**Завдання**

**ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**2024-2025 н.р.**

1. **клас**

1.Порівняйте числа$\left(\frac{2016}{2017}\right)^{4}$та$\left(\frac{2015}{2016}\right)^{5}$.

2. На книжковій полиці, щільно одна до одної, розташовані 2 книжки, кожна з яких містить по 250 аркушів. Кожна з обкладинок у 10 разів товща за папір, на якому надруковані ці книжки. У кожну книжку вкладена закладка, причому відстань між закладками втричі менша загальної товщини двох книжок. Зʼясуйте, між якими аркушами знаходиться закладка в другій книжці, якщо в першій книжці вона розташована посередині?

3. Дійсні ненульові числа $a,b,c,d$задовольняють умови$a^{3}+b^{3}+c^{3}+d^{3}=0$та $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\ne 0$ . Доведіть, що $a+b+c+d\ne 0$ .

4. У трапеції *ABCD*з основами *AD*та *BC*кут при вершині *B*дорівнює 120$°$.
Крім того, справджуються рівності $3BC=3AB=AD$. Знайдіть величну кута *ADC*.

5.У 2016 акваріумах плавають 1, 2, ..., 2016 золотих рибок. Двоє ситих котів по черзі обирають два акваріума з різною кількістю рибок та переселяють декілька рибок з одного акваріума в інший так, аби кількість рибок у цих двох акваріумах стала однаковою. Програє кіт, який не може зробити черговий хід. З'ясуйте, чи має якийсь із котів виграшну стратегію? Якщо має, то який?

6. У квадратній таблиці 2016 × 2016 більше чверті клітинок зафарбовано у синій колір. Доведіть, що існує хоча б дві сусідні (тобто ті, що мають спільну сторону чи вершину) зафарбовані клітинки.