < 10{,}16$ egyenlőtlenség?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

5. Kerekítsd a 19,254 számot tizedekre!
A) 19,2 B) 19,25 C) 19,3 D) 19,26

6. A láda magasságát milliméterekben határozták meg. Centiméterekre kerekítve az eredményt, 15 cm-t kaptak. Mennyi lehet a láda magassága milliméterben?
A) 156 mm B) 146 mm C) 155 mm D) 144 mm

7. Mivel egyenlő a $\frac{4}{100}+\frac{7}{1000}$ kifejezés értéke?
A) 0,047 B) 0,1047 C) 0,407 D) 0,47

8. Mivel egyenlő a 2400 m – 0,6 km különbség?
A) 2,34 km B) 2399,4 m C) 2340 m D) 1,8 km

9. Nevezd meg azt a legnagyobb, 3-nál kisebb tizedes törtet, amely a tizedesvessző után két számjegyet tartalmaz!
A) 2,09 B) 2,99 C) 2,90 D) 1,99

10. Határozd meg a csónak sebességét a vízfolyással szemben, ha a vízfolyás sebessége 1,8 km/ó, a csónak sebessége a vízfolyás irányában pedig 18 km/ó!
A) 19,8 km/ó C) 16,2 km/ó
B) 15,6 km/ó D) 14,4 km/ó

11. Oldd meg a $12{,}8 - (x + 4{,}723) = 1{,}05$ egyenletet!
A) 2,423 B) 16,473 C) 9,127 D) 7,027

12. Hogyan változik meg a különbség, ha a kisebbítendőt 3,2-del, a kivonandót pedig 2,8-del növeljük?
A) 0,4-del csökken
B) 0,4-del növekszik
C) 6-tal csökken
D) 6-tal növekszik

34. A tizedes törtek szorzása

Már tudjátok, hogy $a \cdot 10 = \underbrace{a + a + \ldots + a}_{10 \text{ összeadandó}}$. Például: $0{,}2 \cdot 10 = \underbrace{0{,}2 + 0{,}2 + \ldots + 0{,}2}_{10 \text{ összeadandó}}$. Nem nehéz megállapítani, hogy ennek az eredménye 2 lesz, vagyis $0{,}2 \cdot 10 = 2$.

Hasonlóan meg lehet győződni arról is, hogy:

$$5{,}2 \cdot 10 = 52;$$
$$0{,}27 \cdot 10 = 2{,}7;$$
$$1{,}253 \cdot 10 = 12{,}53.$$

Már bizonyára rájöttetek, hogyha tizedes törtet 10-zel szorzunk, a törtben a tizedesvesszőt 1 számjeggyel jobbra visszük.

Hogyan kell a tizedes törtet 100-zal szorozni?

A következőt kapjuk: $a \cdot 100 = a \cdot 10 \cdot 10$. Tehát

$2{,}375 \cdot 100 = 2{,}375 \cdot 10 \cdot 10 = 23{,}75 \cdot 10 = 237{,}5$.

A fenti példa azt mutatja, hogyha a tizedes törtet 100-zal szorozzuk, akkor ebben a törtben a tizedesvesszőt 2 számjeggyel kell jobbra vinni:

$$0{,}57964 \cdot 100 = 57{,}964;$$
$$3{,}2 \cdot 100 = 3{,}20 \cdot 100 = 320.$$

Szorozzuk meg a 7,1212 számot 1000-rel. A következőt kapjuk:

$7{,}1212 \cdot 1000 = 7{,}1212 \cdot 100 \cdot 10 = 712{,}12 \cdot 10 = 7121{,}2$.

Ez a példa illusztrálja a következő szabályt.

Tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel úgy szorzunk, hogy a törtben a tizedesvesszőt 1, 2, 3 számjeggyel jobbra visszük.

Tehát, ***ha a számban a tizedesvesszőt 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel jobbra visszük, akkor a szám értéke 10-szer, 100-szor, 1000-szer és így tovább növekszik.***

És fordítva, ***ha a tizedes vesszőt a számban 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel balra visszük, akkor a szám értéke 10-szer, 100-szor, 1000-szer és így tovább csökkeni fog.***

Megmutatjuk, hogy a törtek tízes számrendszerben való felírása lehetőséget ad arra, hogy a természetes számokhoz hasonlóan végezzük a szorzásukat.

Határozzuk meg a 3,4 és az 1,23 számok szorzatát. Az elsőt tízszeresére, a másodikat pedig százszorosára növelve, a szorzatot 1000-szeresére növeljük.

Tehát a 34 és a 123 természetes számok szorzata 1000-szerese a keresett szorzatnak.

A következőt kaptuk: $34 \cdot 23 = 4182$. Az eredmény meghatározásához a 4182-es számot 1000-szer csökkenteni kell. Felírjuk: $4182 = 4182{,}0$. A 4182,0 számban a tizedesvesszőt három számjeggyel balra visszük, és megkapjuk a 4,182 számot, ami 1000-szer kisebb a 4182-től. Ezért $3{,}4 \cdot 1{,}23 = 4{,}182$.

Ezt az eredményt egyszerűbben is megkaphatjuk, ha alkalmazzuk a következő szabályt:

Két tizedes tört szorzásakor a következőképpen járunk el:

1) ***tizedes törteket úgy szorzunk, mint a természetes számokat;***
2) ***a tényezőkben nem vesszük figyelembe a tizedesvesszőt, de a szorzatban jobbról annyi tizedesjegyet választunk le tizedesvesszővel, ahány tizedesjegy van a két tényezőben összesen.***

Abban az esetben, ha a szorzat kevesebb jegyet tartalmaz, mint ahányat le kellene választani, akkor balról nullákat írunk a szorzat elé, és csak ezután visszük balra a tizedesvesszőt.

Például $2 \cdot 3 = 6$, ezért $0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$; $25 \cdot 33 = 825$, ekkor $0{,}025 \cdot 0{,}33 = 0{,}00825$.

Ha az egyik tényező 0,1; 0,01; 0,001 és így tovább, akkor érdemes a következő szabályt alkalmazni.

Tizedes törtet* 0,1*-del,* 0,01*-dal,* 0,001*-del stb. úgy szorzunk, hogy a törtben balra visszük a tizedesvesszőt* 1, 2, 3 *stb. jeggyel.

Például $1{,}58 \cdot 0{,}1 = 0{,}158$; $324{,}7 \cdot 0{,}01 = 3{,}247$.

A természetes számok tulajdonságai teljesülnek a törtszámok szorzása esetében is:

$\boldsymbol{ab = ba}$ —
a szorzás felcserélhetőségi tulajdonsága;

$\boldsymbol{(ab)\,c = a\,(bc)}$ —
a szorzás csoportosítási tulajdonsága;

$\boldsymbol{a\,(b + c) = ab + ac}$ —
a szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága;

$\boldsymbol{a\,(b - c) = ab - ac}$ —
a szorzásnak a kivonásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága.

?

1. Hogyan kell a tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel szorozni?
2. Hogyan kell két tizedes törtet összeszorozni?
3. Hogyan kell a tizedes törtet 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del megszorozni?
4. A természetes számok szorzásának milyen tulajdonságai teljesülnek a törtszámokra is?

Szóban oldd meg!

1. Határozd meg a műveletlánc hiányzó számait!

$$\square \xrightarrow{-\,2{,}16} \bigcirc \xrightarrow{+\,1{,}4} 3{,}24 \xrightarrow{+\,\_\_\_} 6 \xrightarrow{+\,\_\_\_} \boxed{7{,}2}$$

2. Melyik az a szám, amely:
1) 2,06-dal kisebb, mint a 3,6; 3) 2-szer nagyobb, mint a 27;
2) 3,5-del nagyobb, mint 7,05; 4) 5-ször kisebb, mint 205?

3. Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:
1) $13a \cdot 2b$; 3) $5x - 3x + 4x$; 5) $10a - 9a + 8$;
2) $5a \cdot 4b \cdot 9c$; 4) $7y + 6y - y$; 6) $8c - 3c + c - 7$!

4. A $*,4 + *,5 + *,6 = 7,5$ felírásban a csillag mindig ugyanazt a számjegyet jelöli, és az eredmény igaz lesz. Nevezd meg ezt a számjegyet!

5. Hányszor több kétjegyű szám van, mint egyjegyű?

Gyakorlatok

911.° Hány számjegy lesz a tizedesvessző után jobbra a szorzatban, ha a tényezők: 4,2 és 8,14; 9,36 és 19,426; 0,018 és 0,001?

912.° Határozd meg a szorzat értékét:
1) $6,58 \cdot 10$; 3) $6,58 \cdot 1000$;
2) $6,58 \cdot 100$; 4) $6,58 \cdot 10\ 000$!

913.° Végezd el a szorzást:
1) $9,6 \cdot 10$; 3) $7,03 \cdot 100$; 5) $8,1 \cdot 10\ 000$;
2) $0,065 \cdot 100$; 4) $32,97 \cdot 1000$; 6) $0,028 \cdot 10\ 000$!

914.° Végezd el a szorzást:
1) $3,284 \cdot 10$; 3) $4,125 \cdot 1000$;
2) $6,3 \cdot 100$; 4) $924,587 \cdot 100\ 000$!

915.° Ismert, hogy $428 \cdot 76 = 32\ 528$. Az egyenlőség jobb oldalán tedd ki a tizedesvesszőt úgy, hogy a szorzás igaz legyen:
1) $4,28 \cdot 76 = 32528$; 4) $42,8 \cdot 0,76 = 32528$;
2) $42,8 \cdot 7,6 = 32528$; 5) $0,428 \cdot 7,6 = 32528$;
3) $4,28 \cdot 7,6 = 32528$; 6) $0,428 \cdot 0,076 = 32528$!

916.° Végezd el a szorzást:
1) $2,4 \cdot 3,6$; 5) $9,16 \cdot 5,5$; 9) $6,132 \cdot 5,2$;
2) $2,7 \cdot 5,3$; 6) $0,37 \cdot 1,9$; 10) $0,018 \cdot 0,65$;
3) $4,5 \cdot 8,4$; 7) $42,25 \cdot 6$; 11) $2,376 \cdot 0,42$;
4) $2,8 \cdot 5,14$; 8) $3,46 \cdot 0,14$; 12) $1,35 \cdot 9,214$!

917.° Végezd el a szorzást:
1) $7,2 \cdot 4,8$; 5) $8,35 \cdot 1,8$; 9) $8,4 \cdot 18,454$;
2) $8,1 \cdot 6,5$; 6) $4,8 \cdot 0,64$; 10) $0,85 \cdot 0,032$;
3) $5,8 \cdot 2,5$; 7) $8 \cdot 90,45$; 11) $0,76 \cdot 5,098$;
4) $3,02 \cdot 7,3$; 8) $1,16 \cdot 0,29$; 12) $0,275 \cdot 1,64$!

918.° Végezd el a szorzást:
1) $4,6 \cdot 0,1$; 3) $436 \cdot 0,001$; 5) $6,58 \cdot 0,1$;
2) $35,1 \cdot 0,01$; 4) $729 \cdot 0,0001$; 6) $6,58 \cdot 0,001$!

919.° Végezd el a szorzást:

1) $57 \cdot 0{,}1$;
2) $2{,}7 \cdot 0{,}01$;
3) $38{,}1 \cdot 0{,}001$;
4) $0{,}8 \cdot 0{,}00001$!

920.° Számítsd ki:

1) $0{,}4^2$; 2) $0{,}2^3$; 3) $1{,}6^2$; 4) $0{,}1^5$!

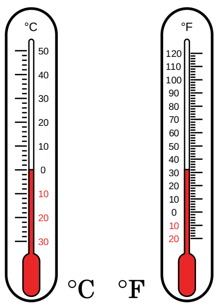
921.° Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $12{,}3 \cdot 0{,}8 - 5{,}4 \cdot 1{,}6$;
2) $(46 - 34{,}17) \cdot 0{,}09$;
3) $(3{,}126 - 1{,}7) \cdot (0{,}15 + 7{,}4)$!

922.° Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $5{,}6 \cdot 0{,}08 + 0{,}23 \cdot 2{,}4$;
2) $(72 - 42{,}56) \cdot 0{,}08$;
3) $(9{,}38 + 5{,}12) \cdot (8{,}4 - 3{,}24)$!

923.° A világ számos országában, beleértve Ukrajnát is, a hőmérsékletet Celsius[1]-fokban mérik. Más országokban, például az Egyesült Államokban, a hőmérsékletet a Fahrenheit[2]-fokban mérik. Ahhoz, hogy egy Celsius-fokban megadott hőmérsékletet átalakítsunk Fahrenheit-fokban megadott hőmérsékletté, a következő képletet alkalmazzák: $t_F = 18t_C + 32$, ahol t_C a hőmérséklet Celsius-fokban, t_F a hőmérséklet Fahrenheit-fokban. Hány Fahrenheit-foknak felel meg 25 Celsius-fok?



924.° A citrom kilogrammja 35 hrn. Gyuri 1 kg 700 g citromot vásárolt. Mennyi lesz a 100 hrivnyából visszajáró pénz? A feleletet hrivnyában és kopijkában add meg!

925.° Számítsd ki a teniszpálya területét, ha a hossza 23,75 m, szélessége pedig 10,92 m! Az eredményt kerekítsd egészekre!

926.° Az első napon a *Remény* vitorlás 12,6 órát ment 26,5 km/ó sebességgel. A következő napon 10,5 órát volt úton és a sebessége 28,4 km/ó volt. Mekkora távolságot tett meg a vitorlás a két nap alatt?

927.° A *Remény* vitorlás Odesszában megállt, ahol Dani fedélzetmester halat vásárolt: 8,3 kg lepényhalat 12,6 hrivnyáért kilogrammját és 10,6 kg pontyot 9,7 hrivnyáért kilogrammját. Mennyi pénzt költött Dani vitorlamester a halak vásárlására?

---

[1] *Anders Celsius* (1701–1744) – svéd csillagász és fizikus. 1742-ben hőmérsékleti skálát dolgozott ki, melyet róla neveztek el.

[2] *Gabriel Daniel Fahrenheit* (1686–1736) – német fizikus. 1724-ben hőmérsékleti skálát dolgozott ki, melyet róla neveztek el.

928.° Béla nagyapó eladott 15,8 kg meggyet és 20,5 kg szilvát. 1 kg meggy ára 20,5 hrivnya, a szilva ára pedig 16 hrivnya. Melyik gyümölcsért kapott többet, és mennyivel?

929.° Az iskolások az egyik kirándulás során 8,5 órát gyalogoltak 4,2 km/ó sebességgel, majd 9,2 órát tutajon utaztak, melynek a sebessége 3,5 km/ó volt. Szárazföldön vagy vízen tettek meg nagyobb utat, és mennyivel?

930.° A 209. ábrán a Kovács család villanyórája látható. A 209. *a* ábra a március 1-jei állapotot rögzíti, a 209. *b* ábra pedig az április 1-jeit. Mennyi volt a Kovács család márciusi villanyszámlája, ha 1 kilowattóra ára 100 kilowattóráig 0,9 hrivnya, 100 kWh felett pedig 1,68 hrivnya/kWh?

a *b*

209. ábra

931.° A 210. ábrán a Szabó család vízórája látható. A 210. *a* ábrán a június 1-jei állapotot látjuk, a 210. *b* ábrán pedig a július 1-jeit. Mennyi a Szabó család júniusi vízszámlája, ha 1 m^3 hidegvíz 15,79 hrivnyába kerül?

a *b*

210. ábra

932.° Számítsd ki a kifejezés értékét a legegyszerűbb módon:
1) $0,2 \cdot 32,8 \cdot 5$; 3) $0,8 \cdot 47,5 \cdot 12,5$;
2) $0,25 \cdot 24,3 \cdot 0,4$; 4) $73 \cdot 0,5 \cdot 0,4$!

933.° Számítsd ki a kifejezés értékét a legegyszerűbb módon:
1) $0,4 \cdot 17 \cdot 2,5$; 3) $0,05 \cdot 6,73 \cdot 0,2$;
2) $0,125 \cdot 4,3 \cdot 80$; 4) $0,4 \cdot 0,36 \cdot 5$!

934.° Egyszerűsítsd a kifejezést:
1) $1,3 \cdot 0,2a$; 4) $2,8 \cdot y \cdot 0,5$; 7) $0,27m \cdot 0,3n$;
2) $0,9b \cdot 8$; 5) $0,6a \cdot 0,08b$; 8) $0,4a \cdot 8 \cdot b \cdot 0,3c$;
3) $0,23 \cdot 40b$; 6) $1,1x \cdot 1,4y$; 9) $1,2x \cdot 0,3y \cdot 5z$!

935.• Egyszerűsítsd a kifejezést, és határozd meg az értékét:
1) $0,5a \cdot 20b$, ha $a = 4$, $b = 6,8$;
2) $0,25x \cdot 0,4y$, ha $x = 1,2$, $y = 0,3$;
3) $4m \cdot 0,5n$, ha $m = 0,22$, $n = 100$;
4) $0,8k \cdot 12,5c$, ha $k = 0,58$, $c = 0,1$!

936.• Számítsd ki a legegyszerűbb módon:
1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$; 3) $0,946 \cdot 26,8 + 0,946 \cdot 23,2$;
2) $59,8 \cdot 4,9 - 59,7 \cdot 4,9$; 4) $7,54 \cdot 3,24 - 7,54 \cdot 3,14$!

937.• Számítsd ki a legegyszerűbb módon:
1) $0,47 \cdot 6,32 + 6,32 \cdot 0,53$; 2) $85,6 \cdot 9,2 - 85,3 \cdot 9,2$!

938.• Fejezd ki a mennyiségeket azonos mértékegységben, és hasonlítsd őket össze:
1) 1,36 kg és 589,6 g 4) 92,6 cm és 9,24 dm;
2) 2396,4 g és 2,278 kg; 5) 31,6 kg és 0,432 q;
3) 28,4 mm és 2,84 cm; 6) 85,1 q és 8,09 t!

939.• Fejezd ki a mennyiségeket azonos mértékegységben, és hasonlítsd őket össze:
1) 6,4 dm és 64,2 cm; 3) 4,2 q és 416,5 kg;
2) 265,8 cm és 2,663 m; 4) 0,8 t és 7,36 q!

940.• A XVIII. században, a kereskedelem és az ipari termelés fejlődése miatt, szükségessé vált a különböző mértékegységek rendszerbe foglalása. Abban az időben a következő hosszegységeket alkalmazták: mérföld, öl, láb, hüvelyk. Egy mérföld egyenlő 500 öl, egy öl – 3 láb, egy láb – 16 hüvelyk. Hány kilométerrel egyenlő egy mérföld, ha egy hüvelyk 4,455 cm-rel egyenlő?

941.• Az ókorban a következő tömegegységeket alkalmazták: pud, font, karát. Egy pud egyenlő 40 fonttal, 1 font pedig 96 karátnak felel meg. Hány kilogramm egy pud, ha egy karát 4,266 g? Az eredményt századokra kerekítsd!

942.• Az egyik faluból ugyanabba az irányba, egyidejűleg két kerékpáros indult el. Az egyik sebessége 11,4 km/ó, a másiké pedig 9,8 km/ó. Mekkora lesz a távolság közöttük 6,5 órával az indulásuk után?

943.• Az egyik kikötőből egyidejűleg indult el egy gőzhajó és egy motorcsónak. A gőzhajó sebessége 26,3 km/ó, a motorcsónaké pedig 30,8 km/ó. Mekkora lesz a távolság közöttük 5,4 órával az indulásuk után?

944.• Az egyik állomásról ellenkező irányba egyidejűleg indult el két vonat. Az egyik sebessége 63,4 km/ó, a másiké pedig 58,6 km/ó volt. Mekkora lesz a távolság közöttük 9,3 órával az indulásuk után?

945.• Az egyik városból ellenkező irányba egyidejűleg indult el két gépkocsi. Az egyik sebessége 72,5 km/ó, ami a másik sebességénél 8,7 km/ó-val több. Mekkora lesz a távolság közöttük 3,6 órával az indulásuk után?

946.• Két városból egymás felé egyszerre indult el egy kerékpáros és egy személygépkocsi. A kerékpáros sebessége 13,8 km/ó volt, a gépkocsié ennél 6,3-szer gyorsabb. Határozd meg a városok közötti távolságot, ha a kerékpáros és a gépkocsi indulásuk után 4,5 óra múlva találkoztak!

947.• Két faluból egymás felé egyszerre indult el egy kerékpáros és egy gyalogos. A gyalogos sebessége 3,2 km/ó, ami 4,2-szer kisebb, mint a kerékpáros sebessége. Határozd meg a falvak közötti távolságot, ha a kerékpáros és a gyalogos indulásuk után 1,6 óra múlva találkoztak!

948.• Határozd meg a kifejezés értékét:
1) $(8{,}2 \cdot 0{,}45 + 14{,}71) \cdot 3{,}8 - 49{,}436$;
2) $(3{,}6 \cdot 4{,}25 - 0{,}7) \cdot 5{,}9 + 7{,}9 \cdot 0{,}2$;
3) $0{,}7 \cdot (34{,}1 - 18{,}4) + 0{,}5 \cdot 18{,}6 - (9{,}8 + 1{,}6) \cdot 1{,}4$!

949.• Határozd meg a kifejezés értékét:
1) $(2{,}35 \cdot 6{,}8 - 6{,}793) \cdot 0{,}4 + 1{,}3252$;
2) $3{,}4 \cdot 6{,}5 - 0{,}25 \cdot (17{,}6 \cdot 1{,}5 + 3{,}28)$;
3) $(36{,}8 - 15{,}3) \cdot 0{,}4 + 0{,}6 \cdot 12{,}4 - (18{,}6 - 13{,}8) \cdot 0{,}5$!

950.• Melyik számmal kell megszorozni a 7,08-ot, hogy a következő számot kapjuk:
1) 70,8; 2) 7080; 3) 0,708; 4) 0,000708?

951.• Melyik számmal kell megszorozni a 0,47-ot, hogy a következő számot kapjuk:
1) 47; 2) 47 000; 3) 0,047; 4) 0,000047?

952.• A legegyszerűbb módon számítsd ki a kifejezés értékét:
1) $6{,}5 \cdot 2{,}46 - 6{,}5 \cdot 2{,}29 - 6{,}5 \cdot 0{,}17$;
2) $12{,}36 \cdot 1{,}39 + 1{,}11 \cdot 12{,}36 - 2{,}5 \cdot 4{,}36$!

953.• A legegyszerűbb módon számítsd ki a kifejezés értékét:
1) $0{,}37 \cdot 4{,}6 - 1{,}8 \cdot 0{,}37 + 0{,}37 \cdot 7{,}2$;
2) $6{,}74 \cdot 0{,}13 + 0{,}47 \cdot 6{,}74 + 0{,}6 \cdot 1{,}76$!

954.• Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést, és számítsd ki az értékét:
1) $0{,}13p + 0{,}47p$, ha $p = 0{,}14$;
2) $0{,}072b - 0{,}043b$, ha $b = 5{,}4$;
3) $3{,}8x + 1{,}7x - 5{,}4x + 0{,}1x$, ha $x = 0{,}678$;
4) $8{,}6c - 3{,}5c - 0{,}1c + 0{,}296$, ha $c = 0{,}58$!

955.• Egyszerűsítsd a kifejezést, és számítsd ki az értékét:
1) $3{,}4x + 5{,}6x$, ha $x = 0{,}08$;
2) $5{,}4a - 3{,}9a$, ha $a = 0{,}26$;
3) $1{,}8m - 0{,}5m + 0{,}7m$, ha $m = 3{,}94$;
4) $0{,}19z - 0{,}12z + 0{,}33z - 1{,}92$, ha $z = 8{,}2$!

956.• Egy csónak 1,8 órát haladt a folyón fölfelé és 2,6 órát lefelé. Mekkora utat tett meg a csónak oda-vissza, ha a folyó sebessége 2,4 km/ó és a csónak sebessége állóvízben 18,9 km/ó?

957.• Egy gőzhajó 4,5 órát haladt a folyón fölfelé és 0,8 órát lefelé. Mekkora utat tett meg a gőzhajó, ha a vízfolyással szembeni sebessége 24,6 km/ó és a vízfolyás sebessége 1,8 km/ó?

958.• 1) A téglalap egyik oldala 2,3 m, ami 3,4 m-rel rövidebb a szomszédos oldalánál. Számítsd ki a téglalap kerületét és területét!
2) A négyzet oldala 3,2 cm. Számítsd ki a területét és kerületét!

959.• A téglalap egyik oldala 5,8 dm, ami 1,3 dm-rel hosszabb a szomszédos oldalánál. Számítsd ki a téglalap kerületét és területét!

960.• A téglatest lineáris méretei 4,6 cm, 2,4 cm és 3,6 cm. Határozd meg: 1) az éleinek összegét; 2) a felszínét; 3) a térfogatát!

961.• A kocka éle 0,6 dm. Határozd meg: 1) az éleinek összegét; 2) a felszínét; 3) a térfogatát!

962.• A téglatest szélessége 4,5 cm, ami 2-szer kisebb a hosszánál és 0,9 cm-rel nagyobb a magasságánál. Határozd meg: 1) az éleinek összegét; 2) a felszínét; 3) a térfogatát!

963.• Sanyit arra kérte édesanyja, hogy vásároljon 1,5 kg kekszet, 0,8 kg nápolyit és 0,5 kg cukorkát. Elegendő-e 180 hrivnya a vásárlásra, ha 1 kg keksz 48 hrivnyába kerül, 1 kg nápolyi 65 hrivnyába,1 kg cukorka pedig 120 hrivnyába?

964.• A születésnapjára Pinokkió 12 kg csokoládét vásárolt, melynek kilója 3,4 font, 7,5 kg habcsókot kilogrammonként 2,6 fontért, és 14 üveg gyümölcslevet üvegenként 1,5 fontért. Mennyi pénze maradt Pinokkiónak, ha eredetileg 100 fontja volt?

Ismétlő gyakorlatok

965. Jancsi bélyeget és jelvényeket gyűjt. A bélyegei negyedének harmada 12 bélyeg, és a jelvényei harmadának negyede is 12 jelvény. Miből van több Jancsinak, bélyegből vagy jelvényből?

966. Egy téglalap alakú papírlap hossza 50 cm, a szélessége pedig 12 cm. Hány darab 100 cm^2-es négyzetet lehet kivágni ebből a lapból?

967. A figyelmetlenségből rosszul elzárt vízcsapból másodpercenként egy csepp víz folyik ki.

1) Hány gramm víz folyik el egy nap alatt, ha 100 csepp tömege 7 g. Kerekítsd ezer grammokra, és fejezd ki kilogrammban is!
2) Hány tonna víz folyik így el egy nap alatt, ha a városban lévő 120 000 lakás mindegyikében rosszul van elzárva a csap?
3) Hány napra lenne elegendő a városban elpazarolt víz mennyisége egy 10 a területű káposztaültetvény locsolásához, ha 1 m^2 locsolásához 15 l víz szükséges?

Bölcs Bagoly feladványa

968. Az egyik iskolába 100 ötödikes tanuló jár. 75 tanuló német nyelvet, 85-en franciát és 10-en egyik idegen nyelvet se tanulják. Hányan tanulnak csak franciául, és hányan vannak, akik csak német nyelvet tanulnak?

35. A tizedes törtek osztása

Már tudjátok, hogy a természetes a számot elosztani a b természetes számmal annyit jelent, mint meghatározni azt a természetes c számot, amelyet ha megszorozzuk a b-vel, akkor az a számot kapjuk meg. Ez az állítás akkor is igaz marad, ha az a, b és c számok közül legalább az egyik tizedes tört lesz.

Megvizsgálunk néhány olyan példát, melyben az osztó természetes szám.

$1{,}2 : 4 = 0{,}3$, mivel $0{,}3 \cdot 4 = 1{,}2$;

$2{,}5 : 5 = 0{,}5$, mivel $0{,}5 \cdot 5 = 2{,}5$;

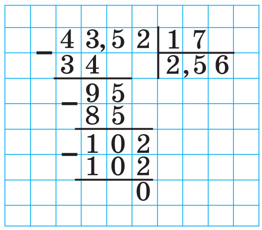
$1 : 2 = 0{,}5$, mivel $0{,}5 \cdot 2 = 1$.

Mit kell tenni akkor, mikor az osztást nem tudjuk elvégezni fejben? Például, hogyan kell elosztani 43,52-ot 17-tel?

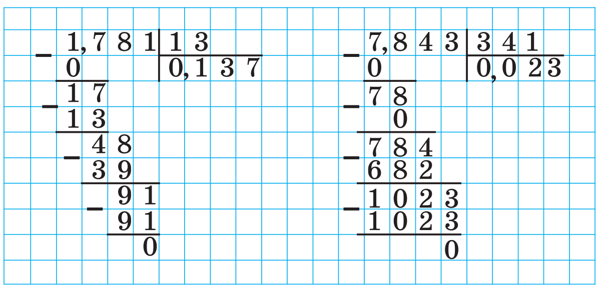
Ha növeljük a 43,52-ot 100-szorosára, akkor 4352-t kapunk. Ekkor a $4352 : 17$ kifejezés értéke százszorosa lesz a $43{,}52 : 17$ kifejezésnek. Elvégezve írásban ezt az osztást, könnyen megkapjuk, hogy

4352 : 17 = 256. De itt az osztandó százszorosára volt növelve. Tehát 43,52 : 17 = 2,56. Megjegyezzük, hogy a 2,56 · 17 = 43,52, ami igazolja az osztás helyességét.

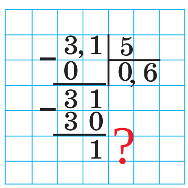
A 2,56 hányadost másképp is megkaphatjuk. Elvégezzük a 43,52 írásbeli osztását a 17-tel, figyelmen kívül hagyva a tizedesvesszőt. Ebben az esetben a tizedesvesszőt csak akkor tesszük ki, ha az osztandóban a vessző utáni első számjegyet akarjuk felhasználni.



Abban az esetben, ha az osztandó egész része kisebb az osztó egész részénél, a hányados egész része nulla. Például:



Vizsgáljunk meg még egy példát. Meghatározzuk a 3,1 : 5 hányadost. A következőt kapjuk:



Itt abbahagytuk az osztást, mivel az osztandóban a számjegyek elfogytak, és nem nullát kaptunk maradékul. De már tudjátok, hogy a tizedes tört értéke nem változik, ha jobbról nullákat írunk hozzá. Így már érthető lesz, hogy a számjegyek nem fogyhatnak el. A következőt kapjuk:

```
 _3,1 | 5
  0   |0,62
 _3 1
  3 0
  _1 0
   1 0
     0
```

Most már akkor is meg tudjuk határozni két természetes szám hányadosát, amikor az osztandó maradék nélkül nem osztható az osztóval. Határozzuk meg például a 31 : 5 hányadost. Szemmel látható, hogy a 31 nem osztható maradék nélkül az 5-tel:

```
 _3 1 | 5
  3 0 | 6
    1
```

Természetes számok esetén ilyenkor abbahagytuk az osztást, mivel az osztandóban elfogytak a számjegyek. Ugyanakkor, ha a hányadost tizedes törtként adjuk meg, akkor folytatni lehet az osztást.

A következőt kapjuk: 31 : 5 = 31,0 : 5. Ezután elvégezzük az írásbeli osztást:

```
 _3 1,0 | 5
  3 0   | 6,2
  _1 0
   1 0
     0
```

Tehát 31 : 5 = 6,2.

Az előző pontban már tisztáztuk, hogy: ha a tizedesvesszőt 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel jobbra visszük, akkor a tört értéke 10-szeresére, 100-szorosára, 1000-szeresére és így tovább növekszik; ha a tizedesvesszőt 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel balra visszük, akkor a tört értéke 10-szeresére, 100-szorosára, 1000-szeresére és így tovább csökkeni fog.

Ezért, amikor az osztó 10, 100, 1000 és így tovább számmal egyenlő, akkor a következő szabályt alkalmazhatjuk.

A tizedes törtet* 10*-zel,* 100*-zal,* 1000*-rel és így tovább úgy osszuk, hogy az adott tizedes törtben a vesszőt* 1, 2, 3 *és így tovább számjeggyel balra visszük.

Például: 4,23 : 10 = 0,423; 2 : 100 = 0,02; 58,63 : 1000 = 0,05863.

Már tudunk tizedes törtet egész számmal osztani.

Megmutatjuk, hogy a tizedes törttel való osztás hogyan vezethető vissza a természetes számmal való osztásra.

Tudjuk, hogy: $\frac{2}{5}$ km = 400 m, $\frac{20}{50}$ km = 400 m, $\frac{200}{500}$ km = 400 m.

A következőt kaptuk: $\frac{2}{5} = \frac{20}{50} = \frac{200}{500}$, vagyis $2 : 5 = 20 : 50 = 200 : 500$.

Ez a példa azt mutatja, hogy: ***ha az osztandót és az osztót is növeljük 10-szer, 100-szor, 1000-szer*** és így tovább, akkor a hányados nem változik.

Meghatározzuk a következő hányadost: $43{,}52 : 1{,}7$.

Az osztandót és az osztót egyidejűleg 10-szeresére növeljük.

Ekkor: $43{,}52 : 1{,}7 = 435{,}2 : 17$.

Most már csak a 435,2-t kell elosztani 17-tel, ami egy természetes szám. Ezt már könnyen el tudjátok végezni, és megállapítjátok, hogy $43{,}52 : 1{,}7 = 25{,}6$.

***A tizedes törtet tizedes törttel úgy osztunk, hogy*:**

1) ***az osztandóban és az osztóban a tizedesvesszőt annyi számjeggyel visszük jobbra, mint ahány számjegy van a vessző után az osztóban*;**

2) ***az osztást a természetes számmal való osztás szabályai szerint végezzük el*.**

1. PÉLDA. Jancsi 140 kg almát és körtét szedett, aminek a 0,24 része körte. Hány kilogramm körtét szedett Jancsi?

Megoldás. $0{,}24 = \frac{24}{100}$.

1) $140 : 100 = 1{,}4$ (kg) – a leszedett gyümölcs $\frac{1}{100}$-a.

2) $1{,}4 \cdot 24 = 33{,}6$ (kg) – ennyi körtét szedett Jancsi.

Felelet: 33,6 kg. ◀

2. PÉLDA. Micimackó reggelire 0,7 szilke mézet evett meg. Mennyi méz volt ebben a szilkében, ha Micimackó 4,2 kg mézet evett meg reggelire?

Megoldás. Mivel: $0{,}7 = \frac{7}{10}$.

1) $4{,}2 : 7 = 0{,}6$ (kg) – az összes méz $\frac{1}{10}$ része.

2) $0{,}6 \cdot 10 = 6$ (kg) – ennyi méz volt a szilkében.

Felelet: 6 kg. ◀

?

1. Hogyan kell a tizedes törtet egész számmal írásban osztani?
2. Mivel egyenlő a hányados egész része, ha az osztandó kisebb az osztónál?
3. Hogyan osztunk tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel?
4. Hogyan osztunk tizedes törtet tizedes törttel?

Szóban oldd meg!

1. Oldd meg az egyenleteket:
1) $7x = 749$; 2) $96 : x = 8$; 3) $x \cdot 12 = 12$!

2. Mivel egyenlő a kifejezés értéke:
1) $1{,}6a + 1{,}6b$, ha $a + b = 100$;
2) $2{,}5x - 2{,}5y$, ha $x - y = 4$?

3. Hányszorosára kell növelni a 0,05-ot, hogy: 1) 5-öt; 2) 500-at kapjunk?

Gyakorlatok

969.° Végezd el az osztást:
1) 56,87 : 10; 3) 14,49 : 100; 5) 0,04 : 100;
2) 7 : 10; 4) 12 : 100; 6) 28 : 1000!

970.° Végezd el az osztást:
1) 256 : 10; 3) 3 : 100; 5) 0,96 : 1000;
2) 37,5 : 10; 4) 70,2 : 100; 6) 125,7 : 1000!

971.° Határozd meg a hányadost:
1) 2,4 : 8; 4) 0,048 : 12; 7) 0,5 : 2;
2) 0,42 : 7; 5) 7 : 2; 8) 19 : 2;
3) 5,5 : 5; 6) 6,36 : 6; 9) 0,24 : 3!

972.° Végezd el az osztást:
1) 8,68 : 7; 5) 9,044 : 38; 9) 6 : 12;
2) 169,2 : 8; 6) 144,96 : 48; 10) 1 : 125;
3) 89,6 : 28; 7) 13 : 2; 11) 7,982 : 26;
4) 33,28 : 52; 8) 21 : 14; 12) 0,0432 : 36!

973.° Végezd el az osztást:
1) 85,2 : 6; 5) 3,198 : 26; 9) 2 : 8;
2) 13,8 : 4; 6) 453,2 : 22; 10) 14 : 112;
3) 78,2 : 34; 7) 48,16 : 16; 11) 45 : 6;
4) 11,34 : 42; 8) 17 : 5; 12) 0,1242 : 69!

974.° Számítsd ki:
1) $21{,}6 - 12{,}6 : 18 + 6$;
2) $(21{,}6 - 12{,}6) : 18 + 6$;
3) $(21{,}6 - 12{,}6) : (18 + 6)$;
4) $21{,}6 - 12{,}6 : (18 + 6)$!

975.° Határozd meg a kifejezés értékét:
1) $3{,}6 : 9 + 0{,}18 \cdot 5$;
2) $70{,}28 : 14 - 32{,}8 : 10 + 10{,}58 : 23$;
3) $47{,}04 - 47{,}04 : (46 + 38)$;
4) $(140 - 12{,}32) : 42 + 3{,}15 \cdot 16$!

976.° Végezd el a műveleteket:

1) $3,8 \cdot 1,7 - 36,24 : 12$;
2) $53,4 : 15 + 224 : 100 - 36 : 8$;
3) $22,08 - 22,08 : (74 - 26)$;
4) $(134 - 15,97) : 29 + 4,24 \cdot 35$!

977.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $x \cdot 13 = 132,6$;
2) $64,6 : x = 17$;
3) $x : 14,5 = 4,6$;
4) $9,728x + 7,272x = 4,08$;
5) $38,6x - 16,6x = 14,74$;
6) $1,2x + 4,6x - 2,8x = 0,15$!

978.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $12 \cdot x = 112,8$;
2) $178,5 : x = 21$;
3) $x : 3,2 = 10,5$;
4) $y + 27y = 0,952$;
5) $33m - m = 102,4$;
6) $2,7x - 1,3x + 3,6x = 2$!

979.° Alakítsd tizedes törtté:

1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{9}{20}$; 3) $\frac{23}{32}$; 4) $\frac{53}{40}$; 5) $\frac{263}{125}$.

980.° Alakítsd tizedes törtté:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{19}{25}$; 4) $\frac{19}{8}$; 5) $\frac{47}{200}$!

981.° Határozd meg a hányadost:

1) $3,2 : 0,4$;
2) $0,36 : 0,9$;
3) $0,084 : 0,04$;
4) $0,012 : 0,6$;
5) $2,4 : 0,12$;
6) $0,3248 : 0,016$!

982.° Végezd el az osztást:

1) $45,6 : 2,4$;
2) $29,88 : 8,3$;
3) $60 : 1,25$;
4) $8,4 : 0,07$;
5) $9,246 : 0,23$;
6) $0,18564 : 0,78$;
7) $0,56 : 0,8$;
8) $0,026 : 0,65$;
9) $3 : 0,016$;
10) $19,798 : 5,21$;
11) $0,2278 : 0,067$;
12) $24,1248 : 0,048$!

983.° Végezd el az osztást:

1) $28,8 : 1,8$;
2) $12,88 : 4,6$;
3) $81 : 2,25$;
4) $9,6 : 0,04$;
5) $4,928 : 0,16$;
6) $0,22274 : 0,43$;
7) $0,72 : 0,9$;
8) $0,014 : 0,56$;
9) $1 : 0,025$;
10) $7,488 : 3,12$;
11) $0,1218 : 0,058$;
12) $6,1244 : 0,061$!

984.° Végezd el az osztást:

1) $93,42 : 0,1$;
2) $8 : 0,1$;
3) $12,7 : 0,01$;
4) $4 : 0,001$;
5) $79,35 : 0,001$;
6) $4,87 : 0,00001$!

985.° Végezd el az osztást:

1) $84,6 : 0,1$;
2) $54 : 0,1$;
3) $0,73 : 0,01$;
4) $5 : 0,01$;
5) $239,16 : 0,001$;
6) $1,9 : 0,0001$!

986.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $y \cdot 4{,}9 = 2{,}94$;
2) $y \cdot 0{,}7 = 0{,}0091$;
3) $y : 2{,}3 = 5{,}6$;
4) $7{,}8a + 5{,}4a = 3{,}3$;
5) $1{,}3x - 0{,}82x = 6$;
6) $x - 0{,}28x = 36$!

987.° Határozd meg az egyenletek gyökét:

1) $9{,}2 \cdot y = 3{,}68$;
2) $0{,}3y = 0{,}0162$;
3) $y : 1{,}2 = 10{,}2$;
4) $3{,}8a + 4{,}6a = 13{,}44$;
5) $b - 0{,}872b = 32$;
6) $4{,}9m - 0{,}1m = 3{,}84$!

988.° Az út szélessége 15 m. A jelzőlámpa zöld jelzése 20 mp-ig tart. Legalább mekkora sebességgel kell haladnia a gyalogosnak ahhoz, hogy biztonságosan átérjen az út másik oldalára?

989.° A DnyiproGESZ vízi erőmű teljesítménye 1500 MW, a Zaporizzsjai atomerőművé, amely Ukrajna legnagyobb teljesítményű erőműve, 5700 MW. Hányszor nagyobb a Zaporizzsjai atomerőmű teljesítménye, mint a DnyiproGESZ?

990.° A vonat 135,8 km-t tett meg 2,8 ó alatt. Hány kilométert tesz meg ugyanekkora sebességgel 6,2 óra alatt?

991.° 1,8 kg keksz 45,36 hrivnyába került. Mennyibe kerül 4,5 kg keksz?

992.° Aladdin 6 kg banánt és 8 kg fügét vásárolt Abu majomnak, és ezért 136,4 drachmát fizetett. Mennyibe kerül 1 kg füge, ha 1 kg banán ára 10,2 drachma?

993.° Balázs összesen 456,3 kg almát és körtét szedett a kertjében. Az almát 9 ládába rakta, mindegyikbe 23,5 kg-ot, a körtét pedig egyenlően 12 kosárba. Hány kilogramm körte van egy-egy kosárban?

994.° Egy 12 m-es huzalból levágtak egy darabot, melynek hossza 0,1-e az egész huzalnak. Hány méter huzalt vágtak le?

995.° Marika a kertjében 320 kg gyümölcsöt és bogyót szedett le, amelynek 0,01-a szőlő. Hány kilogramm szőlőt szedett le Marika?

996.° Peti kiolvasta a 180 oldalas könyv 0,6-ét. Hány oldalt olvasott el Peti?

997.° Ilona 120 db meggyes és burgonyás derelyét főzött. A derelyék 0,8-ét meggyel töltötte . Hány meggyes derelyét főzött Ilona?

998.° Egy turista 2,7 km-t tett meg, ami a turistaút 0,1 része. Milyen hosszú a turistaút?

999.° János bácsi a fiának 12,5 hrivnyáért vásárolt cukorkát, ami a fizetésének a 0,001 része. Mennyi a fizetése János bácsinak?

1000.° Egy parkban 48 fenyőfa nő, ami a park fáinak a 0,6 része. Hány fa nő a parkban?

1001.° A baromfitelepen 960 tyúk van. Ez az állomány 0,8 része. Hány csirke van a telepen?

1002.• Határozd meg a kifejezés értékét:
1) $84 : 0{,}35 - 4{,}64 : 5{,}8 - 60 : 48 + 2{,}9 : 0{,}58$;
2) $40 - (2{,}0592 : 0{,}072 - 19{,}63)$;
3) $7{,}67 : 0{,}65 - (0{,}394 + 0{,}7688) : 0{,}57$!

1003.• Számítsd ki:
1) $2{,}46 : 4{,}1 + 15 : 0{,}25 - 4 : 25 - 14{,}4 : 0{,}32$;
2) $50 - (2{,}3256 : 0{,}068 + 9{,}38)$;
3) $6{,}63 : 0{,}85 - (34 - 30{,}9248) : 0{,}62$!

1004.• Határozd meg a kocka térfogatát, ha az összes él hosszának összege 30 dm!

1005.• Határozd meg a négyzet területét, ha a kerülete 12,8 cm!

1006.• Végezd el a műveleteket:
1) $(39 - 5{,}8 \cdot 1{,}2) : (42{,}4 - 38{,}4 : 16)$;
2) $(57{,}12 : 1{,}4 + 4{,}324 : 0{,}46) \cdot 1{,}5 - 28{,}16$!

1007.• Végezd el a műveleteket:
1) $(14{,}6 \cdot 2{,}8 - 4{,}94) : (57{,}6 : 18 + 2{,}8)$;
2) $(55{,}08 : 1{,}8 - 4{,}056 : 0{,}52) \cdot 6{,}5 - 93{,}78$!

1008.• Határozd meg az egyenletek gyökét:
1) $(1{,}8 + x) \cdot 21 = 71{,}4$;
2) $16\ (4x - 3{,}4) = 6{,}08$;
3) $(x - 1{,}25) \cdot 4{,}5 = 27$;
4) $(x + 19{,}64) \cdot 0{,}18 = 144$;

5) $17\ (1{,}6 - 5x) = 2{,}38$;
6) $9{,}66 : (x + 0{,}17) = 23$;
7) $5{,}6 : (x - 6) = 8$;
8) $5{,}6 : x - 6 = 8$;
9) $34{,}12 - x : 3{,}08 = 34{,}03$;
10) $x : 100 - 1{,}2367 = 2{,}9633$;
11) $9{,}2\ (0{,}01y + 0{,}412) = 4{,}6$;
12) $8{,}8\ (0{,}12y - 0{,}04) = 0{,}44$!

1009.• Oldd meg az egyenleteket:
1) $8\ (x - 1{,}4) = 0{,}56$;
2) $(4{,}6 - x) \cdot 19 = 4{,}18$;
3) $(x - 7{,}3) \cdot 3{,}2 = 12{,}16$;
4) $(51{,}32 + x) \cdot 0{,}12 = 72$;
5) $17{,}28 : (56 - x) = 36$;
6) $x : 4{,}28 + 16{,}47 = 19{,}97$!

1010.• Határozd meg az egyenletek gyökét:
1) $9b + 6b - 0{,}15 = 6{,}15$;
2) $17x - x + 5x - 1{,}9 = 17$;
3) $1{,}7x + 88{,}42 = 94{,}2$;
4) $16{,}4 - 5{,}4x = 14{,}78$;
5) $10{,}2x - 7{,}4x + 0{,}88 = 2$;
6) $0{,}6y + 0{,}18y - 2{,}376 = 5{,}58$!

1011.• Oldd meg az egyenleteket:
1) $14{,}63x + 3{,}37x - 0{,}48 = 2{,}4$;
2) $16a - 7a + 0{,}96 = 2{,}22$;
3) $2{,}6x + 5{,}04 = 5{,}3$;
4) $9{,}3 - 0{,}14x = 8{,}95$;
5) $8{,}6x - 6{,}9x + 0{,}49 = 1$;
6) $1{,}2n + 1{,}3n - 1{,}39 = 0{,}61$!

1012.• Két sziget között a távolság 556,5 km. Ezekről a szigetekről egyidejűleg egymás felé elindult két hajó, melyek 7 óra múlva találkoztak. Az egyik hajó sebessége 36,8 km/ó volt. Mekkora volt a másik hajó sebessége?

1013.• Két kunyhóból egyidejűleg egymás felé elindult Süni Barát és Nyuszi Barát, és 12 perc múlva találkoztak. Mekkora sebességgel haladt Süni Barát, ha a kunyhók közötti távolság 136,8 m, Nyuszi Barát sebessége pedig 9,6 m/perc?

1014.• Két állomás között a távolság 20,8 km. Ezekből azonos irányba egyidejűleg két vonat indult el. Az első, elől haladó vonat sebessége 54,6 km/ó volt, amelyet 5 óra múlva ért utol a másik vonat. Határozd meg a másik vonat sebességét!

1015.• Két falu 12,2 km-re van egymástól. Ezekből a falvakból egy irányba egyidejűleg egy lovas és egy gyalogos indult el. A lovas, melynek sebessége 10,2 km/ó volt, az indulásuk után két óra múlva utolérte a gyalogost. Határozd meg a gyalogos sebességét!

1016.• Csendesfalváról 9,4 km/ó sebességgel elindult egy kozák lovas. Miután 1,56 km-re eltávolodott a falutól, utána indult egy másik lovas 11,2 km/ó sebességgel. Mennyi idő múlva éri utol a másik lovas az elsőt?

1017.• Frakk meglátta a tőle 30,4 m-re lévő Lukréciát, és üldözőbe vette. Hány perc múlva éri utol a kutya a macskát, ha Frakk sebessége 302 m/perc, Lukréciáé pedig 298,8 m/perc?

1018.• A motorcsónak a folyón felfelé 28,64 km-t tett meg, lefelé pedig 52,16 km-t. Mennyi idő alatt tette meg a motorcsónak az utat oda-vissza, ha a folyó sebessége 2,1 km/ó és a csónak sebessége állóvízben 28,8 km/ó?

1019.• A motorcsónak 54,9 km-t a folyóvíz folyásának irányába és 60,49 km-t az ellenkező irányba tett meg. Hány perccel tovább úszott a vízfolyással ellenkező irányba, mint a vízfolyás irányában, ha a csónak sebessége állóvízben 28,4 km/h, a vízfolyás sebessége pedig 2,1 km/h?

1020.• Három földrészlegen, melyek területei 8,4 ha, 6,8 ha és 5,2 ha talajjavítást végeztek. Az elsőre szerves trágyát, a másodikra tőzeget, a harmadikra pedig szerves trágya és tőzeg keverékét vittek, méghozzá minden hektárra ugyanannyit. Ezekről a részlegekről megfelelően 63 q, 61,2 q és 57,2 q terményt takarítottak be. Melyik trágyatípus eredményezett nagyobb termést?

1021.• Két, egyenként 5,4 ha-os trágyázatlan földterületről 30,24 q lent és 49,68 q árpát takarítottak be. Két, egyenként 7,5 ha-os megtrágyázott területről pedig 39,75 q lent és 170,25 q árpát gyűjtöttek be. Hasonlítsd össze a len és az árpa hektáronkénti terméshozamát a két földterületen?

1022.• Egy téglalap területe egyenlő egy 2,1 cm-es oldalú négyzet területével. A téglalap egyik oldala 0,9 cm. Számítsd ki a téglalap kerületét!

1023.• A téglalap területe 5,76 m^2, az egyik oldala pedig 3,6 m. Számítsd ki a téglalap kerületét!

1024.• Alkalmazva a téglatest térfogatának $V = Sh$ képletét, számítsd ki:

1) az alaplap S területét, ha $V = 9{,}12$ cm^3, $h = 0{,}6$ cm;
2) a h magasságát, ha $V = 76{,}65$ cm^3, $S = 10{,}5$ cm^2!

1025.• Az első szivattyú 18,56 m^3 vizet 3,2 óra alatt szivattyúz át, a másik pedig 22,32 m^3-t 3,6 óra alatt. Melyik szivattyúnak nagyobb a teljesítménye, és 1 óra alatt mennyivel többet szivattyúz át ez, mint a másik?

1026.• Kockás fülű nyúl és Tintanyúl elmentek káposztát betakarítani. Kockás fülű nyúl 5,4 óra alatt 65,34 kg káposztát vágott ki, Tintanyúl 7,2 óra alatt 76,32 kg-ot! Melyik nyúl volt ügyesebb, egy óra alatt ki takarított be több káposztát, és mennyivel többet?

1027.• Egy iskolai könyvtár néhány hónap alatt 4936 hrivnyát költött új könyvek vásárlására. Az első hónap alatt az összeg 0,4 részét költötték el, a második hónapban a maradék 0,35-át. Mennyi pénzt költöttek el a második hónap folyamán?

1028.• 456 km utat aszfaltoztak újra. Az első hét alatt az út 0,15 részét javították meg, a második hét alatt a maradék 0,3-ét. Hány km utat javítottak meg a második héten?

1029.• Az egyik összeadandó 2,88-dal egyenlő, ami az összeg 0,36 része. Határozd meg a másik összeadandót!

1030.• Határozd meg két szám különbségét, ha a kivonandó 65,8 és ez a kisebbítendőnek a 0,28-a!

1031.•• Határozd meg azt a számot, melynek 0,85-a egyenlő az 50-nek a 0,68-ával!

1032.•• Határozd meg annak a számnak 0,128 részét, melynek 0,32-a 80-nal egyenlő!

1033.•• A csillagokat helyettesítsd olyan számjegyekkel, hogy az osztás igaz legyen!

1) $\begin{array}{r|l} -\,*,** & *\,9 \\ \cline{2-2} 2\,* & *,1\,* \\ \hline -\,*\,* & \\ 5\,8 & \\ \hline 0 & \end{array}$ 2) $\begin{array}{r|l} -\,*,*\,5 & 3\,9 \\ \cline{2-2} 7\,* & *,*\,* \\ \hline -\,*\,*\,* & \\ *\,*\,* & \\ \hline 0 & \end{array}$ 3) $\begin{array}{r|l} -\,*,*\,1 & *\,9 \\ \cline{2-2} 2\,* & *,*\,* \\ \hline -\,*\,*\,* & \\ *\,*\,* & \\ \hline 0 & \end{array}$

1034.•• Miután a kisfiú elolvasta a könyv 0,35-át, majd 0,1-ét, azt vette észre, hogy már csak 15 lap maradt a könyv feléig. Hány oldalas volt a könyv?

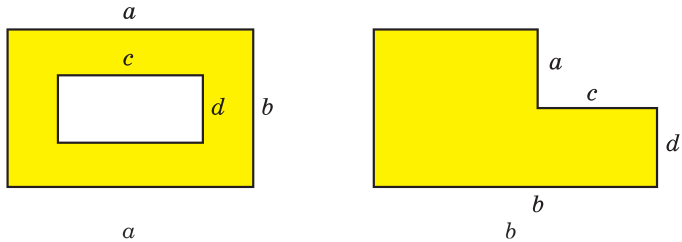
1035.•• Az egyik tizedes törtben eggyel jobbra vitték a vesszőt, így a tört értéke 62,01-del növekedett. Határozd meg ezt a tizedes törtet!

1036.•• A motorcsónak 3,5 óra alatt 43,4 km-t tett meg a folyón lefelé és 39,6 km-t felfelé 4,5 óra alatt. Határozd meg a folyó sebességét és a csónak sebességét állóvízben!

Ismétlő gyakorlatok

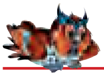
1037. Az *OC* félegyenes az *AOB* egyenesszöget úgy ossza két részre, hogy az *AOC* szög 50°-kal nagyobb a *BOC* szögnél. Határozd meg az *AOC* és *BOC* szögek fokmértékét!

1038. Az *OC* félegyenes az *AOB* derékszöget úgy ossza két részre, hogy az *AOC* szög 4-szer kisebb a *BOC* szögnél. Határozd meg az *AOC* és *BOC* szögek fokmértékét!



211. ábra

1039. Állíts össze egy olyan kifejezést, mellyel ki lehet számítani a 211. ábrán a befestett rész területét!



Bölcs Bagoly feladványa

1040. Hét ceruza drágább, mint nyolc füzet. Mi lesz drágább: nyolc ceruza vagy kilenc füzet?

36. Számtani közép. A mennyiségek középértéke

Vizsgáljuk meg a következő példát! Egy futballcsapat 11 játékosa összesen 242 éves. Megjegyezzük, hogy $242 : 11 = 22$. Vajon ez azt jelenti, hogy a csapat minden játékosa 22 éves? Valószínű nem. Érthető, hogy a csapatban lehet ennél idősebb és fiatalabb játékos is. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy a csapat átlagéletkora 22 év. Ezt a számot úgy kaptuk meg, hogy az életkorok összegét elosztottuk a játékosok számával.

Néhány szám összegének és az összeadandók számának hányadosát a számok számtani közepének nevezzük.

Amikor valamilyen mennyiség értékéről beszélnek, akkor gyakran ezeknek a mennyiségeknek a középértékéről van szó. Például, ha azt mondják, hogy egy hektárról 38 q búzát arattak le, ez nem azt jelenti, hogy minden egyes hektárról ugyanennyi mázsát takarítottak be. Ezt a mennyiséget úgy kapták meg, hogy a termés mázsákban kifejezett mennyiségét elosztották az egész mező területével, amelynek értéke hektárban van kifejezve. A 38 q ez az 1 ha-ról betakarított *átlagtermés*.

Nézzünk még egy példát. Ha a gépkocsi 120 km-t 1,5 óra alatt tett meg, akkor elosztva a megtett utat az idővel, megkapjuk a gépkocsi *átlagsebességét*. Ez 80 km/ó lesz. Eközben a gépkocsi meg is állhatott, és nagyobb vagy kisebb sebességgel is közlekedhetett, mint 80 km/ó.

A futballcsapat átlagéletkora, a játékosok átlagteljesítménye, az egy főre jutó átlagos tejfogyasztás Ukrajnában stb. ezek mind *átlagmennyiségek*.

A hétköznapi életben gyakran találkozunk átlagmennyiségekkel. Például az alábbi táblázat az ukrán lakosság egy főre jutó évi élelmiszer-fogyasztását (kg/fő) tartalmazza.

Ezt a táblázatot felhasználhatják például a közgazdászok és a táplálkozási szakemberek a kutatásaikban, következtetéseket és ajánlásokat tehetnek a mezőgazdasági termékek gyártóinak és szállítóinak a tevékenységeik tervezéséhez.

A termék megnevezése	Év				
	2012	2013	2014	2015	2016
Hús és hústermékek	54,4	56,1	54,1	50,9	51,4
Tej és tejtermékek	214,9	220,9	222,8	209,9	209,5
Cukor	37,6	37,1	36,3	35,7	33,3
Napraforgóolaj	13,0	13,3	13,1	12,3	11,7
Péktermékek	109,4	108,4	108,5	103,2	101,0

1. PÉLDA. A gépkocsi 4 órán át 54 km/ó, 2 órán át pedig 60 km/ó sebességgel haladt. Határozd meg a gépkocsi egész útra vonatkozó átlagsebességét!

Megoldás. 1) $54 \cdot 4 = 216$ (km) – ennyi kilométert tett meg a gépkocsi 54 km/ó sebességgel.

2) $60 \cdot 2 = 120$ (km) – ennyi kilométert tett meg a gépkocsi 60 km/ó sebességgel.

3) $216 + 120 = 336$ (km) – az egész út, amit a gépkocsi megtett.

4) $4 + 2 = 6$ (óra) – a gépkocsi teljes mozgási ideje.

5) $336 : 6 = 56$ (km/ó) – a gépkocsi átlagsebessége.

Felelet: 56 km/ó. ◀

2. PÉLDA. Ilona 1,2 kg cukorkát vásárolt, kilogrammját 30,6 hrivnyáért és még 1,6 kg-ot egy másik fajtából. A vásárolt cukorkák átlagára kilogrammonként 42 hrivnya. Mennyibe került a második fajta cukorka kilogrammja?

Megoldás. 1) $1{,}2 + 1{,}6 = 2{,}8$ (kg) – ennyi cukorkát vett összesen.

2) $42 \cdot 2{,}8 = 117{,}6$ (hrn.) – ennyibe került az összes cukorka.

3) $30{,}6 \cdot 1{,}2 = 36{,}72$ (hrn.) – ennyibe került az első fajta cukorka.

4) $117{,}6 - 36{,}72 = 80{,}88$ (hrn.) – ennyibe került a másik fajta cukorka.

5) $80{,}88 : 1{,}6 = 50{,}55$ (hrn.) – a másik fajta cukorka 1 kg-jának az ára.

Felelet: 50,55 hrn. ◀

1. Mit nevezünk néhány szám számtani közepének?
2. Hozz fel néhány példát az átlagos mennyiségekre!

Szóban oldd meg!

1. Töltsd ki a műveletláncot!

$$\boxed{6,3} \xrightarrow{:0,9} \bigcirc \xrightarrow{-\,1,4} \bigcirc \xrightarrow{:\,8} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\,0,15} \boxed{}$$

2. Hasonlítsd össze a számokat:

1) $\frac{39}{100}$ és 0,41; 3) 0,3 és $\frac{31}{100}$; 5) $\frac{1}{2}$ és 0,499;

2) $\frac{4}{5}$ és 0,75; 4) $\frac{1}{5}$ és 0,5; 6) $\frac{9}{10}$ és $\frac{894}{1000}$!

3. Határozd meg az $5,2 - 2,4$ különbség negyedét!

4. Határozd meg az $1,8 \cdot 1,5$ szorzat ötödét!

5. A falutól az állomásig 2 km a távolság. Eléri-e a gyalogos a vonatot, ha a faluból a vonat indulásától 0,6 órával hamarabb indult el az állomás felé, és 2,5 km/ó sebességgel haladt?

Gyakorlatok

1041.° Határozd meg a számok számtani közepét:
1) 10,3 és 9,1; 2) 2,8; 16,9 és 22!

1042.° Határozd meg a számok számtani közepét:
1) 4,2 és 2,1; 2) 3,9; 6; 9,18 és 15,8!

1043.° A hét minden napján Sanyi megmérte a levegő hőmérsékletét. A következő eredményeket kapta: 20 °C; 18 °C; 16 °C; 15 °C; 14 °C; 17 °C; 19 °C. Határozd meg a mérések átlagát!

1044.° Számítsd ki osztályod első féléves átlagát matematikából! Szükség esetén kerekítsd egyesekre!

1045.• A vonat 4 órát 64 km/ó sebességgel és 5 órát 53,2 km/ó sebességgel haladt. Határozd meg a vonat átlagsebességét!

1046.• A gépkocsi 3 órán át 56,4 km/ó sebességgel halad, 4 órán át pedig 62,7 km/ó sebességgel. Határozd meg a gépkocsi átlagsebességét!

1047.• A autószervizben 10 ember dolgozik. Közülük kettőnek a havi fizetése 5700 hrivnya, négynek 7000 hrivnya, háromnak 7750 hrn., egynek pedig 8000 hrn. Mennyi a dolgozók átlagfizetése?

1048.$^{\bullet}$ Egy farmer a 30 ha-os földrészlegről hektáronként 30,2 q búzát takarított be, a 20 ha-os földrészlegről pedig hektáronként 32,3 q búzát. Mennyi a hektáronkénti átlagtermés ebben a gazdaságban?

1049.$^{\bullet}$ A 7,8 és az x szám számtani közepe 7,2. Határozd meg az x számot!

1050.$^{\bullet}$ A 6,4 és az y szám számtani közepe 8,5. Határozd meg az y számot!

1051.$^{\bullet}$ Két szám számtani közepe 10. Az egyik szám 4-szer kisebb a másiknál. Határozd meg ezeket a számokat!

1052.$^{\bullet}$ Két szám számtani közepe 8,2. Az egyik szám 4,6-del nagyobb a másiknál. Határozd meg ezeket a számokat!

1053.$^{\bullet}$ Dani a matematikaversenyen 10 feladatot oldott meg. Mindegyik feladatért maximum 12 pontot kaphatott. Az első nyolc feladatért átlagosan 7 pontot kapott. Hány pontot kapott a többi feladatért, ha az egy feladatra jutó átlagpontszáma 8 lett?

1054.$^{\bullet}$ Az egyetemen a félévi jegyet a félév során írt 5 tesztfeladatsor eredményének átlaga alapján állítják ki. Mindegyik feladatsor maximális pontszáma 100. Marika négy feladatsorának átlaga 88 pont. Hány pontot kell szereznie az ötödik teszten, hogy a szemeszteri átlaga 90 pont legyen?

1055.$^{\bullet\bullet}$ Egy személygépkocsi műúton 3,4 órán keresztül 90 km/ó sebességgel haladt, majd 1,6 órát földúton. Mekkora sebességgel haladt a személygépkocsi a földúton, ha átlagsebessége 75,6 km/ó volt?

1056.$^{\bullet\bullet}$ Péter három különböző fajta cukorkát vásárolt. Az elsőből vett 2 kg-ot 64 hrivnyás egységáron. A másodikból, melyből 1 kg ára 82 hrivnya volt, 4 kg-ot vett, a harmadik fajtából pedig 3 kg-ot. Mennyibe kerül 1 kg cukorka a harmadik fajtából, ha a cukorkák kilogrammonkénti átlagára 88 hrivnya?

1057.$^{\bullet\bullet}$ Négy szám számtani közepe 2,1, másik három szám számtani közepe pedig 2,8. Határozd meg ennek a hét számnak a számtani közepét!

1058.$^{\bullet\bullet}$ Hét szám számtani közepe 10,2, másik három szám számtani közepe pedig 6,8. Határozd meg ennek a tíz számnak a számtani közepét!

1059.$^{\bullet\bullet}$ Egy csapat 11 futballistájának átlagéletkora 22 év. Játék közben egy játékost kiállítottak, így a maradék játékosok átlagéletkora 21 év lett. Hány éves volt a kiállított játékos?

1060.* Mennyivel nagyobb az 1-től 1000-ig terjedő páros számok átlaga, az 1 és 1000 közötti páratlan számok átlagánál?

1061.* Egyik este a hét törpe a tűz körül gyűlt össze. Azt látták, hogy mindegyik olyan magas, mint a szomszédos két törpe magasságának számtani közepe. Bizonyítsd be, hogy minden törpe azonos magasságú!

Ismétlő gyakorlatok

1062. Határozd meg a műveletlánc hiányzó számait!

1) $9{,}88 \xrightarrow{:\,a} 3{,}8 \xrightarrow{-\,b} 1{,}74 \xrightarrow{\cdot\,c} 6{,}09$;

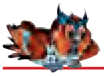
2) $6{,}2 \xrightarrow{\cdot\,x} 17{,}36 \xrightarrow{+\,y} 20{,}1 \xrightarrow{:\,z} 1{,}5$

1063. A téglalap kerülete 36,6 cm, és az egyik oldala 13,8 cm. Számítsd ki a téglalap területét!

1064. A téglatest szélessége 7,2 cm, ami 0,8 része a hosszának és 0,18 része a magasságának. Számítsd ki a téglatest térfogatát!

1065. 1) 32 kg mézet egyenlően 25 üvegbe töltöttek szét. Mennyi az egy üvegbe töltött méz tömege? Az eredményt kerekítsd tizedekre!

2) 9 csapat között egyenlően szétosztottak 25 kg cukorkát. Hány kilogramm cukorkát kapott mindegyik csapat? Az eredményt kerekítsd tizedekre!



Bölcs Bagoly feladványa

1066. Egy serpenyőben egyszerre két pontyot tudunk sütni. Egy perc alatt sül meg a hal egyik oldala. Megsüthető-e 3 perc alatt 3 hal mindkét oldala?

37. Százalék. A szám százalékának meghatározása

A mindennapi életben az emberek gyakran használják a mennyiség századrészét. Például a hektár század része az 1 ár (1 szotek), az évszázad század része az év, a hrivnya századrésze az 1 kopijka, a méter századrésze az 1 centiméter.

A szám vagy a mennyiség századrészére kitaláltak egy speciális elnevezést, az egy **század**ot, vagy **százalék**ot (a latin *pro centum* szóból, ami *százzal való osztást* jelent) és a jelölése 1%.

Ahhoz, hogy meghatározzuk a mennyiség 1%-át, az értékét el kell osztani 100-zal.

Például 300 kg 1%-a 3 kg lesz. Valóban, 300 kg : 100 = 3 kg.

Mivel az 1% a mennyiség $\frac{1}{100}$-a, ezért például a mennyiség 3%-a az a $\frac{3}{100}$-a lesz.

Az 1 km 3%-a az $\frac{3}{100}$-a a kilométernek, vagyis 30 m lesz.

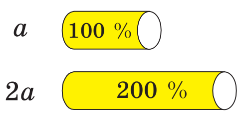
Megjegyezzük, hogy a mennyiség 100%-a a $\frac{100}{100}$ része lesz, vagyis a mennyiség 100%-a alatt az egész mennyiséget értjük.

Sokszor mondják például, hogy a munkát 100%-ra teljesítette, vagyis teljes egészében elvégezte azt; ha a turista megtette az út 100%-át, akkor az egész utat megtette.

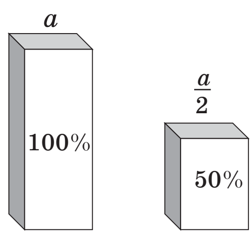
Ha meg akarjuk mutatni, hogyan változik a mennyiség, ezt százalék segítségével bemutathatjuk. A mennyiség kezdeti értékét 100%-nak tekintjük.

Például, ha a sportszakkört 12 tanuló látogatta, de jelenleg már 24 tanuló jár ide, akkor a változás 12 tanuló, vagyis 100%-a a kezdeti mennyiségnek. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a szakkör létszáma 100%-kal növekedett. Ha az újévi árleszállításkor a mobiltelefon ára kétszer csökkent, akkor azt mondjuk, hogy 50%-os leértékelés történt.

Általánosságban kimondhatjuk, ha a mennyiség megduplázódik, vagyis kétszeresére nő, akkor 100%-kal növekszik (212. ábra), ha felére csökken, akkor 50%-os a csökkenés (213. ábra).



212. ábra



213. ábra

Bármilyen százalékérték felírható tizedes tört vagy természetes szám alakban. Ehhez a % jele előtt álló számot 100-zal kell elosztani.

Például $23\% = 0{,}23$; $80\% = 0{,}80 = 0{,}8$; $300\% = 3$.

Fordított átalakítást is el lehet végezni, vagyis a tizedes törtet vagy természetes számot fel lehet írni százalék alakban. Ehhez a számot meg kell szorozni 100-zal, és az eredményhez hozzá kell írni a % jelét.

Például $1{,}4 = 140\%$; $0{,}02 = 2\%$; $7 = 700\%$.

Ahhoz, hogy pontosabb elképzelésünk legyen a mennyiségről, gyakran célszerű százalékban kifejezni azt. Tételezzük fel, hogy az első félévben Marika kilenc 12-es osztályzatot kapott matematikából. Sok ez vagy kevés? Erre a kérdésre nem lehet választ adni, mivel nem tudjuk, hogy hány jegyet kapott a félév során összesen, és a 12-es osztályzat ennek hányad része. De ha azt mondjuk, hogy a kislány félévi matematika osztályzatainak 90%-a 12-es, akkor rögtön érthetővé válik, hogy Marika nagyon jól tudja a matematikát.

1. PÉLDA. A földieper 6% cukrot tartalmaz. Hány kilogramm cukor van 15 kg földieperben?

Megoldás. 1) $15 : 100 = 0{,}15$ (kg) – az összes földieper 1%-a.

2) $0{,}15 \cdot 6 = 0{,}9$ (kg) – ennyi cukrot tartalmaz 15 kg földieper.

Felelet: 0,9 kg.

A feladat megoldása során meghatároztuk, hogy mennyi lesz 15-nek a 6 %-a. Az ilyen feladatok megoldása során **a szám százalékértékét** határozzuk meg.

2. PÉLDA. Az üzletbe 600 kg árut: csokoládét, kekszet és gyümölcszselét szállítottak. A csokoládé az árú 40%-a, a keksz pedig a 25%-a volt. Hány kilogramm gyümölcszselét szállítottak ebbe az üzletbe?

Megoldás. 1) $40 + 25 = 65(\%)$ – a beszállított áruban a csokoládé és a keksz aránya.

2) $100 - 65 = 35$ (%) – a gyümölcszselé részaránya.

3) $600 : 100 = 6$ (kg) – a beszállított áru 1%-a.

4) $6 \cdot 35 = 210$ (kg) – a beszállított gyümölcszselé mennyisége.

Felelet: 210 kg.

3. PÉLDA. Az ügyfél az egyik bankba 4500 hrivnyát helyezett el a betétszámláján 9%-os kamatra. Mennyi pénz lesz a számláján egy év múlva? (A kamatjóváíráson kívül más műveletet nem végeztek a számlán.)

Megoldás. Első módszer

1) $4500 : 100 = 45$ (hrn.) – a lekötött betét 1%-a.

2) $45 \cdot 9 = 405$ (hrn.) – ennyi százalékérték lesz az év végén hozzáírva a betét összegéhez.

3) $4500 + 405 = 4905$ (hrn.) – egy év múlva ennyi pénz lesz a számlán.

Második módszer

1) $4500 : 100 = 45$ (hrn.) – a lekötött betét 1%-a.

2) $100 + 9 = 109$ (%) – az év végi összeg így aránylik az eredeti összeghez.

3) $45 \cdot 109 = 4905$ (hrn.) – egy év múlva ennyi pénz lesz a számlán.

Felelet: 4905 hrn.

1. Hogy nevezzük a mennyiség vagy a szám századrészét?
2. Hogyan kell meghatározni a mennyiség 1%-át?
3. Hány százalék lesz az egész mennyiség?
4. Hogyan írjuk fel a százalékot tizedes tört- vagy természetes szám alakban?
5. Hogyan írjuk fel a tizedes törtet vagy a természetes számot százalék alakban?

Szóban oldd meg!

1. Határozd meg műveletlánc hiányzó számait!

$$\boxed{0{,}7} \xrightarrow{\cdot\ \_\_\_} 1{,}47 \xrightarrow{+\ 0{,}13} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\ \_\_\_} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\ 0{,}03} \boxed{0{,}96}$$

2. Határozd meg a következő számoknak: 1) 300; 2) 70; 3) 9; 4) 54,2; 5) 6,39 az $\frac{1}{100}$-át!

3. Egy gyümölcsösben 400 fa nő, melyek $\frac{17}{100}$-a meggyfa. Hány meggyfa nő a gyümölcsösben?

4. Az iskolába 800 tanuló jár. A 0,14-uk év végi osztályzata matematikából 12-es volt. Hány tanulónak van matematikából 12-es osztályzata?

5. Mivel egyenlő két szám összege, ha az az egyiknél 3,8-del, a másiknál pedig 6,4-del nagyobb?

6. Mivel egyenlő a kisebbítendő, ha az a kivonandónál 1,9-del, a különbségnél pedig 2,3-del nagyobb?

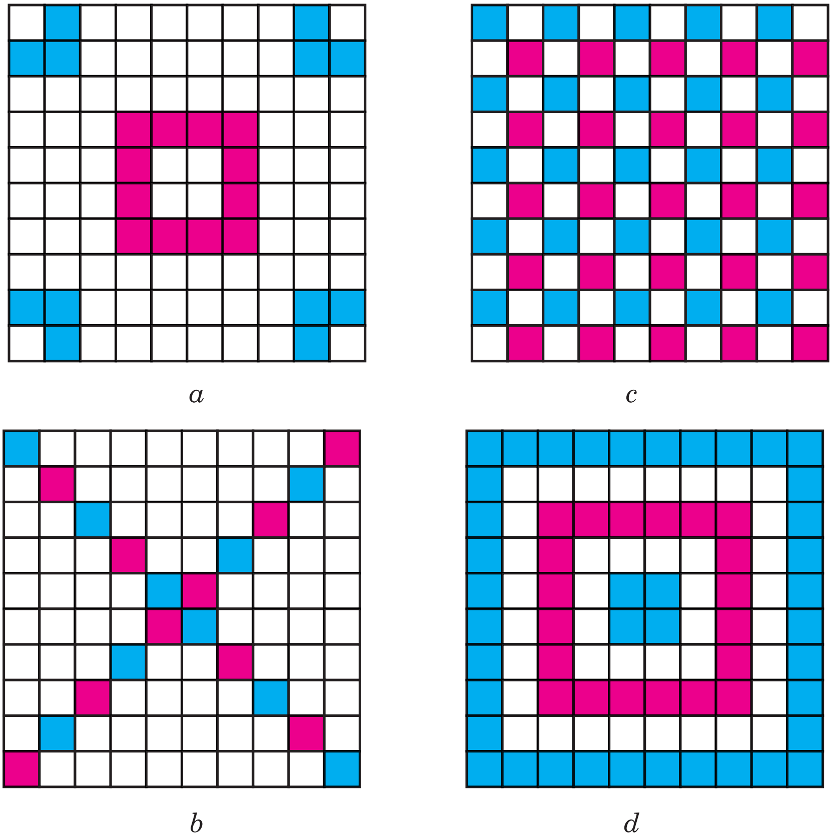
Gyakorlatok

1067.° Határozd meg:
1) 800-nak az 1%-át;
2) 4-nek az 1%-át;
3) 45-nek a 12%-át;
4) 60-nak a 15%-át;
5) 140-nek a 84%-át;
6) 50-nek a 120%-át!

1068.° Határozd meg:
1) 76-nak az 1%-át;
2) 300-nak a 7%-át;
3) 10-nek a 26%-át;
4) 120-nak a 30%-át;
5) 16,5-nek a 94%-át;
6) 62-nek a 156%-át!

1069.° A Föld felszínének 29%-a szárazföld. A Földnek hány százaléka a világóceán?

1070.° Ukrajna területének 95%-a síkság, a többi hegyvidék. Hány százalékot tesz ki a hegyvidék?



214. ábra

1071.° A 214. ábrán lévő négyzetek területének hány százaléka van befestve?

1072.° Rajzolj egy olyan négyzetet, melynek oldala 10-szer nagyobb a füzeted négyzetrácsának oldalánál. Színezd ki a négyzet területének:

1) 5%-át; 3) 20%-át; 5) 50%-át; 7) 92%-át;
2) 10%-át; 4) 42%-át; 6) 67%-át; 8) 100%-át!

1073.° Írd fel tizedes tört alakban:

1) 1%; 2) 8%; 3) 30%; 4) 140%; 5) 200%; 6) 4,5%!

1074.° Írd fel tizedes tört alakban:

1) 6%; 2) 14%; 3) 40%; 4) 84%; 5) 160%; 6) 600%!

1075.° Írd fel százalék alakban:

1) 0,24; 2) 0,04; 3) 0,4; 4) 0,682; 5) 1,6; 6) 8!

1076.° Írd fel százalék alakban:

1) 0,58; 2) 0,8; 3) 0,08; 4) 0,008; 5) 2,5; 6) 10!

1077.° Írd fel közönséges tört alakban:

1) 50%; 2) 25%; 3) 10%; 4) 20%; 5) 80%; 6) 75%!

1078.° A 420 hektáros földterület 16%-a rozzsal van bevetve. Hány hektáron terem rozs?

1079.° Egy kamasznak naponta 4,5 mg karotint[1] kell fogyasztania. A szervezet napi szükséglete A-vitaminból a karotinénak a 30%-a. Hány mg A-vitaminra van szüksége a kamasznak ahhoz, hogy szervezete normálisan működjön?

1080.° Az ötvözet 8% rezet tartalmaz. Mennyi réz van 360 kg ötvözetben?

1081.° A tengervíz sótartalma 6%. Hány kg sót tartalmaz 250 kg tengervíz?

1082.° Ukrajnában a felsőfokú végzettséggel rendelkezők száma 2016-ban a 2008-as évinek a 118,2%. Hány személy rendelkezett felsőfokú végzettséggel 2016-ban, ha 2008-ban 6 905 000 személynek volt felsőfokú végzettsége? Az eredményt kerekítsd ezresekre!

1083.° 2008-ban Ukrajna minden 6 évesnél idősebb 1000 állampolgára közül 171 személynek volt középiskolai végzettsége. 2014-ben ez az adat 112%-a volt a 2008-as adatnak. 2014-ben minden ezer ember közül hánynak volt középiskolai végzettsége? Az eredményt kerekítsd egészekre!

1084.° A Kijevi-víztározó területe 922 km², a Kanyivi-víztározóé pedig 675 km². A Kijevi-víztározó területének 40%-a, a Kanyivi-víztározónak pedig a 24%-a sekély vizű. Melyik víztározóban lesz nagyobb a sekély vizű terület?

1085.• Két nap alatt 125 kg almát értékesítettek. Első nap eladták a készlet 46%-át. Hány kilogramm almát adtak el a második napon?

1086.• Amikor Zöld Marci legyőzte Sobri Jóskát, akkor a betyár rejtekhelyén 80 pud aranyat és ezüstöt talált. A zsákmány 45%-a arany volt. Hány pud ezüstöt talált Zöld Marci?

1087.• Az üzletben árleszállítás van. Egy doboz csokoládé ára 80 hrivnya. Két ilyen doboz vásárlásakor a második doboz árából 35%-ot elengednek. Hány hrivnyába kerül két doboz csokoládé az árleszállítás ideje alatt?

[1] A karotin olyan anyag, amely a legtöbb szerv normális működését segíti. Különösen fontos szerepet játszik a látásszervek működésében. Sok karotint tartalmaz a sárgarépa, csipkebogyó stb.

1088.$^{\bullet}$ A és B városok közötti útra szóló vonatjegy ára 28 hrivnya. Az iskolások részére 50%-os kedvezmény jár. Mennyibe kerül annak az iskolai csoportnak az utazása, amelyben 23 tanuló és 2 tanár van?

1089.$^{\bullet}$ A munkásnak júniusra 6200 hrivnyát számoltak fel. Ebből az összegből levonnak 18% személyi jövedelemadót és 1,5% hadiadót is. Mennyi fizetést kap kézhez a levonások után a munkás?

1090.$^{\bullet}$ Pista bácsi 1200 kg zöldséget takarított be a kertjéből. Ennek 26%-a uborka volt, 48%-a burgonya, a többi pedig káposzta. Hány kilogramm káposztát takarított be Pista bácsi?

1091.$^{\bullet}$ Az üzletbe 200 üveg lekvárt szállítottak. Ennek 24%-a földieperlekvár volt, 32%-a málnalekvár, a többi pedig meggy. Hány üveg meggylekvárt kapott az üzlet?

1092.$^{\bullet}$ A kertben 1500 fa nőt, melynek 60%-a gyümölcsfa. A gyümölcsfák 52%-a meggyfa. Hány meggyfa volt a kertben?

1093.$^{\bullet}$ A *Hattyú, a Rák és a Csuka* részvénytársaságnak három hónap alatt 24 600 hrivnya kiadása volt. Ennek 35%-át júniusban fizették ki. Júliusban elköltötték a júniusi kiadások 110%-át. Mennyi kiadása volt a részvénytársaságnak júliusban?

1094.$^{\bullet}$ A téglalap hossza 80 cm, a szélessége a hosszának a 80%-a. Határozd meg a téglalap kerületét és területét!

1095.$^{\bullet}$ A téglatest hossza 60 cm, a szélessége a hosszának a 70%-a, a magassága pedig a hosszának a 125%-a. Számítsd ki a téglatest térfogatát!

1096.$^{\bullet}$ A téglalap szélessége 40 cm, a hossza a szélességének a 135%-a. Határozd meg a téglalap kerületét és területét!

1097.$^{\bullet}$ A száraz aszfalton a 40 km/ó sebességgel haladó gépkocsi fékútja a sebességének a 0,026%-a. Ezzel a sebességgel közlekedő gépkocsivezető az előtte 12 m-rel átszaladó embert észrevette, és a fékre lépett. Sikerült-e elkerülni a balesetet?

1098.$^{\bullet}$ Kovács Péter betett a bankba 14 000 hrivnyát évi 10%-os kamatra. Mennyi pénze lesz a számláján egy év múlva? Két év múlva? (A kamatjóváíráson kívül más műveletet nem végeztek a számlán.)

1099.$^{\bullet}$ Szindbád tengeri útjára 1200 l édesvizet vitt magával. Minden nap elfogyasztotta a víztartalék 15%-át. Mennyi vize maradt a nagy utazónak egy hét múlva; két hét múlva?

1100.•• Négy nap alatt a sétahajó 800 km-t tett meg. Az első nap megtette az út 30%-át, a második nap az első napi távolság $\frac{5}{8}$-át harmadik nap a második nap megtett út 128%-át. Hány kilométert tett meg a negyedik napon?

1101.•• A vasorrú bába, Fekete Péter, Rózsa Sándor és a hétfejű sárkány 1800 hrivnyát nyertek a lottón. A vasorrú bába kapta a nyeremény 24%-át, Fekete Péter a vasorrú bába által kapott összegnek a 125%-át, Rózsa Sándor Fekete Péterre jutó részének a $\frac{4}{9}$-ét, a maradékot pedig a hétfejű sárkány vitte haza. Mennyi pénzt kapott a hétfejű sárkány?

Ismétlő gyakorlatok

1102. Piroska meggyes pitét sütött, amivel megkínálta barátait. Miután 24 szeletet megettek, még megmaradt a sütemény $\frac{1}{5}$-e. Hány szelet süteményt sütött Piroska?

1103. Határozd meg a műveletlánc hiányzó számait!

1) $m \xrightarrow{\cdot 0{,}75} 15 \xrightarrow{-\,x} 2{,}56 \xrightarrow{:\,n} 3{,}2$;

2) $a \xrightarrow{\cdot 2{,}6} 27{,}04 \xrightarrow{+\,b} 30 \xrightarrow{:\,c} 125$.

1104. Szorgoska 12,5 ha-ról takarította be a kukoricát. A termést 2,5 t teherbírású autók szállították el. Mindegyik 15-ször fordult. Hány teherautóra volt szükség a betakarított termés elszállításához, ha a hektáronkénti termés 1200 q volt?

1105. Két helységből, melyek között a távolság 260 km, egyszerre indult el egymás felé két gépkocsi. Mekkora lesz a két gépkocsi között a távolság 2,5 óra múlva, ha az egyik gépkocsi sebessége 70 km/ó, a másiké pedig 60 km/ó?

Bölcs Bagoly feladványa

1106. Az 5. osztályban 30 tanuló írt ukrán tollbamondást. A legtöbbet hibázó tanuló 14 hibával írta meg a tollbamondást. Bizonyítsd be, hogy legalább 3 tanuló ugyanannyit hibázott a tollbamondásában. (Ebben az osztályban olyan tanuló is van, aki egyetlen hibát sem ejtett.)

38. A szám (vagy a százalékalap) meghatározása százalékértéke alapján

Az előző pontban megtanultuk, hogyan kell kiszámítani a százalékértéket.

Vizsgáljunk meg még egy példát.

1. PÉLDA. A tejszínes fagylalt 14% cukrot tartalmaz. Hány kilogramm ilyen fagylaltot készítettek, ha 49 kg cukrot használtak fel?

Megoldás. 1) $49 : 14 = 3{,}5$ (kg) – a fagylalt tömegének az 1%-a.

2) $3{,}5 \cdot 100 = 350$ (kg) – ennyi fagylaltot készítettek.

Felelet: 350 kg. ◀

Ebben a feladatban a keresett szám a 350. Annak ismeretében határoztuk meg a 350-et, hogy tudtuk, a keresett szám 14%-a 49-cel egyenlő. Az ilyen feladatok megoldása során **a százalékalapot határozzuk meg a százalékértéke alapján.**

2. PÉLDA. A munkás egy nap alatt 48 alkatrészt készített el, ami a napi tervezett mennyiségnek a 120%-a. Hány alkatrészt kellett volna elkészítenie a terv szerint?

Megoldás. 1) $48 : 120 = 0{,}4$ (alkatrész) – a terv 1%-a.

2) $0{,}4 \cdot 100 = 40$ (alkatrész) – ennyit kellett volna elkészíteni a terv szerint.

Felelet: 40 alkatrész. ◀

3. PÉLDA. A ligetben tölgy, juhar és nyírfák nőnek. Tölgy az összes fa 15%-a, a juhar a 23%-a, és nyírfából 248 van. Hány fa van ebben a ligetben?

Megoldás. 1) $15 + 23 = 38$ (%) – az összes fák közül tölgyfák és juharfák aránya.

2) $100 - 38 = 62$ (%) – az összes fák közül a nyírfák aránya.

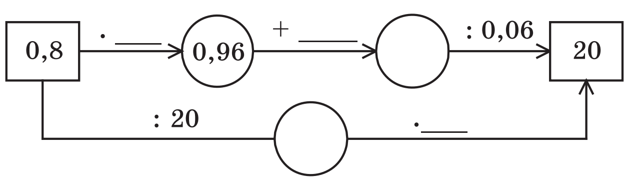
3) $248 : 62 = 4$ (fa) – az összes fa 1%-a.

4) $4 \cdot 100 = 400$ (fa) – ennyi fa nő a ligetben.

Felelet: 400 fa. ◀

Szóban oldd meg!

1. Határozd meg a műveletlánc hiányzó számait!



2. Az érettségizők közül 14 tanuló kapott aranyérmet, ami az iskola tanulóinak az $\frac{1}{100}$-a. Hány tanuló jár ebbe az iskolába?

3. Hajnalka életkora $\frac{2}{9}$-e az édesapja életkorának. Hány éves az édesapa, ha Hajnalka 8 éves?

4. A szám hányad része lesz:

1) a szám 50%-a;
2) a szám 25%-a;
3) a szám 10%-a;
4) a szám 2%-a?

5. Oldd meg az egyenleteket:

1) $4x - 2{,}6x = 42$;
2) $3{,}9x + 4{,}2x = 0{,}81$!

6. Hasonlítsd össze a 80-nak a 40%-át és a 40-nek a 80%-át!

7. Az egyik szám a másiknak az 50%-a. Hányszor nagyobb a második szám az elsőnél?

Gyakorlatok

1107.° Töltsd ki a táblázatot!

A szám 1%-a	Az adott szám
6	
3	
4,2	
7,68	

1108.° Határozd meg a számot, ha:

1) a szám 20%-a 40-nel egyenlő;
2) a szám 54%-a 81-gyel egyenlő;
3) a szám 280%-a 70-nel egyenlő!

1109.° Határozd meg a számot, ha:

1) a szám 1%-a 7-tel egyenlő;
2) a szám 1%-a 0,36-dal egyenlő;
3) a szám 12%-a 4,8-del egyenlő;
4) a szám 104%-a 260-nal egyenlő!

1110.° A turista az első hét folyamán 32 km-t tett meg, amely a teljes út 40%-a. Mekkora az útvonal hossza?

1111.° Az édesapa fizetésének 1,5%-áért játékot vásárolt a fiának. Mennyi az édesapa fizetése, ha a játék 27 hrivnyába került!

1112.° Az érc vastartalma 60%. Mennyi ércből nyerhető 72 t vas?

1113.° Az oldat 14%-a sót tartalmaz. Hány kilogramm oldat tartalmaz 49 kg sót?

1114.° A bank 8%-os kamatot fizet. Mennyi pénzt kell elhelyezni ebben a bankban, hogy év végére a kamat összege 60 hrivnya legyen?

1115.° Az aszalt szilva tömege a nyers szilva tömegének 15%-a. Hány kg szilvából lesz 36 kg aszalt szilva?

1116.° Egy hét alatt a munkások 138 m utat javítottak meg, ami a tervezettnek a 115%-a. Hány méter utat kellett volna a terv szerint megjavítaniuk?

1117.° Torkos Rudi ebédre 28,8 kg derelyét evett meg. Ez a tervezett mennyiség 120%-a. Hány kilogramm derelyét akart megenni Torkos Rudi ebédre?

1118.• A vállalkozó havonta jövedelmének 20%-át költi a helyiségek bérlésére. Kiszámolta, hogy a bérleti díj befizetése után 12 000 hrivnya maradt meg a jövedelméből az adott hónapban. Mennyi volt a jövedelme a bérleti díj befizetése előtt?

1119.• Az alma az aszalás során elveszti tömegének 84%-át. Hány kilogramm friss almát kell venni ahhoz, hogy 24 kg aszalt almát kapjunk?

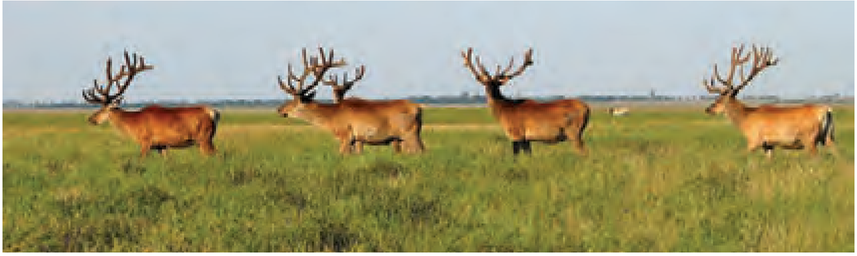
1120.• A hús sütés közben elveszíti tömegének 24%-át. Hány kg nyers hús kell 19 kg sült hús elkészítéséhez?

1121.• Pinokkio a *Három tölgyfához* fogadóban ebédre franciasalátát, malacropogóst és fagylalttortát rendelt. A számlából kiderült, hogy a saláta ára az összeg 28%-át tette ki, a malacropogós 54%-át, a fagylalt pedig 108 fontba került. Mennyibe került az ebéd?

1122.• Három barát gombázni ment. Az első találta a leszedett gombák 37%-át, a második a 25%-át, a harmadik pedig a maradék 76 gombát. Hány gombát szedtek összesen?

1123.• A téglatest hossza 50 cm, a szélessége a hosszának a 24%-a. Számítsd ki a téglatest térfogatát, ha a szélessége 30%-a a magasságának!

1124.• Az *Aszkanyija-Nova* Természetvédelmi Terület (Herszon megye) 11,1 ezer hektáron terül el. A *Medobori Természetvédelmi Terület* (Ternopil megye) az *Aszkanyija-Nova* területének 94%-a, a *Szinevéri Nemzeti Park* (Kárpátalja) területének pedig 25%-a. Határozd meg a *Medobori* és a *Szinevéri* park területét!



Aszkanyija-Nova Természetvédelmi Terület

1125.• A turista az első napon 7,2 km haladt. A második napon az előző napi távolság 150%-át tette meg. Hány km-t haladt a turista három nap alatt, ha a második nap megtett út a harmadik napinak a 90%-a?

1126.•• A gyümölcsösben almafák és meggyfák nőttek. A fák 41%-a almafa volt. Meggyfából 54 fával több volt, mint almafából. Hány fa volt a kertben? Hány meggyfa volt a gyümölcsösben?

1127.•• Két napra tervezett kábelfektetés során az első napon a vezeték hosszának 68%-a került földbe. A második napon 115,2 m-rel kevesebbel készültek el. Hány méter kábelt fektettek le a két nap alatt? Hány méter vezetéket fektettek le az első napon?

1128.•• A kertben vörös, rózsaszín és fehér rózsák nőnek. A rózsabokrok 40%-a vörös, a maradék 58%-a rózsaszín, fehér rózsából pedig 126 bokor van. Összesen hány rózsabokor nő ebben a kertben?

1129.•• Laci az első napon a könyv 25%-át olvasta el, a másodikon a maradék 68%-át, a harmadikon pedig a fennmaradt 96 oldalt. Hány oldalas a könyv?

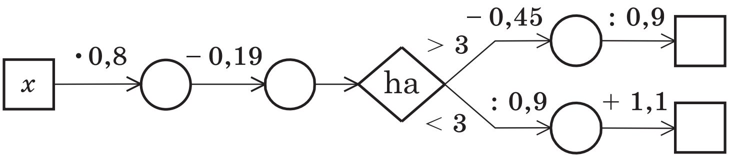
1130.•• Hány kilogramm burgonyát adtak el az üzletben három nap alatt, ha az első napon eladták az összes burgonya 32%-át, a második napon a maradék 45%-át, a harmadikon pedig 561 kg-ot?

1131.* Az iskolai ünnepségen vaníliás, csokoládés és epres fagylalttal kedveskedtek a gyerekeknek. A megrendelt fagylalt 52%-a csokoládés volt, 25%-a pedig epres. Mennyi fagylaltot szállítottak az iskolába, ha vaníliás fagylaltból 140 kg-ot kaptak?

1132.* Kertitörp rózsát, kardvirágot és gyöngyvirágot gondozott. A virágok 60%-a rózsa volt, 40%-a pedig kardvirág. A kertben 32 gyöngyvirág nőtt. Hány darab rózsatője volt Kertitörpnek?

Ismétlő gyakorlatok

1133. Töltsd ki a műveletlánc hiányzó számait, ha: 1) $x = 2{,}6$; 2) $x = 8$!



1134. Oldd meg az egyenleteket:

1) $0{,}31x + 1{,}2 = 1{,}2124$;
2) $0{,}5x - 17 = 40{,}52$;
3) $4{,}6 - 0{,}03x = 1{,}3$;
4) $0{,}4x + 0{,}24x - 0{,}26 = 0{,}764$!

1135. Két kikötőből, melyek között a távolság 63 km, egyszerre egymással szemben két motorcsónak indult el. Az egyik sebessége 16 km/ó volt. A csónakok az indulás után 2 óra 6 perc múlva találkoztak. Határozd meg a másik csónak sebességét!

1136. Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyekben csak a következő számjegyek szerepelhetnek: 1) 0, 2, 4, 6 és 8; 2) 1, 3, 5, 7 és 9? (A számjegyek ismétlődhetnek is.)

Bölcs Bagoly feladványa

1137. A mozi nézőtermében néhány iskola tanulói filmet néztek. A nézők 47%-a az egyik iskola tanulói voltak. Hány néző volt a 280 férőhelyes teremben, ha a helyek több mint fele volt foglalt?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 6. SZ. TESZTFELADAT

1. Hány számjegy lesz a tizedesvessző után a 2,64 és a 3,72 számok szorzatában?
A) két számjegy
B) három számjegy
C) négy számjegy
D) öt számjegy

2. Mivel egyenlő egy század fele?
A) 0,5 B) 0,002 C) 0,02 D) 0,005

3. Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést: $0{,}2a \cdot 1{,}5b$!
A) $3ab$ B) $0{,}3ab$ C) $0{,}03ab$ D) $30ab$

4. Mivel egyenlő a $48 : (1{,}07 + 0{,}53) - 1{,}6$ kifejezés értéke?
A) 28,4 B) 1,4 C) 27,4 D) 1,54

5. Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést: $2{,}1c - 0{,}6c + 3{,}9c$!
A) $5{,}4c$ B) $6{,}6c$ C) $5{,}8c$ D) $5{,}2c$

6. Mivel egyenlő a $(36 - 1{,}8 \cdot 2{,}7) : 0{,}9$ kifejezés értéke?
A) 14 B) 1,4 C) 3,46 D) 34,6

7. A nyájban 200 állat van, melyeknek 34%-a juh. Hány juh van ebben a nyájban?
A) 54 juh B) 68 juh C) 72 juh D) 86 juh

8. Az ötvözet 28% rezet tartalmaz. Mennyi a tömege annak az ötvözetnek, amely 56 kg rezet tartalmaz?
A) 350 kg B) 300 kg C) 250 kg D) 200 kg

9. A kerékpáros 20 km-t 10 km/ó sebességgel tett meg, 15 km-t pedig 5 km/ó sebességgel. Határozd meg a kerékpáros átlagsebességét!
A) 6 km/ó
B) 7 km/ó
C) 7,5 km/ó
D) 9 km/ó

10. Tíz autóbuszmegálló helyét úgy jelölték ki az egyenes úton, hogy a szomszédos megállók között a távolság megegyezik. Az első és a harmadik megálló között a távolság 1,2 km. Mennyi a távolság az első és az utolsó között?
A) 12 km B) 10,8 km C) 5,4 km D) 6 km

11. Melyik az a legkisebb természetes szám, melyet ha megszorzunk 3,6-del, akkor az eredmény természetes szám lesz?
A) 2 B) 5 C) 10 D) 20

12. Egy üzletbe almát és körtét szállítottak. A gyümölcs 35%-a körte volt. Almából 126 kg-mal többet hoztak, mint körtéből. Összesen hány kilogramm almát és körtét szállítottak az üzletbe?
A) 300 kg B) 350 kg C) 420 kg D) 480 kg.

AZ 5. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

A tizedes törtek tulajdonságai

- A tizedes tört végére akárhány nullát írunk, az eredeti törttel egyenlő törtet kapunk.
- A nullára végződő tizedes tört értéke nem változik, ha a végéről a nullákat elhagyjuk.

A tizedes törtek összehasonlítása

- Két tizedes tört közül az a nagyobb, melynek az egész része nagyobb.
- Ahhoz, hogy összehasonlítsunk két tizedes törtet, melyeknek az egész részei egyenlők és a vessző után különböző számú számjegyeket tartalmaznak, a törtrészeiket egyenlő számú számjegyekből álló számokká alakítjuk, jobbról nullákat írva hozzájuk, majd összehasonlítjuk helyi értékeik alapján a számokat.

A tizedes törtek kerekítése

Ahhoz, hogy a tizedes törteket egyesekre, tizedekre, századokra és így tovább kerekítsük, a megtartott jegy utáni számjegyeket elhagyjuk. Ha az első elhagyott számjegy 0, 1, 2, 3 vagy 4, akkor az utolsó megtartott számjegyet meghagyjuk, nem változtatjuk; de ha az első számjegy, amit elhagyunk 5, 6, 7, 8 vagy 9, akkor az utolsó megtartott számjegyet eggyel növeljük.

A természetes számok kerekítése

A természetes számot adott helyi értékre úgy kerekítünk, hogy az utána következő számjegyeket, melyeknek kisebb a helyi értéke, nullákkal helyettesítjük. Ha az adott helyi értéket követő első számjegy 0, 1, 2, 3 vagy 4, akkor az adott helyi értéken lévő számjegyet nem változtatjuk; ha az adott helyi értéket követő első számjegy 5, 6, 7, 8 vagy 9, akkor az adott helyi értéken lévő számjegyet eggyel növeljük.

A tizedes törtek összeadása

Két tizedes tört összegének meghatározásához:

1) kiegyenlítjük az összeadandókban a tizedesvesszőt követő számjegyek számát;
2) az összeadandókat úgy írjuk egymás alá, hogy a második összeadandó minden helyi értéke az első összeadandó megfelelő helyi értéke alá kerüljön;
3) a kapott számokat úgy adjuk össze, mint a természetes számokat;
4) ügyelünk arra, hogy a kapott összegben és az összeadandókban a tizedesvesszők egymás alá kerüljenek.

A tizedes törtek kivonása

Két tizedes tört különbségének meghatározásához:
1) kiegyenlítjük az összeadandókban a tizedesvesszőt követő számjegyek számát;
2) a kivonandót úgy írjuk a kisebbítendő alá, hogy a kivonandó minden helyi értéke a kisebbítendő megfelelő helyi értéke alá kerüljön;
3) a kivonást úgy végezzük el, mint a természetes számok kivonását;
4) ügyeljünk arra, hogy a különbségben, a kisebbítendőben és kivonandóban a tizedesvesszők egymás alá kerüljenek.

A tizedes törtek szorzása

- Két tizedes tört szorzásakor a következőképpen járunk el:
  1) tizedes törteket úgy szorozunk, mint a természetes számokat;
  2) a tényezőkben nem vesszük figyelembe a tizedesvesszőt, de a szorzatban jobbról annyi tizedesjegyet választunk le tizedesvesszővel, ahány tizedesjegy van a két tényezőben összesen.
- Tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel úgy szorzunk, hogy a törtben a tizedesvesszőt 1, 2, 3 számjeggyel jobbra visszük.
- Tizedes törtet 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del stb. úgy szorzunk, hogy a törtben a tizedesvesszőt 1, 2, 3 számjeggyel balra visszük.

A tizedes törtek osztása

- A tizedes törtet tizedes törttel úgy osztunk, hogy:
  1) az osztandóban és az osztóban a tizedesvesszőt annyi számjeggyel visszük jobbra, mint ahány számjegy van a vessző után az osztóban;
  2) az osztást a természetes számmal való osztás szabályai szerint végezzük el.
- A tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel és így tovább úgy osszuk, hogy az adott tizedes törtben a vesszőt 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel balra visszük.

Számtani közép

Néhány szám összegének és az összeadandók számának hányadosát a számok számtani közepének nevezzük.

Százalék

Százaléknak a mennyiség vagy a szám századrészét nevezzük.

AZ ÖTÖDIK OSZTÁLY ANYAGÁNAK ÖSSZEFOGLALÁSA. ISMÉTLŐ FALADATOK

1138. Végezd el a műveleteket:

1) $154 \cdot 78 + 3900 : 65 - 216 \cdot 53$;
2) $16\,728 : 82 - 5580 : 45 + 726 \cdot 29$;
3) $(39\,002 - 37\,236) \cdot 205 + 115 \cdot 78$;
4) $875 \cdot 480 - 406 \cdot (50\,004 - 48\,986)$;
5) $(21\,518 : 53 - 24\,332 : 79) \cdot 267$;
6) $(53\,734 : 67 - 59\,925 : 85) \cdot 436$;
7) $(327 \cdot 84 + 207\,673) : 47$;
8) $(924 \cdot 93 + 30\,271) : 29$;
9) $(216 \cdot 28 - 463\,680 : 92) : (86 \cdot 64 - 4496)$;
10) $(1004 \cdot 19 - 75\,110 : 37) : (408 \cdot 435 - 177\,479)$;
11) $61 - (1428 : 136 + 4{,}3) \cdot 3{,}4$;
12) $40 - (2550 : 204 - 6{,}9) \cdot 6{,}7$;
13) $37{,}72 : 4{,}6 - (1{,}43 + 2{,}728) \cdot 1{,}5$;
14) $7{,}2 \cdot 3{,}8 + (3{,}24 - 2{,}1312) : 0{,}42$;
15) $3{,}564 : 0{,}66 + 0{,}4992 : 0{,}052 - 83 \cdot 0{,}107$;
16) $98 \cdot 0{,}035 - 0{,}0288 : 0{,}36 - 3 : 16$;
17) $(0{,}084 \cdot 4{,}8 - 0{,}2132 : 6{,}5 + 0{,}0296) : 0{,}625$;
18) $(0{,}056 \cdot 7{,}4 + 4{,}2106 : 7{,}4 - 0{,}0834) : 0{,}375$;
19) $(20{,}6 - 16{,}74) \cdot 0{,}1 + (23{,}4 + 8{,}95) : 100$;
20) $(0{,}326 + 3{,}724) \cdot 100 - (0{,}19682 - 0{,}0987) : 0{,}001$;
21) $23 : \left(6\frac{5}{17} + 1\frac{12}{17}\right) - \left(4\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5}\right) : 5$;
22) $\left(7\frac{4}{13} - 4\frac{4}{13}\right) : 0{,}15 - 4 : \left(13\frac{6}{13} + 11\frac{7}{13}\right)$!

1139. Állíts össze egy számkifejezést, és határozd meg az értékét:

1) a 17,23 és a 16,37 összegének, valamint a 9 és a 6,328 különbségének a különbségét;
2) a $12\frac{3}{13}$ és a $4\frac{7}{13}$ különbségének, valamint az $1\frac{5}{13}$ és a $3\frac{11}{13}$ összegének a különbségét;
3) a $16\frac{5}{11}$ és az $5\frac{6}{11}$ összegének, valamint a 3,245-nek a szorzatát;
4) a 4,8 és a 3,762 különbségének, valamint 0,06-nak a hányadosát;
5) a 3,47 és a 3,46 összegének, valamint különbségének szorzatát;
6) a 6,3 és a 4,2 különbségének, valamint összegének a hányadosát;
7) a 0,125 és a 16 szorzatának, valamint a 28 és 0,56 hányadosának az összegét;
8) a 0,128 és a 0,4 hányadosának, valamint a 0,126 és a 0,6 hányadosának a különbségét;

9) 86,9 és 667,6 összegének, valamint a 37,1 és a 13,2 összegének a hányadosát;
10) az 1,367 és a 6,033 összegének, valamint a 12 és 11,15 különbségének szorzatát!

1140. Mennyivel:
1) kisebb a 6,2 és 1,4 számok különbsége a szorzatuknál;
2) nagyobb a 11,88 és a 2,64 különbsége a hányadosuknál;
3) nagyobb a 7,8 és a 6,5 összege a hányadosuknál;
4) kisebb a 7,6 és a 0,8 szorzata a különbségüknél;
5) nagyobb a 14,5 és az 1,06 szorzata a 16,1 és a 4,386 különbségénél;
6) nagyobb a 2 és a 250 számok hányadosa a 0,18 és 0,04 szorzatánál?

1141. 1) Írj fel négy számot, melyek közül az első 3,24, és minden következő szám 10-szer nagyobb az előzőnél!
2) Írj fel öt számot, melyek közül az első 430, és minden következő szám 10-szer kisebb az előzőnél!

1142. Határozd meg a kifejezés értékét:
1) $72 : (x - 17) - 4$, ha $x = 35$;
2) $(x + 259) : (x - 205)$, ha $x = 321$;
3) $61{,}32 - 61{,}32 : (a + b)$, ha $a = 3{,}6$, $b = 4{,}8$;
4) $4{,}346 : x - y : 0{,}25$, ha $x = 0{,}82$, $y = 0{,}4$;
5) $2{,}04 : x + 5{,}19y$, ha $x = 3{,}4$, $y = 0{,}4$;
6) $1{,}4m - 0{,}3n$, ha $m = 2{,}6$, $n = 5{,}09$;
7) $1000x + 0{,}01y$, ha $x = 0{,}2346$, $y = 26\ 540$;
8) $453x - 0{,}1827y$, ha $x = 0{,}1$, $y = 100$;
9) $x + y - z$, ha $x = 9\frac{2}{21}$, $y = 6\frac{5}{21}$, $z = 7\frac{13}{21}$;
10) $a - b - c + d$, ha $a = 10$, $b = 3\frac{9}{14}$, $c = 4\frac{13}{14}$, $d = 2\frac{8}{14}$!

1143. Oldd meg az egyenleteket:
1) $(234 + x) - 456 = 178$;
2) $(x + 13{,}216) - 24{,}83 = 5{,}17$;
3) $(x - 4{,}83) + 0{,}16 = 3{,}02$;
4) $\left(x - 1\frac{8}{23}\right) + 3\frac{19}{23} = 5\frac{12}{23}$;
5) $(8164 - x) - 2398 = 2557$;
6) $(20 - a) - 6\frac{7}{18} = 3\frac{17}{18}$;
7) $0{,}8 - (x - 0{,}326) = 0{,}495$;
8) $1{,}2 - \left(x - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$;
9) $7000 - (5210 - x) = 4569$;
10) $5{,}2 - (6 - y) = 3{,}258$;
11) $80 - (x + 4{,}097) = 18{,}36$;
12) $12 - \left(x + 4\frac{7}{15}\right) = 5\frac{13}{15}$!

1144. Oldd meg az egyenleteket:
1) $0{,}11x + 0{,}08x = 45{,}6$;
2) $2{,}9x - 1{,}1x = 5{,}04$;
3) $x - 0{,}64x = 2{,}808$;
4) $7x + 9x + 0{,}32 = 2{,}72$;

5) $5y + 7y - 0{,}024 = 0{,}204$;
6) $2{,}4x - 1{,}5x + 47 = 1919$;
7) $0{,}8\ (x - 1{,}9) = 0{,}56$;
8) $0{,}32\ (x + 1{,}4) = 73{,}6$;
9) $1{,}7\ (5x - 0{,}16) = 0{,}238$;
10) $0{,}8\ (100 - 0{,}04x) = 8{,}64$;
11) $x : 1{,}15 = 0{,}16$;
12) $0{,}408 : x = 1{,}7$;
13) $(x + 9{,}14) : 7{,}2 = 5$;
14) $2{,}2 - x : 0{,}3 = 0{,}13$;
15) $5{,}6 : (x + 1{,}6) = 0{,}08$;
16) $5{,}6 : x + 0{,}16 = 0{,}3$;
17) $4{,}13 - 1{,}7x = 4{,}028$;
18) $64 : (2{,}4y + 19{,}04) = 3{,}2$!

1145. 1) Melyik számhoz kell hozzáadni 4,2-et, hogy az így kapott összeg és 0,6 szorzata 19,2 legyen?
2) Melyik számból kell kivonni a 9,4-et, hogy az így kapott különbség és a 0,5 szám szorzata 0,12 legyen?
3) Melyik számmal kell megszorozni 12,3-et ahhoz, hogy az így kapott szorzat és 7,9 összege 12,82 legyen?
4) Melyik szám kétszeresét kell kivonni 20,04-ból, hogy az eredmény 9,1 legyen?
5) Melyik számot kell megszorozni 0,4-del ahhoz, hogy az így kapott szorzat és 3,8 összege egyenlő legyen 20,5 és 4 szorzatával?

1146. Számítások nélkül hasonlítsd össze a kifejezések értékét:
1) $\mathbf{12 \cdot 0{,}34}$ és $\mathbf{(12 \cdot 34) : 100}$;
2) $\mathbf{520 \cdot 0{,}05}$ és $\mathbf{(520 \cdot 5) : 10}$;
3) $\mathbf{0{,}3 \cdot 0{,}9}$ és $\mathbf{(3 \cdot 9) : 100}$;
4) $3{,}648 : 0{,}06$ és $364{,}8 : 0{,}6$!

1147. Számítások nélkül határozd meg az egyenlet gyökét:
1) $\mathbf{x \cdot 0{,}86 = (7 \cdot 86) : 100}$;
2) $\mathbf{2{,}4y = (24 \cdot 16) : 100}$;
3) $\mathbf{(54 \cdot z) : 10 = 5{,}4 \cdot 6}$;
4) $\mathbf{a : 0{,}35 = (7{,}16 \cdot 100) : 35}$;
5) $b : 6{,}5 = 130 : 65$;
6) $46{,}2 : c = 0{,}462 : 0{,}0007$!

1148. Határozd meg az x összes természetes szám értékét, melyeknél teljesül az egyenlőtlenség:
1) $2{,}4 < x < 6$;
2) $3{,}2 < x < 8$;
3) $9 < x < 14$;
4) $11 < x < 13$;
5) $1{,}2 < x < 1{,}9$;
6) $\mathbf{7\frac{4}{9} < x < 10{,}1}$!

1149. Melyik legnagyobb x természetes számra teljesül az egyenlőtlenség:
1) $3x < 19{,}4$;
2) $5x < 32{,}6$?

1150. Melyik legkisebb x természetes számra teljesül az egyenlőtlenség:
1) $4x > 14$;
2) $\mathbf{7x > 40\frac{7}{9}}$?

1151. A *Vess-arass* mezőgazdasági cég két részlegen is vetett rozst. Az egyikről 392 q-t, a másikról pedig 896 q-t takarítottak be. A második részleg területe 18 ha-ral nagyobb az első területénél. Határozd meg mindkét részleg területét, ha a két részlegen az 1 ha-ról betakarított rozs mennyisége megegyezik!

1152. A kecskemama a 2,3 ha-os területről hektáronként 400 q káposztát takarított be. Hány 3,5 t teherbírású gépkocsira lesz szüksége ennek a termésnek az elszállítására?

1153. A farmer búzával vetette be a téglalap alakú földrészlegét. A földrészleg hossza 37,5 m, ami 1,5-szer nagyobb a szélességénél. Hány mázsa búzát takarított be, ha áranként 42,8 q gabona termett? Az eredményt írd fel tonnában, mázsában és kilogrammban!

1154. Chip 360 süteményt képes megenni 18 perc alatt. Dale ugyanezt a mennyiséget 12 perc alatt eszi meg. Hány perc alatt fogyaszt el ugyanennyi süteményt Chip és Dale együtt?

1155. Fanyüvő 300 m^3 fát 3 perc alatt aprít össze. Vasgyúró ugyanezt a mennyiséget 6 perc alatt aprítja fel. Hány perc alatt aprítják fel együtt ezt a famennyiséget?

1156. A medence vizét egyszerre két szivattyú engedte le. Az egyik 200 l, a másik 140 l vizet szivattyúzott ki percenként. Mennyi ideig üzemeltek, és mennyi vizet szívtak ki ezek a szivattyúk, ha az első teljesítménye 210 literrel több volt?

1157. Egy vízzel teli korsó tömege 12,5 kg. Miután kiöntötték a víz felét, a korsó és a maradék víz tömege 7 kg lett. Mennyi az üres korsó tömege?

1158. Az éléskamrában 15 ládában és 12 kosárban 576 kg almát tároltak. Minden ládában 6 kg-mal több alma volt, mint egy-egy kosárban. Hány kg alma volt egy-egy ládában, illetve kosárban?

1159. 1) Két város között az utat a gépkocsi 3,6 óra alatt teszi meg, ha a sebessége 62,5 km/ó. Mekkora sebességgel kell közlekednie, hogy ezt a távolságot 3 óra alatt tegye meg?

2) Két város között az utat a vonat 4,2 óra alatt teszi meg, ha a sebessége 54 km/ó. Mennyi idő alatt teszi meg ugyanezt a távolságot, ha 63 km/ó sebességgel halad?

1160. Az egyik városból azonos irányba egyidejűleg egy gépkocsi és egy autóbusz indult el. A gépkocsi sebessége 72 km/ó volt, az autóbuszé pedig 64 km/ó. Indulásuk után mennyi idő múlva lesz a gépkocsi és az autóbusz közötti távolság 52 km?

1161. Az egyik városból azonos irányba egyidejűleg két lovas indult el. Az elindulásuk után 2 óra múlva a köztük lévő távolság 3 km lett. Az egyik lovas sebessége 8,2 km/ó. Határozd meg a másik lovas sebességét! Hány megoldása van ennek a feladatnak?

1162. Az egyik városból ellenkező irányba egyidejűleg egy gépkocsi és egy autóbusz indult el. A gépkocsi sebessége 72 km/ó, az autóbuszé pedig 1,2-szer kevesebb. Mennyi lesz a távolság a gépkocsi és az autóbusz között 3 óra 15 perccel az indulásuk után?

1163. Az egyik városból ellenkező irányba egyidejűleg két gyalogos indult el. Az egyik sebessége 4,2 km/ó, ami a másik sebességének a $\frac{7}{6}$-a. Indulásuk után hány órával lesz a köztük lévő távolság 11,7 km?

1164. Az egyik állomásról ellenkező irányba egyidejűleg két vonat indult el. Indulásuk után 2 óra 45 perc múlva a köztük lévő távolság 330 km lett. Az egyik vonat sebessége 56 km/ó. Határozd meg a másik vonat sebességét!

1165. Két városból, melyek között a távolság 84 km, egyidejűleg, azonos irányba két gépkocsi indult el, melyek sebessége 68,4 km/ó és 57, 9 km/ó. A lassabban haladó gépkocsi ment elől. Indulásuk után hány óra múlva éri utol az egyik gépkocsi a másikat?

1166. Két pontból egyidejűleg, ugyanabba az irányba két turista indult el. A 4,8 km/ó sebességgel haladó turista 2,5 ó múlva utolérte a 4,2 km/ó-val haladó társát. Határozd meg a pontok közötti távolságot, melyekből a turisták elindultak!

1167. Két pontból egyszerre, ugyanabba az irányba egy kerékpáros és egy motorkerékpáros indult el. A 76,2 km/ó sebességgel haladó motorkerékpáros indulásuk után 3,5 óra múlva utolérte a 9,8 km/ó sebességgel haladó kerékpárost. Mennyi közöttük a távolság az indulásuk előtt?

1168. Két városból, melyek között a távolság 189 km, egyidejűleg azonos irányba egy teherautó és egy személygépkocsi indult el. A 48 km/ó sebességgel haladó teherautót 7 órával az indulásuk után utolérte a személygépkocsi. Mekkora sebességgel haladt a személygépkocsi?

1169. Két városból, melyek között a távolság 111 km, egyidejűleg azonos irányba egy motorkerékpáros és egy lovas indult el. A 82 km/ó sebességgel haladó motorkerékpáros indulásuk után 1,5 órával utolérte a lovast. Határozd meg a lovas sebességét!

1170. 10 órakor az *A* pontból elindult egy tehergépkocsi, melynek sebessége 42,4 km/ó volt. 13 óra 30 perckor ugyanebből a pontból, ugyanabba az irányba egy motorkerékpáros indult el, melynek sebessége 78,5 km/ó volt. Mekkora lesz köztük a távolság 15 óra 30 perckor? És 18 órakor?

1171. Egy gőzhajó 6 óra alatt a folyón felfelé 237 km-t tett meg. Mekkora távolságot tesz meg állóvízben, ha a vízfolyás sebessége 1,5 km/ó?

1172. Egy csónak 3,5 óra alatt a folyón lefelé 119 km-t tett meg. Mekkora távolságot tesz meg 5 óra alatt a vízfolyással szemben, ha a sebessége állóvízben 32,8 km/ó?

1173. A gőzhajó sebessége a folyón lefelé 29,6 km/ó, felfelé pedig 24,8 km/ó. Határozd meg a vízfolyás sebességét és a gőzhajó sebességét állóvízben!

1174. A motorcsónak sebessége állóvízben 28 km/ó, a vízfolyás sebessége pedig 1,8 km/ó. A motorcsónak először 1,4 órát haladt a folyón felfelé, aztán 0,8 órát lefelé. Mekkora utat tett meg ez idő alatt?

1175. Két kikötőből egyidejűleg, egymás felé két motorcsónak indult el. Hány óra múlva találkoznak, ha mindkét csónak saját sebessége 24,5 km/ó, a két kikötő közötti távolság 171,5 km, a vízfolyás sebessége pedig 1,6 km/ó? Van-e felesleges adat ebben a feladatban?

1176. Két kikötőből egyidejűleg egymás felé egy motorcsónak és egy gőzhajó indult el. A csónak, amelynek a saját sebessége 10,8 km/ó, a vízfolyás irányában haladt, a gőzhajó, melynek sebessége 30,2 km/ó pedig a vízfolyással szembe. Hány óra múlva találkoznak, ha a kikötők közötti távolság 205 km volt?

1177. A horgász szeretett volna keresztülevezni a folyón. A csónakkal 20 métert halad percenként. Mekkora távolságra viszi el a víz a csónakot, ha a folyó szélessége 150 m, a vízfolyás sebessége pedig 0,2 m/mp?

1178. A turista a hegyről lefelé 1,2 óra alatt teszi meg az utat, ami 0,75-a annak az időnek, ami alatt fölfelé halad. Felfelé a sebessége 7,5 méter percenként. Milyen magas a hegy?

1179. Az 56 km/ó sebességgel közlekedő gyorsvonat vezetője észrevette, hogy a 34 km/ó sebességgel szembe jövő tehervonat 15 mp alatt ment el mellette. Mekkora a tehervonat hossza?

1180. A 36 km/ó sebességgel közlekedő tehervonat mozdonyvezetője megfigyelte, hogy a vele szemben közlekedő 180 m hosszú személyvonat 8 másodperc alatt megy el mellette. Mekkora sebességgel haladt a személyvonat?

1181. Reggel 9 órakor Nekeresdfalváról elindult Bolond Istók Kukutyinba. Istók 3,6 km-t tett meg óránként. 12 óra 30 perckor utána indult Mekk Elek a saját készítésű kétéltűjével, melynek sebessége 12 km/ó. Mennyi időt volt úton Bolond Istók, ha társával egyszerre érkeztek meg Kukutyinba? Mekkora a távolság Nekeresdfalva és Kukutyin között?

1182. Szerénke 18 kg tejfölt vásárolt a piacon, Lukrécia pedig 28 kg-ot. Ebédre Szerénke megette a tejföl 0,65 részét, Lukrécia pedig a $\frac{3}{7}$-ét. Melyik macska evett meg több tejfölt, és mennyivel?

1183. Csizmás Kandúr a hétmérföldes csizmájában 3 óra alatt 1590 km utat tett meg. Az első óra alatt az egész út $\frac{15}{53}$-át tette meg, a másodikban pedig a maradék $\frac{25}{57}$-ét. Hány kilométert tett meg a harmadik órában?

1184. 240 kg napraforgómagot takarítottak be. Mennyi olajat lehet ütni ebből a mennyiségből, ha a mag 0,7-e használható csak fel olajütésre, és az olaj a mag tömegének 0,4 része?

1185. Három óriás kását ebédelt. Az egyik 120 kg-ot evett meg, a másik $\frac{8}{15}$-ét annak, amit az első, a harmadik pedig a második adagjának a 0,85 részét. Hány kg kását fogyasztottak el az óriások?

1186. A háromszög kerülete 48 cm. Az egyik oldalának hossza a kerület $\frac{5}{16}$-a, a másik oldala pedig az első oldalának a 0,64-a. Határozd meg a háromszög oldalait!

1187. Az egyenlő szárú háromszög alapja 6,5 cm, a szára pedig az alap 0,8-e. Számítsd ki a háromszög kerületét!

1188. A jegesmedve átlagos életkora 32 év, ami az orrszarvú élethosszának $\frac{2}{3}$-a, az oroszlánénak $\frac{4}{5}$-e, az elefánténak pedig $\frac{4}{25}$-e. Határozd meg az orrszarvú, az oroszlán és az elefánt átlag-életkorát!

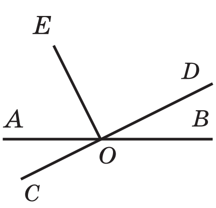
1189. Kerti törp gyümölcsösében betakarította a termést. A gyümölcs 0,6-e alma. Az alma $\frac{7}{18}$-a, vagyis 35 kg jonatán volt. Mennyi almát takarított be Kerti törp?

1190. Miután a személygépkocsi megtette az út 0,3 részét, majd a 0,4-ét, kiderült, hogy már 12 km-rel túlhaladt az út felénél. Hány kilométert kellett megtennie a gépkocsinak eredetileg?

1191. Két ládában almák voltak. Az első ládában 22,4 kg alma volt, ami az összes almának a 0,35-a. Hány kilogramm alma volt a második ládában?

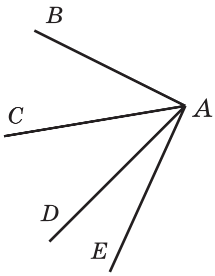
1192. Egy nap alatt 3,6 q szalámit adtak el, ami a készlet 0,48 része. Mennyi szalámi maradt?

1193. A 215. ábrán a *DOE* szög derékszög. Az ábrán látható szögek közül melyik lesz tompaszög?

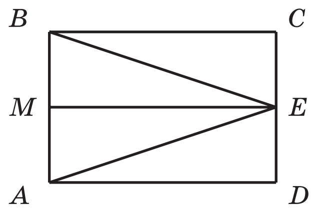


215. ábra

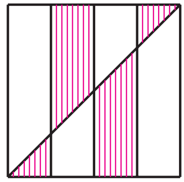
1194. Rajzolj egy tompaszöget, majd a csúcsából úgy húzz egy félegyenest, hogy derékszög keletkezzen. Hány megoldása van a feladatnak?



216. ábra



217. ábra



218. ábra

1195. Határozd meg a BAE szög fokmértékét, ha $BAD\angle = 67°$, $CAD\angle = 34°$, $CAE\angle = 56°$ (216. ábra)!

1196. Az MOK szög egyenesszög, $MOA\angle = 62°$, az OC félegyenes az AOK szög szögfelezője. Számítsd ki a COA szög fokmértékét!

1197. Írd ki a 217. ábrán látható összes háromszög és téglalap nevét!

1198. A háromszög kerülete 30 cm, az egyik oldala 7,4 cm, a másik két oldal pedig egyenlő egymással. Határozd meg az egyenlő oldalak hosszát!

1199. Rajzolj egy téglalapot, melynek oldalai 6 cm és 2 cm. Szerkessz egy négyzetet, melynek kerülete egyenlő ennek a téglalapnak a kerületével. Számítsd ki a téglalap és a négyzet területeit!

1200. Az 1 m oldalhosszúságú négyzetet négy részre osztották, és meghúzták az átlóját (218. ábra). Mivel egyenlő a satírozott rész területe?

1201. Egy négyzet kerülete 11,2 cm. Határozd meg annak a téglalapnak a kerületét, melynek területe megegyezik az adott négyzetével, és az egyik oldala 9,8 cm!

1202. A téglalap hossza 45 cm. Hány négyzetcentiméterrel csökken a téglalap területe, ha a szélességét 4 cm-rel csökkentjük?

1203. Az egyik kocka éle 3-szor nagyobb a másik kocka élénél. Hányszor nagyobb az első kocka térfogata a másik térfogatánál?

1204. A téglatest térfogata 320 cm^3. Méreteit a felére csökkentettük. Határozd meg a keletkezett téglatest térfogatát!

1205. A téglatest hossza 12 cm, szélessége 5 cm, magassága pedig 9 cm. Mennyivel növekszik a téglatest térfogata, ha méreteit 1 cm-rel növeljük?

1206. A téglatest szélessége 42 cm, ami a hosszának $\frac{7}{15}$-e, a magassága pedig a hosszának a $\frac{5}{9}$ része. Határozd meg a téglatest térfogatát, majd fejezd ki köbdeciméterekben!

1207. Meggyfalvát, Almafalvát és Körtefalvát egy egyenes út köti össze. Meggyfalva és Almafalva között 3,2 km a távolság, ami 1,5-szer rövidebb, mint Almafalva és Körtefalva között. Határozd meg a Meggyfalva és Körtefalva közötti távolságot! Hány megoldása van a feladatnak?

1208. Egy téglatest alakú üres medencébe másodpercenként 0,8 l víz folyik. Egy másik csövön viszont másodpercenként 0,75 l víz folyik ki belőle. A medence hossza 4,05 m, szélessége 120 cm, mélysége pedig 75 cm. Hány óra múlva telik meg vízzel a medence?

1209. Két zsákban 82,3 kg alma volt. Az egyikben 7,9 kg-mal több, mint a másikban. Hány kilogramm alma van ezekben a zsákokban?

1210. A turista 2 óra alatt 9,6 km-t tett meg, méghozzá az első órában 1,2 km-rel kevesebbet, mint a másodikban. Határozd meg, hány km-t tett meg a turista az első és a második óra alatt!

1211. Aliz és Ilona 17,6 kg körtét szedett. Aliz 2,7 kg-mal többet, mint Ilona. Mennyi körtét szedtek a kislányok külön-külön?

1212. Malacka 4-szer több fagylaltot evett meg, mint Tádé. Mennyi fagylaltot fogyasztottak el külön-külön, ha Tádé 2,4 kg-mal evett kevesebbet, mint Malacka?

1213. Két nap alatt a kerékpáros turisták 126 km-t tettek meg, a második napon 3,5-szer többet tekertek, mint az elsőn. Határozd meg, hány kilométert haladtak naponta?

1214. Három kismalac építőanyagot vásárolt házuk tatarozásához. Összesen 740 hrivnyát költöttek. Mennyit költöttek külön-külön, ha az első 64,3 hrivnyával, a második pedig 32,5 hrivnyával többet fizetett, mint a harmadik kismalac?

1215. Három nap alatt 280 kg paradicsomot adtak el. Az első napon 2,8-szer kevesebbet adtak el, mint a második napon, és 4,2-szer kevesebbet, mint a harmadikon. Hány kilogramm paradicsomot értékesítettek ezeken a napokon külön-külön?

1216. Két városból, melyek között a távolság 360 km, egyszerre két személygépkocsi indult el egymás felé. Indulásuk után 2,4 órával még nem találkoztak, és ekkor a köztük lévő távolság 24 km volt. Határozd meg a személygépkocsik sebességét, ha az egyikük 10 km/ó-val gyorsabb!

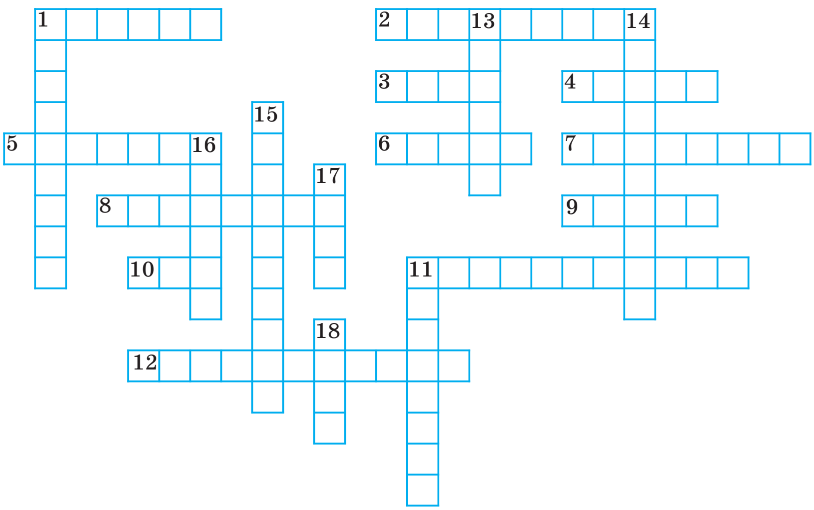
1217. A csónak sebessége állóvízben 8-szor nagyobb a vízfolyás sebességénél. Határozd meg a vízfolyás sebességét, és a csónak saját sebességét, ha: 1) 5 óra alatt az árral szemben 42 km-t tett meg; 2) 4 óra alatt a vízfolyás irányába pedig 50,4 km-t tett meg!

1218. A téglalap hosszának és szélességének az összege 12 dm, a szélessége pedig 3,2 dm-rel rövidebb a hosszánál. Számítsd ki a téglalap területét?

1219. Ha egy tizedes törtben a tizedesvesszőt két számjeggyel balra visszük, akkor a tört értéke 158,4-del csökken. Határozd meg ezt a törtet!

1220. Hány olyan kétjegyű szám van, melynek az első számjegye 3-mal nagyobb a másodiknál?

1221. Fejtsd meg a keresztrejtvényt:



Vízszintes: **1.** Компонент дії ділення. **2.** Вид многокутника. **3.** Одиниця довжини. **4.** Одна з відомих вам величин. **5.** Прямокутник, у якого всі mрторони рівні. **6.** 1000 кілограмів. **7.** Геометрична фігура. **8.** $\frac{1}{10}$ метра. **9.** Знак арифметичної дії. **10.** Фігура, утворена двома променями зі mрпільним початком. **11.** Вид чотирикутника. **12.** Прилад для вимірювання кутів.

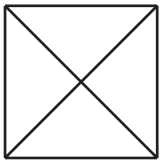
Függőleges: **1.** Арифметична дія. **11.** mрума довжин mрторін многокутника. **13.** Розв'язок рівняння. **14.** Число, яке визначає положення точки на координатному промені. **15.** Промінь, що ділить кут навпіл. **16.** Трицифрове число. **17.** $\frac{1}{1000}$ кілограма. **18.** Знак, що розділяє цілу és дробову частини десяткового дробу.

Feleletek és útmutatások

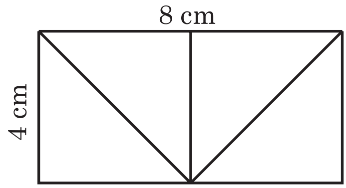
9. 6 tanuló, **34.** 408 számjegy. **35.** 704 oldal. **36.** Minden páratlan számjegy. *Útmutatás*. Ha egy, csak páros számjegyekkel felírt háromjegyű szám mindegyik számjegyéhez hozzáadunk 1-et, akkor egy olyan háromjegyű számot kapunk, amelyben csak páratlan számjegyek szerepelnek. A 200-ból például ilyen módszerrel kapjuk a 311-et, a 486-ból pedig az 597-et. Tehát minden páros számjeggyel felírt számnak felírható a páratlan számjegyekkel felírt párja. De például a 111 nem tartozik egyik ilyen párhoz sem. **71.** a) 125 mm; b) 84 mm; c) 248 mm. **72.** 12 cm. **73.** 10 cm. **75.** Egyenlők a távolságok. **76.** 10 cm. **77.** a) 4 pont; b) 3 pont; c) 4 pont; d) 3 pont. **78.** *Útmutatás*. 1) $13 - 2 \cdot 5 = 3$; 2) $3 \cdot 5 - 13 = 2$; 3) $2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 1$. **80.** 1) 344; 2) 3534; **83.** 164 kg. **84.** 264 kg. **85.** 380 kg. **101.** 8 cm vagy 56 cm. **102.** 9 cm vagy 21 cm. **103.** Legalább egy, legfeljebb tíz. **104.** Hét és négy. **105.** 219. ábra. **106.** 12 pont. **107.** 289 fa. **108.** 664 km. **109.** 43 km/ó-val. **110.** 2 km/ó-val. **153.** 20 szám. **154.** 38 szám. **163.** 3) 2994; 4) 95 000. **175.** 110 könyv. **176.** 196 km. **179.** 19 óra 30 perckor. **180.** 12 óra 33 perc. **184.** 3) 92 m 31 cm; 4) 54 km 310 m; 7) 33 óra 11 perc; 8) 1 óra 38 perc 28 mp. **185.** 1) 1 m 4 cm; 2) 15 m 1 cm; 3) 36 km 121 m; 4) 12 t 1 q 4 kg; 5) 6 óra 14 perc; 6) 33 perc 11 m/p. **189.** 2) 5050. **190.** 1) 50-nel; 2) az első 1001-gyel. **191.** $444 + 44 + 4 + 4 + 4$. **192.** 7, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 9. **209.** 2) 404; 3) 6767. **210.** 2) 597; 3) 12 910. **213.** 98 darab sajtot. **214.** 101 halat. **220.** 1 óra 35 perc. **221.** 8 óra 32 perc. **222.** 2) 36 m 59 cm; 3) 4 km 744 m; 4) 764 m; 7) 19 perc 42 mp; 8) 8 ó 36 perc. **223.** 1) 6 cm; 2) 26 m 83 cm; 3) 2 km 989 m; 4) 3 t 7 q 51 kg; 5) 6 ó 34 perc; 6) 4 perc 24 mp. **229.** 32 utas. **230.** 17 szilva. **231.** 416 kg, 224 kg. **232.** 420 km, 780 km. **238.** 540-nel. **239.** $123 + 45 - 67 + 8 - 9$. **240.** 3) 5000; 4) 0. **264.** $k = 712 - 18t$. **268.** 5 kg. **274.** 1) 875; 2) 345; 3) 720; 4) 356; 5) 562; 6) 209; 7) 821; 8) 1192; 9) 597; 10) 230; 11) 104; 12) 1194. **275.** 1) 123; 2) 192; 3) 382; 4) 574; 5) 136; 6) 329. **276.** 1) 28; 2) 31 krajcárért. **277.** 1) 23; 2) 12 süteményt. **278.** 1) $a = 27$; 2) $a = 14$. **279.** 1) $a = 21$; 2) $a = 117$. **280.** 1 óra 25 perc. **282.** Igen, 28 hrn. **297.** 26 tanuló. **311.** 46°. **312.** 112°. **315.** 68°. **316.** 153°. **319.** *Útmutatás*. Mérd fel az adott szöget 14-szer egy tetszőleges egyenesre. Használd fel, hogy az így keletkezett szög 2°-kal nagyobb az egyenesszögnél. **320.** 1) *Útmutatás*. Használd fel, hogy $19° \cdot 19 = 361°$. **323.** 240 g. **324.** 52 hrn. **334.** 2) a) 5; b) 27; c) $n(n-3) : 2$. **339.** 2061 m. **360.** 3) 917; 4) 4815.

219. ábra

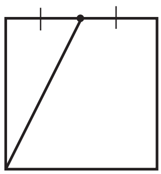
370. 16 cm. **371.** 28 cm. **372.** 2 km 768 m. **373.** 6 kg 700 g. **377.** 19 cm és 28 cm. **378.** 10 cm vagy 14 cm. **379.** Igen, 4 cm-es és 2 cm-es oldalakkal. A négyzet kerülete 8 cm. **380.** 220. ábra. **382.** 221. ábra. **383.** 222. ábra. **384.** 223. ábra.



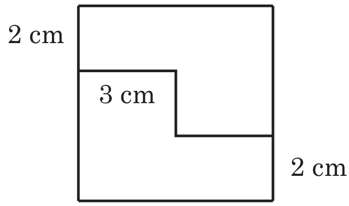
220. ábra



221. ábra



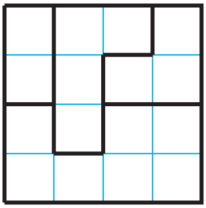
222. ábra



223. ábra

393. 5) 21 390; 6) 5583; 7) 107 601; 8) 1398. **396.** 1) 112; 2) 3379. **406.** 1) 299 344; 2) 70 090. **407.** 1) 676 224; 2) 87 204. **412.** 352 km. **413.** 45 km. **416.** 15 km. **417.** 1) $43 \cdot 28 = 1204$; 2) $52 \cdot 42 = 2184$ vagy $52 \cdot 92 = 4784$; 3) $98 \cdot 9 = 882$; 4) $66 \cdot 101 = 6666$. **418.** 1) $57 \cdot 69 = 3933$; 2) $74 \cdot 17 = 1258$; 3) $52 \cdot 11 = 572$; 4) $254 \cdot 32 = 8128$. **419.** 1, 1, 2, 4. **420.** Például $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 \cdot 5$. **421.** 25. **425.** 57 cm. **447.** 1) 139 km 808 m; 2) 382 hrn. 86 kop.; 3) 175 km 870 m; 4) 28 t 5 q 20 kg; 5) 95 év; 6) 78 ó 9 perc. **448.** 1) 223 q 2 kg; 2) 6008 hrn. 80 kop.; 3) 495 t 690 kg; 4) 213 m 36 cm; 5) 2 óra 50 perc; 6) 51 nap. **449.** 2) 2; 3) 6; 4) 24. **451.** 5 kiscica és 9 csirke. **469.** 1) 55 659; 2) 888; 3) 2044. **470.** 1) 9724; 2) 7718; 3) 2045. **471.** 18 korona. **472.** 12 kg. **473.** 58 kg. **474.** Igen. **475.** 246 kg. **476.** 17 óra. **477.** 18 óra. **478.** 18 km/ó. **479.** 76 mérföld/ó. **480.** 64 km/ó. **481.** 4 km/ó. **482.** 12 km/ó. **483.** 6 m/perc. **484.** 6 ó. **485.** 8 ó. **488.** 7 ó 55 perckor. **489.** 22 perc alatt. **490.** 4 nap alatt. **491.** 168 oldalt. **492.** 7 ó. **493.** 24 kg, 28 kg. **495.** 35 láda alma és 15 láda körte. **496.** 4 zsák. **497.** 1) 16; 2) 18; 3) 1; 4) 0. **498.** 1) 21; 2) 24; 3) 9; 4) 6. **509.** 132 kg, 88 kg, 44 kg. **510.** 42 mérföldet, 168 mérföldet, 126 mérföldet, 210 mérföldet. **511.** 128 sügért. **513.** 84 utas, 42 utas, 120 utas. **514.** 52 kg, 312 kg, 188 kg. **515.** 7 cm, 35 cm, 32 cm. **516.** 46 dm, 23 dm, 30 dm. **526.** 22 boríték. **542.** 1) 6; 2) 1; 3) 2. **543.** 1) 3; 2) 3. **544.** 37-tel vagy 185-tel. **545.** 8-cal vagy 13-mal vagy 26-tal vagy

52-vel vagy 104-gyel. **546.** 6-tal vagy 11-gyel vagy 22-vel vagy 33-mal vagy 66-tal. **547.** 53. **548.** Október. Szerdára. *Útmutatás.* Ahhoz, hogy teljesüljön a feladat feltétele, az adott hónapban öt szombatnak és öt hétfőnek kell lenni, péntekből pedig négynek. Ez csak akkor lehetséges, ha az adott hónap huszonnyolcadik napja péntekre esik, és a hónapban a napok száma 31. **560.** 3) 30; 4) 24; 5) 1. **561.** 3) 69; 4) 87; 5) 5. **568.** 1) 38; 2) 55; 3) 16; 4) 7. **580.** 80 dm^2. **581.** 225 cm^2. **586.** a) 82 cm, 310 cm^2; b) 66 cm, 194 cm^2. **587.** 104 cm, 516 cm^2. **589.** Igen. **590.** 5940 kg. **591.** Nem. **592.** 52 cm. **593.** 24 cm. **594.** 104 cm^2-rel. **596.** 160 cm^2-rel. **597.** 16 cm^2. **598.** Egyetlen egy sem, vagy kettő vagy három. **599.** Egyetlen egy sem, vagy kettő. **600.** *Útmutatás.* Húzd meg az egyenest a téglalapok átlóinak felezőpontján át. **601.** 224. ábra. **602.** 1) Igen. *Útmutatás.* Ha szétvágjuk az adott négyzetet 1 cm-es oldalú négyzetekre, akkor ezekből 3 cm-es és 4 cm-es oldalú négyzetek rakhatók össze; 2) nem. *Útmutatás.* A 36-os számot nem lehet két olyan szám összegeként felírni, melyek mindegyike egy természetes szám négyzete lenne. **603.** 33°. **604.** 1) 545 679; 2) 1780. **617.** 256 g. **618.** 7 cm. **619.** 12 m. **620.** 1) 8; 2) 36; 3) 52. **623.** 42 km/ó. **633.** 1620 dm^3. **634.** 1920 cm^3. **635.** 5 cm. **636.** 12 cm. **639.** 13 500 cm^3. **640.** 7456 cm^3. **642.** 9 m^3, 300 kotrógép. **643.** 216 cm^2. **644.** 1) 16-szor; 2) 64-szer. **645.** 1) 40-szeresére nő; 2) 2-szeresére nő. **646.** 1) 8-szorosára nő; 2) nem változik. **649.** Két napra. **656.** 6 változat. **657.** 4 számot. **658.** 6. **662.** 6 szám. **663.** 6 szám. **664.** 5 szám. **665.** 8 szám. **666.** 6 szám. **667.** 6 téglalap. **668.** 5 téglatest. **669.** 6 szakasz. **670.** 9 útvonal. **671.** 8 változat. **672.** 6 változat. **673.** 6 útvonal. **675.** 1) 18; 2) 386; 3) 6002; 4) 175. **706.** 44 halat. **707.** 148 km. **708.** 4 kg 50 g. **709.** 18 q. **710.** 189 kg. **711.** Csaba. **712.** 133 kg. **713.** 7 km-rel. **714.** 6 nap. **715.** 4 ó. **716.** 135. **717.** 240. **718.** 351. **719.** 752. **745.** 128 km. **757.** 150 kg. **758.** 60 km. **768.** 3) 2. **769.** 3) 72. **770.** 240 m^2. **784.** 1) $8\frac{2}{7}$; 2) $4\frac{18}{34}$. **785.** 1) $1\frac{23}{30}$; 2) 4. **794.** 1) 8; 9; 10; 2) 9; 10; 11. **795.** 1) 57; 58; 59; 2) 4; 5; 6; 7. **796.** 1) 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 2) 1. **797.** 1; 2; 3. **800.** 4 palack, 8 hrn. 80 kop. **821.** 5-ször. *Útmutatás.* Írd fel az adott mennyiségeket másodpercekben. **822.** 10-szer. **844.** 1) 5; 6; 7; 8; 9; 2) 5; 6; 7; 8; 9; 3) 8; 9; 4) semmilyet; 5) 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6) 7; 8; 9. **893.** 1) 61,22; 2) 89,686; 3) 2,395; 4) 59,72. **894.** 1) 91,35; 2) 11,987. **903.** 1) 0,54 dm; 2) 10 dm; 3) 16,6 dm; 4) 290,8 dm; 5) 95,72 dm; 6) 13,91 dm. **904.** 1) 11,91 a; 2) 42,33 a; 3) 9,18 a; 4) 4,853 a; 5) 924,18 a; 6) 2383,84 a. **905.** 1) 3,76 q; 2) 0,08 q; 3) 42,9 q; 4) 36,04 q; 5) 67,86 q; 6) 1,88 q. **907.** 12 ó.



224. ábra

908. 396 m^3. **909.** 6 hrn. 50 kop. **948.** 1) 20,484; 2) 87,72; 3) 4,33. **949.** 1) 5; 2) 14,68; 3) 13,64. **956.** 81,24 km. **957.** 133,26 km. **960.** 1) 42,4 cm; 2) 72,48 cm^2; 3) 39,744 cm^3. **962.** 1) 68,4 cm; 2) 178,2 cm^2; 3) 145,8 cm^3. **963.** Nem. **964**. 18,7 font. **966.** 5 négyzet. **1002.** 1) 242,95; 2) 31,03; 3) 9,76. **1003.** 1) 15,44; 2) 6,42; 3) 2,84. **1004.** 15,625 dm^3. **1006.** 1) 0,801; 2) 47,14. **1007.** 1) 5,99; 2) 54,42. **1008.** 2) 0,945; 5) 0,292; 9) 0,2772; 10) 420; 11) 8,8; 12) 0,75. **1009.** 1) 1,47; 2) 4,38; 3) 11,1; 4) 548,68; 5) 55,52; 6) 14,98. **1010.** 1) 0,42; 2) 0,9; 3) 3,4; 4) 0,3; 5) 0,4; 6) 10,2. **1011.** 1) 0,16; 2) 0,14; 3) 0,1; 4) 2,5; 5) 0,3; 6) 0,8. **1012.** 42,7 km/ó. **1013.** 1,8 m/perc. **1014.** 58,76 km/ó. **1015.** 4,1 km/ó. **1016.** 0,7 óra alatt. **1017.** 9,5 perc múlva. **1018.** 2,4 ó. **1019.** 30 perc. **1020.** Szerves trágya és a tőzeg keveréke. **1021.** A műtrágya alkalmazásával a len mennyisége csökkent, az árpáé viszont növekedett. **1027.** 1036,56 hrn. **1028.** 116,28 km. **1029.** 5,12. **1030.** 169,2. **1031.** 40. **1032.** 32. **1033.** 1) 3,48 : 29 = 0,12; 2) 9,75 : 39 = 0,25; 3) 5,51 : 29 = 0,19. **1034.** 300 oldal. **1035.** 6,89. **1036.** 10,6 km/ó és 1,8 km/ó. **1049.** 6,6. **1050.** 10,6. **1051.** 4; 16. **1052.** 5,9; 10,5. **1053.** 12 pontot. **1054.** 98 pontot. **1055.** 45 km/ó. **1056.** 112 hrn. **1057.** 2,4. **1058.** 9,18. **1059.** 32 év. **1060**. 1-gyel. **1061.** *Útmutatás*. Tételezzük fel, hogy nem minden törpe egyforma magas. Ekkor a legmagasabb törpe, nem lehet magasabb egyetlen szomszédjánál sem. Tehát a legmagasabb törpe is és a két szomszédja is egyforma magas. Hasonlóképpen gondolkodjatok a többi törpe szomszédjairól. **1064.** 2592 cm^3. **1090.** 312 kg. **1091.** 88 üveg. **1092.** 468 meggyfa. **1093.** 9471 hrn. **1095.** 189 dm^3. **1097.** Igen. **1098.** 15 400 hrn.; 16 940 hrn. **1099.** 1020 l; 867 l. **1100.** 218 km. **1101.** 588 hrn. **1102.** 30 süteményt. **1104.** 40 gépkocsira. **1105.** 65 km. **1121.** 600 font. **1122.** 200 gomba. **1123.** 24 dm^3. **1125.** 30 km. **1126.** 300 fa, 177 meggyfa. **1127.** 320 m, 217,6 m. **1128.** 500 bokor. **1129.** 400 oldal. **1130.** 1500 kg. **1131.** 400 kg. **1132.** 120 rózsa. **1134.** 4) 1,6. **1135.** 14 km/ó. **1136.** 1) 20; 2) 25. **1138.** 1) 624; 2) 21 134; 3) 371 000; 4) 6692; 5) 26 166; 6) 42 292; 7) 5003; 8) 4007; 9) 1; 10) 17 046; 11) 10,68; 12) 2,48; 13) 1,963; 14) 30; 15) 6,119; 16) 3,1625; 17) 0,64; 18) 2,4; 19) 0,7095; 20) 306,88; 21) 2,515; 22) 19,84. **1139.** 6) 0,2; 7) 52; 8) 0,11; 9) 15; 10) 6,29. **1142.** 3) 54,02; 4) 3,7; 5) 2,676; 6) 2,113; 7) 500; 8) 27,03. **1143.** 1) 400; 2) 16,784; 3) 7,69; 4) $\mathbf{3\frac{1}{23}}$; 5) 3209; 6) $\mathbf{9\frac{12}{18}}$; 7) 0,631; 8) 0,95; 9) 2779; 10) 4,058; 11) 57,543; 12) $\mathbf{1\frac{10}{15}}$. **1144.** 9) 0,06; 10) 2230; 17) 0,06; 18) 0,4. **1151.** 14 ha, 32 ha. **1152.** 27 gépkocsira. **1153.** 40 t 1 q 25 kg. **1154.** 7,2 perc alatt. **1155.** 2 perc alatt. **1156.** 3,5 perc, 700 l, 490 l. **1157.** 1,5 kg. **1158.** 24 kg, 18 kg. **1161.** 9,7 km/ó vagy 6,7 km/ó.

1162. 429 km. **1163.** 1,5 ó. **1164.** 64 km/ó. **1165.** 8 ó. **1166.** 1,5 km. **1167.** 232,4 km. **1168.** 75 km/ó. **1169.** 8 km/ó. **1170.** 76,2 km-rel a tehergépkocsi van előrébb; 14,05 km-rel a motorkerékpár van előrébb. **1171.** 328 km. **1172.** 158 km. **1175.** 3,5 óra múlva. A feladatot úgy is meg lehet oldani, ha a vízfolyás sebessége nem ismert. **1176.** 5 ó. **1177.** 90 m. **1178.** 720 m. *Útmutatás*. Az 1,2 órát fejezd ki percekben: 1,2 óra = 72 perc. **1179.** 375 m. *Útmutatás*. Határozd meg a vonat egymáshoz viszonyított sebességét, aztán fejezd ezt ki méter per másodpercben. **1180.** 45 km/ó. **1181.** 5 ó, 18 km. **1183**. 640 km. **1184.** 67,2 kg. **1185.** 238,4 kg. **1189.** 150 kg. **1190.** 60 km. **1191.** 41,6 kg. **1200.** $\frac{3}{8}$ m^2. **1201.** 21,2 cm. **1204.** 40 cm^3. **1206.** 189 dm^3. **1207.** 8 km vagy 1,6 km. **1208.** 20,25 ó. **1215.** 35 kg, 98 kg, 147 kg. **1216.** 70 km/ó, 60 km/ó. **1217.** 1) 1,2 km/ó, 9,6 km/ó. **1219.** 160. **1220.** 7 szám.

A tesztfeladatok megoldásai

A tesztfeladat sorszáma	A feladat sorszáma											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	C	C	B	A	B	C	B	A	C	B	D	B
2	A	C	B	A	C	C	B	D	D	D	C	B
3	C	A	A	D	B	D	B	B	C	C	B	A
4	A	B	C	D	A	B	B	D	C	A	B	B
5	C	A	B	C	C	B	A	D	B	D	D	B
6	C	D	B	A	A	D	B	D	B	C	B	C

Tárgymutató

TARTALOM

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА

5 клас

Підручник для закладів загальної середньої освіти
з навчанням угорською мовою

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

Переклад з української мови

Перекладач *Поллої Дезидер Федорович*

Угорською мовою

Зав. редакцією *А. А. Варга*
Редактор *Б. Б. Ковач*
Художнє оформлення та дизайн *Д. В. Висоцького*
Коректор *Г. М. Тирканич*

Формат 60×90/16. Ум. друк. арк. 17,0. Обл.-вид. арк. 14,65.
Тираж 2318 пр. Зам. № 39П.

Державне підприємство
„Всеукраїнське спеціалізоване видавництво „Світ”
79008 м. Львів, вул. Галицька, 21
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи
ДК № 4826 від 31.12.2014
www.svit.gov.ua
e-mail: office@svit.gov.ua

Віддруковано у ТДВ «Патент»
88006 м. Ужгород, вул. Гагаріна, 101
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи
ДК № 4078 від 31.05.2011 р.

Ukrajna térképe

Lépték 1:10 000 000
(a térképen 1 cm
a valóságban
100 km-nek felel meg)

A mértékegységek többszöröseinek és törtrészeinek decimális képzése

Prefixum	Jele	Szorzó
Mikro	μ	0,000001
Milli	m	0,001
Centi	c	0,01
Deci	d	0,1
Kilo	k	1 000
Mega	M	1 000 000

1 cm = 10 mm 1 dm = 10 cm 1 m = 10 dm	$1\ cm^2$ = 100 mm^2 $1\ dm^2$ = 100 cm^2 $1\ m^2$ = 100 dm^2 1 a = 100 m^2 1 ha = 100 a $1\ km^2$ = 100 ha	$1\ cm^3$ = 1000 mm^3 $1\ dm^3$ = 1000 cm^3 $1\ m^3$ = 1000 dm^3

Latin ábécé

Nyomtatott betűk		Írott betűk		Kiejtésük
A	a	A	a	a
B	b	B	b	bé
C	c	C	c	cé
D	d	D	d	dé
E	e	E	e	e
F	f	F	f	ef
G	g	G	g	gé
H	h	H	h	há
I	i	I	i	i
J	j	J	j	jé
K	k	K	k	ká
L	l	L	l	el
M	m	M	m	em
N	n	N	n	en
O	o	O	o	o
P	p	P	p	pé
Q	q	Q	q	kju
R	r	R	r	er
S	s	S	s	es
T	t	T	t	té
U	u	U	u	u
V	v	V	v	vé
W	w	W	w	dupla vé
X	x	X	x	iksz
Y	y	Y	y	ipszilon
Z	z	Z	z	zé