

”
ПРОФІЛЬНА ШКОЛА
як шлях до
конкурентоспроможної
особистості
”

Математика

- ✓ **Нові навчальні програми для 10–11 класів закладів загальної середньої освіти (рівень стандарту, профільний рівень)**
- ✓ **Методичні коментарі провідних науковців Інституту педагогіки НАПН України**



Національна академія педагогічних наук України
Інститут педагогіки НАПН України

ПРОФІЛЬНА ШКОЛА
як шлях до конкурентоспроможної особистості

МАТЕМАТИКА

- **Нові навчальні програми для 10–11 класів
закладів загальної середньої освіти
(рівень стандарту, профільний рівень)**
- **Методичні коментарі провідних науковців
Інституту педагогіки НАПН України**



УДК 373.5.091.214:51*кл10/*кл11
М34

У к л а д а ч і:

О. М. Топузов, віце-президент Національної академії педагогічних наук України, директор Інституту педагогіки НАПН України;

Т. М. Засєкіна, заступник директора з науково-експериментальної роботи Інституту педагогіки НАПН України, кандидат педагогічних наук, старший науковий співробітник;

М. І. Бурда, завідувач відділу математичної та інформатичної освіти, доктор педагогічних наук, професор, дійсний член НАПН України

М34 **Математика** : Нові навчальні програми для 10–11 класів закладів загальної середньої освіти (рівень стандарту, профільний рівень); Методичні коментарі провідних науковців Інституту педагогіки НАПН України. — К. : УОВЦ «Оріон», 2018. — 104 с.

ISBN 978-617-7712-21-2.

УДК 373.5.091.214:51*кл10/*кл11

ISBN 978-617-7712-21-2

© МОН України, 2018
© Інститут педагогіки НАПН України, 2018
© УОВЦ «Оріон», 2018

МЕТОДИЧНИЙ КОМЕНТАР

Особливості організації освітнього процесу з математики у 2018/2019 навчальному році

Бурда М.І., завідувач відділу математичної та інформатичної освіти Інституту педагогіки НАПН України, доктор педагогічних наук, професор;
Васильєва Д.В., старший науковий співробітник відділу математичної та інформатичної освіти Інституту педагогіки НАПН України, кандидат педагогічних наук;

Вашуленко О.П., старший науковий співробітник, відділу математичної та інформатичної освіти Інституту педагогіки НАПН України, кандидат педагогічних наук

Навчальні програми. У 2018/2019 навчальному році учні 5–9 класів закладів загальної середньої освіти продовжуватимуть навчатися за оновленою навчальною програмою (затвердженою наказом МОН України № 804 від 07.06.2017 р.). У програмі уточнено зміст математичної та ключових компетентностей, розвантажено очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності й зміст навчання з метою забезпечення їх відповідності віковим особливостям учнів. Актуальними залишаються методичні рекомендації Міністерства освіти і науки України та Інституту педагогіки НАПН України попереднього року щодо організації освітнього процесу¹.

У 2018/2019 навчальному році учні 10 класів вивчатимуть математику на рівні стандарту (3 год на тиждень) або на профільному рівні (9 год на тиждень). Для вивчення математики на профільному рівні укладено дві навчальні програми. Одна призначена для учнів, які вивчали математику поглиблено у 8–9 класах, друга програма — для учнів, які в основній школі навчалися в загальноосвітніх класах й обрали математичний профіль у 10 класі. Основна мета оновлення програм — забезпечити перехід від традиційної знанневої, інформаційної освітньої парадигми до компетентнісної. У програмах реалізовано компетентнісний підхід, відповідно до якого кінцевим результатом навчання є сформовані математична і ключові компетентності як здатнос-

¹ Математика. Інформатика: методичні рекомендації МОН України щодо організації навчального процесу в 2017/2018 навчальному році; оновлені на компетентнісній основі навчальні програми 5–9 класів; методичні коментарі провідних науковців щодо впровадження ідей Нової української школи. — К. : УОВЦ «Оріон», 2017. — 96 с.

ті учня успішно діяти в навчальних і життєвих ситуаціях. Опис математичної компетентності подано в першому стовпці «Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності» програм, а у другому — зміст навчального матеріалу, необхідний для їх досягнення. Результати навчально-пізнавальної діяльності, як і в програмі для 5–9 класів, упорядковані за знанням, діяльнісним й оцінно-ціннісним компонентами та конкретизовані їхніми складниками («розуміє», «називає», «наводить приклади», «класифікує», «зображає», «застосовує» тощо).

Відбулося розвантаження програм шляхом приведення у відповідність змісту навчання очікуваним результатам навчально-пізнавальної діяльності. Уточнені й скореговані результати навчання учнів з метою спрощення деяких з них. У програмі рівня стандарту вилучено вимоги: досліджує властивості функцій, обчислює значення тригонометричних виразів за допомогою тотожних перетворень і обчислювальних засобів із заданою точністю, встановлює взаємне розміщення прямих і площин у просторі та ін. У змісті навчального матеріалу також вилучено деякий матеріал. Наприклад, не передбачено вивчення: границі функції в точці, деяких застосувань інтеграла, випадкової події, відносної частоти події. Для профільного рівня у змісті навчального матеріалу вилучено: взаємно однозначна відповідність між елементами множин, рівнопотужні множини, числові множини, множина дійсних чисел, рівносильні перетворення рівнянь, рівняння-наслідки, застосування властивостей функцій до розв’язування рівнянь, рівносильні перетворення нерівностей, рівняння і нерівності, що містять знак модуля та ін. Приділяється більша увага розв’язуванню сюжетних задач, як засобу набуття учнями ключових компетентностей.

Щодо організації навчання в 11 класах. Підручники для 10 класів в минулому навчальному році не містили тем «Похідна та її застосування» і «Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі». За відсутності можливості забезпечити учнів навчальними матеріалами, ці теми могли не вивчатися в 10 класі. Тож потрібно з’ясувати, чи вивчали учні теми «Похідна та її застосування» і «Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі» в 10 класі, і відповідним чином організувати навчальний процес у 11 класі.

Загальні вимоги до формування математичної та ключових компетентностей. До математичної компетентності відносять:

змістову, процесуально-операційну, дослідну, інформаційно-технологічну. Змістова (має уявлення про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності; володіє формально-логічними (означення, властивості, ознаки математичних об'єктів) та оперативними (методи, прийоми, способи діяльності) знаннями; розуміє математичні формули й моделі як такі, що дають змогу описувати властивості об'єктів, процесів та явищ). Процесуально-операційна (зображує математичні об'єкти, встановлює й обґрунтовує їхні властивості; класифікує їх за ознаками; обґрунтовує математичні твердження; застосовує означення, властивості й ознаки математичних об'єктів до розв'язування задач; вимірює й обчислює геометричні величини; застосовує математичні методи, прийоми та способи діяльності у процесі розв'язування суто математичних і практичних задач). Дослідна (висуває та перевіряє гіпотези; складає програми діяльності, передбачає її результати; приймає рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації; оцінює правильність і раціональність розв'язаних задач, інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов і цілей дослідження). Інформаційно-технологічна (використовує інформаційно-комунікаційні технології в навчальній діяльності; відшукує й опрацьовує математичну інформацію (підручники, довідники, інтернет-ресурси); оцінює здобуту інформацію, систематизує й узагальнює її, робить правильні висновки). Залежно від мети і завдань рівня навчання математики повнота оволодіння цими компетентностями різна. Крім того, зміст навчання має сприяти формуванню ключових компетентностей. У навчальних програмах для 10–11 класів, як і для 5–9 класів, виокремлено чотири наскрізні лінії ключових компетентностей («Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість і фінансова грамотність»). Ці компетентності спрямовані на посилення мотивації, інтересу до навчання, на вироблення в учнів здатності застосовувати знання й уміння в різних сферах діяльності, реальних практичних ситуаціях, а також на здобуття досвіду, формування цінностей та поглядів, які можуть бути впроваджені на практиці. Ключові компетентності набуваються в процесі розв'язування задач практичного змісту.

Математична і ключові компетентності взаємопов'язані. Їх формування передбачає дотримання певних дидактичних і методичних вимог до процесу навчання.

1. Важлива вимога — посилення прикладної спрямованості змісту навчання математики, яка передбачає успішне використання знань, умінь і навичок як під час вивчення теоретичного матеріалу, розв’язування математичних задач та задач практичного змісту, так і для оволодіння іншими предметами в процесі навчання. У зв’язку із цим рекомендується, де це можливо, показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації та після його обґрунтування ілюструвати застосування на практиці, у майбутній професійній діяльності, під час вивчення інших дисциплін. Дієвим засобом посилення прикладної спрямованості навчання є застосування методу математичного моделювання. Він дає змогу розширити межі застосування математичних методів, зокрема у природничих, гуманітарних і соціальних дисциплінах. Вивчаючи математику на профільному чи поглибленому рівні, корисно пропонувати учням нескладні задачі на оптимізацію. Їх розв’язування сприяє виробленню умінь будувати та досліджувати найпростіші математичні моделі. Крім того, питання прийняття оптимальних рішень людині доводиться розглядати на різних рівнях — від побутового до проблем управління, транспорту, ефективного використання природних ресурсів. Тому навчальний матеріал має містити оптимізаційні задачі різних рівнів складності та основні способи їх розв’язування.

2. Успішне вироблення компетентностей передбачає забезпечення мотивації, інтересу до навчання. Важливу роль тут відіграє використання історичного матеріалу, який стимулює наукову творчість, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід’ємну складову загальнолюдської культури. Ознайомлення з іменами та біографіями видатних українських математиків і педагогів, які творили науку, робили визначні відкриття, сприятиме також національному і патріотичному вихованню школярів. Варто якомога ширше використовувати естетичний, художньо-графічний, емоційно-ціннісний потенціал математики. Вибір фізико-математичного, математичного профілю навчання передбачає наявність в учня усвідомленого інтересу, мотивів до навчання математики, схильності до вибору в майбутньому професії, пов’язаної з нею. Одним зі способів мотивації є створення проблемних ситуацій, організація навчально-дослідницької та пошукової роботи, виконання проектних робіт (індивідуальних, парних, групових). У процесі виконання таких робіт учні ознайомлюються з етапами та мето-

дами наукових досліджень, пошуковою та творчою діяльністю. На доступних прикладах слід показувати учням, як розвивалися математичні поняття й відношення, теорії та методи. Усе це робить математику привабливою для учнів, сприяє творчому використанню набутих математичних компетентностей на практиці.

3. Доступність навчального матеріалу — необхідна умова набуття компетентностей. Вивчення математики на рівні стандарту, як правило, має спиратися на наочність, інтуїцію учнів, їхній життєвий досвід. Ознайомлення учнів з математичними фактами, за можливості, має розпочинатися з аналізу прикладів з довкілля, моделей, графіків, малюнків, фактів з інших навчальних предметів тощо. Вивчаючи тригонометричні, показникові, логарифмічні функції, учень має вміти встановлювати та ілюструвати за графіками основні їх властивості, застосовувати ці властивості до розв’язування нескладних рівнянь, до опису реальних процесів. Не слід приділяти занадто багато уваги виконанню громіздких перетворень тригонометричних, показникових та логарифмічних виразів і спеціальним методам розв’язування відповідних рівнянь. Основні ідеї математичного аналізу будуть доступними учням, якщо викладати їх на наочно-інтуїтивній основі. Так, слід приділити увагу як роз’ясненню механічного змісту похідної і виробленню геометричних уявлень про неї, так і розв’язуванню нескладних прикладних задач на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин. Під час вивчення геометрії увага приділяється формуванню чітких уявлень про взаємовідношення геометричних об’єктів і відношень між ними з об’єктами навколишнього світу, виробленню вмінь зображати просторові фігури, конструювати і класифікувати їх, розв’язувати нескладні задачі на знаходження відстаней та кутів у просторі, елементів многогранників і круглих тіл, зокрема практичного змісту. Важливо, щоб наочність виконувала не лише ілюстративну, а й евристичну роль, сприяла створенню в учнів випереджального уявлення про суть змісту нового навчального матеріалу, полегшувала його сприйняття та розуміння.

4. Діяльнісна спрямованість навчання, що передбачає: постійне залучення учнів до різних видів навчально-пізнавальної діяльності; засвоєння не лише теоретичних, а й оперативних знань (як треба діяти в конкретних ситуаціях, щоб досягти поставленої мети); засвоєння способів міркувань, які застосовуються в математиці; створення методичних ситуацій, що сти-

мулюють самостійні відкриття учнями математичних фактів; ознайомлення з порадами, вказівками, правилами щодо того, як діяти в певній навчальній ситуації. Засвоївши такі поради чи вказівки, учні більш вмотивовано й результативно виконують відповідні завдання практичного змісту. Навчання на профільному рівні передбачає також самостійне складання учнями алгоритмічних приписів чи евристик, ознайомлення зі структурою задач, їх видами та способами й прийомами розв'язування. Застосування навчального матеріалу до розв'язування задач, зокрема практичного змісту, значно покращується, якщо увагу приділяти систематизації вивчених фактів (таблиці, схеми, задачі за даними таблиць, класифікації).

5. Навчання математики має бути диференційованим — орієнтованим на учнів з різними навчальними досягненнями. Цьому сприяють зразки розв'язування типових задач, проблемні запитання й завдання, навчальний матеріал для тих, хто бажає поглибити свої знання, набори вправ і задач різної складності. Рекомендується дотримуватись залежно від рівня навчання таких основних вимог до задач: чотири рівні складності (початковий, достатній, середній, високий); опорні задачі; пари аналогічних задач (для класної й домашньої роботи); задачі за таблицями; задачі з неповною, надлишковою інформацією; вправи на складання задач; задачі високого рівня складності, що включають елементи задач середнього й достатнього рівнів, а останні — елементи задач початкового рівня; групи задач зі спільними чи аналогічними способами розв'язування (ідеями, планами); задачі з використанням у розв'язуванні допоміжних елементів.

Загальною метою розв'язування задач має бути розуміння логіки виконання дій, усвідомлення математичних понять та їх властивостей як моделей реальних об'єктів і процесів зовнішнього світу. Кількість розв'язаних задач не є пріоритетом. Корисними є обговорення різних пропозицій щодо способів розв'язування однієї задачі, аналіз та інтерпретація розв'язку та ін. Актуальним є дотримання внутрішньої логіки курсу математики, вивчення нового матеріалу на основі набутих знань, забезпечення всіх етапів навчальної діяльності (вправи для пояснення нового матеріалу, закріплення знань, самостійної, практичної діяльності, рефлексії).

6. Важливо забезпечити інтенсивне навчання, що передбачає систематичне використання програмно-педагогічних засобів.

Вони дають змогу активізувати навчально-пізнавальну, дослідницьку діяльність учнів, посилити самостійність в опануванні компетенціями, викликати інтерес до навчання математики. У процесі використання цих засобів ураховуються такі їх можливості: 1) інтегрованість (застосування однієї й тієї самої наочності з різним цільовим призначенням; поєднання наочно-образної інформації зі знаково-символьною, спільний аналіз яких сприяє виробленню евристичних, дослідницьких умінь; підкріплення графічних образів понять, властивостей геометричних фігур їх числовими характеристиками, що дає змогу проводити дослідження); 2) конструктивність (перенесення комп'ютерних зображень реальних предметів та їх властивостей на відповідні моделі, де увага приділяється поелементному їх створенню, внаслідок чого учень самостійно формулює означення нових понять, властивості математичних об'єктів чи способи діяльності); 3) інтерактивність (використання ППЗ в різних методичних технологіях; підтримка активних методів навчання; моделювання й конструювання математичних об'єктів; логічна організація фрагментів навчального матеріалу); 4) візуалізація (унаочнення абстрактних понять, різних граничних переходів шляхом використання відповідних динамічних моделей; різне їх перетворення (переміщення, зміна форми та розмірів, розташування на площині) сприяє розвитку образного мислення, творчих та евристичних його складових).

7. Застосування організаційних форм і методів навчання, що передбачають співпрацю (рольові ігри, дослідницькі проекти, експерименти, групові завдання тощо). Якщо учні залучатимуться до спільної діяльності, то це сприятиме їхній соціалізації й успішному набуванню суспільного досвіду. Відповідно до цілей навчання розрізняють такі організаційні форми: навчальні заняття (урок, лекція, семінар, лабораторне заняття, практичне заняття, індивідуальне заняття, навчальна конференція, консультація, навчальна гра та ін.); самостійна робота (робота з джерелами різного виду (підручники, навчальні посібники, збірники задач, довідники, фільми, сайти тощо), участь у роботі гуртків та ін.); практична підготовка (формування в учнів практичних умінь (вимірювання, побудови, конструювання, моделювання) і досвіду використовувати математичні знання на практиці).

Реалізація наскрізних ліній ключових компетентностей

Наскрізна лінія «Здоров'я і безпека» стосується становлення учня як емоційно стійкого члена суспільства, здатного вести здоровий спосіб життя й формувати навколо себе безпечне життєве середовище. Її реалізація уможливорює інтегрування знань багатьох предметів (математика, фізика, біологія, ОБЖ, фізкультура тощо). Відомості, що стосуються здоров'я й безпеки, можна використати з метою забезпечення мотивації до навчання математики, вироблення окремих практичних умінь. Наприклад, вивчення теми «Логарифмічна функція» чи «Логарифмічні нерівності» буде більш вмотивованим, якщо запропонувати учням розв'язати таку задачу.

Відомо, що ємність легень людини виражається формулою $f(x) = 100 \cdot (\ln x - 2)/x$, де x — вік людини в роках ($x \geq 10$), $f(x)$ — ємність легень у літрах. Як з'ясувати, у якому віці ємність легень більша, ніж у 15 років?

Для формування в учнів умінь використовувати набуті знання на практиці під час вивчення степеневої функції пропонуємо задачу.

Під час пожежі при тривалості теплового впливу 30 с і щільності теплового потоку 12 кВт/м^2 відбувається загорання дерев'яних конструкцій; при $10,5 \text{ кВт/м}^2$ — обгорає фарба на пофарбованих металевих конструкціях, обвуглюються дерев'яні конструкції. Людина відчуває сильний біль, коли температура верхнього шару шкірного покриву ($\sim 0,1 \text{ мм}$) підвищується до 45°C . Час досягнення «порога болю» τ (с) пов'язаний зі щільністю теплового потоку q (кВт/м^2) співвідношенням $\tau = (35/q)^{1,33}$. За допомогою калькулятора встановіть час досягнення «порога болю» в умовах: а) загорання дерев'яних конструкцій; б) обвуглення дерев'яних конструкцій.

Для формування компетентностей стосовно здоров'я й безпеки доцільними є задачі з фабулами про: режим харчування, якість харчових продуктів, уміння складати харчовий раціон з урахуванням можливостей, потреб і корисності; безпечне використання електроприладів та інших технічних засобів; негативний вплив шкідливих звичок на молодий організм; застереження щодо надмірного використання ІКТ тощо.

Реалізація наскрізної лінії «Громадянська відповідальність» спрямована на формування відповідального члена громади й сус-

пільства, свідомого ставлення особистості як члена суспільства до його вимог, уміння відповідати за власне життя, дії, вчинки. Її реалізація уможливорює інтегрування знань багатьох предметів (математика, історія, право, економіка, мистецтво тощо). Для формування компетентностей доцільно використовувати задачі з фабулами про: права й обов'язки людини, права дитини; роль законів у житті суспільства; демократичні та національні цінності; роль ЗМІ в суспільному житті; участь громадян у житті громади й суспільства; необхідність суспільно значимих дій і вчинків; співпраця та спілкування з іншими людьми; повага до державних символів, історії, культури; економічні чинники розвитку суспільства; необхідність засвоєння знань, зокрема історичних і політико-правових. Наприклад:

Поліетиленові пакети дуже важко піддаються утилізації й потрібно багато років для їх розкладання. Ці пакети забруднюють навколишнє середовище, містять шкідливі хімічні компоненти полімерних матеріалів, а під час їх спалювання виділяються отруйні сполуки, що забруднюють атмосферу. Середньостатистичний житель України витрачає на поліетиленові пакети від 150 до 200 грн на рік, хоча можна придбати багаторазові господарські екосумки (термін придатності — 3 роки) вартістю p : $30 \text{ грн} \leq p \leq 75 \text{ грн}$. Скільки грошей міг би зекономити житель України, користуючись для покупок екосумкою: а) за рік; б) за три роки?

Наскрізна лінія «Підприємливість і фінансова грамотність» націлена на розвиток лідерських ініціатив, здатності успішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, забезпечення кращого розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичення, страхування, кредитування тощо). Реалізація цієї змістової лінії надає можливість інтегрувати знання з математики, економіки, права, історії, української та іноземної мови тощо. Для формування компетентностей доцільно використовувати задачі з фабулами про: податки; цінні папери; банківську справу; сімейний бюджет; вартість товарів і послуг; страхування; благодійність. Наприклад:

За якої швидкості легкового автомобіля витрати пального будуть найменшими, якщо їх приблизно можна описати функцією $y(x) = 0,0017x^2 - 0,18x + 10,2$, де x — швидкість автомобіля в км/год ($30 < x < 200$), y — кількість літрів пального на 100 км?

Наскрізна лінія «Екологічна безпека та сталий розвиток» стосується формування в учнів соціальної активності, відпові-

дальності та екологічної свідомості, готовності брати участь у вирішенні питань збереження довкілля й розвитку суспільства, усвідомлення важливості сталого розвитку для майбутніх поколінь. Ця наскрізна лінія дає можливість інтегрувати знання з математики, екології, історії, економіки, фізики, хімії, біології тощо. Для формування компетентностей доцільно використовувати задачі з фабулами про: зміни клімату; природні катаклізми й техногенні аварії; забруднення довкілля (викиди, відходи); використання застарілих технологій; використання небезпечних матеріалів; економне використання енергоресурсів; екологічність продукції споживання; порушення правил безпеки і технологій (ґрунти, водні ресурси). Наприклад:

Швидкість росту пустель світу через нераціональне природо-користування сягає 20 га/хв, а площа сільськогосподарських земель, включаючи пасовища та пашню, приблизно дорівнює 45 млн км². Через який час кількість сільськогосподарських земель зменшиться удвічі?

Урізноманітнення організаційних форм, методів і засобів навчання. Для розвитку інтелектуального і творчого потенціалу учнів доцільне використання нових інформаційних технологій. Ефективним у цьому контексті може стати інтерактивне навчання, за допомогою якого створюється атмосфера співробітництва та взаємодії. За інтерактивного навчання освітній процес організовується таким чином, що практично всі учні залучаються до пізнавальної діяльності, при цьому кожен робить індивідуальний внесок у вирішення загальних навчальних завдань. Використання інтерактивних форм і методів навчання сприяє розвитку мислення учнів (зокрема, критичного): спонукання їх до висловлення своєї думки, стимулювання вироблення творчого ставлення до будь-яких висновків, правил тощо. Деякі з інтерактивних форм навчання («Робота в парах», «Робота у групах», «Карусель», «Пошук інформації» та ін.) спрямовані на самостійне осмислення матеріалу, допомагають замислитися («Чи справді це так?»), дослідити факти, проаналізувати алгоритми розв'язувань, зрозуміти їхню суть, перевірити результати діяльності свої і свого товариша, знайти за необхідності помилку. Ці форми стимулюють до відстоювання власної думки, участі в дискусії, здійснення самоконтролю й самооцінки. Застосування форм «Аналіз ситуації», «Вирішення проблем» сприяє навчанню учнів протистояти тиску більшості, визначати позитивного і

негативного не тільки в діях товаришів, а й у власних; порівнювати себе з іншими й ретельно оцінювати власну поведінку.

Забезпечити успішне навчання математики можна за умови наскрізного застосування інформаційно-комунікаційних технологій. Запровадження ІКТ має перейти від одноразових проєктів у системний процес, який охоплює всі види діяльності. ІКТ суттєво розширюють можливості вчителя, оптимізують управлінські процеси, таким чином формуючи в учня технологічні компетентності. Візуалізація навчального матеріалу дає змогу інтенсифікувати навчання; активізувати навчальну та пізнавальну діяльність; набувати досвіду образного представлення знань і навчальних дій. Спектр форм візуалізації навчального матеріалу досить широкий. Наприклад, комп'ютерні презентації, флеш-анімації, відео/аудіоматеріали, зображення, діаграми, схеми, графіки, інтелект-карти тощо. Для візуалізації теоретичного матеріалу також стануть у пригоді такі програмні засоби, як GeoGebra чи Desmos.

Сучасні умови функціонування суспільства вимагають від людини інтегрованих знань і умінь. Із цією метою доцільно використовувати «Хвильові занурення» — проєктний підхід у навчанні, який передбачає детальне вивчення певної тематики. Бувають предметні хвильові занурення (учні вивчають детально одну тему в межах одного предмета) та тематичні хвильові занурення (учні вивчають одну тему на різних предметах). Наведемо приклад, як можна реалізувати тематичне хвильове занурення під час вивчення теми «Графіки функцій, геометричні перетворення графіків функцій». На уроці математики учні ознайомлюються з основним теоретичним матеріалом про графіки функцій. На уроці інформатики будують графіки засобами ІКТ. На уроці географії будують і читають графіки температур. На уроці фізики аналізують і будують графіки руху тіл, розв'язують відповідні задачі. На уроці біології досліджують графіки зміни росту людини. На уроці економіки — графіки зміни курсу валют. На уроці англійської мови вивчають терміни: функція, графік функції, область значень тощо.

Учні дуже рідко засвоюють інформацію, що надається їм у готовому вигляді. У такому контексті все більш актуальним стає змішане навчання. За такого навчання частину відомостей учень опановує самостійно онлайн (він сам контролює час, місце, ритм і послідовність виконуваних завдань), а частину відомостей —

у класі з учнями та вчителем. Однією з моделей для змішаного навчання є «Перевернутий клас» — організація навчального процесу, коли учні спершу самостійно вивчають теоретичний матеріал онлайн, а потім ідуть до школи, щоб на базі здобутих знань і засвоєних правил й інструкцій отримати додаткові відомості від учителя, набути досвіду в застосуванні теоретичного матеріалу, працювати над проектами. Тобто основна теоретична частина курсу засвоюється учнем самостійно онлайн. Звісно, не засвоївши теорію самостійно, учень не зможе розв'язувати задачі, брати активну участь у дискусіях з учителем чи реалізувати проект.

Щоб залучити учнів до самостійної навчальної діяльності, необхідно забезпечити її посиленість, доступність і різноманітність, ураховуючи при цьому вікові та індивідуальні особливості учнів. Будь-яку самостійну роботу слід починати з постановки мети та роз'яснення способів дії. Рекомендуються такі види самостійної роботи учнів: 1) робота з книжкою чи інтернет-ресурсами; 2) розв'язування задач і вправ; 3) підготовка доповідей і рефератів; 4) виконання практичних і лабораторних робіт; 5) виконання індивідуальних і групових завдань; 6) домашні лабораторні досліди та спостереження; 7) технічне моделювання та конструювання. До самостійної роботи відносять і виконання учнями навчальних проектів. Учні під час виконання проекту осягають реальні процеси та об'єкти, проживають конкретні ситуації, залучаються до проникнення всередину явищ, процесів і конструювання нових об'єктів. Мета — створити умови, за яких учні: самостійно й охоче набувають знання з різних джерел; учаться користуватися набутими знаннями для вирішення пізнавальних і практичних завдань; набувають комунікативні вміння, працюючи в різних групах; розвивають у себе дослідницькі вміння, системне мислення.

Для ефективного управління навчальним процесом учителю необхідний постійний зворотний зв'язок з учнями: як вони засвоїли новий навчальний матеріал, як опрацювали матеріал удома, з якими проблемами стикнулися? Важливо, щоб будь-який контроль знань і навичок сприймався вчителем не як покарання, а як засіб для здійснення моніторингу результативності навчальної діяльності учнів. Організувати зворотний зв'язок швидко, якісно і завжди мати доступ до його результатів дають можливість сервіси для здійснення опитування, анкетування, тестування тощо. Використовуючи їх, можна: організовувати різнома-

нітні заходи; збирати відомості про учнів; вирішувати питання, що виникають у колективі; здійснювати корекцію навчального плану залежно від побажань учнів; перевіряти розуміння учнями навчального матеріалу; перевіряти знання та навички учнів (у класі та поза ним); здійснювати корекцію знань і планування навчальної роботи на підставі отриманих результатів; залучати кожного учня до обговорення проблеми, дискусування, роботи над проектом тощо. За наявності в кожного учня в класі планшета або ж смартфона ці сервіси можна використовувати на уроці. В інших випадках — краще запланувати роботу з ними вдома або ж у комп'ютерному класі. Учитель може використовувати багато різноманітних сервісів, наприклад, Kahoot, Quizizz, Quizalize, Triventy, Plickers, Google Forms.

**Порівняльна таблиця функціональних
можливостей веб-сервісів**

Веб-сервіс	Підійде для домашньої роботи	Можливість грати в команді	Наявність WiFi в учнів	Можливість використання для класної роботи	Автоматично генерується QR-код для входу	Наявність смартфонів чи комп'ютерів в учнів	Наявність смартфона в учителя при запуску вікторини у класі	Наявність комп'ютера в учителя при запуску вікторини у класі
Kahoot		+	+	+		+		+
Quiziz	+		+	+		+		+
Quizalize		+	+	+		+		+
Triventy			+	+	+	+		+
Plickers				+			+	+
Google Forms	+		+	+		+		+

Доцільне використання цих засобів сприяє підвищенню ефективності навчання, інтересу учнів до математики, а також дає змогу залучити їх до активної роботи на уроці.

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
З МАТЕМАТИКИ
(алгебра і початки аналізу та геометрія)
для учнів 10–11 класів
закладів загальної середньої освіти**

**Рівень стандарту
ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА**

Мета базової загальної середньої освіти: розвиток особистості, яка поєднає в собі творчий потенціал до навчання, ініціативність до саморозвитку та самонавчання в сучасних умовах, здатності ідентифікувати себе як важливу й відповідальну складову українського суспільства, яка готова змінювати й відстоювати національні цінності українського народу. Важливим чинником розвитку такої особистості є формування в учнів умінь застосовувати набуті знання в реальних життєвих ситуаціях, під час розв'язування практичних завдань та здатності визначати й обґрунтовувати власну життєву позицію.

Провідним засобом реалізації вказаної мети є запровадження компетентнісного підходу в навчально-виховний процес загальноосвітньої школи шляхом формування предметних і ключових компетентностей.

В основу побудови змісту та організації процесу навчання математики покладено компетентнісний підхід, відповідно до якого кінцевим результатом навчання предмета є сформовані певні компетентності, які сприятимуть здатності учня *застосовувати свої знання в реальних життєвих ситуаціях, нести відповідальність за свої дії, брати повноцінну участь в житті суспільства.*

Для успішної участі в сучасному суспільному житті особистість має володіти певними прийомами математичної діяльності та навичками їх застосувань до розв'язування практичних задач. Певної математичної підготовки й готовності її застосовувати потребує і вивчення багатьох навчальних предметів загальноосвітньої школи. Володіння математикою на рівні розв'язування практичних задач необхідне для отримання якісної професійної освіти, продовження освіти на наступних етапах, а також здобуття престижної професії в майбутньому. Тому одним з головних завдань цього курсу є забезпечення умов для досягнення кожним учнем практичної компетентності.

Практична компетентність передбачає, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- вміє будувати й досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, задач, пов'язаних з ними, за допомогою математичних об'єктів, відповідних математичних задач;
- вміє оволодівати необхідною оперативною інформацією для розуміння постановки математичної задачі, її характеру й особливостей; уточнювати вихідні дані, мету задачі, знаходити необхідну додаткову інформацію, засоби розв'язування задачі; переформулювати задачу; розчленовувати задачу на складові, встановлювати зв'язки між ними, складати план розв'язування задачі; вибирати засоби розв'язування задачі, їх порівнювати та застосовувати оптимальні; перевіряти правильність розв'язування задачі; аналізувати й інтерпретувати отриманий результат, оцінювати його придатність із різних позицій; узагальнювати задачу, всебічно її розглядати; приймати рішення за результатами розв'язування задачі;
- володіє технікою обчислень, раціонально поєднуючи усні, письмові, інструментальні обчислення, зокрема наближені;
- вміє проектувати й здійснювати алгоритмічну та евристичну діяльність на математичному матеріалі;
- вміє працювати з формулами (розуміти змістове значення кожного елемента формули, знаходити їх числові значення при заданих значеннях змінних, виражати одну змінну через інші);
- вміє читати й будувати графіки функціональних залежностей, досліджувати їхні властивості;
- вміє класифікувати й конструювати геометричні фігури на площині й у просторі, встановлювати їхні властивості, зображати просторові фігури та їхні елементи, виконувати побудови на зображеннях;
- вміє вимірювати геометричні величини на площині й у просторі, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходити кількісні характеристики фігур (площі та об'єми);
- вміє оцінювати шанси настання тих чи інших подій.

Практична компетентність є важливим показником якості математичної освіти, природничої підготовки молоді. Вона певною мірою свідчить про готовність молоді до повсякденного жит-

тя, до найважливіших видів суспільної діяльності, до оволодіння професійною освітою.

Формування навичок застосування математики є однією з головних цілей навчання математики. Радикальним засобом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є широке систематичне застосування методу математичного моделювання протягом усього курсу. Це стосується введення понять, виявлення зв'язків між ними, характеру ілюстрацій, системи вправ і, нарешті, системи контролю. Інакше кажучи, математики треба так навчати, щоб учні вміли її застосовувати. Забезпечення прикладної спрямованості викладання математики сприяє формуванню стійких мотивів до навчання взагалі й до навчання математики зокрема.

Реалізація практичної спрямованості в процесі навчання математики означає:

- 1) створення запасу математичних моделей, які описують реальні явища та процеси, мають загальнокультурну значущість, а також вивчаються в суміжних предметах;
- 2) формування в учнів знань і вмінь, які необхідні для дослідження цих математичних моделей;
- 3) навчання учнів побудові й дослідженню найпростіших математичних моделей реальних явищ і процесів.

Практична спрямованість математичної освіти суттєво підвищується завдяки впровадженню інформаційно-комунікаційних засобів у навчання математики.

Одним з найважливіших засобів забезпечення практичної спрямованості навчання математики є встановлення міжпредметних зв'язків математики з іншими предметами, насамперед із природничими. Особливої уваги заслуговує встановлення зв'язків між математикою та інформатикою — двома освітніми галузями, які є визначальними в підготовці особистості до життя в постіндустріальному, інформаційному суспільстві. Широке застосування інформаційно-комунікаційних засобів у навчанні математики доцільне для проведення математичних експериментів, практичних занять, інформаційного забезпечення, візуального інтерпретування математичної діяльності, проведення досліджень.

Крім того, навчання математики має зробити певний внесок у формування ключових компетентностей.

№	Ключові компетентності	Компоненти
1	Спілкування державною (і рідною в разі відмінності) мовою	Уміння: ставити запитання й розпізнавати проблему; міркувати, робити висновки на основі інформації, поданої в різних формах (у таблицях, діаграмах, на графіках); розуміти, пояснювати та перетворювати тексти математичних задач (усно та письмово), грамотно висловлюватися рідною мовою; доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень; поповнювати свій словниковий запас. Ставлення: розуміння важливості чітких і лаконічних формулювань. Навчальні ресурси: означення понять, формулювання властивостей, доведення теорем, розв'язування задач
2	Спілкування іноземними мовами	Уміння: спілкуватися іноземною мовою з використанням числівників, математичних понять і найуживаніших термінів; ставити запитання, формулювати проблему; зіставляти математичний термін чи буквене позначення з його походженням з іноземної мови, правильно використовувати математичні терміни в повсякденному житті. Ставлення: усвідомлення важливості вивчення іноземних мов для розуміння математичних термінів і позначень, пошуку інформації в іншомовних джерелах. Навчальні ресурси: тексти іноземною мовою з використанням статистичних даних, математичних термінів
3	Математична компетентність	Уміння: оперувати числовою інформацією, геометричними об'єктами на площині та в просторі; встановлювати просторові відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, культурними, технічними тощо); розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту; будувати й досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; прогнозувати в контексті навчальних і практичних задач; використовувати математичні методи в життєвих ситуаціях.

№	Ключові компетентності	Компоненти
		Ставлення: усвідомлення значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку технологічного, економічного й оборонного потенціалу держави, успішного вивчення інших дисциплін. Навчальні ресурси: розв'язування математичних задач, зокрема таких, що моделюють реальні життєві ситуації
4	Основні компетентності у природничих науках і технологіях	Уміння: розпізнавати проблеми, що виникають у довіллі та які можна розв'язати засобами математики; будувати й досліджувати математичні моделі природних явищ і процесів. Ставлення: усвідомлення важливості математики як універсальної мови науки, техніки та технологій. Навчальні ресурси: складання графіків та діаграм, які ілюструють функціональні залежності результатів впливу людської діяльності на природу
5	Інформаційно-цифрова компетентність	Уміння: структурувати дані; діяти за алгоритмом та складати алгоритми; визначати достатність даних для розв'язування задачі; використовувати різні знакові системи; знаходити інформацію й оцінювати її достовірність; доводити істинність тверджень. Ставлення: критичне осмислення інформації та джерел її отримання; усвідомлення важливості ІКТ для ефективного розв'язування математичних задач. Навчальні ресурси: візуалізація даних; побудова графіків і діаграм, зображень стереометричних фігур за допомогою програмних засобів
6	Уміння вчитися впродовж життя	Уміння: визначати мету навчальної діяльності, відбирати й застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення цієї мети; організовувати та планувати свою навчальну діяльність; моделювати власну освітню траєкторію, аналізувати, контролювати, коригувати й оцінювати результати своєї навчальної діяльності; доводити правильність власного судження або визнавати його помилковість.

№	Ключові компетентності	Компоненти
		Ставлення: усвідомлення власних освітніх потреб та цінності нових знань і вмінь; зацікавленість у пізнанні світу; розуміння важливості вчитися впродовж життя; прагнення до вдосконалення результатів своєї діяльності. Навчальні ресурси: моделювання власної освітньої траєкторії; статистична інформація; історичні задачі; завдання ймовірного змісту
7	Ініціативність і підприємливість	Уміння: генерувати нові ідеї, вирішувати життєві проблеми, аналізувати, прогнозувати, ухвалювати оптимальні рішення; використовувати критерії раціональності, практичності, ефективності й точності з метою вибору найкращого рішення; аргументувати та захищати свою позицію, дискутувати; використовувати різні стратегії, шукаючи оптимальні способи розв'язування життєвого завдання. Ставлення: ініціативність, відповідальність, упевненість у собі; переконаність, що успіх команди — це й особистий успіх; позитивне оцінювання та підтримка конструктивних ідей інших. Навчальні ресурси: задачі підприємницького змісту (оптимізаційні задачі)
8	Соціальна та громадянська компетентності	Уміння: висловлювати власну думку, слухати й чути інших, оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів; аргументувати й відстоювати свою позицію; ухвалювати аргументовані рішення в життєвих ситуаціях; співпрацювати в команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі; аналізувати власну економічну ситуацію, родинний бюджет, застосовуючи математичні методи; орієнтуватися в широкому колі послуг і товарів на основі чітких критеріїв, робити споживчий вибір, спираючись, зокрема, і на математичні дані. Ставлення: ощадливість і поміркованість; рівне ставлення до інших незалежно від статків, соціального походження; відповідальність за спільну справу; налаштованість на логічне обґрунтування позиції без передчасного переходу до висновків; повага до прав людини, активна позиція щодо боротьби з дискримінацією. Навчальні ресурси: задачі соціального змісту

№	Ключові компетентності	Компоненти
9	Обізнаність і самовираження у сфері культури	Уміння: здійснювати необхідні розрахунки для встановлення пропорцій, відтворення перспективи, створення об'ємно-просторових композицій; унаочнювати математичні моделі, зображати фігури, графіки, рисунки, схеми, діаграми. Ставлення: усвідомлення взаємозв'язку математики та культури на прикладах з архітектури, живопису, музики та ін.; розуміння важливості внеску математиків у загальноосвітню культуру. Навчальні ресурси: математичні моделі в різних видах мистецтва
10	Екологічна грамотність і здорове життя	Уміння: аналізувати й критично оцінювати соціально-економічні події в державі на основі статистичних даних; урахувати правові, етичні, екологічні й соціальні наслідки рішень; розпізнавати, як інтерпретації результатів вирішення проблем можуть бути використані для маніпулювання. Ставлення: усвідомлення взаємозв'язку математики та екології на основі статистичних даних; ощадливе й бережливе ставлення до природних ресурсів, чистоти довкілля та дотримання санітарних норм побуту; розгляд порівняльної характеристики щодо вибору здорового способу життя; власна думка та позиція щодо зловживання алкоголем, нікотином тощо. Навчальні ресурси: навчальні проекти, задачі соціально-економічного, екологічного змісту; задачі, які сприяють усвідомленню цінності здорового способу життя

Наскрізні лінії та їх реалізація. У навчальній програмі виокремлюються такі чотири наскрізні лінії ключових компетентностей: «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість і фінансова грамотність», які спрямовані на формування в учнів здатності застосовувати знання й уміння в реальних життєвих ситуаціях.

Наскрізні лінії є засобом інтеграції ключових і загальнопредметних компетентностей, навчальних предметів і предметних циклів, їх необхідно враховувати під час формування шкільного середовища життєдіяльності.

Наскрізні лінії є соціально значимими надпредметними темами, які допомагають формуванню в учнів уявлень про суспільство загалом, розвивають здатність застосовувати отримані знання в різних життєвих ситуаціях.

Навчання за наскрізними лініями реалізується насамперед:

- через організацію відповідного навчального середовища — зміст і цілі наскрізних тем враховуються під час формування духовного, соціального та фізичного середовища навчання;
- через базові навчальні предмети — під час навчання, виходячи з наскрізних тем, проводяться відповідні трактування, приклади й методи навчання, реалізуються надпредметні, міжкласові та загальношкільні проекти. Роль навчальних предметів під час навчання наскрізних тем — різна й залежить від цілей і змісту навчального предмета та від того, наскільки тісно пов'язаний з конкретною наскрізною темою той чи інший предметний цикл;
- через предмети за вибором;
- через спеціальні курси за вибором;
- через позакласну навчальну роботу.

Наскрізні лінії:

1. Наскрізна лінія **«Екологічна безпека та сталий розвиток»** орієнтована на формування в учнів соціальної активності, відповідальності та екологічної свідомості, готовності брати участь у вирішенні питань збереження довкілля й розвитку суспільства, усвідомлення важливості сталого розвитку для майбутніх поколінь.

Проблематика наскрізної лінії **«Екологічна безпека та сталий розвиток»** реалізується в курсі математики, насамперед через завдання з реальними даними про використання природних ресурсів, їх збереження та примноження. Аналіз цих даних сприяє розвитку бережливого ставлення до навколишнього середовища, екології, формуванню критичного мислення, вмінню вирішувати проблеми, критично оцінювати перспективи розвитку навколишнього середовища та людини. Можливе проведення уроків просто неба. Під час розгляду цієї лінії важливе місце посідають відсоткові обчислення, функції, елементи теорії ймовірностей і статистики.

2. Реалізація наскрізної лінії **«Громадянська відповідальність»** сприятиме формуванню відповідального члена громади й суспільства, що розуміє принципи та механізми функціонування суспільства. Ця наскрізна лінія освоюється переважно через

колективну діяльність (дослідницькі роботи, роботи в групі, проекти тощо), яка поєднує математику з іншими навчальними предметами й розвиває в учнів готовність до співпраці, толерантність щодо різноманітних способів діяльності та думок.

Навчання математики має викликати в учнів якомога більше позитивних емоцій, а її зміст — бути спрямованим на виховання порядності, старанності, систематичності, послідовності, посидючості та чесності. Приклад учителя покликаний відіграти важливу роль у формуванні толерантного ставлення до товаришів, незалежно від рівня навчальних досягнень. Із цією ж наскрізною лінією пов'язані, наприклад, процентні обчислення, елементи статистики, що дають змогу учням зрозуміти значення кількісних показників при характеристиці суспільства та його розвитку.

3. Завданням наскрізної лінії «Здоров'я і безпека» є становлення учня як емоційно стійкого члена суспільства, здатного вести здоровий спосіб життя і формувати навколо себе безпечне життєве середовище.

Наскрізна лінія «Здоров'я і безпека» в курсі математики реалізується через завдання з реальними даними про безпеку й охорону здоров'я (текстові завдання, пов'язані з середовищем дорожнього руху, рухом пішоходів і транспортних засобів, відсотковими обчисленнями та графіками, що стосуються чинників ризику). Особливо важливим є аналіз причин ДТП, що пов'язані з перевищенням швидкості. Варто звернути увагу на проблеми, пов'язані з ризиками для життя і здоров'я під час вивчення основ теорії ймовірностей та математичної статистики. Вирішення проблем, знайдених з «ага-ефектом»², розгляд красивих математичних конструкцій, пошук оптимальних методів розв'язування задач здатні викликати в учнів позитивне відчуття успіху.

4. Наскрізна лінія «Підприємливість і фінансова грамотність» спрямована на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, забезпечення кращого розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичення, страхування, кредитування тощо).

Ця наскрізна лінія пов'язана з розв'язуванням практичних задач щодо планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей, складання сімейного бюджету,

² Під «ага-ефектом» мається на увазі спільне вирішення задачі з ефектом раптового згоди, «еврики».

формування економного ставлення до природних ресурсів. Вона реалізується під час вивчення відсоткових обчислень, рівнянь та функцій.

З метою підвищення ефективності навчання необхідною умовою є залучення до навчально-виховного процесу компетентнісного, діяльнісного та особистісно орієнтованого підходів, які передбачають систематичне включення учнів до різних видів активної навчально-пізнавальної діяльності та формування умінь, корисних у реальних життєвих ситуаціях. Доцільно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту з практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці. Формуванню математичної та ключових компетентностей сприяє встановлення та реалізація в навчанні математики міжпредметних і внутрішньопредметних зв'язків, а саме: змістово-інформаційних, операційно-діяльнісних й організаційно-методичних. Їх використання посилює пізнавальний інтерес учнів до навчання та підвищує їхній рівень загальної культури, створює умови для систематизації навчального матеріалу й формування наукового світогляду. Учні набувають досвіду застосування знань на практиці.

Важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури. На дохідливих прикладах слід показувати учням, як розвивалися математичні поняття й відношення, теорії та методи. Ознайомлення учнів з іменами та біографіями видатних учених, які створювали математику, зокрема видатних українських математиків, сприятиме національному й патріотичному вихованню школярів.

Рекомендації щодо роботи з програмою. Однією з головних змістових ліній курсу «Математика» в старшій школі є функціональна лінія. Тому доцільно розпочинати вивчення курсу з теми «Функції, їхні властивості та графіки» — його фундаменту. У цій темі здійснюється повторення, систематизація матеріалу стосовно функцій, який вивчався в основній школі, його поглиблення й розширення, зокрема за рахунок степеневих функцій. Головною метою опрацювання цієї теми є підготовка учнів до вивчення нових класів функцій (тригонометричних, степеневих, показникових, логарифмічних), а також мотивація необхідності

розширення апарату дослідження функцій за допомогою похідної. Лейтмотивом теми має бути моделювання реальних процесів за допомогою функцій. Оскільки робота з діаграмами, рисунками, графіками є одним з поширених видів практичної діяльності людини, то одним з головних завдань вивчення теми слід вважати розвиток графічної культури учнів. Ідеться передусім про «читання» графіків, тобто про встановлення властивостей функції за її графіком.

У наступних темах розширюються класи функцій, які вивчалися в основній школі. У темах «Тригонометричні функції» і «Показникова та логарифмічна функції» вміння досліджувати функції, які сформовані в першій темі, закріплюються і застосовуються до моделювання закономірностей коливального руху, процесів зростання та спадання. В уявленні учнів характер фізичного процесу має асоціюватись із відповідною функцією, її графіком, властивостями.

Важливим завершенням функціональної лінії курсу «Математика» є розгляд понять похідної та інтеграла, які є необхідним інструментом дослідження руху. Основні ідеї математичного аналізу виглядають досить простими й наочними, якщо викладати їх на тому інтуїтивному рівні, на якому вони виникли історично і який цілком задовольняє потреби загальноосвітньої підготовки учнів. Не варто захоплюватися формально-логічною строгістю доведень та відводити багато часу суто технічним питанням і конструкціям. Більше уваги слід приділити змісту ідей і понять, їх геометричному і фізичному тлумаченню. Вивчення інтегрального числення зазвичай починається з розгляду сукупності первісних даної функції, яку доцільно розуміти як сукупність функцій, що задовольняють умову $y' = f(x)$.

У курсі математики старшої школи набувають розвитку й інші змістові лінії: обчислення, вирази й перетворення, рівняння та нерівності.

Розглядаються обчислення, оцінювання та порівняння значень тригонометричних, степеневих, показникових, логарифмічних виразів.

Певне місце в курсі займають тотожні перетворення тригонометричних, степеневих і логарифмічних виразів. Тригонометричні функції пов'язані між собою багатьма співвідношеннями. Їх умовно можна поділити на три групи. Перша група формул установлює зв'язок між координатами точки кола — це так звані основні співвідношення. Друга група формул має своїм джере-

лом симетрію та періодичність руху точки по колу. Вона складається з формул зведення. Третю групу тотожностей породжують повороти точки навколо центра кола. Формули додавання пов'язують координати точок P_α , P_β , $P_{\alpha+\beta}$.

Не слід приділяти занадто багато уваги громіздким перетворенням тригонометричних, степеневих і логарифмічних виразів та спеціальним методам розв'язування тригонометричних, показникових і логарифмічних рівнянь. Вони, як правило, не знаходять практичних застосувань.

У старшій школі розширюються класи рівнянь, нерівностей, їх систем, методи розв'язування, сфери застосування. Вивчення цього матеріалу пов'язується з властивостями відповідних функцій.

Як і в основній школі, геометрія у старшій школі має навчати учнів правильному сприйманню навколишнього світу. Але для цього стереометрія має більше можливостей. Ідеться про розвиток логічного мислення, формування просторової уяви, вироблення навичок застосування геометрії до розв'язування практичних завдань. Розв'язування цих завдань розпочинається з розгляду теми «Паралельність прямих і площин у просторі». У ній закладається фундамент для вивчення стереометрії — геометрії простору. Особливу увагу необхідно приділити реалізації прикладної спрямованості теми. Головним внеском у розв'язання зазначеної проблеми є формування чітких уявлень про взаємовідношення геометричних об'єктів (прямих, площин) і відношень між ними з об'єктами навколишнього світу. Важливе місце в темі необхідно відвести навчанню учнів зображенню просторових фігур на площині й застосуванню цих зображень під час розв'язування задач.

У процесі вивчення теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» закладається фундамент для вимірювань у стереометрії. Значної уваги вимагає формування таких фундаментальних понять, як загальне поняття відстані, поняття кута як міри розміщення прямих і площин та двогранного кута як геометричної фігури. З введенням відношення перпендикулярності прямих і площин, перпендикулярності площин, а також відстаней і кутів моделюючи можливості курсу стереометрії значно зростають. Розгляд теми «Координати і вектори» дасть змогу повторити навчальний матеріал із стереометрії й застосувати новий підхід до вивчення прямих і площин у просторі. Окремим завданням вивчення теми «Координати і вектори» є узагальнення векторного й координатного методів у випадку простору.

У темах «Многогранники», «Тіла обертання» розглядаються основні види геометричних тіл та їхні властивості. Під час вивчення цих тем важливим є підхід, що передбачає формування навичок конструювання і класифікації тіл та їх поверхонь. Такий підхід потребує використання конструктивних означень. Конструктивні означення дають змогу встановити спільність між призмами й циліндрами, пірамідами та конусами. У процесі вивчення теми «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл» мають бути розглянуті різні методи обчислення об'ємів і площ поверхонь. Особливу увагу необхідно приділити методу розбиття, який має велике практичне значення. Використання аналогії між вимірюваннями площ плоских фігур й об'ємів сприятиме засвоєнню матеріалу учнями. Під час вивчення площ поверхонь тіл доцільно широко користуватися природною й важливою з практичної точки зору ідеєю розгортки.

Програма передбачає реалізацію діяльнісного підходу до навчання математики як головної умови забезпечення ефективності математичної освіти.

Навчальний процес у старшій школі потребує і робить можливим використання специфічних форм та методів навчання. Можливість їх використання зумовлена віковими особливостями старшокласників, набутими в основній школі навичками самостійної роботи, рівнем розвинення загальнонавчальних і пізнавальних видів діяльності. Основною формою проведення занять залишається система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь розв'язувати задачі, узагальнення та систематизації знань, контролю й корекції знань. Поряд із цим використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, інтегровані уроки математики з профільним предметом тощо.

Реалізація рівневої диференціації на практичних заняттях є однією з головних умов ефективності навчання. Особливістю практичних занять має бути постійне залучення учнів до самостійної роботи. Доцільно спільно обговорити ідею та алгоритм розв'язування певного класу задач. Після цього кожен учень може виконувати запропоновану систему вправ, спілкуючись із вчителем.

Важливе місце в організації навчання математики має посісти вдосконалення, у порівнянні з основною школою, системи самостійної роботи учнів. Формуванню відповідних мотивів до самостійної роботи сприяє застосування завдань на рисунках, контрольних запитань, зокрема прикладного характеру, домаш-

ніх робіт з дослідження конкретних класів функцій, геометричних конструкцій.

Важливим засобом навчання можуть стати контрольні запитання й тестові завдання, які спрямовані не на відтворення означень, фактів, формул, а на з'ясування елементів та структури означень математичних об'єктів; їх місця в системі інших понять; операцій, які можна виконувати з об'єктом, його особливостей і властивостей. Подібні контрольні запитання стимулюють продуктивне мислення учнів, сприяють неформальному засвоєнню теоретичного матеріалу, формують навички порівняння, класифікації, узагальнення, застосування математичних понять й об'єктів.

Обов'язковим елементом технології навчання має бути постійна діагностика навчальних досягнень учнів. Вивчення кожної теми слід починати з виконання діагностичної роботи, що дає змогу встановити рівень володіння матеріалом попередньої теми. За результатами діагностичної роботи виявляються прогалини в підготовці учня, його досягнення, що допомагає спрямувати зусилля як самого учня, так і викладача на поліпшення стану справ.

Значне місце в технології навчання має посідати тематичний контроль навчальних досягнень як засіб управління навчальним процесом. До кожної теми система контролю може складатися з тематичної контрольної роботи, що, як правило, включає дві частини — теоретичну й тестову.

Обов'язковим елементом навчання мають стати індивідуальні завдання з теми. Їх варто пропонувати на завершальному етапі вивчення теми для самостійного опрацювання після всіх контролюючих заходів. Мета завдань — охопити матеріал теми загалом, привернути увагу до головного, дати додаткові приклади й пояснення окремих складних моментів, підкреслити особливості й тонкощі, переконати учнів у можливості розв'язування задач основних типів. Індивідуальні завдання перевіряються, оцінюються вчителем та захищаються учнем. Варто планувати виконання індивідуальних завдань, які передбачають ознайомлення як з розвитком математики в історичному аспекті (наприклад, з теми «Скільки існує геометрій?»), так і змістовних («Перспектива», «Математика і соціологія»).

Одним з ефективних засобів удосконалення навчання, особливо у старшій школі, є модульне проектування навчального процесу, яке передбачає, що одиницею виміру навчального процесу є не урок, а певна сукупність уроків, що охоплює логічно пов'язаний блок навчальних питань теми.

Програма передбачає насамперед оволодіння загальною математичною культурою, вироблення математичного стилю мислення, тобто вміння класифікувати об'єкти, встановлювати закономірності, виявляти зв'язки між різними явищами, приймати рішення тощо.

Структура навчальної програми. Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів та зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів орієнтують на результати навчання, які є об'єктом контролю й оцінювання. У змісті вказано навчальний матеріал, який підлягає вивченню з метою досягнення відповідних результатів.

Зміст навчання математики структуровано за темами відповідних навчальних курсів із зазначенням послідовності тем та кількості годин на їх вивчення. Такий розподіл змісту й навчального часу є орієнтовним. Учителям й авторам підручників надається право коригувати послідовність вивчення тем та змінювати розподіл годин на їх вивчення залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій. На початку кожного класу вказано значну кількість резервних годин, які вчитель на власний розсуд може витрачати на систематизацію та повторення матеріалу на початку й у кінці року, збільшення кількості годин на кожну із вказаних тем, зокрема для внесення змін до орієнтовного календарно-тематичного плану. За умови виділення годин варіативної складової на вивчення математики додатковий час поповнює години резерву.

Програма містить перелік очікуваних результатів рівня підготовки учнів за кожною темою. Він слугує основою для планування системи тематичного контролю, для діагностичного конструктивного задання цілей вивчення теми у вигляді системи завдань, можливість розв'язування яких надає вивчення теми.

Програма надає вчителю широкі можливості для використання різних засобів, форм, методів навчання, вибору методичних шляхів і прийомів викладення конкретного матеріалу.

Навчальні теми, визначені програмою, можуть вивчатися учнями на різних рівнях засвоєння теоретичного матеріалу й формування вмінь. За умови недостатнього рівня математичної підготовки учнів класу деякі теми на уроках можуть розглядатися без доведень, на простих і доступних прикладах, і не виноситися в повному обсязі для тематичного контролю. Зацікавлені учні можуть детальніше опановувати такі теми самостійно за

підручником, на курсах за вибором чи під час індивідуального навчання в позаурочний час.

Особливості оцінювання та ведення журналу. У кінці кожної теми з алгебри і початків аналізу та з геометрії вчитель проводить тематичне оцінювання. Під час виставлення тематичної оцінки враховуються всі види навчальної діяльності, що підлягали оцінюванню протягом вивчення теми.

Семестрове оцінювання здійснюється на підставі тематичного окремо з алгебри і початків аналізу й окремо з геометрії. Типовими навчальними планами закладів загальної середньої освіти III ступеня передбачене оцінювання учнів 10–11 класів з математики. Семестрова оцінка з математики виводиться як середнє арифметичне семестрових оцінок із двох математичних курсів (алгебри і початків аналізу та геометрії) і здійснюється округлення до цілого числа. (Наприклад, учень/учениця має семестрові оцінки: 8 — з алгебри і початків аналізу і 9 — з геометрії. Тоді середнє значення становитиме $(8 + 9) : 2 = 8,5 \approx 9$. Отже, семестрова оцінка з математики — 9.) **Семестрова оцінка** з математики виставляється без дати до класного журналу на сторінку з алгебри і початків аналізу в стовпчик з надписом «I семестр. Математика», «II семестр. Математика» та на сторінку зведеного обліку. Семестрова оцінка може підлягати коригуванню відповідно до «Інструкції з ведення класного журналу учнів 5–11(12)-х класів загальноосвітніх навчальних закладів», затвердженої наказом Міністерства освіти і науки України від 03 червня 2008 р. № 496. Коригована семестрова оцінка з математики виводиться як середнє арифметичне скоригованих семестрових оцінок із двох математичних курсів (алгебри і початків аналізу та геометрії) і здійснюється округлення до цілого числа за наведеним прикладом. Виставляється коригована семестрова оцінка з математики на сторінку з алгебри і початків аналізу.

Річне оцінювання здійснюється на основі семестрових або скоригованих семестрових оцінок з математики. Річна оцінка з математики виставляється на сторінку з алгебри і початків аналізу в стовпчик з надписом «Річна. Математика». На сторінку зведеного обліку навчальних досягнень учнів річна оцінка з математики виставляється у стовпчик «Математика».

Алгебра і початки аналізу

10 клас (54 год, I семестр — 16 год, 1 год на тиждень,

II семестр — 38 год, 2 год на тиждень,

резерв — 7 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів		Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ФУНКЦІЇ, ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ (15 год)		
Учень/учениця: користується різними способами задання функцій; знаходить область визначення функціональних залежностей; значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення; встановлює за графіком функції її основні властивості; встановлює властивості функцій; обчислює та порівнює значення виразів, які містять степені з раціональними показниками, корені; розпізнає та схематично зображує графіки степеневих функцій; моделює реальні процеси за допомогою степеневих функцій		Числові функції та їхні властивості. Способи задання функцій. Парні та непарні функції. Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості. Степінь з раціональним показником і його властивості. Степеневі функції, їхні властивості та графіки
Тема 2. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ (18 год)		
Учень/учениця: вміє переходити від радіанної міри кута до градусної й навпаки; встановлює відповідність між дійсними числами й точками на одиничному колі; розпізнає і схематично будує графіки тригонометричних функцій;		Синус, косинус, тангенс кута. Радіанне вимірювання кутів. Тригонометричні функції числового аргументу. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення.

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
ілюструє властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків; перетворює нескладні тригонометричні вирази; застосовує тригонометричні функції до опису реальних процесів; розв'язує найпростіші тригонометричні рівняння	Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Формули додавання для тригонометричних функцій і наслідки з них. Найпростіші тригонометричні рівняння
Тема 3. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ (14 год) Учень/учениця: розуміє значення поняття похідної для опису реальних процесів, зокрема механічного руху; знаходить швидкість зміни величини в точці; кутовий коефіцієнт і кут нахилу дотичної до графіка функції в даній точці; диференціює функції, використовуючи таблицю похідних і правила диференціювання; застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності й екстремумів функції, побудови графіків; знаходить найбільше і найменше значення функції; розв'язує нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин	Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Правила диференціювання. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання і спадання функції. Екстремуми функції. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їхніх графіків. Найбільше і найменше значення функції на проміжку

Алгебра і початки аналізу

11 клас (54 год, I семестр — 16 год, 1 год на тиждень,
II семестр — 38 год, 2 год на тиждень, резерв — 18 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів		Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ (16 год)		
Учень/учениця: розпізнає і будує графіки показникової та логарифмічної функцій; ілюструє властивості показникової та логарифмічної функцій за допомогою графіків; застосовує показникову та логарифмічну функції для опису реальних процесів; розв'язує найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і й нерівності		Властивості та графіки показникової функції. Логарифми та їх властивості. Властивості та графік логарифмічної функції. Найпростіші показникові та логарифмічні рівняння й нерівності
Тема 2. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ (10 год)		
Учень/учениця: знаходить первісні за допомогою таблиці первісних та їх властивостей; виділяє первісну, що задовольняє задані початкові умови; обчислює інтеграл за допомогою таблиці первісних та їх властивостей; знаходить площі криволінійних трапецій		Первісна та її властивості. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Обчислення площ плоских фігур
Тема 3. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЙ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ (10 год)		
Учень/учениця: розуміє що таке перестановки, розміщення, комбінації (без		Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення, комбінації (без повторень).

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
повторень), класичне визначення поняття ймовірності, що таке генеральна сукупність і вибірка, означення середнього значення, моди та медіани вибірки; обчислює відносну частоту події; кількість перестановок, розміщень, комбінацій; ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами; пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки; знаходить числові характеристики вибірки даних; застосовує ймовірнісні характеристики вибірки до розв'язання прийняття рішень	Класичне визначення ймовірності випадкової події. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку

Геометрія

10 клас (51 год, I семестр — 32 год, 2 год на тиждень,
II семестр — 19 год, I год на тиждень, резерв — 7 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН (17 год) Учень/учениця: називає основні поняття стереометрії; розрізняє означувані та неозначувані поняття, аксіоми та теореми; формулює аксіоми стереометрії та наслідки з них;	Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них. Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельне проектування та його властивості. Зображення фігур у стереометрії. Паралельність прямої та площини. Паралельність площин

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
застосовує аксіоми стереометрії та наслідки з них до розв'язування нескладних задач; класифікує за певними ознаками взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі за кількістю їх спільних точок; встановлює паралельність прямих, прямої та площини, двох площин; з'ясовує, чи є дві прямі мимобіжними; зображає фігури у просторі; застосовує відношення паралельності між прямими і площинами у просторі до опису відношень між об'єктами навколишнього світу	
Тема 2. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ (17 год)	
Учень/учениця: встановлює та обґрунтовує перпендикулярність прямих, прямої та площини, двох площин; формулює означення кута між прямими, прямою та площиною, площинами; теорему про три перпендикуляри; застосовує відношення між прямими і площинами у просторі, відстані й кути у просторі до опису об'єктів навколишнього світу; розв'язує задачі на знаходження відстаней і кутів у просторі, зокрема практичного змісту	Перпендикулярність прямих. Перпендикулярність прямої і площини. Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Двогранний кут. Вимірювання відстаней у просторі: від точки до площини, від прямої до площини, між площинами. Вимірювання кутів у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами
Тема 3. КООРДИНАТИ І ВЕКТОРИ (10 год)	
Учень/учениця: користується аналогією між векторами й координатами на площині й у просторі;	Прямокутні координати в просторі. Координати середини відрізка. Відстань між двома точками.

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
усвідомлює важливість векторно-координатного методу в математиці; виконує операції над векторами; застосовує вектори для моделювання й обчислення геометричних і фізичних величин; знаходить відстань між двома точками, координати середини відрізка, координати точок, симетричних відносно початку координат і координатних площин; використовує координати у просторі для вимірювання відстаней, кутів	Вектори у просторі. Операції над векторами. Формули для обчислення довжини вектора, кута між векторами, відстані між двома точками. Симетрія відносно початку координат і координатних площин

Геометрія

11 клас (51 год, I семестр — 32 год, 2 год на тиждень,
II семестр — 19 год, 1 год на тиждень, резерв — 14 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. МНОГОГРАННИКИ (14 год)	
Учень/учениця: розпізнає основні види многогранників та їх елементи; зображує основні види многогранників та їх елементи; має уявлення про перерізи многогранника площиною; формулює означення вказаних у змісті многогранників; записує формули для обчислення площі бічної та повної поверхонь призм та пірамід;	Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники. Призма. Пряма і правильна піраміда. Паралелепіпед. Піраміда. Правильна піраміда. Перерізи многогранників. Площі бічної та повної поверхонь призм, пірамід

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
обчислює величини основних елементів многогранників; застосовує вивчені формули і властивості до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту	
Учень/учениця: обчислює величини основних елементів тіл обертання; застосовує властивості тіл обертання до розв'язування задач; розпізнає види тіл обертання, їхні елементи; многогранники й тіла обертання в їх комбінаціях в об'єктах навколишнього світу	Тема 2. ТІЛА ОБЕРТАННЯ (12 год) Циліндр, конус, їх елементи. Перерізи циліндра й конуса: осьові перерізи циліндра й конуса; перерізи циліндра й конуса площинами, паралельними основі. Куля і сфера. Переріз кулі площиною
Учень/учениця: записує формули для обчислення об'ємів паралелепіпеда, піраміди, циліндра, конуса, кулі, площ бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, площі сфери; має уявлення про об'єм тіла та його основні властивості; розв'язує задачі на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл, зокрема прикладного змісту	Тема 3. ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ (11 год) Поняття про об'єм тіла. Основні властивості об'ємів. Об'єми призми, паралелепіпеда, піраміди, циліндра, конуса, кулі. Площі бічної та повної поверхонь циліндра, конуса. Площа сфери

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ

для учнів 10–11 класів

закладів загальної середньої освіти

Профільний рівень

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Вступ

Програма призначена для організації навчання математики на профільному рівні. Вона розроблена на основі Державного стандарту базової і повної середньої освіти з урахуванням особливостей відповідних профілів навчання.

Мета навчання математики на профільному рівні полягає в забезпеченні свідомого й міцного оволодіння системою математичних знань, навичок й умінь, які потрібні в повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатні для вивчення інших шкільних дисциплін і продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями із значною математичною складовою.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких завдань:

- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід’ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві; стійкої позитивної мотивації до навчання;
- оволодіння учнями мовою математики, системою математичних знань, навичками та вміннями, потрібними в повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння знаннями інших освітніх галузей і забезпечення мотивації потреби неперервності навчатися впродовж життя;
- інтелектуальний розвиток особистості — розвиток логічного мислення та інтуїції учнів, просторової уяви, пам’яті, уваги, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури;
- громадянське виховання та формування позитивних рис особистості — ініціативності та творчості, пізнавальної самостійності та інтересу, потреби в самоосвіті, здатності адаптуватися до умов, що змінюються;

- формування життєвих компетентностей учня — позитивних рис характеру (наполегливості, волі, культури думки й поведінки, обґрунтованості суджень, відповідальності за доручену справу тощо);
- формування загальнолюдських духовних цінностей особистості; виховання національної самосвідомості, поваги до національної культури і традицій України.

Змістове наповнення програми реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей і ставлення, що дає змогу обґрунтовано робити висновки про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в соціумі.

Передбачається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- розпізнає життєві чи предметні ситуації як задачі, що можна розв'язати математичними методами; формулює їх математичною мовою та розв'язує, використовуючи математичні компетентності, оцінює похибку обчислень й інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов, змісту та цілей предмета дослідження; застосовує математичні моделі під час вивчення природничих (фізика, астрономія, географія, економіка, хімія, біологія) та інших навчальних предметів;
- логічно мислить (аналізує та порівнює, прогнозує результат, узагальнює й систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить контрприклад, висуває та перевіряє гіпотези); володіє алгоритмами та евристиками;
- користується відповідними джерелами для пошуку математичної інформації, може самостійно її проаналізувати та передати математичну суть (у текстовій, графічній, табличній, знаково-символьній формах);
- виконує математичні розрахунки, раціонально поєднуючи усні та письмові обчислення, використовує електронні обчислювальні пристрої;
- виконує тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів під час розв'язування різних задач (рівнянь, нерівностей, їх систем, геометричних задач, задач із застосуванням тригонометрії);
- аналізує графіки функціональних залежностей, досліджує їхні властивості; використовує властивості елементарних

функцій для аналізу та опису реальних явищ, фізичних процесів, залежностей;

- володіє методами математичного аналізу в обсязі, що дає змогу досліджувати властивості елементарних функцій, будувати їх графіки й розв'язувати нескладні прикладні задачі;
- обчислює ймовірності випадкових подій, оцінює шанси їх настання, аналізує випадкові величини та знаходить їх найпростіші характеристики, розуміє значення головних статистичних показників, обирає оптимальні рішення;
- зображує геометричні фігури, встановлює й обґрунтовує їхні властивості; застосовує властивості фігур під час розв'язування задач; вимірює геометричні величини, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходить кількісні характеристики фігур (площі, об'єми).

Крім того, навчання математики має зробити певний внесок у формування ключових компетентностей.

№	Ключові компетентності	Компоненти
1	Спілкування державною (і рідною в разі відмінності) мовою	Уміння: ставити запитання й розпізнавати проблему; міркувати, робити висновки на основі інформації, поданої в різних формах (у таблицях, діаграмах, на графіках); розуміти, пояснювати й перетворювати тексти математичних задач (усно й письмово), грамотно висловлюватися рідною мовою; доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень; поповнювати свій словниковий запас. Ставлення: розуміння важливості чітких і лаконічних формулювань. Навчальні ресурси: означення понять, формулювання властивостей, доведення теорем, розв'язування задач
2	Спілкування іноземними мовами	Уміння: спілкуватися іноземною мовою з використанням числівників, математичних понять і найуживаніших термінів; ставити запитання, формулювати проблему; зіставляти математичний термін чи буквене позначення з його походженням з іноземної мови, правильно використовувати математичні терміни в повсякденному житті

№	Ключові компетентності	Компоненти
		Ставлення: усвідомлення важливості вивчення іноземних мов для розуміння математичних термінів і позначень, пошуку інформації в іншомовних джерелах. Навчальні ресурси: тексти іноземною мовою з використанням статистичних даних, математичних термінів
3	Математична компетентність	Уміння: оперувати числовою інформацією, геометричними об'єктами на площині та в просторі; встановлювати просторові відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, культурними, технічними тощо); розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту; будувати й досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; прогнозувати в контексті навчальних і практичних задач; використовувати математичні методи в життєвих ситуаціях. Ставлення: усвідомлення значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку технологічного, економічного й оборонного потенціалу держави, успішного вивчення інших дисциплін. Навчальні ресурси: розв'язування математичних задач, зокрема таких, що моделюють реальні життєві ситуації
4	Основні компетентності у природничих науках і технологіях	Уміння: розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі та які можна розв'язати засобами математики; будувати та досліджувати математичні моделі природних явищ і процесів. Ставлення: усвідомлення важливості математики як універсальної мови науки, техніки та технологій. Навчальні ресурси: складання графіків і діаграм, які ілюструють функціональні залежності результатів впливу людської діяльності на природу
5	Інформаційно-цифрова компетентність	Уміння: структурувати дані; діяти за алгоритмом і складати алгоритми; визначати достатність даних для розв'язування задачі; використовувати різні знакові системи; знаходити інформацію та оцінювати її достовірність; доводити істинність тверджень.

№	Ключові компетентності	Компоненти
		Ставлення: критичне осмислення інформації та джерел її отримання; усвідомлення важливості ІКТ для ефективного розв'язування математичних задач. Навчальні ресурси: візуалізація даних, побудова графіків і діаграм за допомогою програмних засобів
6	Уміння вчитися впродовж життя	Уміння: визначати мету навчальної діяльності, добирати й застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення цієї мети; організовувати та планувати свою навчальну діяльність; моделювати власну освітню траєкторію, аналізувати, контролювати, коригувати та оцінювати результати своєї навчальної діяльності; доводити правильність власного судження або визнавати його помилковість. Ставлення: усвідомлення власних освітніх потреб та цінності нових знань і вмінь; зацікавленість у пізнанні світу; розуміння важливості вчитися впродовж життя; прагнення до вдосконалення результатів своєї діяльності. Навчальні ресурси: моделювання власної освітньої траєкторії, статистична інформація, історичні задачі, завдання ймовірнісного змісту
7	Ініціативність і підприємливість	Уміння: генерувати нові ідеї, вирішувати життєві проблеми, аналізувати, ухвалювати оптимальні рішення; використовувати критерії практичності, ефективності та точності, щоб обрати найкраще рішення; аргументувати та захищати свою позицію, дискутувати; використовувати різні стратегії, шукаючи оптимальні способи розв'язування життєвого завдання. Ставлення: ініціативність; відповідальність, упевненість у собі; переконаність, що успіх команди — це й особистий успіх; позитивне оцінювання та підтримка конструктивних ідей інших. Навчальні ресурси: задачі підприємницького змісту (оптимізаційні задачі)
8	Соціальна та громадянська компетентності	Уміння: аргументувати та відстоювати свою позицію; ухвалювати аргументовані рішення в життєвих ситуаціях; співпрацювати в команді, вносити свою частку в роботу групи для вирішення проблеми;

№	Ключові компетентності	Компоненти
		аналізувати власну економічну ситуацію, родинний бюджет, застосовуючи математичні методи; орієнтуватися в широкому колі послуг і товарів на основі чітких критеріїв, робити споживчий вибір, спираючись, зокрема, і на математичні дані. Ставлення: ощадливість і поміркованість; рівне ставлення до інших незалежно від статків, соціального походження; відповідальність за спільну справу. Навчальні ресурси: задачі соціального змісту
9	Обізнаність і самовираження у сфері культури	Уміння: здійснювати необхідні розрахунки для встановлення пропорцій, відтворення перспективи, створення об'ємно-просторових композицій; унаочнювати математичні моделі, зображати фігури, графіки, рисунки, схеми, діаграми. Ставлення: усвідомлення взаємозв'язку математики та культури на прикладах з архітектури, живопису, музики та ін.; розуміння важливості внеску математиків у загальносвітову культуру. Навчальні ресурси: задачі на золотий переріз, математичні моделі в різних видах мистецтва
10	Екологічна грамотність і здорове життя	Уміння: висловлювати власну думку, слухати й чути інших, оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів; аналізувати і критично оцінювати соціально-економічні події в державі на основі статистичних даних; враховувати правові, етичні, екологічні й соціальні наслідки рішень; розпізнавати, як інтерпретації результатів вирішення проблем можуть бути використані для маніпулювання. Ставлення: усвідомлення взаємозв'язку математики та екології на основі статистичних даних; ощадливе й бережливе ставлення до природних ресурсів, чистоти довкілля та дотримання санітарних норм побуту; розгляд порівняльної характеристики щодо вибору здорового способу життя; власна думка та позиція до зловживань алкоголем, нікотином тощо. Навчальні ресурси: задачі соціально-економічного, екологічного змісту; задачі, які сприяють усвідомленню цінності здорового способу життя

Наскрізнi лiнii та їх реалiзацiя. У навчальнiй програмi виокремлюються такi чотири наскрiзнi лiнii ключових компетентностей: «Екологiчна безпека та сталий розвиток», «Громадянська вiдповiдальнiсть», «Здоров'я i безпека», «Пiдприємливiсть i фiнансова грамотнiсть», якi спрямованi на формування в учнiв здатностi застосовувати знання й умiння в реальних життєвих ситуацiях.

Наскрізнi лiнii є засобом iнтеграцiї ключових i загальнопредметних компетентностей, навчальних предметiв i предметних циклiв; їх необхідно враховувати пiд час формування шкiльного середовища життєдiяльностi.

Наскрізнi лiнii є соцiально значимими надпредметними темами, якi допомагають формуванню в учнiв уявлень про суспiльство загалом, розвивають здатнiсть застосовувати отриманi знання в рiзних життєвих ситуацiях.

Навчання за наскрiзними лiнiями реалiзується насамперед:

- через органiзацiю вiдповiдного навчального середовища — змiст i цiлi наскрiзних тем враховуються пiд час формування духовного, соцiального та фiзичного середовища навчання;
- через базовi навчальнi предмети — пiд час навчання, на пiдставi наскрiзних тем, проводяться вiдповiднi трактування, приклади й методи навчання, реалiзуються надпредметнi, мiжкласовi та загальношкiльнi проекти. Роль навчальних предметiв пiд час навчання наскрiзних тем рiзна й залежить вiд цiлей i змiсту навчального предмета та вiд того, наскiльки тiсно пов'язаний з конкретною наскрiзною темою той чи iнший предметний цикл;
- через предмети за вибором;
- через спецiальнi курси за вибором;
- через позакласну навчальну роботу.

Наскрізнi лiнii:

1. Наскрізна лiнiя «Екологiчна безпека та сталий розвиток» орієнтована на формування в учнiв соцiальної активностi, вiдповiдальностi та екологiчної свiдомостi, готовностi брати участь у вирiшеннi питань збереження довкiлля й розвитку суспiльства, усвiдомлення важливостi сталого розвитку для майбутнiх поколiнь.

Проблематика наскрiзної лiнii «Екологiчна безпека та сталий розвиток» реалiзується в курсi математики, насамперед через завдання з реальними даними про використання природних ресурсiв, їх збереження та примноження. Аналiз цих даних сприяє

розвитку бережливого ставлення до навколишнього середовища, екології, формуванню критичного мислення, вміння вирішувати проблеми, критично оцінювати перспективи розвитку навколишнього середовища та людини. Можливе проведення уроків просто неба. Під час розгляду цієї лінії важливе місце посідають відсоткові обчислення, функції, елементи теорії ймовірностей та статистики.

2. Реалізація наскрізної лінії **«Громадянська відповідальність»** сприятиме формуванню відповідального члена громади і суспільства, що розуміє принципи й механізми функціонування суспільства. Ця наскрізна лінія освоюється переважно через колективну діяльність (дослідницькі роботи, роботи в групі, проекти тощо), яка поєднує математику з іншими навчальними предметами та розвиває в учнів готовність до співпраці, толерантність щодо різноманітних способів діяльності й думок.

Навчання математики має викликати в учнів якомога більше позитивних емоцій, а її зміст — бути спрямованим на виховання порядності, старанності, систематичності, послідовності, посидючості й чесності. Приклад учителя покликаний відіграти важливу роль у формуванні толерантного ставлення до товаришів, незалежно від рівня навчальних досягнень. Із цієї ж наскрізною лінією пов'язані, наприклад, процентні обчислення, елементи статистики, що дають змогу учням зрозуміти значення кількісних показників при характеристиці суспільства і його розвитку.

3. Завданням наскрізної лінії **«Здоров'я і безпека»** є становлення учня як емоційно стійкого члена суспільства, здатного вести здоровий спосіб життя й формувати навколо себе безпечне життєве середовище.

Наскрізна лінія «Здоров'я і безпека» в курсі математики реалізується через завдання з реальними даними про безпеку і охорону здоров'я (текстові завдання, пов'язані із середовищем дорожнього руху, рухом пішоходів і транспортних засобів, відсотковими обчисленнями та графіками, що стосуються чинників ризику). Особливо важливим є аналіз причин ДТП, пов'язаних з перевищенням швидкості. Варто звернути увагу на проблеми, пов'язані з ризиками для життя та здоров'я під час вивчення основ теорії ймовірностей та математичної статистики. Вирішення проблем, знайдених з «ага-ефектом³», розгляд кра-

³ Під «ага-ефектом» мається на увазі спільне вирішення задачі з ефектом раптового здогаду, «еврики».

сивих математичних конструкцій, пошук оптимальних методів розв'язування задач тощо здатні викликати в учнів позитивне відчуття успіху.

4. Наскрізна лінія **«Підприємливість і фінансова грамотність»** спрямована на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, забезпечення кращого розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичення, страхування, кредитування тощо).

Ця наскрізна лінія пов'язана з розв'язуванням практичних задач щодо планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей, складання сімейного бюджету, формування економного ставлення до природних ресурсів. Вона реалізується під час вивчення відсоткових обчислень, рівнянь і функцій.

З метою підвищення ефективності навчання необхідною умовою є залучення до навчально-виховного процесу компетентнісного, діяльнісного та особистісно орієнтованого підходів, які передбачають систематичне включення учнів до різних видів активної навчально-пізнавальної діяльності та формування умінь, корисних у реальних життєвих ситуаціях. Доцільно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці. Формуванню математичної та ключових компетентностей сприяє встановлення та реалізація в навчанні математики міжпредметних і внутрішньопредметних зв'язків, а саме: змістово-інформаційних, операційно-діяльнісних й організаційно-методичних. Їх використання посилює пізнавальний інтерес учнів до навчання й підвищує їхній рівень загальної культури, створює умови для систематизації навчального матеріалу та формування наукового світогляду. Учні набувають досвіду застосування знань на практиці.

Важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури. На дохідливих прикладах слід показувати учням, як розвивалися математичні поняття й відношення, теорії та методи. Ознайомлення учнів з іменами та біографіями видатних учених,

які створювали математику, зокрема видатних українських математиків, сприятиме національному й патріотичному вихованню школярів.

Структура навчальної програми. Програма розрахована на 630 год: 420 год навчального часу відведено на вивчення алгебри та початків аналізу, 210 год — геометрії.

Розподіл змісту й навчального часу є орієнтовним. Учителям й авторам підручників надається право коригувати послідовність вивчення тем та змінювати розподіл годин на вивчення їх залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій. На основі орієнтовних тематичних планів учитель розробляє календарно-тематичний план, у якому конкретизується обсяг навчального матеріалу.

Програмою передбачено резерв навчального часу. Спосіб використання резервного часу вчитель може обрати самостійно: для повторення на початку навчального року матеріалу, який вивчався в попередніх класах, як додаткові години на вивчення окремих тем, якщо вони важко засвоюються учнями, для проведення інтегрованих із профільним або іншими предметами уроків тощо.

Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів та зміст навчального матеріалу. У змісті вказано навчальний матеріал, який підлягає вивченню у відповідному класі. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів орієнтують на результати навчання, які також є і об'єктом контролю та оцінювання.

В основу формування змісту програми покладено такі принципи:

- наступність у навчанні математики між різними ланками математичної освіти, наступність із допрофільним навчанням математики й навчанням математики на інших рівнях;
- збереження традицій вітчизняної методичної школи та накопиченого досвіду підготовки випускників спеціалізованих шкіл з поглибленим вивченням математики та предметів природничо-наукового циклу;
- збереження високого рівня теоретичної математичної підготовки як основи професійної підготовки, вироблення здатності успішно працювати в галузях природничих дисциплін, самостійно здобувати знання;

- формування необхідних загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей на основі цілеспрямованої реалізації міжпредметних зв'язків, зокрема предметів природничого циклу, які мають становити цілісну систему.

Математика посідає особливе місце в системі знань людства, виконуючи роль універсального та потужного методу сучасної науки. Тому особливу увагу варто приділити з'ясуванню ролі математики у сферах її застосування. Зокрема, забезпечити засобами математики формування в учнів правильних уявлень про математичне моделювання та навчити школярів його застосовувати для розв'язування широкого кола прикладних задач, зокрема фізичних. Вивчаючи математику на профільному рівні, старшокласники мають усвідомити, що процес її застосування до розв'язування будь-яких прикладних задач розподіляється на три етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної в задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, та до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задачі в межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язку задачі та його застосування до вихідної ситуації.

Час, визначений на вивчення алгебри і початків аналізу, дає можливість поглибити рівень опанування предметом за рахунок розгляду на уроках прикладних задач зі сфери техніки, енергетики, ядерної фізики, екології, економіки тощо, методи розв'язування яких спираються на вивчений матеріал.

Для курсу «Алгебра і початки аналізу» однією з провідних змістових ліній навчання є функціональна, тому в процесі навчання приділяється особлива увага дослідженням властивостей функцій у тій чи іншій формі. Важливо при цьому демонструвати взаємозв'язок між основними поняттями курсу: функція, рівняння та нерівність. Зокрема, розв'язування рівняння $f(x) = 0$, нерівностей $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ є окремими випадками задачі на дослідження функції $y = f(x)$ (знаходження нулів функції та проміжків її знакосталості). Також зауважте, що функції моделюють реальні процеси, тому в уявленні учнів має асоціюватися характер реального процесу з відповідною функцією, її графіком та властивостями. Наприклад, змінювання маси радіоактивної речовини має викликати уявлення про функцію $m = m_0 e^{-kt}$ ($k > 0$). Важливо, щоб притаманні явищу властивості (наприклад, зменшення чи збільшення маси, розпад речовини із часом)

пов'язувались із властивостями функцій (спадання, зростання, прямування до нуля, коли $t \rightarrow 0$). Доцільно особливу увагу приділити показниковій функції, яка широко використовується під час моделювання процесів і явищ навколишнього світу.

Одним з головних завдань вивчення математики на профільному рівні є також розвиток графічної культури учнів, що зумовлено практичними потребами — робота з графіками, діаграмами, рисунками посідає чільне місце в діяльності спеціаліста технічного та природничого профілів. Тому особливу увагу під час вивчення функцій слід приділити формуванню в учнів умінь встановлювати властивості функції за її графіком, будувати ескізи графіків функцій, заданих аналітичним виразом, у формі таблиці або за експериментально визначеними даними, а також виконувати геометричні перетворення графіків. Необхідно навчити учнів за графіком функції встановлювати її неперервність, точки розриву, проміжки зростання та спадання, знакосталості, найбільше і найменше значення.

До поняття похідної приводять багато задач природознавства, математики, техніки. Тому його доцільно вводити як узагальнення результатів розв'язування відповідних прикладних задач. Це одразу виділяє головний прикладний зміст поняття, робить його більш природним і доступним для сприймання. Під час формування поняття похідної слід виробляти розуміння того, що похідна моделює не лише швидкість механічного руху, а й швидкість зміни будь-якого процесу із часом (наприклад, швидкість нагрівання тіла, швидкість випаровування тощо). Одночасне вивчення фізичного та геометричного змісту похідної дає можливість показати учням зв'язок між швидкістю протікання процесу та «крутизною» його графіка.

Вивчення теми «Інтеграл та його застосування» починається з розгляду сукупності первісних даної функції. Особливо захоплюватись постановкою в учнів техніки інтегрування не варто. Формування технічних навичок інтегрування не повинно підмінювати використання інтегралів при моделюванні реальних процесів.

Поняття ймовірності доцільно формувати, поєднуючи статистичний та аксіоматичний підходи. При цьому слід залучати до розгляду значну кількість побутових і прикладних задач, що ілюструють і виявляють ймовірнісні та статистичні закономірності.

Значне місце в програмі приділено розв'язуванню задач із параметрами. У процесі розв'язування таких задач до арсеналу

прийомів та методів мислення школярів природно включаються аналіз, індукція та дедукція, узагальнення та конкретизація, класифікація та систематизація, аналогія. Ці задачі дають змогу перевірити рівень знання основних розділів шкільного курсу математики, рівень логічного мислення учнів, початкові навички дослідницької діяльності. Тому завдання з параметрами мають діагностичну та прогностичну цінність.

Основною формою проведення занять залишається система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь розв'язувати задачі, узагальнення та систематизації знань, контролю та корекції знань. До того ж ширше, ніж при вивченні курсу математики на академічному рівні, використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, а також нетрадиційні форми навчання (динамічні слайд-лекції, дидактичні ігри, уроки «однієї задачі», «однієї ідеї», математичні «бої», інтегровані уроки математики й фізики, поєднання вивчення алгебри і початків аналізу з обробкою (у тому числі комп'ютерною) даних, одержаних під час проведення лабораторних і практичних робіт на уроках фізики, астрономії, хімії, біології тощо). Можливі й різні форми індивідуальної або групової діяльності учнів, такі, наприклад, як звітні доповіді за результатами «пошукової» роботи на сторінках книг, журналів, сайтів в Інтернеті, «Допишемо підручник» тощо. Бажаним є залучення до участі в навчальному процесі викладачів вищих навчальних закладів, учених та спеціалістів.

Вибір вивчення математики на профільному рівні передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу кожного учня до математики, схильності до вибору в майбутньому професії, пов'язаної з нею. Незважаючи на це, мотиваційний етап навчального процесу в таких класах не можна ігнорувати. Одним зі способів мотивації, які доцільно використовувати в математичних та фізико-математичних класах, є створення проблемної ситуації. Така ситуація може бути досить складною, потребувати серйозних математичних знань і значних зусиль для її розв'язування. При спробі знайти спосіб розв'язування проблеми учні стикаються з недостатністю наявних у них математичних знань і необхідністю оволодіння новою предметною інформацією.

Широкі можливості для інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформацій-

ні технології навчання. Використовуючи їх, доцільно дотримуватися таких педагогічних умов:

- враховувати особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру; цикли життєдіяльності учня, його здібності, інтереси, нахили, індивідуальні відмінності учнів, форми їх прояву у сфері комунікативних відносин і в пізнавальній діяльності;
- відповідні технології навчання мають бути варіативними, особистісно орієнтованими, коли знання, вміння та навички розглядаються не лише як самоціль, а і як засіб розвитку пізнавальних й особистісних якостей учня; виховують в учня здатність бути суб'єктом свого розвитку, рефлексивного ставлення до самого себе;
- забезпечувати цілісне психолого-методичне проектування навчального процесу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання.

Підвищенню ефективності уроків математики в старших класах сприяє використання програмних засобів навчального призначення GRAN 1, GRAN 2D, GRAN 3D, DG, AGrapher, GeoGebra, бібліотек електронних наочностей та ін. За їх допомогою доступнішим стає вивчення низки тем курсу алгебри і початків аналізу та геометрії: побудова графіків функцій, розв'язування систем рівнянь і нерівностей, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, побудова перерізів геометричних тіл, обчислення об'ємів тіл обертання тощо.

Доцільною вбачається організація проблемно-пошукової (дослідницької) діяльності учнів на уроках та позакласних і факультативних заняттях з математики.

Оцінювання навчальних досягнень учнів. Контроль навчальних досягнень учнів здійснюється у вигляді поточного, тематичного, семестрового, річного оцінювання та державної підсумкової атестації.

Поточне оцінювання здійснюється у процесі поурочного вивчення теми. Його основними завданнями є: встановлення й оцінювання рівнів розуміння й первинного засвоєння окремих елементів змісту теми, встановлення зв'язків між ними та засвоєним змістом попередніх тем, закріплення знань, умінь і навичок.

Формами поточного оцінювання є індивідуальне та фронтальне опитування; тестова форма контролю та оцінювання навчаль-

них досягнень учнів; робота з графіками, схемами, діаграмами; виконання учнями різних видів письмових робіт; взаємоконтроль учнів у парах і групах; самоконтроль тощо. Поточне оцінювання учнів з математики проводиться безпосередньо під час навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт тощо. Інформація, отримана на підставі поточного контролю, є основою для коригування роботи вчителя на уроці.

Тематичному оцінюванню навчальних досягнень підлягають основні результати вивчення теми (розділу).

Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів забезпечує:

- усунення безсистемності в оцінюванні;
- підвищення об'єктивності оцінки знань, навичок і вмінь;
- індивідуальний та диференційований підхід до організації навчання;
- систематизацію й узагальнення навчального матеріалу;
- концентрацію уваги учнів до найсуттєвішого в системі знань.

Тематична оцінка виставляється на підставі результатів опанування учнями матеріалу теми впродовж її вивчення з урахуванням поточних оцінок, різних видів навчальних робіт (практичних, лабораторних, контрольних) та навчальної активності школярів. У процесі вивчення значних за обсягом тем можливе проведення кількох проміжних тематичних оцінювань.

Перед початком вивчення чергової теми всі учні мають бути ознайомлені з тривалістю вивчення теми (кількість занять); кількістю й тематикою обов'язкових робіт і термінами їх проведення; критеріями оцінювання.

Алгебра і початки аналізу

10 клас (210 год, 6 год на тиждень, резерв — 24 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ФУНКЦІЇ, МНОГОЧЛЕНИ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНІСТІ (36 год) Учень/учениця: зображує на діаграмах або числовій прямій об'єднання й переріз множин та ілюструє поняття підмножини; формулює означення підмножини, об'єднання й перерізу множин; знаходить об'єднання й переріз числових множин; користується різними способами задання функцій; формулює означення числової функції, зростаючої і спадної функцій, парної і непарної функцій; знаходить область визначення функцій, значення функцій при заданих значеннях аргументу та значення аргументу, за яких функція набуває даного значення; встановлює за графіком функції її властивості; виконує й пояснює перетворення графіків функцій; досліджує функції та використовує одержані результати при побудові графіків функцій; виконує ділення многочленів з остачею, користується теоремою Безу при розв'язуванні рівнянь і нерівностей; розв'язує найпростіші рівняння з параметрами, нерівності за допомогою методу інтервалів; користується методом математичної індукції для доведення тверджень	Множини, операції над множинами. Числові функції. Способи задання функцій. Область визначення і множина значень функції. Графік функції. Парність і непарність функцій, найбільше і найменше значення функції. Властивості графіків парних і непарних функцій. Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій. Оборотні функції. Взаємно обернені функції. Графік оберненої функції. Найпростіші рівняння з параметрами. Нерівності. Метод інтервалів. Ділення многочленів. Теорема Безу та наслідки з неї. Метод математичної індукції

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 2. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ (30 год) Учень/учениця: формулює означення кореня n-го степеня, арифметичного кореня n-го степеня, степеня з раціональним показником, властивості коренів та степеня з раціональним показником; обчислює, оцінює та порівнює значення виразів, які містять корені та степені з раціональними показниками; зображує графік степеневих функцій; розв'язує ірраціональні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами; застосовує властивості функцій до розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей	Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості. Перетворення виразів з коренями n-го степеня. Функція $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік. Степінь з раціональним показником, його властивості. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником. Степенева функція, її властивості та графік. Ірраціональні рівняння. Ірраціональні нерівності. Ірраціональні рівняння, нерівності з параметрами
Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ (34 год) Учень/учениця: виконує перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки; встановлює відповідність між дійсними числами й точками на одиничному колі; обчислює значення тригонометричних виразів за допомогою тотожних перетворень; формулює означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кута числового аргументу; властивості тригонометричних функцій; властивості періодичних функцій; будує графіки періодичних функцій;	Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Тригонометричні формули: формули додавання, формули подвійного аргументу, формули перетворення суми й різниці

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
ілюструє властивості періодичних функцій за допомогою графіків; перетворює тригонометричні вирази	тригонометричних функцій у добуток, формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму, формули пониження степеня, формули потрійного аргументу, формули половинного аргументу. Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу
Тема 4. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ (32 год)	
Учень/учениця: формулює означення обернених тригонометричних функцій; обґрунтовує формули коренів тригонометричних рівнянь; розв'язує тригонометричні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами	Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки. Найпростіші тригонометричні рівняння. Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь. Тригонометричні нерівності. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами. Рівняння і нерівності, які містять обернені тригонометричні функції
Тема 5. ГРАНИЦЯ ТА НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЙ. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ (54 год)	
Учень/учениця: формулює означення границі функції в точці; неперервності функції; формулює основні властивості границі функції та використовує їх для знаходження границь заданих функцій; пояснює геометричний і фізичний зміст похідної;	Границя функції в точці. Основні теореми про границі функції в точці. Неперервність функції в точці й на проміжку. Задачі, які приводять до поняття похідної. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Рівняння дотичної до графіка функції.

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
формулює означення похідної функції в точці, правила диференціювання, достатні умови зростання і спадання функції, необхідні й достатні умови екстремуму функції; знаходить кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в даній точці; знаходить похідні функцій; застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності й екстремумів функції; знаходить найбільше і найменше значення функції; досліджує функції за допомогою похідної та будує графіки функцій; розв'язує прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин; застосовує результати дослідження функції за допомогою похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей та доведення нерівностей; описує поняття опуклості та точки перегину функції; застосовує другу похідну до знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину; досліджує функції за допомогою першої та другої похідних і використовує одержані результати для побудови графіків функцій; застосовує похідну до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту	Правила диференціювання: похідна суми, добутку й частки функцій. Складена функція. Похідна складеної функції. Похідні степеневої та тригонометричних функцій. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання і спадання функції. Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку. Застосування похідної для розв'язування рівнянь та доведення нерівностей. Друга похідна. Поняття опуклості функції. Точки перегину. Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину. Застосування першої та другої похідних до дослідження функції і побудови їх графіків. Асимптоти графіка функції. Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту

Алгебра і початки аналізу

11 клас (210 год, 6 год на тиждень, резерв — 80 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФІМІЧНА ФУНКЦІЇ (40 год) Учень/учениця: формулює означення показникової і логарифмічної функцій та їх властивості; формулює означення логарифма та властивості логарифмів; буде графіки показникових і логарифмічних функцій; перетворює вирази, які містять логарифми; знаходить похідні показникових, логарифмічних, степеневих функцій і застосовує їх до дослідження цих класів функцій; розв'язує показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами; застосовує показникову та логарифмічну функції до розв'язування прикладних задач	Степінь з дійсним показником. Показникова функція. Логарифми та їх властивості. Логарифмічна функція. Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами. Похідні показникової та логарифмічної функцій
Тема 2. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ (30 год) Учень/учениця: формулює означення первісної і невизначеного інтеграла та їх основні властивості; описує поняття визначеного інтеграла; формулює властивості визначеного інтеграла; знаходить первісні та визначений інтеграл за допомогою правил знаходження первісних та перетворень; застосовує інтеграл для розв'язування прикладних задач	Первісна та її властивості. Таблиця первісних. Невизначений інтеграл та його властивості. Визначений інтеграл, його фізичний та геометричний зміст. Формула Ньютона–Лейбніца. Обчислення площ плоских фігур. Обчислення об'ємів тіл обертання

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 3. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ (30 год) Учень/учениця: обчислює ймовірність події, користуючись аксіомами теорії ймовірностей, наслідками з них, операціями над подіями, поняттям умовної ймовірності, незалежних подій, комбінаторними схемами, математичне сподівання випадкової величини; пояснює зміст понять «умовна ймовірність», «незалежні події», «випадкова величина»	Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення, комбінації. Аксіоми теорії ймовірностей. Операції над подіями. Основні наслідки з аксіом теорії ймовірностей. Незалежні події. Умовна ймовірність. Випадкова величина та її математичне сподівання (у досліді зі скінченною множиною елементарних наслідків)
Тема 4. РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ. УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ (30 год) Учень/учениця: розрізняє види рівнянь та їх систем, нерівностей та їх систем, методи розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем; обґрунтовує рівносильність виконаних перетворень; застосовує загальні методи та прийоми до розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем; розв'язує рівняння, нерівності, системи рівнянь і нерівностей з параметрами; за описами реальних ситуацій; розв'язує задачі, моделями яких є відомі рівняння або системи рівнянь	Методи розв'язування рівнянь з однією змінною (рівносильні перетворення, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо). Методи розв'язування нерівностей з однією змінною (рівносильні перетворення, метод інтервалів, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо). Системи рівнянь і методи їх розв'язування (рівносильні перетворення та використання рівнянь-наслідків, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо)

Геометрія

10 клас (105 год, 3 год на тиждень, резерв — 18 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ (15 год)	
Учень/учениця: наводить приклади точок і прямих, що належать одній площині; многогранників та інших стереометричних фігур; пояснює, що таке плоска і просторова геометричні фігури; поверхня многогранника; перетин многогранника січною площиною; формулює основні поняття, аксіоми, наслідки з них; виокремлює серед многогранників піраміду та призму; розрізняє означувані та неозначувані поняття; аксіому та наслідок; видимі й невидимі елементи многогранника; ілюструє текстовий зміст аксіоми, теореми, задачі за допомогою рисунка; зображає піраміди та призми, перерізи пірамід і прямокутних паралелепіпедів; пояснює та записує: належність точок та прямих площині; позначення многогранників, їх елементів та поверхні; скорочений запис умови задачі; характеризує форму просторової геометричної фігури; сліди площини перерізу; розміщення двох точок двох площин, якими визначається лінія їх перетину;	Основні поняття стереометрії. Аксіоми стереометрії та наслідки з них. Поняття про аксіоматику та побудову науки. Просторові геометричні фігури. Початкові уявлення про многогранники. Найпростіші задачі на побудову перерізів піраміди та прямокутного паралелепіпеда методом слідів

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
розв'язує вправи, що передбачають: використання аксіом стереометрії та наслідків з них; доведення та дослідження висновків задач, виконання найпростіших побудов перерізів у пірамідах і призмах	
Тема 2. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН (24 год) Учень/учениця: демонструє на прикладах моделей стереометричних фігур (об'єктах навколишнього середовища): розміщення паралельних прямих (відрізків); мимобіжних прямих; паралельності прямої (відрізка) до площини; паралельності двох площин; формулює означення, ознаки, теореми з тем, зазначених у змісті навчального матеріалу; розрізняє ситуації можливості точок і прямих належати одній площині; на зображених рисунках, моделях: площини граней многокутників; паралельні та мимобіжні прямі; проектування відрізків у певному відношенні; пояснює та записує ознаки: мимобіжних прямих; паралельності прямої та площини; паралельності площин; класифікує взаємне розміщення: двох прямих; прямої та площини; двох площин; зображення просторових фігур на площині за видом і формою; зображає плоскі та просторові фігури на площині; паралельне проектування многокутника на площину; переріз січної площини і многогранника; обґрунтовує методи слідів і проєкцій під час побудови перерізів січної площини та многогранника;	Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих. Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються; паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини. Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. Ознака паралельності площин. Властивості паралельних площин. Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. Задачі на побудову перерізів многогранників методом слідів

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
ілюструє текстовий зміст геометричних тверджень та задач за допомогою рисунка; характеризує властивості паралельних площин і паралельного проектування; розв'язує вправи, що передбачають: установлення взаємного розміщення двох прямих; прямої та площини; двох площин; застосування ознак паралельності прямих, прямої і площини, площин в доведеннях практичних задач; застосування методу слідів і властивостей проектування; виконання побудови перерізів многогранників; моделювання життєвих ситуацій паралельності та проектування в задачах практичного та прикладного змісту	
Тема 3. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН (26 год)	
Учень/учениця: демонструє на прикладах моделей стереометричних фігур (об'єктах навколишнього середовища) перпендикулярність прямих у просторі, прямої та площини, двох площин; формулює означення, ознаки, властивості понять, зазначених у змісті навчального матеріалу; розрізняє перпендикуляр і похилу, перпендикуляр і проекцію похилої; кут між двома прямими простору, кут між прямою і площиною, кут між площинами; пояснює та записує зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин; відстань у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя; від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини; відстань між паралельними площинами; відстань між мимобіжними прямими;	Перпендикулярність прямих у просторі. Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини. Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин. Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами. Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута.

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
пояснює що таке двограний кут, лінійний кут двогранного кута; класифікує взаємне розміщення: двох прямих простору; прямої та площини; двох площин; зображає рисунком перетин двох прямих простору; прямої і площини під прямим кутом; перетин двох (трьох) площин під прямим кутом; кути у просторі: між двома прямими простору, прямою і площиною, двома площинами; ортогональне проектування многокутника на площину; знаходить на рисунку та зображає відрізок, яким позначається (визначається) відстань у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя; від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини; між паралельними площинами; між мимобіжними прямими; аналізує та досліджує перпендикулярність деякої прямої до площини чи її проекції за допомогою три перпендикуляри; обґрунтовує перпендикулярність прямих, прямої і площини, площини; ілюструє текстовий зміст геометричних тверджень і задач за допомогою рисунка; характеризує властивості перпендикулярних прямих простору на прикладах; прямокутні трикутники, кути яких утворені трьома попарно перпендикулярними прямими (площинами); форму ортогональної проекції многокутника; кут між многокутником і його проекцією;	Відстані у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя, від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими. Ортогональне проектування. Зображення кола. Площа ортогональної проекції многокутника. Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
розв'язує вправи, що передбачають: установлення взаємного розміщення двох прямих простору; прямої та площини; двох площин; застосування ознак перпендикулярності прямої і площини; двох площин; властивостей перпендикулярності прямих простору; перпендикуляра і похилих; виконання побудови ортогональної проєкції многокутника; знаходження лінійних вимірів досліджуваних фігур; площ многокутника та його ортогональної проєкції, кута між многокутником та його ортогональною проєкцією; моделювання життєвих ситуацій застосування перпендикулярності прямих і площин; ортогонального проєктування в задачах навчально-практичного та прикладного змісту	
Тема 4. КООРДИНАТИ, ВЕКТОРИ, ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ У ПРОСТОРИ (22 год) Учень/учениця: наводить приклади моделей симетрії відносно точки та прямої з об'єктів навколишнього середовища; формулює означення, ознаки, властивості понять, зазначених у змісті навчального матеріалу; розрізняє векторні та скалярні величини; рівні вектори, колінеарні вектори, компланарні вектори; пояснює та записує зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин; відстань у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя; від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини; відстань між паралельними площинами; відстань між мимобіжними прямими; класифікує взаємне розміщення двох (трьох) векторів у просторі;	Прямокутна декартова система координат у просторі, координатний простір. Координати точки. Формула відстані між двома точками. Координати середини відрізка. Координати точки, яка ділить відрізок у заданому відношенні. Вектори у просторі. Координати вектора. Довжина вектора. Рівність векторів. Колінеарність векторів. Компланарність векторів. Операції над векторами та їх властивості: додавання і віднімання векторів, множення вектора на число, скалярний добуток векторів. Кут між векторами. Поняття про координатний і векторний методи розв'язування задач

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
зображає на рисунку правила додавання векторів (трикутника та паралелограма); суму/різницю векторів, добуток вектора на число; знаходить на рисунку та зображає напрямлений відрізок як вектор, що дорівнює сумі, різниці векторів, добутку вектора на число; симетрію відносно точки; симетрію відносно площини; аналізує та досліджує в координатному просторі: координати точок; відстань між двома точками; координати середини відрізка; координати точки, яка ділить відрізок у заданому відношенні; перетворення паралельного перенесення; обґрунтовує перпендикулярність, колінеарність та компланарність векторів простору; скалярний добуток векторів; ілюструє текстовий зміст геометричних тверджень і задач за допомогою рисунка; характеризує найпростіші геометричні місця точок простору; координатний і векторний методи розв'язування задач; застосовує формули довжини відрізка, координат середини відрізка, координат вектора, довжини вектора, скалярного добутку двох векторів, загального вигляду рівняння площини/сфери, паралельного перенесення до розв'язування задач; розв'язує вправи, що передбачають: знаходження довжин відрізків; векторів; кута між векторами; дослідження виду чотирикутника за довжинами його елементів; доведення виду чотирикутника/трикутника за відомими координатами точок і відомими властивостями їх різновидів; знаходження розв'язків задач координатним і векторним методами; моделювання задач природничих дисциплін навчально-практичного та прикладного змісту	Найпростіші геометричні місця точок простору. Рівняння площини, сфери. Перетворення у просторі: симетрія відносно точки, симетрія відносно площини, паралельне перенесення

Геометрія

11 клас (105 год, 3 год на тиждень, резерв — 28 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. МНОГОГРАННИКИ (24 год)	
Учень/учениця: наводить приклади: геометричних фігур; многогранників і їх видів; пояснює, що таке: многогранний кут; бічна та повна поверхня призми, паралелепіпеда, піраміди, зрізаної піраміди; перетин многогранника січною площиною; формулює означення основних понять і властивостей для многогранників, зазначених у змісті теми; формулює й доводить теореми про: діагоналі паралелепіпеда та наслідки з неї; площу бічної поверхні прямої призми; площу бічної поверхні правильної піраміди; площу бічної поверхні правильної зрізаної піраміди; класифікує многогранники за характеристиками їх елементів: призмами — за видом і формою, піраміди — за видом і розміщенням проекції вершини піраміди (зокрема, за рівністю бічних ребер і кутів, які утворюють бічні ребра/грані з площиною основи); правильні многогранники; розрізняє елементи призми, паралелепіпеда, піраміди; видимі й невидимі елементи призми/піраміди; прямі, правильні, опуклі многогранники; плоский кут многогранника при вершині та двогранний кут многогранника при ребрі; прямий і прямокутний паралелепіпеди; правильну піраміду і тетраедр;	Многогранні кути. Многогранник та його елементи. Призма. Пряма і правильна призма. Паралелепіпед. Піраміда. Зрізана піраміда. Правильна піраміда. Перерізи многогранників. Площі бічної та повної поверхонь призм, піраміди, зрізаної піраміди. Правильні многогранники

Зміст навчального матеріалу	Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів зображає на рисунку, відповідно до властивостей паралельного проектування: призму; паралелепіпед; піраміду; зрізану піраміду; видимі та невидимі елементи, які є шуканими в задачах для знаходження характеристик інших та є основними для заданого многогранника, — висота, твірна, апофема; перерізи площинами (осьові, діагональні, паралельні до площини основи тощо); пояснює та записує відповідно до умови задачі: скорочений запис введення позначень за рисунком; формули для обчислення площ бічної та повної поверхні: прямої призми, паралелепіпеда, правильної піраміди, правильної зрізаної піраміди; аналізує та досліджує кут між похилою та її проекцією (між діагоналлю призми та площиною основи, між апофемою піраміди та площиною основи); кут між двома площинами (кут між перерізом і площиною основи, кут між бічною гранню та площиною основи); розміщення проекції вершини піраміди в площині основи (відома рівність усіх бічних ребер, рівність усіх кутів, утворених бічними ребрами/гранями та площиною основи); обґрунтовує розміщення основи висоти піраміди; позначення кута між апофемою і площиною основи, між бічною гранню і площиною основи, плоского кута при вершині піраміди, утвореного площиною перерізу; застосування теореми про три перпендикуляри та теорем для розв'язування прямокутного трикутника; характеризує покрокові можливості досягнення відповіді до навчально-практичної задачі; модель прикладної задачі, перекладаючи її на мову геометрії; вид перерізу многогранника та шляхи пошуку невідомих лінійних вимірів і величин для його розв'язування;
-----------------------------	--

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
вимірює та обчислює площі бічної та повної поверхні: прямої призми, паралелепіпеда, правильної піраміди, правильної зрізаної піраміди; розв'язує вправи, що передбачають: використання вивчених означень, теорем, формул і властивостей до розв'язування задач, у т. ч. прикладного та практичного змісту; обчислення площ бічної та повної поверхні прямої призми, паралелепіпеда, правильної піраміди, правильної зрізаної піраміди; виконання побудов перерізів, доведення та дослідження їх виду	
Тема 2. ТІЛА ОБЕРТАННЯ (21 год) Учень/учениця: наводить приклади: тіл обертання; пояснює, що таке: циліндр; конус; зрізаний конус; куля; кульовий сегмент; сектор, пояс; формулює означення основних понять і властивостей для геометричних тіл, зазначених у змісті теми; формулює й доводить теореми про: переріз циліндра і конуса площиною, перпендикулярною до осі циліндра; переріз кулі будь-якою площиною; класифікує геометричні тіла за видом: циліндр; конус; зрізаний конус; куля; кульові сегмент, сектор, пояс; розрізняє елементи циліндра, конуса, зрізаного конуса, кулі, сегмента, сектора, пояса; видимі й невидимі елементи; центральний кут та плоскі кути, утворені перерізом площини, що проходить через вершину конуса;	Тіло обертання. Циліндр, конус, зрізаний конус, їх елементи. Перерізи циліндра, конуса і зрізаного конуса: осьові перерізи циліндра, конуса і зрізаного конуса; перерізи циліндра і конуса площинами, паралельними основі; перерізи циліндра площинами, паралельними його осі; перерізи конуса площинами, які проходять через його вершину. Куля і сфера. Переріз кулі площиною. Частина кулі: сегмент, сектор, пояс. Площина, дотична до сфери. Комбінації геометричних тіл

Зміст навчального матеріалу	Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів зображає рисунком, відповідно до властивостей ортогонального проєкування: циліндр; конус; зрізаний конус, кулю, сектор, сектор, пояс; видимі та невидимі елементи, які є шуканими в задачах для знаходження характеристик інших та є основними для заданих фігур, — висота, твірна, радіус, хорда; площину, дотичну до сфери та переріз кулі площинною; основи перерізи циліндра та конуса; комбінації просторових фігур; пояснює та записує відповідно до умови задачі: скорочений запис введення позначень за рисунком; формули для обчислення площ бічної та повної поверхні: циліндра, конуса, зрізаного конуса; перетин кулі площиною; аналізує та досліджує кут між похилою та її проєкцією (між діагоналлю твірною конуса і площиною основи, між діагоналлю перерізу циліндра і площиною основи); кут між двома площинами (кут між перерізом і площиною основи); перетин кулі площиною; дотичну площину до сфери; комбінацію просторових фігур; обґрунтовує властивості тіл обертання; позначення відповідних лінійних і плоских кутів; застосування теорем про три перпендикуляри та теорем для розв'язування прямокутних трикутників; радіусів вписаного й описаного кола; характеризує покрокові можливості досягнення відповіді до навчально-практичної задачі; модель прикладної задачі, перекладаючи її на мову геометрії; вид перерізу геометричного тіла обертання та шляхи пошуку невідомих лінійних вимірів і величин для його розв'язування; елементи комбінації просторових фігур; розв'язує вправи, що передбачають: використання вивчених означень, теорем, формул і властивостей до розв'язування задач, у т. ч. прикладного та практичного змісту.
-----------------------------	---

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 3. ОБ'ЄМИ МНОГОГРАННИКІВ (16 год) Учень/учениця: пояснює, що таке: об'єм многогранника; об'єм паралелепіпеда, призми, піраміди, зрізаної піраміди; формулює основні властивості об'ємів многогранника; формулює та доводить теореми про: об'єм прямокутного і похилого паралелепіпеда; об'єм призми; об'єм піраміди; зображує рисунком, відповідно до властивостей паралельного проектування: призму, паралелепіпед, піраміду, зрізану піраміду; видимі та невидимі елементи, які є шуканими в задачах для знаходження характеристик обчислення об'єму; пояснює та записує відповідно до умови задачі: скорочений запис введення позначень за рисунком; формули для обчислення площ основи, висоти та об'єму прямокутного і похилого паралелепіпеда; призми; піраміди; аналізує та досліджує лінійні виміри та величини для обчислення об'єму; обґрунтовує розміщення основи висоти піраміди, призми, паралелепіпеда; покрокові висновки під час розв'язування задач, застосовуючи відомі теореми та інші твердження; характеризує покрокові можливості досягнення відповіді до навчально-практичної задачі; модель прикладної задачі, перекладаючи її на мову геометрії; шляхи пошуку невідомих лінійних вимірів і величин для його розв'язування; вимірює та обчислює об'єм прямокутного і похилого паралелепіпеда; призми; піраміди;	Об'єм многогранника та властивості об'єму. Об'єм многогранників: паралелепіпеда, призми, піраміди, зрізаної піраміди

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
розв'язує вправи, що передбачають: використання вивчених означень, теорем, формул і властивостей до розв'язування задач, у т. ч. прикладного та практичного змісту; обчислення об'єму прямокутного і похилого паралелепіпеда; призми; піраміди	
Тема 4. ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ ТІЛ ОБЕРТАННЯ (16 год) Учень/учениця: наводить приклади тіл обертання; пояснює, що таке: об'єм циліндра, конуса, зрізаного конуса; об'єм кулі та її частин; площа бічної поверхні, площа повної поверхні тіл обертання; циліндра, конуса, зрізаного конуса; площа сфери; формулює та доводить теореми про об'єм: циліндра, конуса, зрізаного конуса; об'єм кулі та її частин; розрізняє розгортки поверхні циліндра і конуса; зображує рисунком, відповідно до властивостей паралельного проектування: циліндр, конус, зрізаний конус; кулю та її частини; видимі та невидимі елементи, які є шуканими в задачах для знаходження характеристик обчислення об'єму; пояснює та записує відповідно до умови задачі: скорочений запис введення позначень за рисунком; формули для обчислення площ основи, висоти та об'єму циліндра, конуса, зрізаного конуса; об'єму кулі та її частин; вимірює та обчислює площі бічної та повної поверхні: циліндра, конуса, зрізаного конуса; аналізує та досліджує лінійні виміри та величини для обчислення об'єму;	

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
обґрунтовує розміщення основи висоти циліндра, конуса, зрізаного конуса; центр кулі; покрокові висновки під час розв'язування задач, застосовуючи відомі теореми та інші твердження; характеризує покрокові можливості досягнення відповіді до навчально-практичної задачі; модель прикладної задачі, перекладаючи її на мову геометрії; шляхи пошуку невідомих лінійних вимірів і величин для його розв'язування; вимірює та обчислює об'єм і площі поверхонь циліндра, конуса, зрізаного конуса; об'єм кулі та її частин; площу сфери; розв'язує вправи, що передбачають: використання вивчених означень, теорем, формул і властивостей до розв'язування задач, у т. ч. прикладного та практичного змісту; обчислення об'єму циліндра, конуса, зрізаного конуса, кулі; площ бічної та повної поверхні циліндра, конуса, зрізаного конуса, площу сфери; знаходження площ поверхонь комбінації просторових фігур	

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ

для учнів 10–11 класів

(початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу)

закладів загальної середньої освіти

Профільний рівень

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Вступ

Програма призначена для організації навчання математики на поглибленому рівні. Вона розроблена на основі Державного стандарту базової і повної середньої освіти з урахуванням особливостей відповідних профілів навчання.

Мета навчання математики на поглибленому рівні полягає в забезпеченні свідомого й міцного оволодіння системою математичних знань, навичками й уміннями, які потрібні в повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатні для вивчення інших шкільних дисциплін і продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями із значною математичною складовою.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких завдань:

- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід’ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві; стійкої позитивної мотивації до навчання;
- оволодіння учнями мовою математики, системою математичних знань, навичками та уміннями, потрібними в повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння знаннями інших освітніх галузей і забезпечення мотивації потреби неперервності навчатися впродовж життя;
- інтелектуальний розвиток особистості — розвиток логічного мислення та інтуїції учнів, просторової уяви, пам’яті, уваги, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури;
- громадянське виховання та формування позитивних рис особистості — ініціативності та творчості, пізнавальної самостій-

ності та інтересу, потреби в самоосвіті, здатності адаптуватися до умов, що змінюються;

- формування життєвих компетентностей учня — позитивних рис характеру (наполегливості, волі, культури думки й поведінки, обґрунтованості суджень, відповідальності за доручену справу тощо);
- формування загальнолюдських духовних цінностей особистості; виховання національної самосвідомості, поваги до національної культури і традицій України.

Змістове наповнення програми реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей і ставлення, яка дає змогу обґрунтовано робити висновки про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в соціумі.

Передбачається, що випускник закладу загальної середньої освіти:

- розпізнає життєві чи предметні ситуації як задачі, що можна розв'язати математичними методами; формулює їх математичною мовою та розв'язує, використовуючи математичні компетентності, оцінює похибку обчислень й інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов, змісту та цілей предмета дослідження; застосовує математичні моделі під час вивчення природничих (фізика, астрономія, географія, економіка, хімія, біологія) й інших навчальних предметів;
- логічно мислить (аналізує та порівнює, прогнозує результат, узагальнює й систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить контрприклад, висуває та перевіряє гіпотези); володіє алгоритмами та евристиками;
- користується відповідними джерелами для пошуку математичної інформації, може самостійно її проаналізувати та передати математичну суть (у текстовій, графічній, табличній, знаково-символьній формах);
- виконує математичні розрахунки, раціонально поєднуючи усні та письмові обчислення, використовує електронні обчислювальні пристрої;
- виконує тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів під час розв'язування різних задач (рівнянь, нерівностей, їх систем, геометричних задач, задач із застосуванням тригонометрії);
- аналізує графіки функціональних залежностей, досліджує їхні властивості; використовує властивості елементарних

функцій для аналізу та опису реальних явищ, фізичних процесів, залежностей;

- володіє методами математичного аналізу в обсязі, що дає змогу досліджувати властивості елементарних функцій, будувати їх графіки й розв'язувати нескладні прикладні задачі;
- обчислює ймовірності випадкових подій, оцінює шанси їх настання, аналізує випадкові величини та знаходить їх найпростіші характеристики, розуміє значення головних статистичних показників, обирає оптимальні рішення;
- зображує геометричні фігури, встановлює й обґрунтовує їхні властивості; застосовує властивості фігур при розв'язуванні задач; вимірює геометричні величини, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходить кількісні характеристики фігур (площі, об'єми).

Крім того, навчання математики має зробити певний внесок у формування ключових компетентностей.

№	Ключові компетентності	Компоненти
1	Спілкування державною (і рідною в разі відмінності) мовою	Уміння: ставити запитання й розпізнавати проблему; міркувати, робити висновки на основі інформації, поданої в різних формах (у таблицях, діаграмах, на графіках); розуміти, пояснювати й перетворювати тексти математичних задач (усно й письмово), грамотно висловлюватися рідною мовою; доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень; поповнювати свій словниковий запас. Ставлення: розуміння важливості чітких і лаконічних формулювань. Навчальні ресурси: означення понять, формулювання властивостей, доведення теорем, розв'язування задач
2	Спілкування іноземними мовами	Уміння: спілкуватися іноземною мовою з використанням числівників, математичних понять і найуживаніших термінів; ставити запитання, формулювати проблему; зіставляти математичний термін чи буквене позначення з його походженням з іноземної мови, правильно використовувати математичні терміни в повсякденному житті

№	Ключові компетентності	Компоненти
		Ставлення: усвідомлення важливості вивчення іноземних мов для розуміння математичних термінів і позначень, пошуку інформації в іншомовних джерелах. Навчальні ресурси: тексти іноземною мовою з використанням статистичних даних, математичних термінів
3	Математична компетентність	Уміння: оперувати числовою інформацією, геометричними об'єктами на площині та в просторі; установлювати просторові відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, культурними, технічними тощо); розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту; будувати й досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; прогнозувати в контексті навчальних і практичних задач; використовувати математичні методи в життєвих ситуаціях. Ставлення: усвідомлення значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку технологічного, економічного й оборонного потенціалу держави, успішного вивчення інших дисциплін. Навчальні ресурси: розв'язування математичних задач, зокрема таких, що моделюють реальні життєві ситуації
4	Основні компетентності у природничих науках і технологіях	Уміння: розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі і які можна розв'язати засобами математики; будувати та досліджувати математичні моделі природних явищ і процесів. Ставлення: усвідомлення важливості математики як універсальної мови науки, техніки та технологій. Навчальні ресурси: складання графіків і діаграм, які ілюструють функціональні залежності результатів впливу людської діяльності на природу
5	Інформаційно-цифрова компетентність	Уміння: структурувати дані; діяти за алгоритмом і складати алгоритми; визначати достатність даних для розв'язування задачі; використовувати різні знакові системи; знаходити інформацію та оцінювати її достовірність; доводити істинність тверджень

№	Ключові компетентності	Компоненти
		Ставлення: критичне осмислення інформації та джерел її отримання; усвідомлення важливості ІКТ для ефективного розв'язування математичних задач. Навчальні ресурси: візуалізація даних, побудова графіків і діаграм за допомогою програмних засобів
6	Уміння вчитися впродовж життя	Уміння: визначати мету навчальної діяльності, добирати й застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення цієї мети; організовувати та планувати свою навчальну діяльність; моделювати власну освітню траєкторію, аналізувати, контролювати, коригувати та оцінювати результати своєї навчальної діяльності; доводити правильність власного судження або визнавати його помилковість. Ставлення: усвідомлення власних освітніх потреб та цінності нових знань і вмінь; зацікавленість у пізнанні світу; розуміння важливості вчитися впродовж життя; прагнення до вдосконалення результатів своєї діяльності. Навчальні ресурси: моделювання власної освітньої траєкторії
7	Ініціативність і підприємливість	Уміння: генерувати нові ідеї, вирішувати життєві проблеми, аналізувати, ухвалювати оптимальні рішення; використовувати критерії практичності, ефективності й точності, щоб обрати найкраще рішення; аргументувати та захищати свою позицію, дискутувати; використовувати різні стратегії, шукаючи оптимальні способи розв'язування життєвого завдання. Ставлення: ініціативність; відповідальність, впевненість у собі; переконаність, що успіх команди — це й особистий успіх; позитивне оцінювання та підтримка конструктивних ідей інших. Навчальні ресурси: задачі підприємницького змісту (оптимізаційні задачі)
8	Соціальна та громадянська компетентності	Уміння: аргументувати та відстоювати свою позицію; ухвалювати аргументовані рішення в життєвих ситуаціях; співпрацювати в команді, вносити свою частку в роботу групи для вирішення проблеми; аналізувати власну економічну ситуацію, родинний бюджет, застосовуючи математичні методи;

№	Ключові компетентності	Компоненти
		орієнтуватися в широкому колі послуг і товарів на основі чітких критеріїв, робити споживчий вибір, спираючись, зокрема, і на математичні дані. Ставлення: ощадливість і поміркованість; рівне ставлення до інших незалежно від статків, соціального походження; відповідальність за спільну справу. Навчальні ресурси: задачі соціального змісту
9	Обізнаність та самовираження у сфері культури	Уміння: здійснювати необхідні розрахунки для встановлення пропорцій, відтворення перспективи, створення об'ємно-просторових композицій; унаочнювати математичні моделі, зображати фігури, графіки, рисунки, схеми, діаграми. Ставлення: усвідомлення взаємозв'язку математики та культури на прикладах з архітектури, живопису, музики та ін.; розуміння важливості внеску математиків у загальносвітову культуру. Навчальні ресурси: задачі на золотий переріз
10	Екологічна грамотність і здорове життя	Уміння: висловлювати власну думку, слухати й чути інших, оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів; аналізувати і критично оцінювати соціально-економічні події в державі на основі статистичних даних; враховувати правові, етичні, екологічні та соціальні наслідки рішень; розпізнавати, як інтерпретації результатів вирішення проблем можуть бути використані для маніпулювання. Ставлення: усвідомлення взаємозв'язку математики й екології на основі статистичних даних; ощадне й бережливе ставлення до природних ресурсів, чистоти довкілля та дотримання санітарних норм побуту; розгляд порівняльної характеристики щодо вибору здорового способу життя; власна думка та позиція до зловживань алкоголем, нікотином тощо. Навчальні ресурси: задачі соціально-економічного, екологічного змісту; задачі, які сприяють усвідомленню цінності здорового способу життя

Наскрізні лінії та їх реалізація. У навчальній програмі виокремлюються такі чотири наскрізні лінії ключових компетентностей: «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість

і фінансова грамотність», які спрямовані на формування в учнів здатності застосовувати знання й уміння в реальних життєвих ситуаціях.

Наскрізні лінії є засобом інтеграції ключових і загальнопредметних компетентностей, навчальних предметів і предметних циклів, їх необхідно враховувати під час формування шкільного середовища життєдіяльності.

Наскрізні лінії є соціально значимими надпредметними темами, які допомагають формуванню в учнів уявлень про суспільство загалом, розвивають здатність застосовувати отримані знання в різних життєвих ситуаціях.

Навчання за наскрізними лініями реалізується насамперед:

- через організацію відповідного навчального середовища — зміст і цілі наскрізних тем враховуються під час формування духовного, соціального та фізичного середовища навчання;
- через базові навчальні предмети — під час навчання, на підставі наскрізних тем, проводяться відповідні трактування, приклади й методи навчання, реалізуються надпредметні, міжкласові та загальношкільні проекти. Роль навчальних предметів під час навчання наскрізних тем різна й залежить від цілей і змісту навчального предмета та від того, наскільки тісно пов'язаний з конкретною наскрізною темою той чи інший предметний цикл;
- через предмети за вибором;
- через спеціальні курси за вибором;
- через позакласну навчальну роботу.

Наскрізні лінії:

1. Наскрізна лінія **«Екологічна безпека та сталий розвиток»** орієнтована на формування в учнів соціальної активності, відповідальності та екологічної свідомості, готовності брати участь у вирішенні питань збереження довкілля й розвитку суспільства, усвідомлення важливості сталого розвитку для майбутніх поколінь.

Проблематика наскрізної лінії «Екологічна безпека та сталий розвиток» реалізується в курсі математики, насамперед через завдання з реальними даними про використання природних ресурсів, їх збереження та примноження. Аналіз цих даних сприяє розвитку бережливого ставлення до навколишнього середовища, екології, формуванню критичного мислення, вмінню вирішувати проблеми, критично оцінювати перспективи розвитку навко-

лишнього середовища і людини. Можливе проведення уроків на відкритому повітрі. При розгляді цієї лінії важливе місце посідають відсоткові обчислення, функції, елементи теорії ймовірностей та статистики.

2. Реалізація наскрізної лінії **«Громадянська відповідальність»** сприятиме формуванню відповідального члена громади й суспільства, що розуміє принципи та механізми функціонування суспільства. Ця наскрізна лінія освоюється переважно через колективну діяльність (дослідницькі роботи, роботи в групі, проекти тощо), яка поєднає математику з іншими навчальними предметами й розвиває в учнів готовність до співпраці, толерантність щодо різноманітних способів діяльності й думок.

Навчання математики має викликати в учнів якомога більше позитивних емоцій, а її зміст — бути спрямованим на виховання порядності, старанності, систематичності, послідовності, посидючості та чесності. Приклад учителя покликаний відіграти важливу роль у формуванні толерантного ставлення до товаришів, незалежно від рівня навчальних досягнень. Із цієї ж наскрізною лінією пов'язані, наприклад, процентні обчислення, елементи статистики, що дають змогу учням зрозуміти значення кількісних показників при характеристиці суспільства та його розвитку.

3. Завданням наскрізної лінії **«Здоров'я і безпека»** є становлення учня як емоційно стійкого члена суспільства, здатного вести здоровий спосіб життя й формувати навколо себе безпечне життєве середовище.

Наскрізна лінія **«Здоров'я і безпека»** в курсі математики реалізується через завдання з реальними даними про безпеку і охорону здоров'я (текстові завдання, пов'язані із середовищем дорожнього руху, рухом пішоходів і транспортних засобів, відсотковими обчисленнями і графіками, що стосуються чинників ризику). Особливо важливим є аналіз причин ДТП, пов'язаних з перевищенням швидкості. Варто звернути увагу на проблеми, пов'язані з ризиками для життя та здоров'я під час вивчення основ теорії ймовірностей і математичної статистики. Вирішення проблем, знайдених з «ага-ефектом»⁴, розгляд красивих математичних конструкцій, пошук оптимальних методів розв'язування задач тощо, здатні викликати в учнів позитивне відчуття успіху.

⁴ Під «ага-ефектом» мається на увазі спільне вирішення задачі з ефектом раптового здогаду, «еврики».

4. Наскрізна лінія «**Підприємливість і фінансова грамотність**» спрямована на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, забезпечення кращого розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичення, страхування, кредитування тощо).

Ця наскрізна лінія пов'язана з розв'язуванням практичних задач щодо планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей, складання сімейного бюджету, формування економного ставлення до природних ресурсів. Вона реалізується під час вивчення відсоткових обчислень, рівнянь і функцій.

З метою підвищення ефективності навчання, необхідною умовою є залучення до навчально-виховного процесу компетентнісного, діяльнісного та особистісно орієнтованого підходів, які передбачають систематичне включення учнів до різних видів активної навчально-пізнавальної діяльності та формування умінь, корисних у реальних життєвих ситуаціях. Доцільно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту з практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці. Формуванню математичної та ключових компетентностей сприяє встановлення й реалізація в навчанні математики міжпредметних і внутрішньопредметних зв'язків, а саме: змістово-інформаційних, операційно-діяльнісних й організаційно-методичних. Їх використання посилює пізнавальний інтерес учнів до навчання та підвищує їхній рівень загальної культури, створює умови для систематизації навчального матеріалу та формування наукового світогляду. Учні набувають досвіду застосування знань на практиці.

Важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури. На дохідливих прикладах слід показувати учням, як розвивалися математичні поняття й відношення, теорії та методи. Ознайомлення учнів з іменами та біографіями видатних учених, які створювали математику, зокрема видатних українських математиків, сприятиме національному й патріотичному вихованню школярів.

Структура навчальної програми. Програма розрахована на 630 год: 420 год навчального часу відведено на вивчення алгебри та початків аналізу, 210 год — геометрії.

Розподіл змісту й навчального часу є орієнтовним. Учителям й авторам підручників надається право коригувати послідовність вивчення тем і змінювати розподіл годин на їх вивчення залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій. На основі орієнтовних тематичних планів учитель розробляє календарно-тематичний план, у якому конкретизується обсяг навчального матеріалу.

Програмою передбачено резерв навчального часу. Спосіб використання резервного часу вчитель може обрати самостійно: для повторення на початку навчального року матеріалу, який вивчався в попередніх класах, як додаткові години на вивчення окремих тем, якщо вони важко засвоюються учнями, для проведення інтегрованих із профільним або іншими предметами уроків тощо.

Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів та зміст навчального матеріалу. У змісті вказано навчальний матеріал, який підлягає вивченню у відповідному класі. У квадратних дужках подано матеріал, який не є обов'язковим для вивчення. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів орієнтують на результати навчання, які також є і об'єктом контролю та оцінювання.

В основу формування змісту програми покладено такі принципи:

- наступність у навчанні математики між різними ланками математичної освіти, наступність із допрофільним навчанням математики й навчанням математики на інших рівнях;
- збереження традицій вітчизняної методичної школи та накопиченого досвіду підготовки випускників спеціалізованих шкіл з поглибленим вивченням математики та предметів природничо-наукового циклу;
- збереження високого рівня теоретичної математичної підготовки як основи професійної підготовки, вироблення здатності успішно працювати в галузях природничих дисциплін, самостійно здобувати знання;
- формування необхідних загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей на основі цілеспрямованої реалізації міжпредметних зв'язків, зокрема

предметів природничого циклу, які мають становити цілісну систему.

Математика посідає особливе місце в системі знань людства, виконуючи роль універсального й потужного методу сучасної науки. Тому особливу увагу варто приділити з'ясуванню ролі математики у сферах її застосування. Зокрема, забезпечити засобами математики формування в учнів правильних уявлень про математичне моделювання та навчити школярів його застосуванню до розв'язування широкого кола прикладних задач, зокрема фізичних. Вивчаючи математику на поглибленому рівні, старшокласники мають усвідомити, що процес її застосування до розв'язування будь-яких прикладних задач розподіляється на три етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної в задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації та до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задачі в межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язку задачі та його застосування до вихідної ситуації.

Час, визначений на вивчення алгебри і початків аналізу, дає можливість поглибити рівень опанування предметом за рахунок розгляду на уроках прикладних задач зі сфери техніки, енергетики, ядерної фізики, екології, економіки тощо, методи розв'язування яких спираються на вивчений матеріал.

Для курсу «Алгебра і початки аналізу» однією з провідних змістових ліній навчання є функціональна, тому в процесі навчання приділяється особлива увага дослідженням властивостей функцій у тій чи іншій формі. Важливо при цьому демонструвати взаємозв'язок між основними поняттями курсу: функція, рівняння та нерівність. Зокрема, розв'язання рівняння $f(x) = 0$, нерівностей $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ є окремими випадками задачі на дослідження функції $y = f(x)$ (знаходження нулів функції та проміжків її знакосталості). Також зауважте, що функції моделюють реальні процеси, тому в уявленні учнів має асоціюватися характер реального процесу з відповідною функцією, її графіком та властивостями. Наприклад, змінювання маси радіоактивної речовини має викликати уявлення про функцію $m = m_0 e^{-kt}$ ($k > 0$). Важливо, щоб притаманні явищу властивості (наприклад, зменшення чи збільшення маси, розпад речовини з часом) пов'язувались із властивостями функцій (спадання, зростання, прямування до нуля, коли $t \rightarrow 0$). Доцільно особливу увагу приділити показниковій функції, яка широко використовується під час моделювання процесів і явищ навколишнього світу.

Одним з головних завдань вивчення математики на поглибленому рівні є також розвиток графічної культури учнів, що зумовлено практичними потребами — робота з графіками, діаграмами, рисунками посідає чільне місце в діяльності спеціаліста технічного та природничого профілів. Тому особливу увагу під час вивчення функцій слід приділити формуванню в учнів умінь установлювати властивості функції за її графіком, будувати ескізи графіків функцій, заданих аналітичним виразом, у формі таблиці або за експериментально визначеними даними, а також виконувати геометричні перетворення графіків. Необхідно навчити учнів за графіком функції встановлювати її неперервність, точки розриву, проміжки зростання і спадання, знакосталості, найбільше і найменше значення.

До поняття похідної приводять багато задач природознавства, математики, техніки. Тому його доцільно вводити як узагальнення результатів розв'язування відповідних прикладних задач. Це одразу виділяє головний прикладний зміст поняття, робить його більш природним і доступним для сприймання. Під час формування поняття похідної слід виробляти розуміння того, що похідна моделює не лише швидкість механічного руху, а й швидкість зміни будь-якого процесу із часом (наприклад, швидкість нагрівання тіла, швидкість випаровування тощо). Одночасне вивчення фізичного й геометричного змісту похідної дає можливість показати учням зв'язок між швидкістю протікання процесу та «крутизною» його графіка.

Вивчення теми «Інтеграл та його застосування» починається з розгляду сукупності первісних даної функції. Особливо захоплюватись постановкою в учнів техніки інтегрування не варто. Формування технічних навичок інтегрування не повинно підмінювати використання інтегралів під час моделювання реальних процесів.

Поняття ймовірності доцільно формувати, поєднуючи статистичний та аксіоматичний підходи. До того ж слід залучати до розгляду значну кількість побутових і прикладних задач, що ілюструють і виявляють ймовірнісні та статистичні закономірності.

Значне місце в програмі приділено розв'язуванню задач із параметрами. У процесі розв'язування таких задач до арсеналу прийомів і методів мислення школярів природно включаються аналіз, індукція та дедукція, узагальнення та конкретизація,

класифікація та систематизація, аналогія. Ці задачі дають можливість перевірити рівень знання основних розділів шкільного курсу математики, рівень логічного мислення учнів, початкові навички дослідницької діяльності. Тому завдання з параметрами мають діагностичну та прогностичну цінність.

Основною формою проведення занять залишається система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь розв'язувати задачі, узагальнення та систематизації знань, контролю та корекції знань. Поряд із цим ширше використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, а також нетрадиційні форми навчання (динамічні слайд-лекції, дидактичні ігри, уроки «однієї задачі», «однієї ідеї», математичні «бої», інтегровані уроки математики й фізики, поєднання вивчення алгебри і початків аналізу з обробкою (у тому числі комп'ютерною) даних, одержаних під час проведення лабораторних і практичних робіт на уроках фізики, астрономії, хімії, біології тощо. Можливі й різні форми індивідуальної або групової діяльності учнів, такі, наприклад, як звітні доповіді за результатами «пошукової» роботи на сторінках книг, журналів, сайтів в Інтернеті, «Допишемо підручник» тощо. Бажаним є залучення до участі в навчальному процесі викладачів вищих навчальних закладів, учених та спеціалістів.

Вибір вивчення математики на поглибленому рівні передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу кожного учня до математики, схильності до вибору в майбутньому професії, пов'язаної з нею. Незважаючи на це, мотиваційний етап навчального процесу в таких класах не можна ігнорувати. Одним зі способів мотивації, які доцільно використовувати в математичних і фізико-математичних класах, є створення проблемної ситуації. Така ситуація може бути досить складною, потребувати серйозних математичних знань і значних зусиль для її розв'язування. При спробі знайти спосіб розв'язування проблеми учні стикаються з недостатністю наявних у них математичних знань і необхідністю оволодіння новою предметною інформацією.

Широкі можливості для інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформаційні технології навчання. При їх використанні доцільно дотримуватися таких педагогічних умов:

- враховувати особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру; цикли життєдіяльності учня, його здібності, інтереси, нахили, індивідуальні відмінності учнів, форми їх прояву в сфері комунікативних відносин і в пізнавальній діяльності;
- відповідні технології навчання мають бути варіативними, особистісно орієнтованими, коли знання, вміння та навички розглядаються не лише як самоціль, а і як засіб розвитку пізнавальних й особистісних якостей учня; виховують в учня здатність бути суб'єктом свого розвитку, рефлексивного ставлення до самого себе;
- забезпечувати цілісне психолого-методичне проектування навчального процесу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання.

Підвищенню ефективності уроків математики в старших класах сприяє використання програмних засобів навчального призначення GRAN 1, GRAN 2D, GRAN 3D, DG, AGrapher, GeoGebra, бібліотек електронних наочностей та ін. За їх допомогою доступнішим стає вивчення низки тем курсу алгебри і початків аналізу та геометрії: побудова графіків функцій, розв'язування систем рівнянь і нерівностей, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, побудова перерізів геометричних тіл, обчислення об'ємів тіл обертання тощо.

Доцільною вбачається організація проблемно-пошукової (дослідницької) діяльності учнів на уроках та позакласних і факультативних заняттях з математики.

Оцінювання навчальних досягнень учнів. Контроль навчальних досягнень учнів здійснюється у вигляді поточного, тематичного, семестрового, річного оцінювання та державної підсумкової атестації.

Поточне оцінювання здійснюється у процесі поурочного вивчення теми. Його основними завданнями є: встановлення й оцінювання рівнів розуміння й первинного засвоєння окремих елементів змісту теми, встановлення зв'язків між ними та засвоєним змістом попередніх тем, закріплення знань, умінь і навичок.

Формами поточного оцінювання є індивідуальне та фронтальне опитування; тестова форма контролю та оцінювання навчальних досягнень учнів; робота з графіками, схемами, діаграмами; виконання учнями різних видів письмових робіт; взаємоконтроль учнів у парах і групах; самоконтроль тощо. Поточне оці-

нювання учнів з математики проводиться безпосередньо під час навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт тощо. Інформація, отримана на підставі поточного контролю, є основою для коригування роботи вчителя на уроці.

Тематичному оцінюванню навчальних досягнень підлягають основні результати вивчення теми (розділу).

Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів забезпечує:

- усунення безсистемності в оцінюванні;
- підвищення об'єктивності оцінки знань, навичок і вмінь;
- індивідуальний та диференційований підхід до організації навчання;
- систематизацію й узагальнення навчального матеріалу;
- концентрацію уваги учнів до найсуттєвішого в системі знань.

Тематична оцінка виставляється на підставі результатів опанування учнями матеріалу теми впродовж її вивчення з урахуванням поточних оцінок, різних видів навчальних робіт (практичних, лабораторних, контрольних) та навчальної активності школярів. У процесі вивчення значних за обсягом тем можливе проведення декількох проміжних тематичних оцінювань.

Перед початком вивчення чергової теми всі учні мають бути ознайомлені з тривалістю вивчення теми (кількість занять); кількістю й тематикою обов'язкових робіт і термінами їх проведення; критеріями оцінювання.

Алгебра і початки аналізу

10 клас (210 год, 6 год на тиждень, резерв — 22 год)

Навчальні досягнення учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ (24 год)	
Учень/учениця: формулює означення кореня n -го степеня, арифметичного кореня n -го степеня, степеня з раціональним показником; властивості коренів та степеня з раціональним показником; обчислює , оцінює та порівнює значення виразів, які містять корені та степені з раціональними показниками; зображує графік степеневої функції; розв'язує ірраціональні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами; застосовує властивості функцій до розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей	Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. Перетворення виразів з радикалами. Функція $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік. Ірраціональні рівняння. Ірраціональні нерівності. Степінь з раціональним показником, його властивості. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником. Степенева функція, її властивості та графік. Оборотні функції. Взаємно обернені функції. Ірраціональні рівняння, нерівності та їх системи з параметрами
Тема 2. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ (42 год)	
Учень/учениця: виконує перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки; встановлює відповідність між дійсними числами й точками на одиничному колі; обчислює значення тригонометричних виразів за допомогою тотожних перетворень;	Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Тригонометричні формули: формули додавання,

Навчальні досягнення учнів	Зміст навчального матеріалу
формулює означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кута числового аргументу; властивості тригонометричних функцій; властивості періодичних функцій; будує графіки періодичних функцій; ілюструє властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків; перетворює тригонометричні вирази	формули подвійного аргументу, формули перетворення суми й різниці тригонометричних функцій у добуток, формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму, формули пониження степеня, формули потрібного аргументу, формули половинного аргументу. Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу
Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ (42 год) Учень/учениця: формулює означення обернених тригонометричних функцій; обґрунтовує формули коренів тригонометричних рівнянь $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$; розв'язує тригонометричні рівняння, тригонометричні нерівності, зокрема з параметрами; будує графічні образи, пов'язані з періодичними функціями	Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки. Найпростіші тригонометричні рівняння. Тригонометричні нерівності. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами. Рівняння і нерівності, які містять обернені тригонометричні функції. Побудова графічних образів
Тема 4. ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ (12 год) Учень/учениця: виділяє основні класи послідовностей; формулює означення границі числової послідовності, основні теореми про границю числової послідовності; застосовує основні теореми про границі числових послідовностей	Важливі класи числових послідовностей (монотонні, обмежені тощо). Границя числової послідовності. Геометрична інтерпретація границі числової послідовності. Основні теореми про границі числових послідовностей. [Число е.]

Навчальні досягнення учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 5. ГРАНИЦЯ ТА НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ (18 год) Учень/учениця: формулює означення границі функції в точці; неперервності функції; формулює основні властивості границь та використовує їх для знаходження границь заданих функцій; знаходить асимптоти графіків функцій; застосовує властивості неперервних функцій до розв'язування задач	Границя функції в точці. Основні теореми про границі функцій у точці. Неперервність функції в точці та на проміжку. Властивості неперервних функцій. Поняття границі функції на нескінченності та нескінченно велика функція в точці. Асимптоти графіка функції. Перша чудова границя
Тема 6. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ (50 год) Учень/учениця: формулює означення похідної та пояснює її геометричний і фізичний зміст; знаходить кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції; знаходить похідні функцій; застосовує похідну до знаходження проміжків монотонності та екстремумів функцій; знаходить найбільше і найменше значення функції на проміжку; розв'язує прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень; застосовує результати дослідження функції за допомогою похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей та доведення тотожностей і нерівностей; описує поняття опуклості функції та точок перегину; застосовує другу похідну до знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину; досліджує функції за допомогою першої та другої похід-	Задачі, які приводять до поняття похідної. Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Рівняння дотичної до графіка функції. Правила обчислення похідних. Складена функція. Похідна складеної функції та оберненої функції. Похідна степеневої, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій. Основні теореми диференціального числення. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання і спадання функції. Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку. Застосування похідної для доведення тотожностей і нерівностей, а також для розв'язування рівнянь і нерівностей. Похідні вищих порядків. Поняття опуклості функції та точки перегину. Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину.

Навчальні досягнення учнів	Зміст навчального матеріалу
них і використовує одержані результати для побудови графіків функцій	Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій та побудови їх графіків. [Нерівність Йенсена та її застосування.] Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту

11 клас
(210 год, 6 год на тиждень, резерв — 74 год)

Навчальні досягнення учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 7. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ (36 год) Учень/учениця: формулює означення показникової та логарифмічної функцій і їх властивості; формулює означення логарифма та властивості логарифмів; будує графіки показникових і логарифмічних функцій; перетворює вирази, які містять логарифми; знаходить похідні показникових, логарифмічних, степених функцій і застосовує їх до дослідження цих класів функцій; розв'язує показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами	Степінь з дійсним показником. Показникова функція. Логарифми та їх властивості. Логарифмічна функція. Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами. Похідні показникової і логарифмічної функцій. [Нерівність Коші як наслідок нерівності Йенсена.] Застосування показникової та логарифмічної функцій у прикладних задачах

Навчальні досягнення учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 8. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ (30 год) Учень/учениця: формулює означення первісної і невизначеного інтеграла та їх основні властивості; описує поняття визначеного інтеграла; формулює властивості визначеного інтеграла; знаходить первісні та визначений інтеграл за допомогою правил знаходження первісних і перетворень; застосовує визначений інтеграл для розв'язування геометричних задач	Первісна та її властивості. Методи знаходження первісних. Невизначений інтеграл та його властивості. Приклади задач, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Визначений інтеграл, його фізичний і геометричний зміст. Обчислення визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур. Обчислення об'ємів тіл. Використання інтеграла для розв'язування прикладних задач
Тема 9. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ (36 год) Учень/учениця: обчислює ймовірність події, користуючись аксіомами теорії ймовірностей, наслідками з них, операціями над подіями, поняттям умовної ймовірності, незалежних подій, комбінаторними схемами, математичне сподівання випадкової величини; пояснює зміст поняття «умовна ймовірність», «незалежні події», «випадкова величина»	Біном Ньютона та трикутник Паскаля. Аксіоми теорії ймовірностей. Операції над подіями. Основні наслідки з аксіом теорії ймовірностей. Незалежні події. Умовна ймовірність. Випадкова величина та її математичне сподівання (у досліді зі скінченною множиною елементарних наслідків). Геометрична ймовірність
Тема 10. КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА ТА МНОГОЧЛЕНИ (34 год) Учень/учениця: описує поняття комплексного числа, його модуля й аргументу; формулює правила дій над комплексними числами в алгебраїчній і тригонометричній формах;	

Навчальні досягнення учнів	Зміст навчального матеріалу
знаходить суму, різницю, добуток і частку комплексних чисел, степінь комплексного числа та корінь з комплексного числа; виконує ділення многочленів з остачею; формулює означення кратного кореня та знаходить його кратність; застосовує теорему Вієта до розв'язування задач	Множина комплексних чисел. Геометрична інтерпретація комплексного числа. Алгебраїчна і тригонометрична форми запису комплексного числа. Дії над комплексними числами в різних формах запису. Формула Муавра. Корінь n-го степеня з комплексного числа. Многочлен та його корені. Розклад многочлена на незвідні множники. Кратні корені. Основна теорема алгебри. Теорема Вієта. [Многочлен третього степеня. Рівняння вищих степенів. Формула Кардано.]
Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач (74 год)	

Геометрія

10 клас (105 год, 3 год на тиждень, резерв — 18 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів		Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ (15 год)		
Учень/учениця: наводить приклади точок і прямих, що належать одній площині; многогранників та інших стереометричних фігур; пояснює , що таке плоска і просторова геометричні фігури; поверхню многогранника; перетин многогранника січною площиною; формулює основні поняття, аксіоми, наслідки з них; виокремлює серед многогранників: піраміду та призму; ілюструє текстовий зміст аксіом, теорем, задач за допомогою рисунка; характеризує форму просторової геометричної фігури; розв’язує вправи, що передбачають: використання аксіом стереометрії та наслідків з них; виконання найпростіших побудов перерізів у пірамідах і призмах	Основні поняття стереометрії. Аксіоми стереометрії та наслідки з них. Поняття про аксіоматику та побудову науки. Просторові геометричні фігури. Початкові уявлення про многогранники. Найпростіші задачі на побудову перерізів піраміди та призми методом слідів	
Тема 2. ПАРАЛЕЛІЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ (24 год)		
Учень/учениця: демонструє на прикладах моделей стереометричних фігур (об’єктах навколишнього середовища): паралельні прямі; мимобіжні прямі; паралельність прямої до площини; паралельність двох площин;	Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих. Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються;	

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
формулює означення, ознаки, теореми з тем, зазначених у змісті навчального матеріалу; пояснює та записує ознаки: мимобіжних прямих; паралельності прямої та площини; паралельності площин; класифікує взаємне розміщення: двох прямих; прямої та площини; двох площин; зображення просторових фігур на площині за видом і формою; зображає плоскі та просторові фігури на площині; аналізує та досліджує існування: прямої, паралельної даній прямій; прямої, паралельної даній площині; площини, паралельної даній площині; ілюструє текстовий зміст геометричних тверджень і задач за допомогою рисунка; характеризує властивості паралельних площин і паралельного проектування; розв'язує вправи, що передбачають: встановлення взаємного розміщення двох прямих; прямої та площини; двох площин; застосування ознак паралельності прямих, прямої і площини, площини; застосування методу слідів і властивостей проектування; виконання побудови перерізів многогранників	паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини. Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. Ознака паралельності площин. Властивості паралельних площин. Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. Задачі на побудову перерізів многогранників методом слідів. Уявлення про центральне проектування
Тема 3. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ (26 год)	
Учень/учениця: демонструє на прикладах моделей стереометричних фігур (об'єктах навколишнього середовища) перпендикулярність прямих у просторі, прямої та площини, двох площин;	Перпендикулярність прямих у просторі. Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини.

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
формулює означення, ознаки, властивості понять, зазначених у змісті навчального матеріалу; розрізняє перпендикуляр і похилу, перпендикуляр і проекцію похилої; кут між двома прямими простору, кут між прямою і площиною, кут між площинами; класифікує взаємне розміщення: двох прямих простору; прямої та площини; двох площин; аналізує та досліджує перпендикулярність деякої прямої до похилої чи її проекції за допомогою про три перпендикуляри; обґрунтовує перпендикулярність прямих, прямої і площини, площин; ілюструє текстовий зміст геометричних тверджень і задач за допомогою рисунка; розв'язує вправи, що передбачають: встановлення взаємного розміщення двох прямих простору; прямої та площини; двох площин; застосування ознак перпендикулярності прямої і площини; двох площин; властивостей перпендикулярності прямих простору; перпендикуляра і похилих; виконання побудови ортогональної проекції многокутника; знаходження лінійних вимірів досліджуваних фігур; площ многокутника та його ортогональної проекції, кута між многокутником і його ортогональною проекцією; моделювання життєвих ситуацій застосування перпендикулярності прямих і площин	Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри. Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин. Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами. Відстані у просторі: від точки до прямої, від різка, променя, від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими. Ортогональне проектування. Площа ортогональної проекції многокутника. Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин. Поняття відстані від точки до фігури. Прийоми знаходження відстаней між мимобіжними прямими. Двогранний кут і його властивості. Многогранний кут та його властивості. Теорема про три косинуси. Теорема про три синуси

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 4. КООРДИНАТИ, ВЕКТОРИ, ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ У ПРОСТОРИ (22 год) Учень/учениця: формулює означення, ознаки, властивості понять, зазначених у змісті навчального матеріалу; розрізняє векторні та скалярні величини; рівні вектори, колінеарні вектори, компланарні вектори; класифікує взаємне розміщення двох (трьох) векторів у просторі; зображає на рисунку вектор, рівний сумі/різниці векторів, добуток вектора на число; обґрунтовує перпендикулярність, колінеарність і компланарність векторів простору; ілюструє текстовий зміст геометричних тверджень і задач за допомогою рисунка; застосовує формули довжини відрізка, координат середньої відрізка, координат вектора, довжини вектора, скалярного добутку двох векторів, загального вигляду рівняння площини/сфери, паралельного перенесення до розв'язування задач; розв'язує вправи, що передбачають: знаходження довжин відрізків; векторів; кута між векторами; дослідження виду многокутника за довжинами його елементів	Прямокутна декартова система координат у просторі, координатний простір. Координати точки. Формула відстані між двома точками. Координати середини відрізка. Координати точки, яка ділить відрізок у заданому відношенні. Вектори у просторі. Координати вектора. Довжина вектора. Рівність векторів. Колінеарність векторів. Компланарність векторів. Операції над векторами та їх властивості: додавання і віднімання векторів, множення вектора на число, скалярний добуток векторів. Кут між векторами. Поняття про координатний і векторний методи розв'язування задач. Найпростіші геометричні місця точок простору. Рівняння площини. Перетворення у просторі: симетрія відносно точки, симетрія відносно площини, паралельне перенесення, подібність

Геометрія

11 клас (105 год, 3 год на тиждень, резерв — 28 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 5. МНОГОГРАННИКИ (20 год)	
Учень/учениця: наводить приклади: геометричних тіл і фігур; многогранників і їх видів; пояснює, що таке: многогранний кут; бічна та повна поверхня призми, паралелепіпеда, піраміди, зрізаної піраміди; перетин многогранника січною площиною; формулює означення основних понять і властивостей многогранників, зазначених у змісті теми; формулює й доводить теореми про: діагоналі паралелепіпеда та наслідки з неї; площу бічної поверхні прямої призми; площу бічної поверхні правильної піраміди; площу бічної поверхні правильної зрізаної піраміди; класифікує многогранники: призми — за видом і формою, піраміди — за видом і розміщенням проекції вершини піраміди (зображення, за рівністю бічних ребер і кутів, які утворюють бічні ребра/грані з площиною основи); правильні многогранники; розрізняє геометричні фігури та геометричні тіла; елементи призм, паралелепіпеда, піраміди; прямі, правильні, опуклі многогранники; плоский кут многогранника при вершині та двогранний кут многогранника при ребрі; прямий і прямокутний паралелепіпед; правильну піраміду і тетраедр;	Многогранник і його елементи. Призма. Пряма і правильна призма. Паралелепіпед. Піраміда. Зрізана піраміда. Правильна піраміда. Перерізи многогранників. Площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди, зрізаної піраміди. Відношення площ поверхонь подібних многогранників. Правильні многогранники. Тригранний кут і його властивості. Перша теорема косинусів для тригранного кута. Друга теорема косинусів для тригранного кута. Теорема синусів для тригранного кута. Поняття геометричного тіла. Теорема Ейлера

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
зображає на рисунку, відповідно до властивостей паралельного проектування: призму; паралелепіпед; піраміду; зрізану піраміду та їх елементи; визначає відношення площ поверхонь подібних многогранників; обчислює площі бічної та повної поверхні: прямої призми, паралелепіпеда, правильної піраміди, правильної зрізаної піраміди; розв'язує вправи, що передбачають: використання вивчених означень, теорем, формул і властивостей до розв'язування задач, у т. ч. прикладного та практичного змісту; обчислення площ бічної та повної поверхні прямої призми, паралелепіпеда, правильної піраміди, правильної зрізаної піраміди; виконання побудов перерізів, доведення та дослідження їх виду	
Тема 6. ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРІЇ ТЕТРАЕДРА	(11 год)
Учень/учениця: наводить приклади: ортоцентричних і рівногранных тетраедрів; пояснює, що таке: медіана та середня лінія тетраедра; формулює означення основних фігур, зазначених у змісті теми; формулює й доводить ознаку ортоцентричного тетраедра, теорему про середні лінії тетраедра, теорему про медіани тетраедра, теорему Менелая для тетраедра; класифікує тетраедри за видом (правильний, ортоцентричний, рівногранный); зображує на рисунку, відповідно до властивостей паралельного проектування: середні лінії, медіани, висоти тетраедра; перерізи площинами	Ортоцентричний тетраедр та його ознаки й властивості. Рівногранный тетраедр і його властивості. Медіани тетраедра та їх властивості. Середні лінії тетраедра та їх властивості. Теорем Менелая для тетраедра

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 7. ТІЛА ОБЕРТАННЯ	(18 год)
Учень/учениця: наводить приклади геометричних тіл і поверхонь обертання; пояснює, що таке: циліндр; конус; зрізаний конус; куля; кульовий сегмент, сектор, пояс; формулює означення основних понять і властивостей для геометричних тіл, зазначених у змісті теми; формулює й доводить теореми про: переріз циліндра і конуса площиною, перпендикулярною до осі циліндра; переріз кулі будь-якою площиною; класифікує геометричні тіла за видом: циліндр; конус; зрізаний конус; куля; кульові сегмент, сектор, пояс; розрізняє геометричні фігури й геометричні тіла: елементи циліндра, конуса, зрізаного конуса, кулі, сегмента, сектора, пояса; центральний кут і плоскі кути, утворені перерізом площини, що проходить через вершину конуса; зображає відповідно до властивостей проектування: циліндр; конус; зрізаний конус, кулю, сегмент, сектор, пояс; розв'язує вправи, що передбачають: використання вивчених означень, теорем, формул і властивостей до розв'язування задач, у т. ч. прикладного та практичного змісту	Тіла і поверхні обертання. Циліндр, конус; зрізаний конус, їх елементи. Перерізи циліндра, конуса і зрізаного конуса: основні перерізи циліндра, конуса і зрізаного конуса; перерізи циліндра і конуса площинами, паралельними основі; перерізи циліндра площинами, паралельними його осі; перерізи конуса площинами, які проходять через його вершину. Куля і сфера. Переріз кулі площиною. Частини кулі: сегмент, сектор, пояс. Площина, дотична до сфери. Комбінації циліндра з призмою. Комбінації конуса з пірамідою. Рівняння сфери. Многогранники, вписані у сферу. Многогранники, описані навколо сфери. Комбінації циліндра і сфери. Комбінації конуса і сфери
Тема 8. ОБ'ЄМИ МНОГОГРАННИКІВ	(14 год)
Учень/учениця: наводить приклади: геометричних тіл і фігур; пояснює що таке: об'єм тіла; об'єм паралелепіпеда, призми, піраміди, зрізаної піраміди;	Об'єм тіла. Основні властивості об'єму. Об'єм многогранників: паралелепіпеда, призми, піраміди, зрізаної піраміди.

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
формулює основні властивості об'ємів тіл; формулює й доводить теореми про: об'єм прямокутного й похилого паралелепіпеда; об'єм призми; об'єм піраміди; об'єми двох подібних многогранників; зображує рисунок, відповідно до властивостей паралельного проектування: призму, паралелепіпед, піраміду, зрізану піраміду; аналізує та досліджує лінійні виміри й величини для обчислення об'єму; визначає відношення об'ємів подібних многогранників; обчислює об'єм прямокутного і похилого паралелепіпеда; призми; піраміди; розв'язує вправи, що передбачають: використання вивчених означень, теорем, формул і властивостей до розв'язування задач, у т. ч. прикладного та практичного змісту; обчислення об'єму прямокутного й похилого паралелепіпеда; призми; піраміди; двох подібних многогранників	Об'єм тіла як визначений інтеграл площі перерізу тіла
Тема 9. ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ	ТІЛ ОБЕРТАННЯ (14 год)
Учень/учениця: наводить приклади: тіл обертання; пояснює, що таке: об'єм тіла; об'єм циліндра, конуса, зрізаного конуса; об'єм кулі та її частин; площа бічної поверхні, площа повної поверхні тіл обертання: циліндра, конуса, зрізаного конуса; площа сфери; формулює основні властивості об'ємів тіл; відношення об'ємів подібних тіл;	Об'єм тіл обертання: циліндра, конуса, зрізаного конуса, кулі та її частин. Відношення об'ємів подібних тіл. Розгортка циліндра, конуса, зрізаного конуса. Площа поверхні тіла за Мінковським.

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
формулює і доводить теореми про об'єм: циліндра, конуса, зрізаного конуса; об'єми двох подібних тіл; об'єм кулі та її частин; розрізняє розгортки поверхні циліндра і конуса; зображує рисунком, відповідно до властивостей проєктування: циліндр, конус; зрізаний конус; кулю та її частини; аналізує та досліджує лінійні виміри й величини для обчислення об'єму; визначає відношення об'ємів подібних тіл обертання; обчислює об'єм і площі поверхонь циліндра, конуса, зрізаного конуса; об'єми двох подібних тіл; об'єм кулі та її частин; площу сфери; розв'язує вправи, що передбачають: використання вивчених означень, теорем, формул і властивостей до розв'язування задач, у т. ч. прикладного та практичного змісту; обчислення об'єму циліндра, конуса, зрізаного конуса, кулі; площ бічної та повної поверхні циліндра, конуса, зрізаного конуса, площу сфери, двох подібних тіл обертання, знаходження площ поверхонь комбінації просторових фігур	Площа бічної поверхні, площа повної поверхні циліндра, конуса, зрізаного конуса. Площа сфери

