

Задача 1.

- 1) Провідник, який мав опір 10 Ом, розтягли в два рази без зменшення маси. Яким став опір провідника?

Нехай до розтягнення довжина провідника l та площа перерізу S . Тоді після розтягнення становитиме $2l$ та S_1 .

З умови збереження об'єму $lS = 2lS_1 \rightarrow S_1 = \frac{l}{2}$.

Тоді опір після розтягнення визначається $R_1 = \rho \frac{2l}{S_1} = 4\rho \frac{l}{S} = 40 \text{ Ом}$.

- 2) Два велосипедисти виїхали із міста Дніпро, щоб подолати відстань 20 км. Перший їхав зі швидкістю 0,01 км/с, а другий 15 футів за секунду. Який з велосипедистів першим досягне пункту призначення і на скільки раніше другого, якщо 1 фут становить 0,305 м?

Порахуємо час руху обох велосипедистів в СІ:

$$t_1 = \frac{l}{v} = \frac{20}{0.01} = 2000 \text{ с}. t_2 = \frac{l}{v} = \frac{20 \text{ км}}{15 \text{ фут/с}} = \frac{20000}{15 \cdot 0.305} = 4371,6 \text{ с}$$

Отже перший велосипедист приїде раніше на 2371.6с.

- 3) Нобелівську премію з хімії 2025 року присудили Сусуму Кітагаві, Річарду Робсону та Омару Ягі за розробку металоорганічних каркасів (MOF). Ці пористі матеріали мають величезні порожнини та використовуються для уловлювання вуглекислого газу, отримання води з повітря, зберігання токсичних речовин та каталізу хімічних реакцій. У вказаних речовин високий питомий об'єм пор (pore volume), приблизно 0,5-2 см³/г, і залежить від конструкції пор. Розрахуйте скільки грам рідкого азоту зможе увібрати в себе 1 кг такої речовини, якщо питомий об'єм пор дорівнює 1 см³/г, а густина рідкого азоту 0,81 кг/дм³.

Порахуємо, об'єм пустот в 1 кг MOF. $V = 1 \text{ кг} \cdot 1 \frac{\text{см}^3}{\text{г}} = 10^{-3} \text{ м}^3 = 1 \text{ дм}^3$

Отже маса азоту який може бути увібраним 0.81кг.

- 4) Для того, щоб занурити брусок пінопласту повністю під воду, учню довелося додатково стати на нього (маса учня 38 кг). При цьому він не замочив взуття. Визначте масу пінопласту, якщо його густина 50 кг/м³. Густина води 1000 кг/м³.

Напишемо умову плавання для пінопласту та учня:

$$M_y g + m_{\text{пін}} g = \rho_{\text{вод}} g V_{\text{пін}}$$

Зазначимо, що $V_{\text{пін}} = \frac{m_{\text{пін}}}{\rho_{\text{пін}}}$, тому

$$M_y g + m_{\text{пін}} g = \rho_{\text{вод}} g \frac{m_{\text{пін}}}{\rho_{\text{пін}}}$$

$$m_{\text{пін}} = \frac{M_y}{\frac{\rho_{\text{вод}}}{\rho_{\text{пін}}} - 1} = \frac{38}{\frac{1000}{50} - 1} = 2 \text{ кг}$$

- 5) Обчисліть силу струму, яка виникає на Великому Гадронному Колайдері, де пучок із 10^{15} протонів рухаються по колу довжиною 27 км зі швидкістю $0,999c$, де швидкість світла $c = 300\,000$ км/с. Елементарний заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

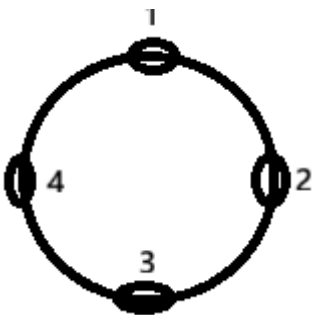
Визначимо час за який пучок робить один оберт $\Delta t = \frac{l}{v} = \frac{l}{0,999c}$.

Отже за цей час по колу проходить заряд $q = 10^{15}e$, а отже струм визначається

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{10^{15}e}{l} 0,999c = \frac{10^{15} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{27 \cdot 10^3} 0,999 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1,776 \text{ А}$$

Задача 2.

Для вивчення рівномірного руху тіл у космічній лабораторії створено макет: кругла шайба, що може літати у невагомості. До шайби прикріплено чотири легкі спеціальні «імпульсні двигуни», що розташовані у вершинах квадрата вписаного в шайбу. Кожний двигун при вмиканні швидко штовхає шайбу так, що вона набуває додатково швидкості 1 м/с у радіальному напрямку і рухається поступально. Двигуни вмикають по черзі.



2.1 Визначте швидкість шайби в кінці досліду, якщо двигуни вмикали послідовно (1, 2, 3, 4) із інтервалом у 10 с.

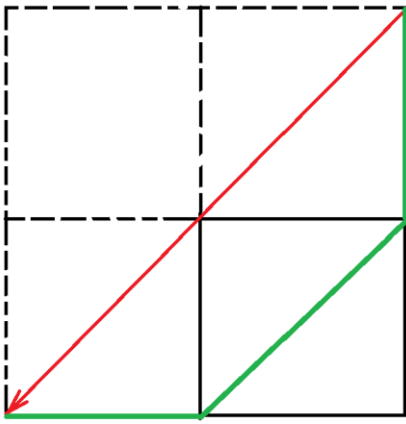
2.2 Намалуйте траєкторію руху шайби за 40 с і визначте шлях, що пройшло тіло.

2.3 Визначте переміщення шайби за час руху.

2.1 Кожний двигун надає швидкість в певному напрямі, тому після 4 двигуна результуюча швидкість буде векторною сумою чотирьох перпендикулярних векторів. Тому сумарно буде 0 і тіло зупиниться.

2.2 Траєкторія тіла зображена на рисунку зеленим і має довжину $20 + 10\sqrt{2}$ м.

2.3 Довжина вектору переміщення (червоний вектор) буде $20\sqrt{2}$ м.



Задача 3.

У наборі юного фізика було 3 резистори опорами 50, 100 та 200 Ом та з'єднувальні дроти, опором яких можна знехтувати.

3.1 Скільки різних опорів можна скласти з даного набору?

3.2 Яка з можливих схем виділить найбільшу теплоту за 1 хв, якщо підключити її до ідеального джерела напруги 12 В? Обчисліть відповідну найбільшу теплоту.

3.3 На якому із резисторів у схемі з пункту 3.2 виділяється найбільша потужність і чому?

3.1 Всього можна скласти 17 варіантів опорів

Кожний окремо: 50, 100 та 200 Ом

Послідовно парами: 150, 300, 250 Ом

Паралельно парами: $\frac{50 \cdot 100}{150} = 33,3$ Ом; $\frac{50 \cdot 200}{250} = 40$ Ом; $\frac{200 \cdot 100}{300} = 66,7$ Ом

Всі три послідовно 350 Ом

Всі три паралельно 28,57 Ом

Один послідовно, два паралельно: 233,3 Ом; 140 Ом; 116,7 Ом

Два послідовно, і до них один паралельно:

$$\frac{150 \cdot 200}{350} = 85,7 \text{ Ом}, \frac{50 \cdot 300}{350} = 42,86 \text{ Ом}, \frac{100 \cdot 150}{350} = 42,86 \text{ Ом}$$

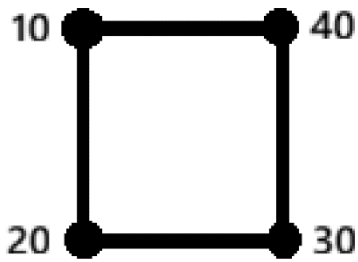
3.2 Найбільшу потужність виділятиме схема з найменшим опором – а саме,

всі три паралельно. $Q = \frac{U^2}{R} t = \frac{144}{28,57} \cdot 60 = 302,4$ Дж.

3.3 При паралельному підключенні на всіх трьох резисторах однакова напруга, отже найбільше виділятиметься на резисторі 50 Ом. І становитиме

$$Q = \frac{U^2}{R} = \frac{144}{50} = 2,88 \text{ Вт}$$

Задача 4. Легкі стрижні довжиною 10 см використали, як сторони квадрата, у вершинах якого розмістили невеликі вантажі масами 10 г, 20 г, 30 г та 40 г



так, як показано на рисунку. Цей квадрат як маятник підвісили за тягарець масою 10 г і відпустили (див. Рис.).

4.1 Визначте швидкості кульок-вершин квадрата у момент коли ребро 10-20 стане горизонтальним.

Тертям та опором повітря знехтувати.

4.2 Яка кулька буде нижче, масою 20 г чи 40 г у рівноважному положенні.

4.3 Визначте відстані від центру мас квадрата до його сторін.

4.1 Напишемо Закон збереження енергії у положенні початку та в момент коли положенні ребра 10-20 було вертикальним вперше (Див. рис).

Прийнемо відрахунок висоти від положення точки 10.

$$-m_{20}ga - m_{30}ga = -m_{30}ga - m_{40}ga + \frac{m_{20}v_{20}^2}{2} + \frac{m_{30}v_{30}^2}{2} + \frac{m_{40}v_{40}^2}{2}$$

Оскільки квадрат є жорсткою конструкцією то рухається як ціле і кутова швидкість усіх точок однакова. Тому $v_{20} = \omega a$, $v_{40} = \omega a = v_{20}$, $v_{30} = \omega a\sqrt{2} = v_{20}\sqrt{2}$

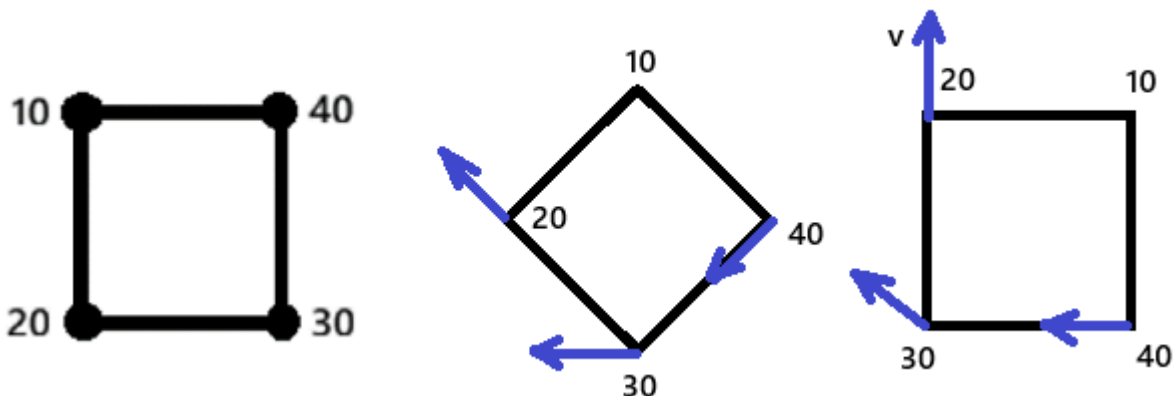
Отримуємо рівняння для v_{20}

$$(m_{40} - m_{20})ga = \frac{m_{20}v_{20}^2}{2} + \frac{2m_{30}v_{20}^2}{2} + \frac{m_{40}v_{20}^2}{2}$$

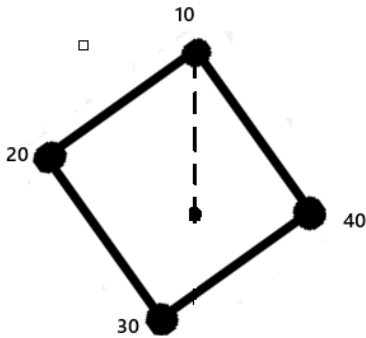
$$v_{20}^2 = \frac{2(m_{40} - m_{20})ga}{m_{20} + 2m_{30} + m_{40}} \rightarrow v_{20} = \sqrt{\frac{2(m_{40} - m_{20})ga}{m_{20} + 2m_{30} + m_{40}}} = \sqrt{\frac{40ga}{120}} = \sqrt{\frac{ga}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{ga}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

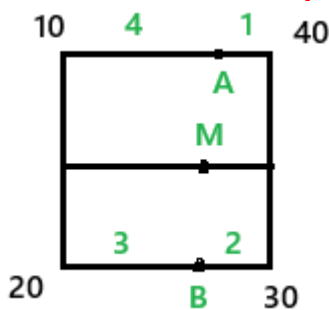
$$v_{20} = v_{40} = \sqrt{\frac{1}{3}}, v_{30} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$



4.2 У рівноважному положенні кулька 40 буде нижче, бо це призведе до нижчого положення центру мас.



4.3 Зазначимо, що оскільки $10+40=20+30$. Центри мас точок 10 і 40 (точка А) знаходяться на ребрі 10-40 і ділить відрізок у відношенні 4:1. Центр мас точок 20 і 30 на ребрі 20-30 (точка В) і ділить відрізок у відношенні 3:2. Отже квадратик можна замінити на дві точкові маси по 50г, що знаходяться в точках А і В, а отже точка М це середина відрізка АВ. Тоді відстань від точки М до ребер 10-40 та 20-30 становить $a/2=5\text{см}$. За теоремою про пропорційні відрізки та теоремою про середню лінію трикутника відстань від точки М до сторони 40-30 становить $1.5 \cdot a/5=3\text{см}$, і відповідно до сторони 10-20 – 7 см.



Задача 5.

Учень почав нагрівати 96,5 г крижаної води із шматочком льоду 3,5 г у калориметрі послідовно кидаючи в нього нагріті до 50°C свинцеві кульки масою 5 г кожна. Питома теплоємність води $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$, теплота плавлення льоду $330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, питома теплоємність свинцю $140 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$. Тепловими втратами та теплоємністю калориметра знехтувати.

5.1 Знайдіть температури після вкидування першої та після другої кульок.

5.2 Визначте, яка температура встановиться після 50 кульок.

5.3 Визначте залежність температури після вкидування n – тої кульки від значення температури, яка встановилася після попередньої $n - 1$.

5.1 Оскільки лід плаває в воді то температура суміші 0°C .

Порахуємо скільки теплоти треба щоб лід розтанув

$$Q = \lambda m = 330000 \cdot 0.0035 = 1155 \text{ Дж}$$

Порахуємо скільки тепла віддає кулька при охолодженні до 0°C

$$Q_k = c_{\text{св}} m \cdot 50^{\circ}\text{C} = 140 \cdot 0.005 \cdot 50 = 35$$

Отже перші $1155/35=33$ кульки доведеться вкинути щоб лише розтопити лід.

Отже після вкидування 1 та другої кульок температура не зміниться і буде 0°C

5.2. Щоб порахувати шукану температуру, не треба рахувати кульки по черзі. Вся теплота що виділиться при охолодженні всіх кульок піде на танення льоду та нагрів води. Тому

$c_{\text{св}} 50m \cdot (50^{\circ}\text{C} - T_{50}) = c_{\text{вод}} M_{\text{вод}} T_{50} + \lambda m_{\text{лід}}$, де $M_{\text{вод}} = 100\text{г}$ сумарна маса води після танення льоду.

$$T_{50} = \frac{50^2 c_{\text{св}} m - \lambda m_{\text{лід}}}{50 c_{\text{св}} m + c_{\text{вод}} M_{\text{вод}}} = \frac{50^2 \cdot 140 \cdot 0.005 - 1155}{35 + 4200 \cdot 0.1} = \frac{595}{455} = 1.3^{\circ}\text{C}.$$

5.3 Нагрів суміші почнеться коли вкинуть 34 кульку. Позначимо температуру суміші із 33 кульками як $T_{33} = 0^{\circ}\text{C}$, а температуру після вкидування 34 як T_{34} . Напишемо рівняння теплового балансу.

$$c_{\text{св}} m \cdot (50^{\circ}\text{C} - T_{34}) = c_{\text{вод}} M_{\text{вод}} (T_{34} - T_{33}) + c_{\text{св}} 33m (T_{34} - T_{33})$$

Аналогічно можна записати для наступного вкидування

$$c_{\text{св}} m \cdot (50^{\circ}\text{C} - T_{35}) = c_{\text{вод}} M_{\text{вод}} (T_{35} - T_{34}) + c_{\text{св}} 34m (T_{35} - T_{34})$$

Таким чином

$$c_{\text{св}} m \cdot (50^{\circ}\text{C} - T_n) = c_{\text{вод}} M_{\text{вод}} (T_n - T_{n-1}) + c_{\text{св}} (n-1)m (T_n - T_{n-1})$$

$$c_{\text{св}} m \cdot 50^{\circ}\text{C} + c_{\text{вод}} M_{\text{вод}} T_{n-1} + c_{\text{св}} (n-1)m T_{n-1}$$

$$= (c_{\text{вод}} M_{\text{вод}} + c_{\text{св}} (n-1)m + c_{\text{св}} m) T_n$$

$$T_n = \frac{c_{\text{св}} m \cdot 50^{\circ}\text{C} + c_{\text{вод}} M_{\text{вод}} T_{n-1} + c_{\text{св}} (n-1)m T_{n-1}}{c_{\text{вод}} M_{\text{вод}} + c_{\text{св}} n m}$$

для $n \geq 34$.

Задачі запропонував П. Є. Мінаєв, доцент кафедри геометрії та алгебри механіко-математичного факультету Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.