

О.С. ІСТЕР

**АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ  
ТА ГЕОМЕТРІЯ**

**11**

**ЗБІРНИК**

самостійних  
і тематичних  
контрольних  
робіт

(профільний рівень)



Київ  
«ГЕНЕЗА»  
2019

УДК 512/514+517.1](079.1.057.874)

I-89

**Істер О. С.**

I-89 Алгебра і початки аналізу та геометрія : зб. самост. і темат. контрол. робіт (профільн. рівень) : 11-й кл. / О. С. Істер. — Київ : Генеза, 2019. — 80 с. : іл.

ISBN 978-966-11-1065-5.

Посібник містить повну добірку самостійних і тематичних контрольних робіт з курсу алгебри і початків аналізу та геометрії 11-го класу (профільний рівень) відповідно до чинної навчальної програми для ЗЗСО. Завдання кожної роботи диференційовано за рівнями оцінювання навчальних досягнень учнів. У передмові надано методичні рекомендації щодо проведення, оформлення та оцінювання робіт.

Призначено для учнів 11-х класів закладів загальної середньої освіти та вчителів математики.

УДК 512/514+517.1](079.1.057.874)

*Навчальне видання*

ІСТЕР Олександр Семенович

## **АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЯ**

### **11 КЛАС**

#### **ЗБІРНИК**

**самостійних і тематичних контрольних робіт  
(профільний рівень)**

Відповідальна за випуск *Олена Камішанська*. Редактор *Олена Мовчан*.  
Обкладинка *Світлани Железняк*. Технічний редактор *Цезарина Федосіхіна*.  
Технічні малюнки *Юрія Лебедева*. Комп'ютерна верстка *Юрія Лебедева*.  
Коректор *Любов Федоренко*

Формат 70×100/16. Ум. друк. арк. 6,5. Обл.-вид. арк. 5,85.  
Тираж 3023 пр. Вид. № 2082. Зам. № 19-11-0503.

Видавництво «Генеза», вул. Тимошенка, 2-л, м. Київ, 04212.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 5088 від 27.04.2016.

Віддруковано у ТОВ «ПЕТ», вул. Максиміліанівська, 17, м. Харків, 61024.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 6847 від 19.07.2019.

ISBN 978-966-11-1065-5

© Істер О. С., 2019

© Видавництво «Генеза»,  
оригінал-макет, 2019

## Передмова

Посібник містить дидактичні матеріали для перевірки рівня навчальних досягнень учнів з алгебри і початків аналізу та геометрії в 11 класі (профільний рівень). У посібнику подано 11 самостійних та 10 тематичних контрольних робіт з алгебри і початків аналізу та 7 самостійних і 5 тематичних контрольних робіт з геометрії.

Для зручності користування посібником у назві кожної самостійної та тематичної контрольної роботи вказано тему, навчальні досягнення з якої перевіряються цією роботою. Для самостійних робіт використано позначення «С», для тематичних контрольних робіт – «ТКР», поряд з якими вказано номер роботи.

Тексти самостійних робіт подано в чотирьох варіантах, а тематичних контрольних робіт – у двох варіантах, що сприятиме самостійності виконання завдань та об'єктивному оцінюванню навчальних досягнень учнів.

Зміст і порядок самостійних і тематичних контрольних робіт відповідають змісту та порядку навчального матеріалу програми, тому запропонований посібник легко адаптується до чинних в Україні підручників.

Зміст більшості завдань, які запропоновано для самостійних і тематичних контрольних робіт, є типовим та аналогічним до змісту завдань, що використовувалися протягом останніх років для проведення зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Враховуючи специфіку навчання на профільному рівні, усі завдання самостійних і тематичних контрольних робіт є завданнями відкритої форми.

Виконання самостійної роботи орієнтовно має тривати 15–25 хв. Залежно від рівня навчальних досягнень класу та індивідуальних особливостей учнів остаточний вибір часу, потрібного для виконання роботи, та кількості балів для оцінювання завдань залишаємо за вчителем.

Орієнтовний розподіл завдань самостійної роботи за рівнями складності та максимальною кількістю балів за кожне подано в таблиці 1.

Таблиця 1

| № завдання | Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учня | Кількість балів |
|------------|--------------------------------------------------------|-----------------|
| 1          | Початковий рівень                                      | 3               |
| 2          | Середній рівень                                        | 3               |
| 3          | Достатній рівень                                       | 3               |
| 4          | Високий рівень                                         | 3               |

Час для виконання тематичної контрольної роботи розраховано на один урок (45 хв). Залежно від рівня навчальних досягнень класу та індивідуальних особливостей учнів учитель може зменшувати кількість завдань у кожній ТКР, при цьому сумарна кількість балів за роботу має дорівнювати 12.

Орієнтовний розподіл завдань тематичної контрольної роботи за рівнями складності та максимальною кількістю балів за кожне подано в таблиці 2.

Таблиця 2

| № завдання | Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учня | Кількість балів |
|------------|--------------------------------------------------------|-----------------|
| 1, 2, 3    | Початковий рівень                                      | По 1 балу       |
| 4, 5, 6    | Середній рівень                                        | По 1 балу       |
| 7, 8       | Достатній рівень                                       | По 2 бали       |
| 9          | Високий рівень                                         | 2               |

Орієнтовний розподіл завдань ТКР-10 з алгебри і початків аналізу, яка розрахована на 2 години, за рівнями складності та максимальною кількістю балів за кожне подано в таблиці 3.

Таблиця 3

| № завдання | Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учня | Кількість балів |
|------------|--------------------------------------------------------|-----------------|
| 1, 2, 3    | Початковий рівень                                      | По 1 балу       |
| 4, 5, 6    | Середній рівень                                        | По 1 балу       |
| 7, 8       | Достатній рівень                                       | По 1 балу       |
| 9, 10      | Високий рівень                                         | По 2 бали       |

Для оцінювання в балах завдань СР і ТКР пропонується користуватися критеріями, наведеними в таблиці 4 (див. с. 5).

Безумовно, учитель може використовувати більш просту, інтуїтивно зрозумілу для учнів, систему оцінювання кожного завдання: якщо учень отримав правильну відповідь і навів повне її обґрунтування, то завдання оцінюється максимальною кількістю балів; якщо учень навів окремі етапи правильного розв'язування завдання, – кількістю балів, меншою від максимально можливої за це завдання.

Оцінкою за роботу є сума балів, яку отримав учень за виконання кожного завдання окремо. Якщо сумою є не ціле число (а саме – це число має п'ять десятих), то користуємося звичним правилом округлення (наприклад,  $9,5 \approx 10$ ).

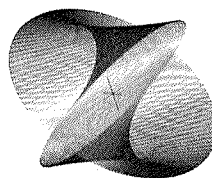
Наприкінці збірника подано тренувальний тест формату сертифікаційної роботи зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Ви зможете потренуватися розв'язувати завдання, а перевірити правильність виконання кожного з них можна, скориставшись відповідями, які розміщено на с. 78.

Таблиця 4

| Що виконав учень                                                                                                                                                           | Відповідна кількість балів за завдання |                      |                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------|----------------------|
|                                                                                                                                                                            | Максимальний бал – 3                   | Максимальний бал – 2 | Максимальний бал – 1 |
| Отримав правильну відповідь і навів повне її обґрунтування                                                                                                                 | 3 бали                                 | 2 бали               | 1 бал                |
| Отримав правильну відповідь, але вона недостатньо обґрунтована або розв'язання містить незначні недоліки                                                                   | 2,5 бала                               | 1,5 бала             | 0,5 бала             |
| Отримав відповідь, записав правильний хід розв'язування завдання, але в процесі розв'язування допустив помилку обчислювального або логічного (при обґрунтуванні) характеру | 2 бали                                 |                      |                      |
| Суттєво наблизився до правильного кінцевого результату або в результаті знайшов лише частину правильної відповіді                                                          | 1,5 бала                               | 1 бал                |                      |
| Розпочав розв'язувати завдання правильно, але в процесі розв'язування припустився помилки в застосуванні потрібного твердження чи формули                                  | 1 бал                                  | 0,5 бала             | 0 балів              |
| Лише розпочав правильно розв'язувати завдання або розпочав хибним шляхом, але в подальшому окремі етапи розв'язування виконав правильно                                    | 0,5 бала                               |                      |                      |
| Розв'язання не відповідає жодному з наведених вище критеріїв                                                                                                               | 0 балів                                | 0 балів              |                      |

Зауваження та пропозиції щодо змісту, розподілу завдань та їх оцінювання автор просить надсилати на e-mail: [ister69@gmail.com](mailto:ister69@gmail.com). Сторінка автора в Інтернеті: [ister.in.ua](http://ister.in.ua).

*Бажаємо успіхів!*



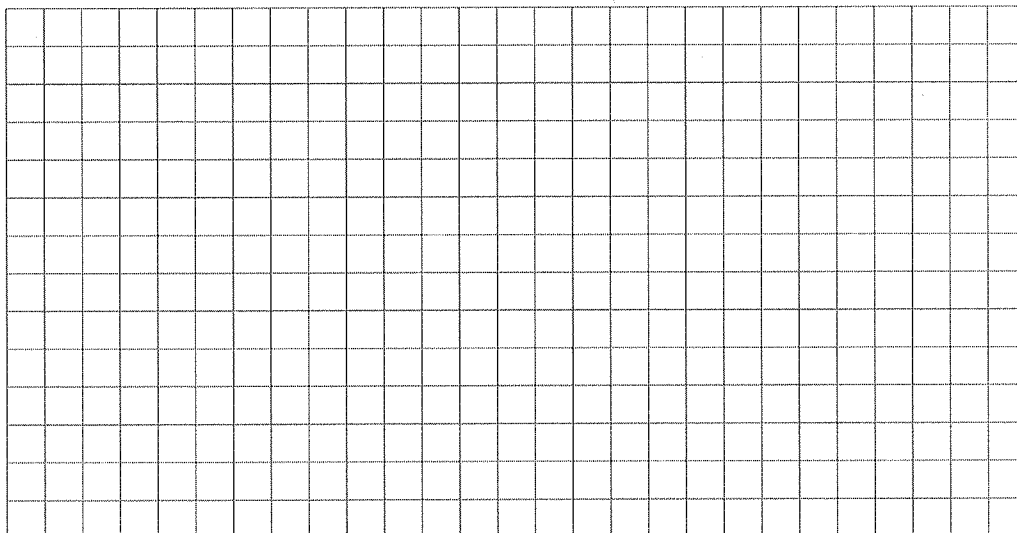
**Степінь з довільним дійсним показником.  
Показникова функція, її властивості та графіки.  
Показникові рівняння та нерівності**

## Варіант 1

- Відомо, що  $a > b$ . Які з нерівностей правильні:  
1)  $5^a > 5^b$ ;      2)  $0,4^b < 0,4^a$ ;      3)  $1,9^a < 1,9^b$ ?
- Розв'яжіть рівняння:  
1)  $5^{x^2-4x} = 1$ ;      2)  $\left(\frac{2}{7}\right)^{x-2} = 3,5^{x+4}$ ;      3)  $2^{x+3} \cdot 5^x = 800$ .
- Розв'яжіть нерівність  $3^{2x+1} + 5 \cdot 3^x - 2 < 0$ .
- Розв'яжіть рівняння  $4 \cdot 4^x - 29 \cdot 10^x + 25 \cdot 25^x = 0$ .

## Варіант 2

- Відомо, що  $c < d$ . Які з нерівностей правильні:  
1)  $4^c > 4^d$ ;      2)  $7^d > 7^c$ ;      3)  $0,2^c > 0,2^d$ ?
- Розв'яжіть рівняння:  
1)  $4^{x^2+3x} = 1$ ;      2)  $\left(\frac{2}{9}\right)^{x+3} = 4,5^{x-1}$ ;      3)  $3^{x+2} \cdot 2^x = 324$ .
- Розв'яжіть нерівність  $2^{2x+2} + 11 \cdot 2^x - 3 > 0$ .
- Розв'яжіть рівняння  $2 \cdot 4^x - 7 \cdot 10^x + 5 \cdot 25^x = 0$ .



**Варіант 3**

1. Відомо, що  $a < b$ . Які з нерівностей правильні:

1)  $2^a > 2^b$ ;      2)  $0,3^a > 0,3^b$ ;      3)  $4^b > 4^a$ ?

2. Розв'яжіть рівняння:

1)  $7^{x^2+4x} = 0$ ;      2)  $\left(\frac{2}{11}\right)^{x+4} = 5,5^{x-8}$ ;      3)  $2^{x+1} \cdot 3^x = 432$ .

3. Розв'яжіть нерівність  $3^{2x+1} + 14 \cdot 3^x - 5 > 0$ .

4. Розв'яжіть рівняння  $4 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 9^x = 0$ .

**Варіант 4**

1. Відомо, що  $c > d$ . Які з нерівностей правильні:

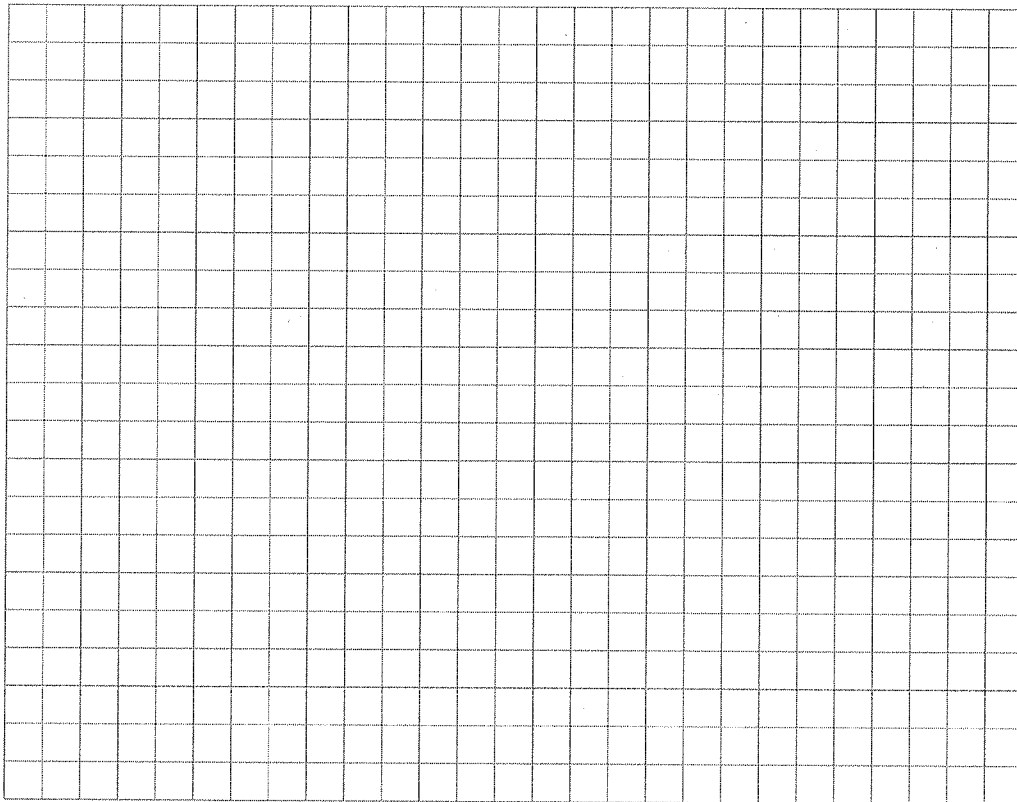
1)  $9^c < 9^d$ ;      2)  $0,9^c > 0,9^d$ ;      3)  $7^d < 7^c$ ?

2. Розв'яжіть рівняння:

1)  $3^{x^2-5x} = 0$ ;      2)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} = 2,5^{x-9}$ ;      3)  $5^x \cdot 2^{x+1} = 2000$ .

3. Розв'яжіть нерівність  $2^{2x+2} + 19 \cdot 2^x - 5 < 0$ .

4. Розв'яжіть рівняння  $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0$ .

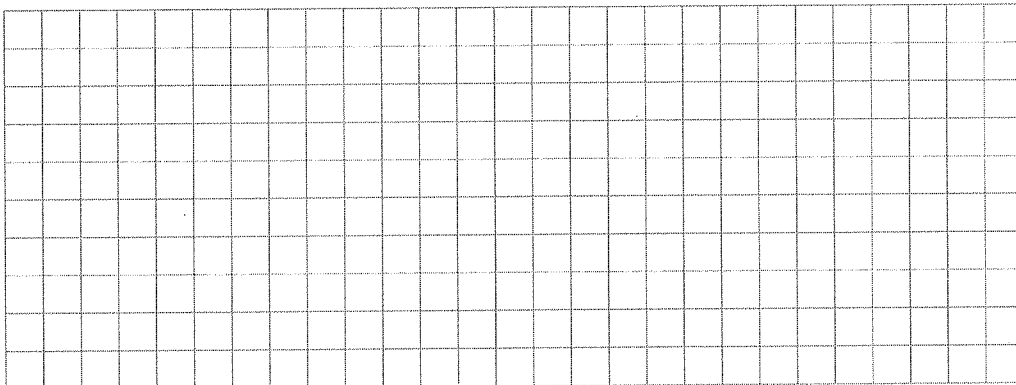




**Степень з довільним дійсним показником.  
Показникова функція, її властивості та графіки.  
Показникові рівняння та нерівності**

**Варіант 1**

1. Порівняйте  $a$  і  $b$ , якщо:  
1)  $0,9^a < 0,9^b$ ;                      2)  $1,8^a < 1,8^b$ .
2. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $5^x = 125$ ;                      2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = \frac{1}{9}$ .
3. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $5^x \geq 5^4$ ;                      2)  $\left(\frac{1}{4}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^7$ .
4. Побудуйте схематично графік функції  $y = 1,2^x$ . Укажіть:  
1) проміжки зростання і проміжки спадання функції;  
2) множину значень функції.
5. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3+x}$ ;                      2)  $4^{x+1} - 4^x = 48$ .
6. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $7^{2x-8} > 49$ ;                      2)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2x} \leq 25$ .
7. Обчисліть:  
1)  $9^{\sqrt{5}-1} \cdot 3^{3-2\sqrt{5}}$ ;                      2)  $2^{(1-\sqrt{7})^2} : 2^{4-2\sqrt{7}}$ .
8. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $2^{2x+1} - 2 \cdot 2^{x-1} - 6 = 0$ ;                      2)  $\left(\frac{2}{\sqrt{10}}\right)^{2x^2-12} = 0,16^{-2,5x}$ .
9. Розв'яжіть нерівність  $9^x - 2^x \geq 2^{x+2} - 9^{x-1}$ .





**Варіант 2**1. Порівняйте  $c$  і  $d$ , якщо:

1)  $1,7^c > 1,7^d$ ;

2)  $0,8^c > 0,8^d$ .

2. Розв'яжіть рівняння:

1)  $7^x = 49$ ;

2)  $4^{x+2} = 64$ .

3. Розв'яжіть нерівність:

1)  $11^x > 11^8$ ;

2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^6$ .

4. Побудуйте схематично графік функції  $y = 0,7^x$ . Укажіть:

1) множину значень функції;

2) проміжки зростання і проміжки спадання функції.

5. Розв'яжіть рівняння:

1)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{x^2+x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{8+3x}$ ;

2)  $5^{x+2} - 5^x = 600$ .

6. Розв'яжіть нерівність:

1)  $3^{2x-5} \geq 27$ ;

2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4x} < 16$ .

7. Обчисліть:

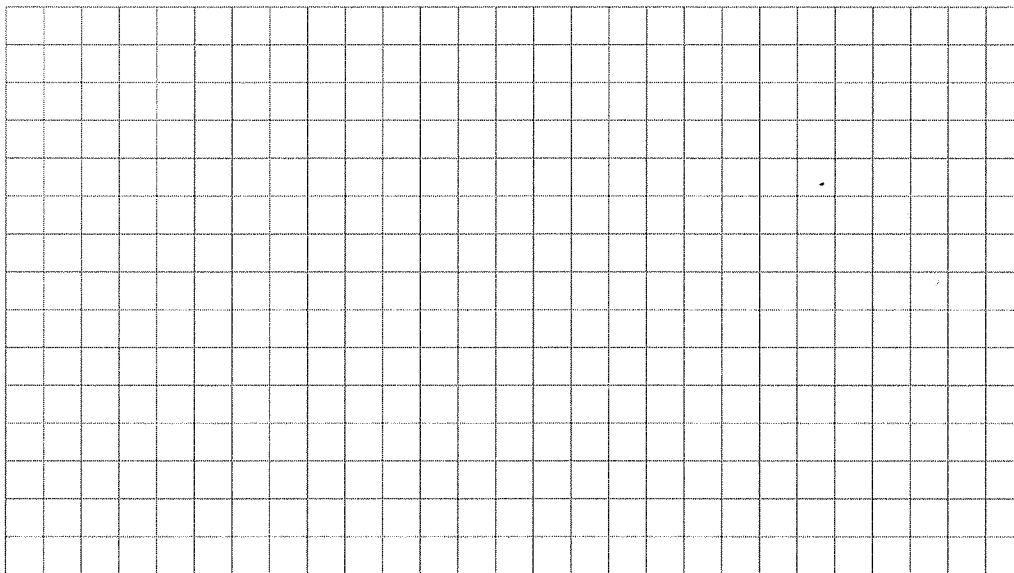
1)  $25^{\sqrt{7}-1} \cdot 5^{4-2\sqrt{7}}$ ;

2)  $3^{(1-\sqrt{5})^2} : 3^{2-2\sqrt{5}}$ .

8. Розв'яжіть рівняння:

1)  $5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} - 3 = 0$ ;

2)  $\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^{2x^2-16} = 0,81^{-3,5x}$

9. Розв'яжіть нерівність  $4^x - 3^x > 3^{x+1} - 8 \cdot 4^{x-1}$ .



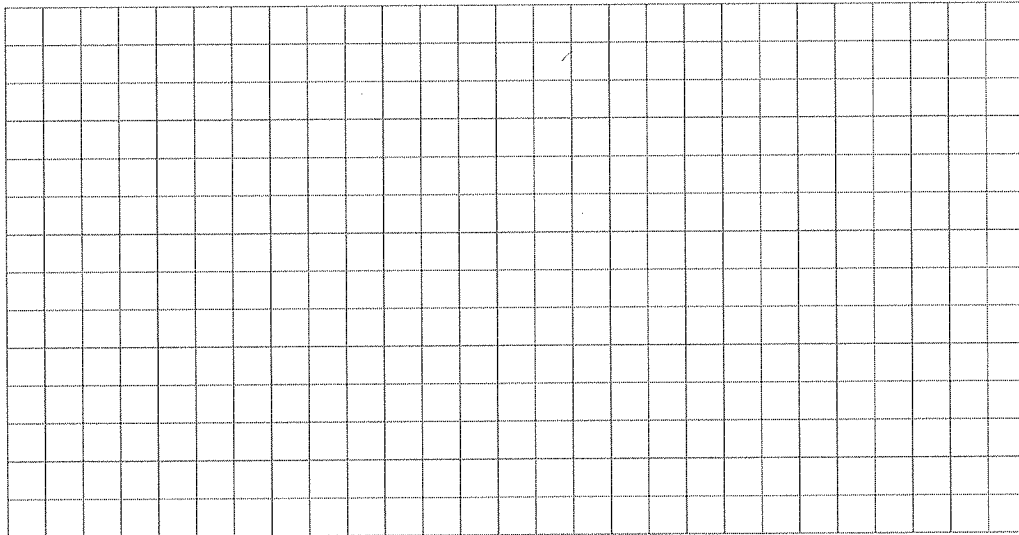
**Логарифми та їх властивості.**  
**Логарифмічна функція, її властивості та графік.**  
**Логарифмічні рівняння**

**Варіант 1**

1. Обчисліть:  
1)  $\log_2 32$ ;      2)  $\log_{19} 1$ ;      3)  $5^{\log_5 13}$ .
2. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\log_5 x^2 + \log_5 x^3 = 10$ ;      2)  $\log_1 (|x-1|+1) = -1$ .
3. Знайдіть значення виразу:  
1)  $\log_3 (9 \cdot \log_5 125)$ ;      2)  $\log_{15} \frac{1}{\sqrt[7]{15^2}}$ ;      3)  $\frac{\log_3 1000 + \log_3 10}{\log_3 2 + \log_3 5}$ .
4. Розв'яжіть графічно рівняння  $\log_2 x = 6 - x$ .

**Варіант 2**

1. Обчисліть:  
1)  $\log_{17} 17$ ;      2)  $\log_4 16$ ;      3)  $7^{\log_7 11}$ .
2. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\log_3 x^4 + \log_3 x^3 = 14$ ;      2)  $\log_1 (|x-2|+3) = -1$ .
3. Знайдіть значення виразу:  
1)  $\log_5 (25 \cdot \log_2 32)$ ;      2)  $\log_{19} \frac{1}{\sqrt[5]{19^3}}$ ;      3)  $\frac{\log_7 45 + \log_7 5}{\log_7 3 + \log_7 5}$ .
4. Розв'яжіть графічно рівняння  $\log_{\frac{1}{2}} x = x - 3$ .

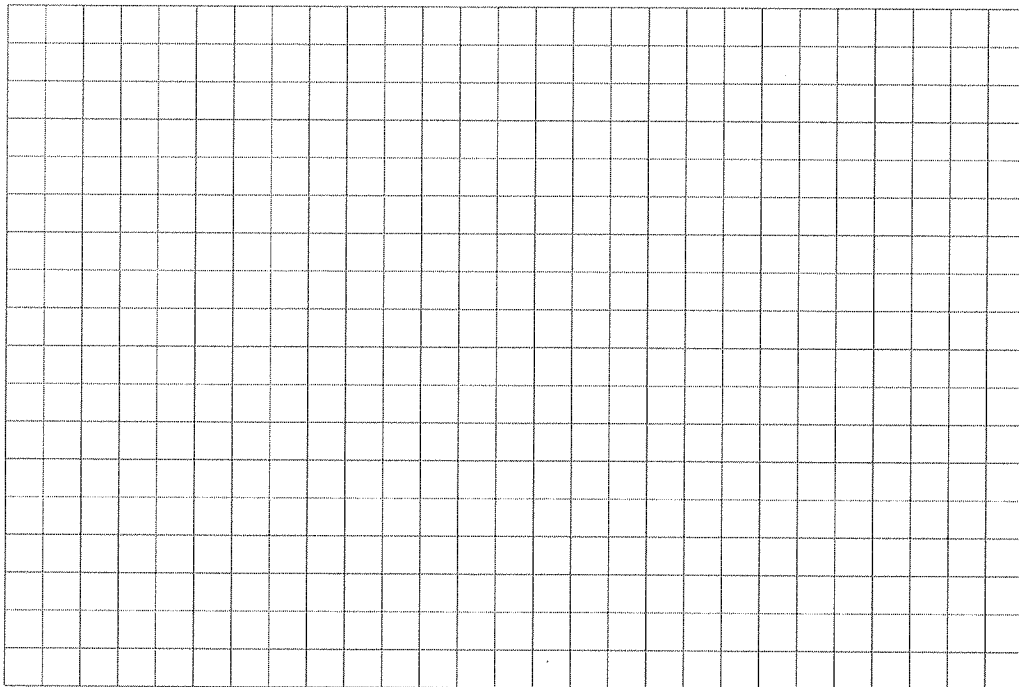


### Варіант 3

- Обчисліть:  
1)  $\log_{18} 1$ ;      2)  $\log_7 49$ ;      3)  $11^{\log_{11} 5}$ .
- Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\log_2 x^5 + \log_2 x^2 = 21$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{8}}(|x-3|+2) = -1$ .
- Знайдіть значення виразу:  
1)  $\log_3(27 \cdot \log_4 64)$ ;      2)  $\log_{11} \frac{1}{\sqrt[4]{11^3}}$ ;      3)  $\frac{\log_9 25 + \log_9 40}{\log_9 5 + \log_9 2}$ .
- Розв'яжіть графічно рівняння  $\log_3 x = 4 - x$ .

### Варіант 4

- Обчисліть:  
1)  $\log_{12} 12$ ;      2)  $\log_5 125$ ;      3)  $17^{\log_{17} 8}$ .
- Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\log_7 x^5 + \log_7 x^4 = 18$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{5}}(|x-1|+2) = -1$ .
- Знайдіть значення виразу:  
1)  $\log_2(16 \cdot \log_7 49)$ ;      2)  $\log_7 \frac{1}{\sqrt[9]{7^5}}$ ;      3)  $\frac{\log_{11} 45 + \log_{11} 75}{\log_{11} 5 + \log_{11} 3}$ .
- Розв'яжіть графічно рівняння  $\log_{\frac{1}{3}} x = x - 4$ .

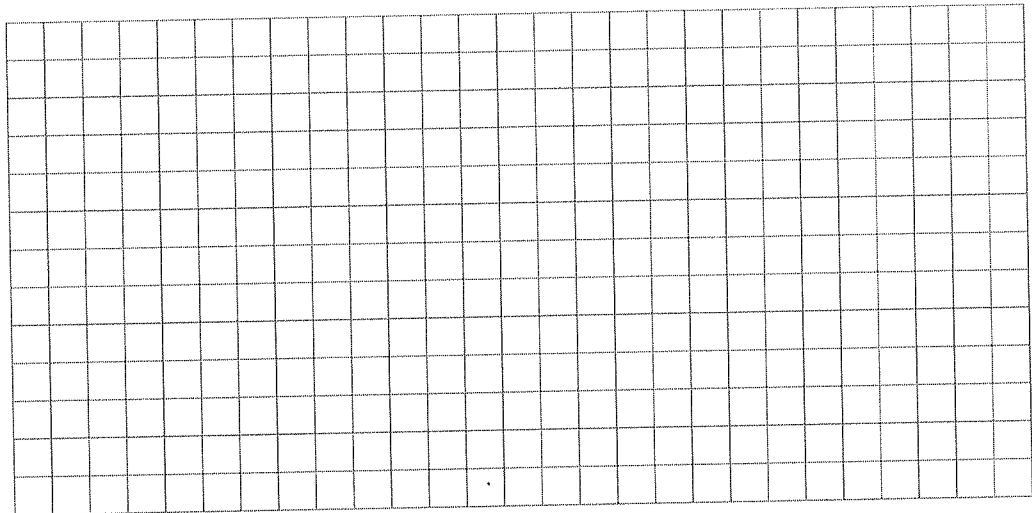




Логарифми та їх властивості.  
Логарифмічна функція, її властивості та графік.  
Логарифмічні рівняння

Варіант 1

1. Обчисліть:  
1)  $\log_2 8$ ; 2)  $1,7^{\log_{1,7} 5}$ .
2. Порівняйте  $x$  і  $y$ , якщо:  
1)  $\log_{11} x > \log_{11} y$ ; 2)  $\log_{0,1} x > \log_{0,1} y$ .
3. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\log_{\frac{1}{5}} x = -2$ ; 2)  $\log_{13}(x+2) = \log_{13} 9$ .
4. Обчисліть:  
1)  $\frac{1}{3} \log_2 8 - \frac{1}{2} \log_5 25$ ; 2)  $3^{1+\log_3 2}$ ;  
3)  $\log_{18} 3 + \log_{18} 6$ ; 4)  $\log_3 18 - \log_3 2$ .
5. Знайдіть область визначення функції:  
1)  $y = \log_5(7x - x^2)$ ; 2)  $y = \lg(x+2) + \log_{11}(6-x)$ .
6. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\log_{0,7}(x^2 - 4) = \log_{0,7}(2x + 4)$ ; 2)  $\log_5^2 x - 2 \log_5 x - 3 = 0$ .
7. Побудуйте графік функції  $y = \begin{cases} 6-x, & \text{якщо } x < 4; \\ \log_2 x, & \text{якщо } x \geq 4. \end{cases}$
8. Знайдіть корені рівняння:  
1)  $\log_3(x-1) + \log_3(2x+1) = 3$ ; 2)  $\log_3(10-3^x) = 2-x$ .
9. Обчисліть:  
1)  $\log_3 32 \cdot \log_7 3 \cdot \log_2 7$ ; 2)  $\lg \operatorname{tg} 11^\circ + \lg \operatorname{tg} 79^\circ$ .



## Варіант 2

- [illegible]



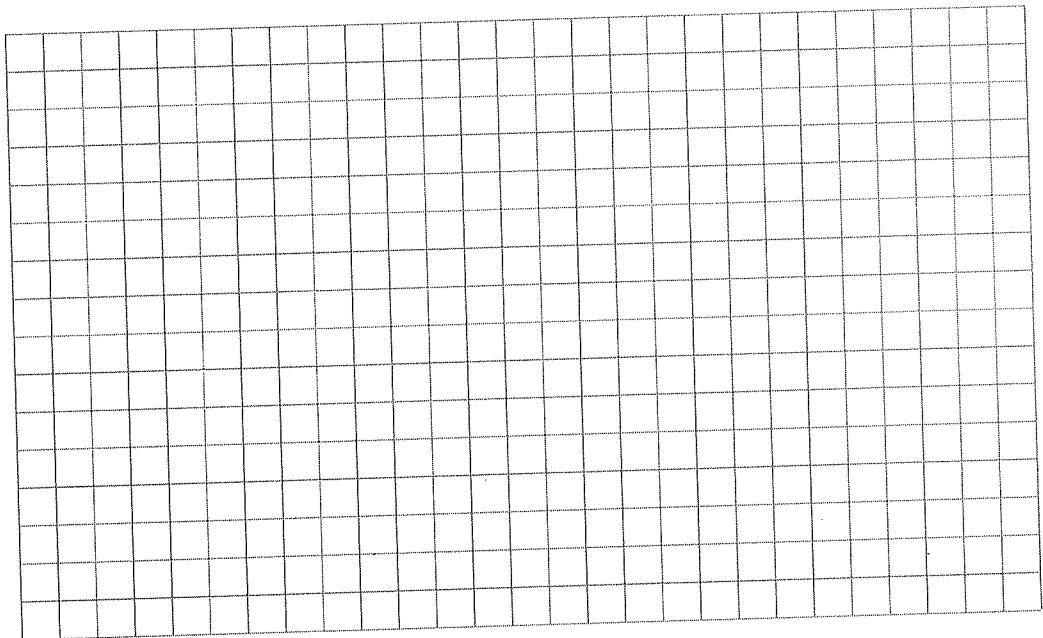
**Логарифмічні нерівності.  
Системи показникових і логарифмічних рівнянь  
та нерівностей**

**Варіант 1**

1. Розв'яжіть нерівності:  
1)  $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 7$ ;      2)  $\log_5 x > 2$ .
2. Розв'яжіть систему нерівностей  $\begin{cases} 2^{x+1} \leq 16, \\ |x| < 5. \end{cases}$
3. Розв'яжіть нерівність  $\log_4(x^2 + 3x) \leq 1$ .
4. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} x^y = 5^3, \\ y - \log_5 x = 2. \end{cases}$

**Варіант 2**

1. Розв'яжіть нерівності:  
1)  $\log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}} 5$ ;      2)  $\log_7 x \leq 2$ .
2. Розв'яжіть систему нерівностей  $\begin{cases} |x| \leq 3, \\ 3^{x+2} < 27. \end{cases}$
3. Розв'яжіть нерівність  $\log_5(x^2 + 4x) \leq 1$ .
4. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} y^x = 3^6, \\ x - \log_3 y = 1. \end{cases}$

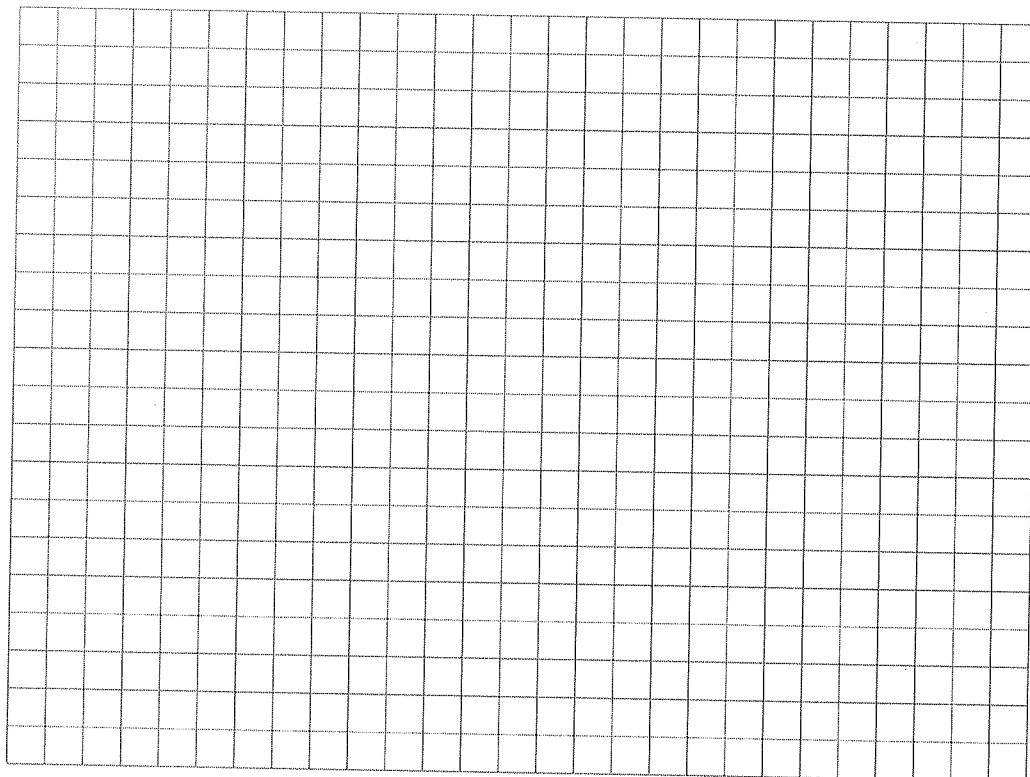


**Варіант 3**

1. Розв'яжіть нерівності:  
1)  $\log_{\frac{1}{8}} x > \log_{\frac{1}{8}} 9$ ;      2)  $\log_2 x \geq 3$ .
2. Розв'яжіть систему нерівностей  $\begin{cases} |x| < 4, \\ 5^{x+1} \leq 25. \end{cases}$
3. Розв'яжіть нерівність  $\log_4(x^2 - 3x) \leq 1$ .
4. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} y^x = 5^4, \\ x - \log_5 y = 3. \end{cases}$

**Варіант 4**

1. Розв'яжіть нерівності:  
1)  $\log_{\frac{1}{7}} x \leq \log_{\frac{1}{7}} 6$ ;      2)  $\log_5 x < 2$ .
2. Розв'яжіть систему нерівностей  $\begin{cases} 4^{x+3} < 16, \\ |x| \leq 6. \end{cases}$
3. Розв'яжіть нерівність  $\log_5(x^2 - 4x) \leq 1$ .
4. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} x^y = 3^5, \\ y - \log_3 x = 4. \end{cases}$





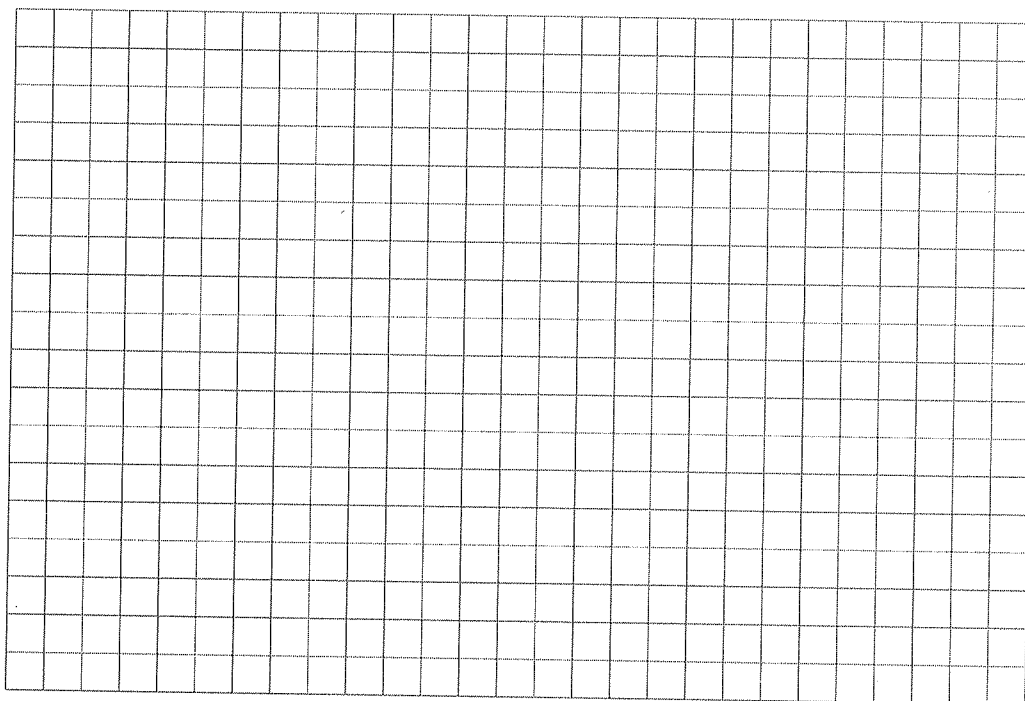
**Показникові і логарифмічні рівняння та нерівності з параметром. Системи логарифмічних та показникових рівнянь з параметром. Похідні показникової, логарифмічної та степеневої функцій**

**Варіант 1**

1. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $\sqrt[3]{10^x} = 1 - a$  має корені?
2. Знайдіть похідну функції:  
1)  $y = 2^x + x^{1,2}$ ;      2)  $y = x^2 \ln x$ ;      3)  $y = e^{4x-7}$ .
3. Для всіх значень параметра  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) розв'яжіть рівняння  $\log_a(x+2) = 1 + \log_a x$ .
4. Дослідіть властивості функції  $y = xe^{\frac{x}{2}}$  за допомогою похідної та побудуйте схематично її графік.

**Варіант 2**

1. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $\sqrt{5^x} = 2 - a$  має корені?
2. Знайдіть похідну функції:  
1)  $y = 3^x - x^{1,4}$ ;      2)  $y = x^3 \ln x$ ;      3)  $y = e^{5x+1}$ .
3. Для всіх значень параметра  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) розв'яжіть рівняння  $\log_a x = 1 + \log_a(x+3)$ .
4. Дослідіть властивості функції  $y = xe^{3x}$  за допомогою похідної та побудуйте схематично її графік.



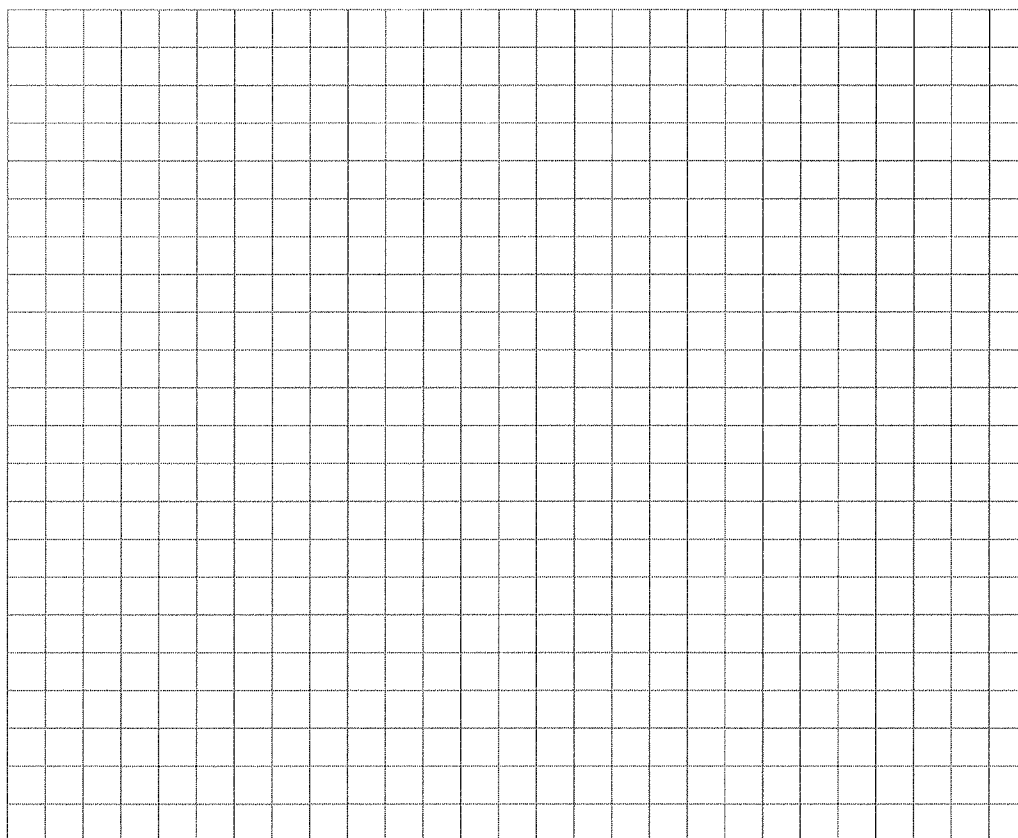


### Варіант 3

1. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $\sqrt[4]{6^x} = 3 - a$  має корені?
2. Знайдіть похідну функції:  
1)  $y = x^{2,4} - 5^x$ ;      2)  $y = x^5 \ln x$ ;      3)  $y = e^{2x+3}$ .
3. Для всіх значень параметра  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) розв'яжіть рівняння  $1 + \log_a x = \log_a (x + 5)$ .
4. Дослідіть властивості функції  $y = xe^{\frac{x}{4}}$  за допомогою похідної та побудуйте схематично її графік.

### Варіант 4

1. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $\sqrt[5]{8^x} = 4 - a$  має корені?
2. Знайдіть похідну функції:  
1)  $y = x^{2,6} + 6^x$ ;      2)  $y = x^4 \ln x$ ;      3)  $y = e^{7x-1}$ .
3. Для всіх значень параметра  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) розв'яжіть рівняння  $1 + \log_a (x + 4) = \log_a x$ .
4. Дослідіть властивості функції  $y = xe^{2x}$  за допомогою похідної та побудуйте схематично її графік.

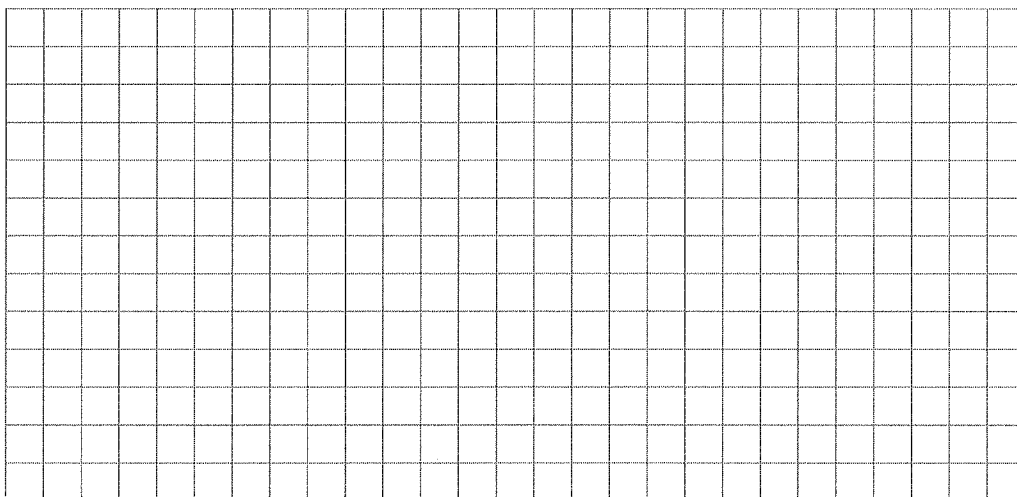




Логарифмічні нерівності. Системи показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей. Показникові і логарифмічні рівняння та нерівності з параметром. Системи логарифмічних та показникових рівнянь з параметром. Похідні показникової, логарифмічної та степеневої функцій

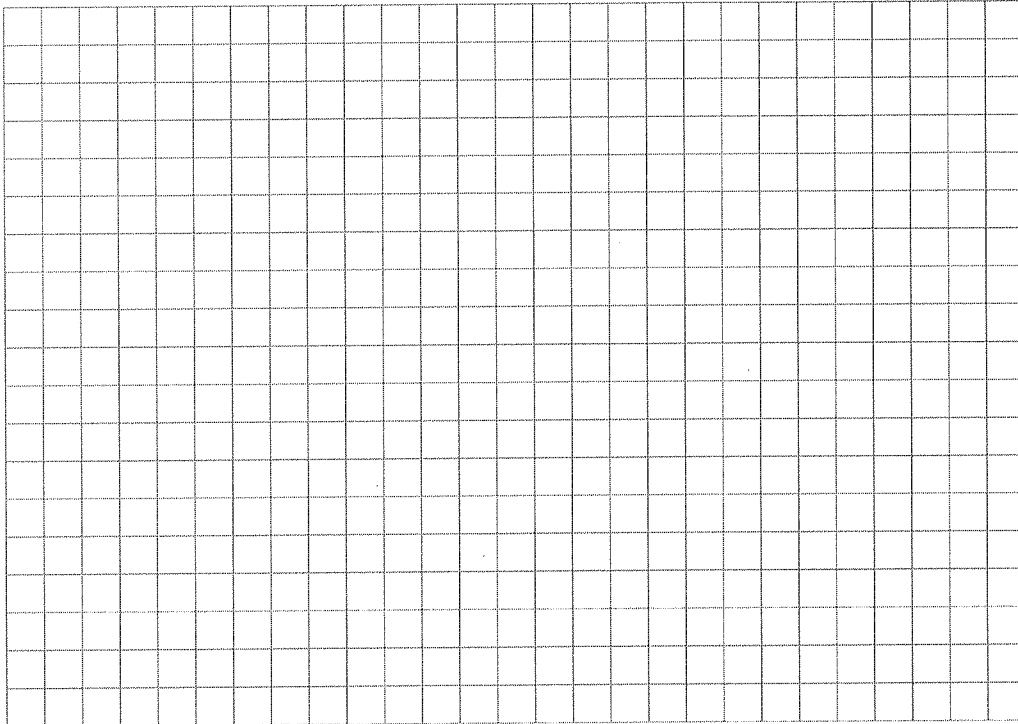
Варіант 1

1. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\log_5 x > \log_5 9$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{3}} x \geq -1$ .
2. Для яких значень параметра  $a$  має розв'язки рівняння:  
1)  $7^x = a$ ;      2)  $0,18^x = a + 5$ ?
3. Знайдіть похідну функції:  
1)  $y = 3^x$ ;      2)  $y = \log_5 x$ ;      3)  $y = e^x$ ;      4)  $y = x^{2,7}$ .
4. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\log_{\frac{1}{4}}(x - 5) < \log_{\frac{1}{4}}(7 - x)$ ;      2)  $\log_7(58 - 3^x) \geq 2$ .
5. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} \log_2 y + 5^x = 4, \\ 3\log_2 y - 5^x = 8. \end{cases}$
6. Знайдіть критичні точки функції  $y = x^4 e^x$ .
7. Розв'яжіть нерівність  $\log_4(x - 3) + \log_4 x \leq 1$ .
8. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 5^x \cdot 2^y = 80, \\ \log_{\sqrt{3}}(y - x) = 2. \end{cases}$
9. Розв'яжіть нерівність  $x^{\log_a x} < a^4$  залежно від значень параметра  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ).



**Варіант 2**

1. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\log_7 x \leq \log_7 8$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{5}} x < -1$ .
2. Для яких значень параметра  $a$  має розв'язки рівняння:  
1)  $0,19^x = a$ ;      2)  $9^x = a - 3$ ?
3. Знайдіть похідну функції:  
1)  $y = e^x$ ;      2)  $y = x^{3,2}$ ;      3)  $y = \log_3 x$ ;      4)  $y = 7^x$ .
4. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\log_5(x - 3) \geq \log_5(9 - x)$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{3}}(2^x - 7) < -2$ .
5. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 2^x + \log_3 y = 5, \\ 5 \cdot 2^x - \log_3 y = 19. \end{cases}$
6. Знайдіть критичні точки функції  $y = x^5 e^x$ .
7. Розв'яжіть нерівність  $\log_2(x + 1) + \log_2 x < 1$ .
8. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 96, \\ \log_{\sqrt{2}}(x - y) = 4. \end{cases}$
9. Розв'яжіть нерівність  $x^{\log_a x} < a^9$  залежно від значень параметра  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ).





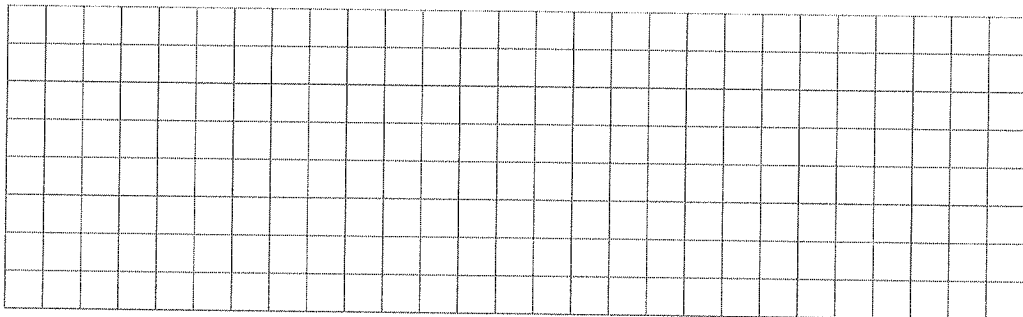
**Первісна та її властивості. Таблиця первісних.  
Правила знаходження первісних.  
Визначений інтеграл, його фізичний і геометричний  
зміст**

**Варіант 1**

1. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int x^7 dx$ .
2. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2 + 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  і  $x = 2$ .
3. Доведіть, що функція  $F(x)$  є первісною для функції  $f(x)$  на заданому проміжку:  
1)  $F(x) = (2x - 1)(3x + 2)$ ,  $f(x) = 12x + 1$ ,  $x \in (-\infty; +\infty)$ .  
2)  $F(x) = 6x^{-3,5}\sqrt{x}$ ,  $f(x) = -\frac{18}{x^4}$ ,  $x \in (0; +\infty)$ .
4. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції  $f(x)$ , попередньо спростивши її:  
1)  $f(x) = \cos 3x \sin \frac{\pi}{8} + \sin 3x \cos \frac{\pi}{8}$ ;  
2)  $f(x) = (x^3 - 3x)^2$ .

**Варіант 2**

1. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int x^6 dx$ .
2. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  і  $x = 3$ .
3. Доведіть, що функція  $F(x)$  є первісною для функції  $f(x)$  на заданому проміжку:  
1)  $F(x) = (3x + 1)(4x - 2)$ ,  $f(x) = 24x - 2$ ,  $x \in (-\infty; +\infty)$ .  
2)  $F(x) = 4x^{-2,5}\sqrt{x}$ ,  $f(x) = -\frac{8}{x^3}$ ,  $x \in (0; +\infty)$ .
4. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції  $f(x)$ , попередньо спростивши її:  
1)  $f(x) = \cos 4x \cos \frac{\pi}{16} - \sin 4x \sin \frac{\pi}{16}$ ;  
2)  $f(x) = (x^3 + 6x)^2$ .

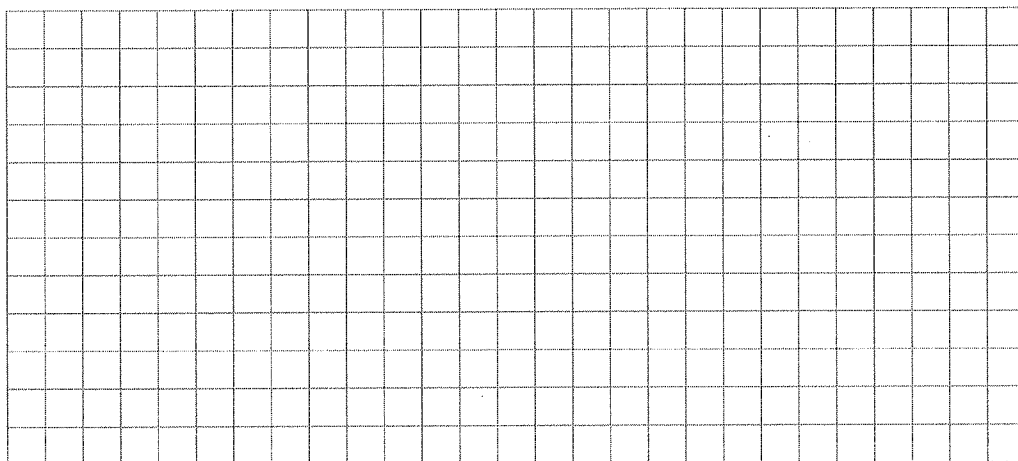


**Варіант 3**

1. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int x^8 dx$ .
2. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  і  $x = 1$ .
3. Доведіть, що функція  $F(x)$  є первісною для функції  $f(x)$  на заданому проміжку:
  - 1)  $F(x) = (2x - 1)(6x + 2)$ ,  $f(x) = 24x - 2$ ,  $x \in (-\infty; +\infty)$ .
  - 2)  $F(x) = 8x^{-1,5}\sqrt{x}$ ,  $f(x) = -\frac{8}{x^2}$ ,  $x \in (0; +\infty)$ .
4. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції  $f(x)$ , попередньо спростивши її:
  - 1)  $f(x) = \sin 4x \cos \frac{\pi}{12} - \cos 4x \sin \frac{\pi}{12}$ ;
  - 2)  $f(x) = (3x + x^3)^2$ .

**Варіант 4**

1. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int x^9 dx$ .
2. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2 + 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  і  $x = 3$ .
3. Доведіть, що функція  $F(x)$  є первісною для функції  $f(x)$  на заданому проміжку:
  - 1)  $F(x) = (4x + 2)(3x - 1)$ ,  $f(x) = 24x + 2$ ,  $x \in (-\infty; +\infty)$ .
  - 2)  $F(x) = 10x^{-4,5}\sqrt{x}$ ,  $f(x) = -\frac{40}{x^5}$ ,  $x \in (0; +\infty)$ .
4. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції  $f(x)$ , попередньо спростивши її:
  - 1)  $f(x) = \cos 3x \cos \frac{\pi}{8} + \sin 3x \sin \frac{\pi}{8}$ ;
  - 2)  $f(x) = (6x - x^3)^2$ .

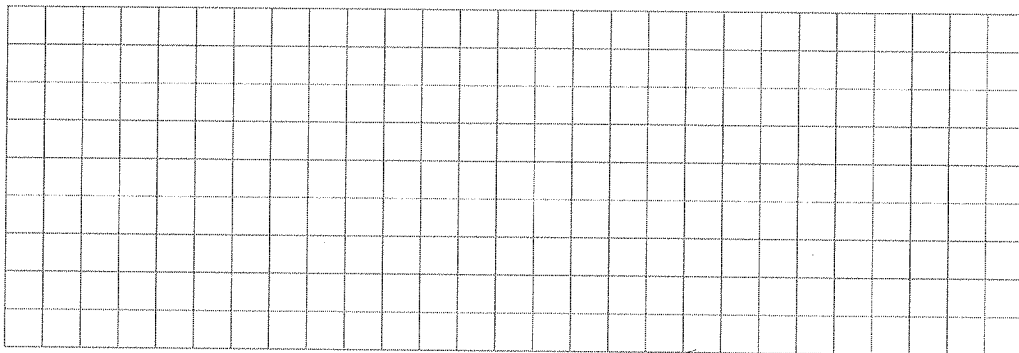




**Первісна та її властивості. Таблиця первісних.  
Правила знаходження первісних. Визначений  
інтеграл, його фізичний і геометричний зміст**

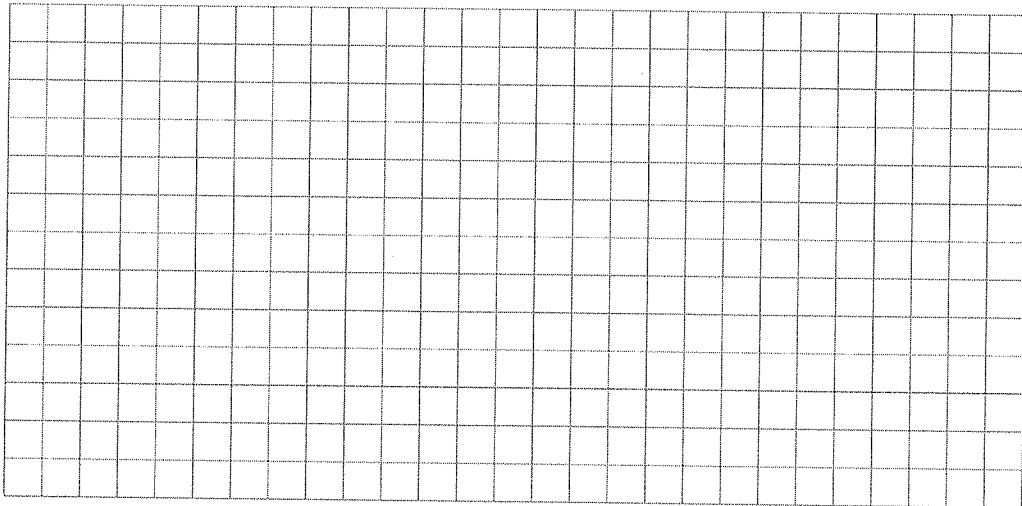
**Варіант 1**

1. Яка з функцій  $F(x) = 0$ ,  $F(x) = -2x + 9$ ,  $F(x) = 2x + 1$  є первісною для функції  $f(x) = -2$ ?
2. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:  
1)  $f(x) = x^9$ ;      2)  $f(x) = 9^x$ ?
3. Знайдіть невизначений інтеграл:  
1)  $\int x^{-6} dx$ ;      2)  $\int 7 dx$ .
4. Доведіть, що функція  $F(x)$  є первісною для функції  $f(x)$  на проміжку  $(-\infty; +\infty)$ , якщо:  
1)  $F(x) = x^5 + 7x + 9$ ,  $f(x) = 5x^4 + 7$ ;  
2)  $F(x) = \cos 4x - e^x + 1$ ,  $f(x) = -4 \sin 4x - e^x$ .
5. Знайдіть площу фігури, обмежену лініями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$ .
6. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю  $v(t) = 6 + 0,2t$  (м/с). Знайдіть шлях, який пройшло тіло за інтервал часу від  $t_1 = 2$  с до  $t_2 = 5$  с.
7. Для функції  $f(x) = \frac{1}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)}$  знайдіть первісну, графік якої проходить через точку  $P\left(\frac{\pi}{4}; -2\right)$ .
8. Знайдіть, попередньо виконавши малюнок, площу фігури, обмеженої лініями  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 8$ .
9. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції, попередньо спростивши її формулу:  
1)  $f(x) = 2 \cos^2 4x - 2 \sin^2 4x$ ;      2)  $f(x) = \frac{x^5 + 3x^4 - x^3}{x^4}$ .



**Варіант 2**

1. Яка з функцій  $F(x) = -4x + 11$ ,  $F(x) = 0$ ,  $F(x) = 4x - 2$  є первісною для функції  $f(x) = -4$ ?
2. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:  
1)  $f(x) = 7^x$ ;      2)  $f(x) = x^7$ ?
3. Знайдіть невизначений інтеграл:  
1)  $\int x^{-9} dx$ ;      2)  $\int 8 dx$ .
4. Доведіть, що функція  $F(x)$  є первісною для функції  $f(x)$  на проміжку  $(-\infty; +\infty)$ , якщо:  
1)  $F(x) = x^6 - 4x + 11$ ,  $f(x) = 6x^5 - 4$ ;  
2)  $F(x) = e^x + \sin 8x + 7$ ,  $f(x) = e^x + 8 \cos 8x + 7$ .
5. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .
6. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю  $v(t) = 10 + 0,4t$  (м/с). Знайдіть шлях, який пройшло тіло за інтервал часу від  $t_1 = 1$  с до  $t_2 = 5$  с.
7. Для функції  $f(x) = \frac{1}{\sin^2\left(4x - \frac{\pi}{8}\right)}$  знайдіть первісну, графік якої проходить через точку  $A\left(\frac{3\pi}{32}; -2\right)$ .
8. Знайдіть, попередньо виконавши малюнок, площу фігури, обмеженої лініями  $y = \sqrt[4]{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 16$ .
9. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції, попередньо спростивши її формулу:  
1)  $f(x) = 8 \sin 3x \cos 3x$ ;      2)  $f(x) = \frac{x^4 - 5x^3 + x^2}{x^3}$ .





**Обчислення визначених інтегралів.  
Основні властивості визначених інтегралів.  
Обчислення площ плоских фігур та інші  
застосування інтеграла**

**Варіант 1**

1. Обчисліть інтеграл:

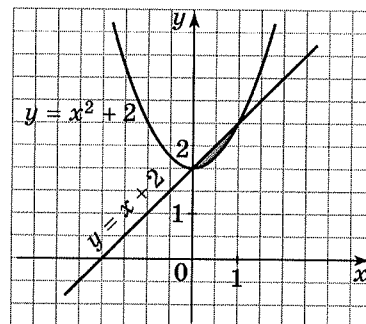
1)  $\int_0^2 x^3 dx$ ;    2)  $\int_{-1}^0 e^x dx$ ;    3)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx$ .

2. Знайдіть за малюнком 1 площу зафарбованої фігури.

3. Знайдіть інтеграл:

1)  $\int_{-1}^1 (x-1)^5 dx$ ;    2)  $\int_{\pi}^{3\pi} \sin \frac{x}{3} dx$ .

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою  $y = x^2 + 2x$ , дотичною, проведеною до цієї параболи в точці з абсцисою  $x = 1$ , і віссю ординат.



Мал. 1

**Варіант 2**

1. Обчисліть інтеграл:

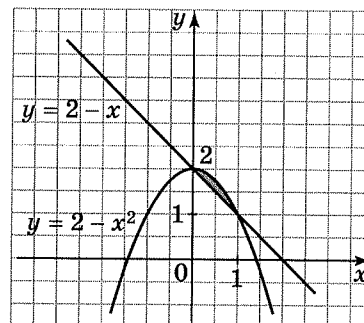
1)  $\int_0^2 x^5 dx$ ;    2)  $\int_0^2 e^x dx$ ;    3)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ .

2. Знайдіть за малюнком 2 площу зафарбованої фігури.

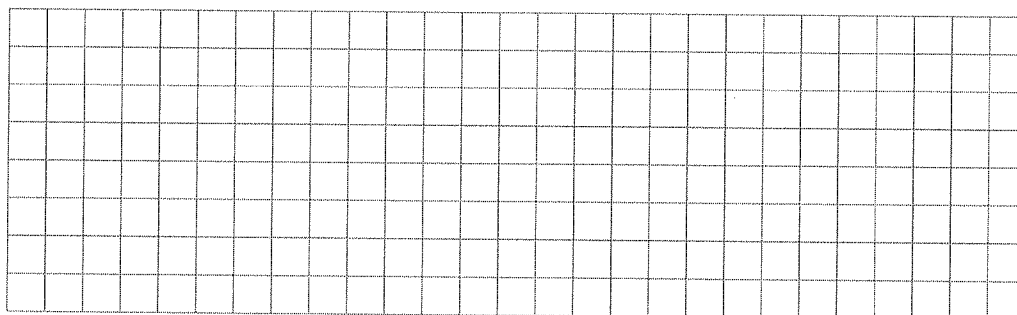
3. Знайдіть інтеграл:

1)  $\int_{-1}^1 (x+1)^4 dx$ ;    2)  $\int_{\pi}^{6\pi} \cos \frac{x}{6} dx$ .

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою  $y = x^2 + 4x$ , дотичною, проведеною до цієї параболи в точці з абсцисою  $x = 2$ , і віссю ординат.



Мал. 2





## Варіант 3

1. Обчисліть інтеграл:

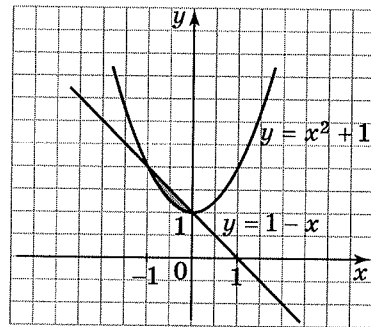
$$1) \int_0^2 x^4 dx; \quad 2) \int_0^3 e^x dx; \quad 3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx.$$

2. Знайдіть за малюнком 3 площу зафарбованої фігури.

3. Знайдіть інтеграл:

$$1) \int_{-1}^1 (x+1)^5 dx; \quad 2) \int_{2\pi}^{6\pi} \sin \frac{x}{6} dx.$$

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою
- $y = x^2 - 4x$
- , дотичною, проведеною до цієї параболи в точці з абсцисою
- $x = 1$
- , і віссю ординат.



Мал. 3

## Варіант 4

1. Обчисліть інтеграл:

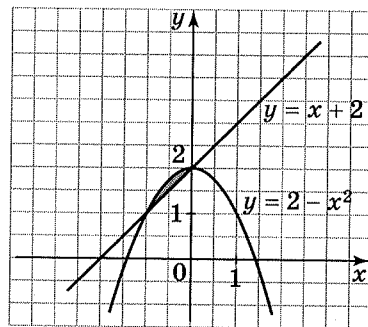
$$1) \int_0^2 x^7 dx; \quad 2) \int_{-2}^0 e^x dx; \quad 3) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx.$$

2. Знайдіть за малюнком 4 площу зафарбованої фігури.

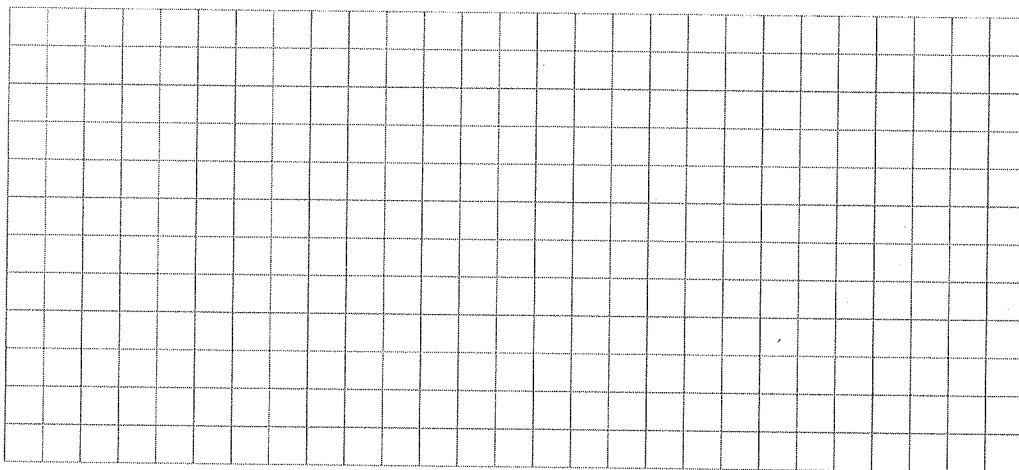
3. Знайдіть інтеграл:

$$1) \int_{-1}^1 (x-1)^3 dx; \quad 2) \int_{2\pi}^{6\pi} \cos \frac{x}{12} dx.$$

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою
- $y = x^2 - 6x$
- , дотичною, проведеною до цієї параболи в точці з абсцисою
- $x = 2$
- , і віссю ординат.



Мал. 4





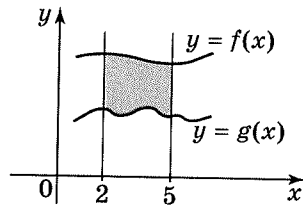
Обчислення визначених інтегралів.  
Основні властивості визначених інтегралів.  
Обчислення площ плоских фігур та інші  
застосування інтеграла

Варіант 1

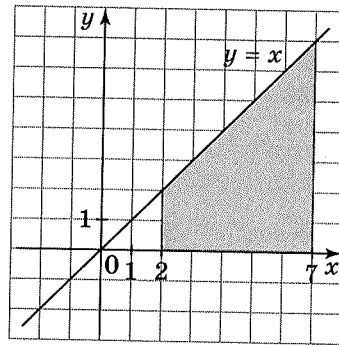
1. Обчисліть інтеграл:

1)  $\int_1^2 x^4 dx$ ;      2)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{2\pi} \cos x dx$ .

2. За якою формулою можна знайти площу фігури, зображеної на малюнку 5?



Мал. 5



Мал. 6

3. Знайдіть площу зафарбованої на малюнку 6 фігури.

4. Обчисліть:

1)  $\int_{-2}^1 (4x - 1) dx$ ;      2)  $\int_0^2 (4x^3 + 3^x \ln 3) dx$ .

5. Обчисліть за допомогою визначеного інтеграла площу криволінійної трапеції, обмеженої лініями  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$ .

6. Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями  $y = x^{3,5}$ ,  $y = 0$  і  $x = 2$ .

7. Обчисліть інтеграл:

1)  $\int_1^8 \frac{x^2}{x^3} dx$ ;      2)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) dx$ .

8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = 3x^2$  і  $y = 6x$ .

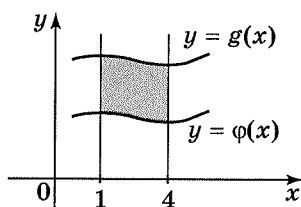
9. Знайдіть  $\int_{-4}^2 f(x) dx$ , якщо  $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}x + 1\right)^5 & \text{при } -4 \leq x \leq 0, \\ x^3 + 1 & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$

## Варіант 2

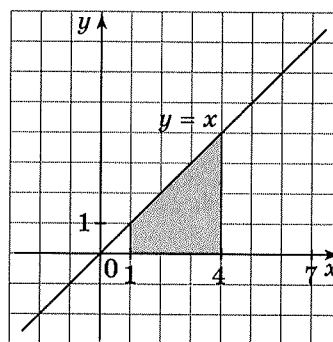
1. Обчисліть інтеграл:

$$1) \int_1^2 x^3 dx; \quad 2) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin x dx.$$

2. За якою формулою можна знайти площу фігури, зображеної на малюнку 7?



Мал. 7



Мал. 8

3. Знайдіть площу зафарбованої на малюнку 8 фігури.

4. Обчисліть:

$$1) \int_{-1}^3 (6x + 1) dx; \quad 2) \int_0^2 (5x^4 - 2^x \ln 2) dx.$$

5. Обчисліть за допомогою визначеного інтеграла площу криволінійної трапеції, обмеженої лініями  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ .

6. Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями  $y = x^{2,5}$ ,  $y = 0$  і  $x = 3$ .

7. Обчисліть інтеграл:

$$1) \int_1^8 \frac{x^3}{x^3} dx; \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) dx.$$

8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = 2x^2$  і  $y = 6x$ .

9. Знайдіть  $\int_{-2}^2 f(x) dx$ , якщо  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{при } -2 \leq x < 0, \\ \left( \frac{1}{2}x - 1 \right)^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$



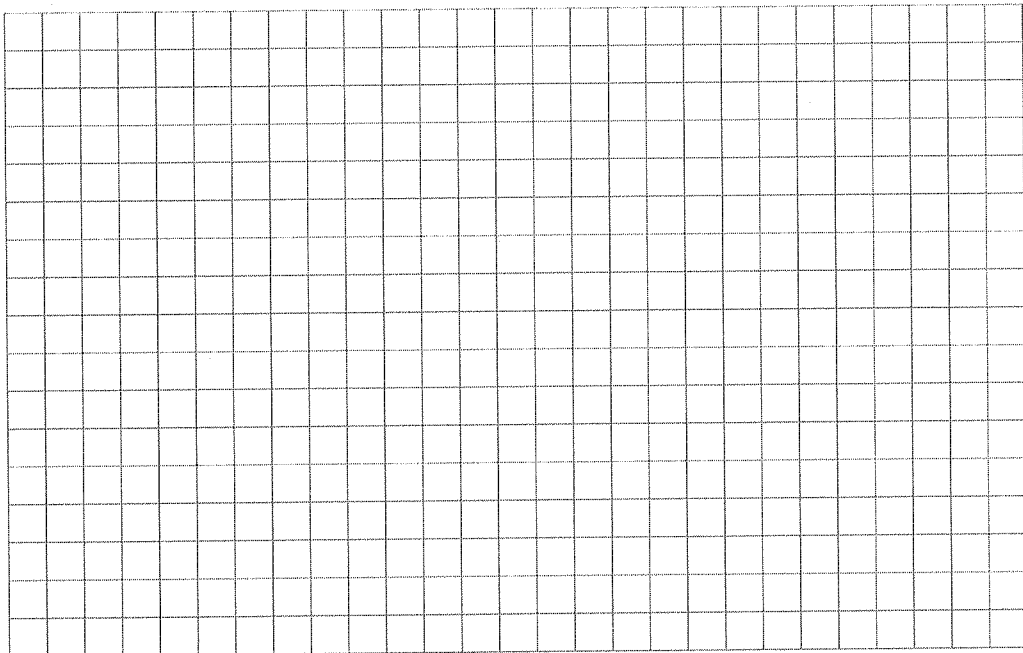
**Множина та її елементи. Елементи комбінаторики. Розміщення, перестановки, комбінації. Випадковий дослід і випадкова подія. Ймовірність події**

**Варіант 1**

1. Утворіть усі перестановки множини  $A = \{a; б; в\}$ .
2. Чи є правильним твердження  $C \subset D$ , якщо:  
1)  $C = \{1; 2\}$ ,  $D = \{1; 3; 4; 5\}$ ;  
2)  $C = \{*; +\}$ ,  $D = \{-; +; *\}$ ?
3. Яка ймовірність того, що намання обране двоцифрове натуральне число кратне 9?
4. Скільки чотирицифрових чисел, кратних 5, можна скласти із цифр 0, 2, 5, 7, якщо в кожному із чисел цифри не повторюються?

**Варіант 2**

1. Утворіть усі перестановки множини  $B = \{2; 4; 8\}$ .
2. Чи є правильним твердження  $D \subset C$ , якщо:  
1)  $C = \{*; \Delta; \square; \bigcirc\}$ ,  $D = \{\Delta; \bigcirc\}$ ;  
2)  $C = \{a; б; в\}$ ,  $D = \{a; ж\}$ ?
3. Яка ймовірність того, що намання обране трицифрове натуральне число кратне 120?
4. Скільки парних п'ятицифрових чисел можна скласти із цифр 0, 3, 6, 7, 9, якщо в кожному із чисел цифри не повторюються?

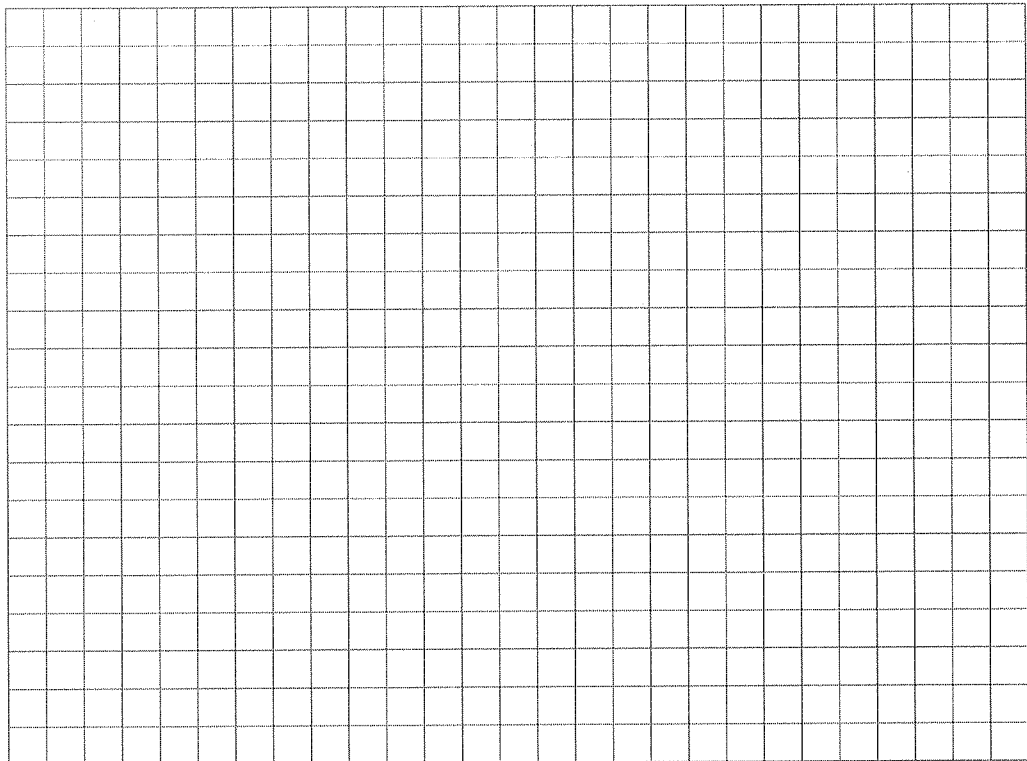


**Варіант 3**

1. Утворіть усі перестановки множини  $C = \{\Delta; \square; *\}$ .
2. Чи є правильним твердження  $A \subset B$ , якщо:  
1)  $A = \{a; б; в\}$ ,  $B = \{a; б; в; г\}$ ;  
2)  $A = \{!; ?\}$ ,  $B = \{!; *; \Delta\}$ ?
3. Яка ймовірність того, що навмання обране двоцифрове натуральне число кратне 11?
4. Скільки різних п'ятицифрових чисел, кратних 5, можна скласти із цифр 0, 1, 5, 6, 7, якщо в кожному із чисел цифри не повторюються?

**Варіант 4**

1. Утворіть усі перестановки множини  $A = \{1; 3; 5\}$ .
2. Чи є правильним твердження  $B \subset A$ , якщо:  
1)  $A = \{1; 3; 5; 7\}$ ,  $B = \{1; 2; 3\}$ ;  
2)  $A = \{к; л; м\}$ ,  $B = \{к; м\}$ ?
3. Яка ймовірність того, що навмання обране трицифрове натуральне число кратне 150?
4. Скільки парних чотирицифрових чисел можна скласти із цифр 0, 2, 7, 9, якщо в кожному із чисел цифри не повторюються?

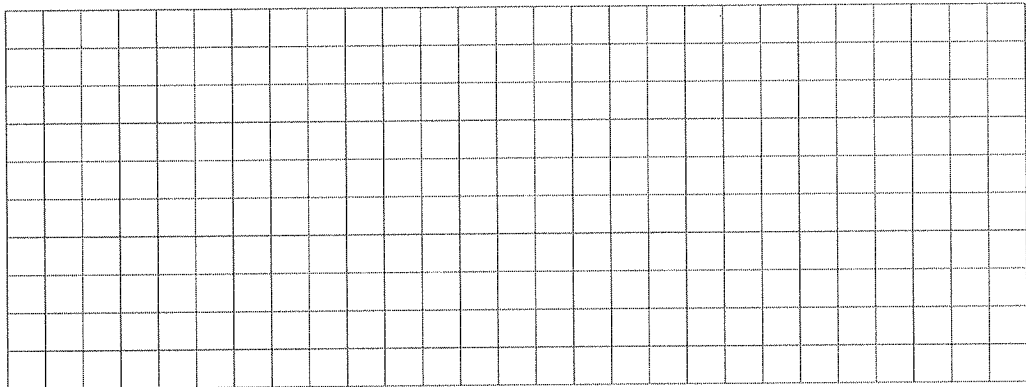




**Множина та її елементи. Елементи комбінаторики. Розміщення, перестановки, комбінації. Випадковий дослід і випадкова подія. Ймовірність події**

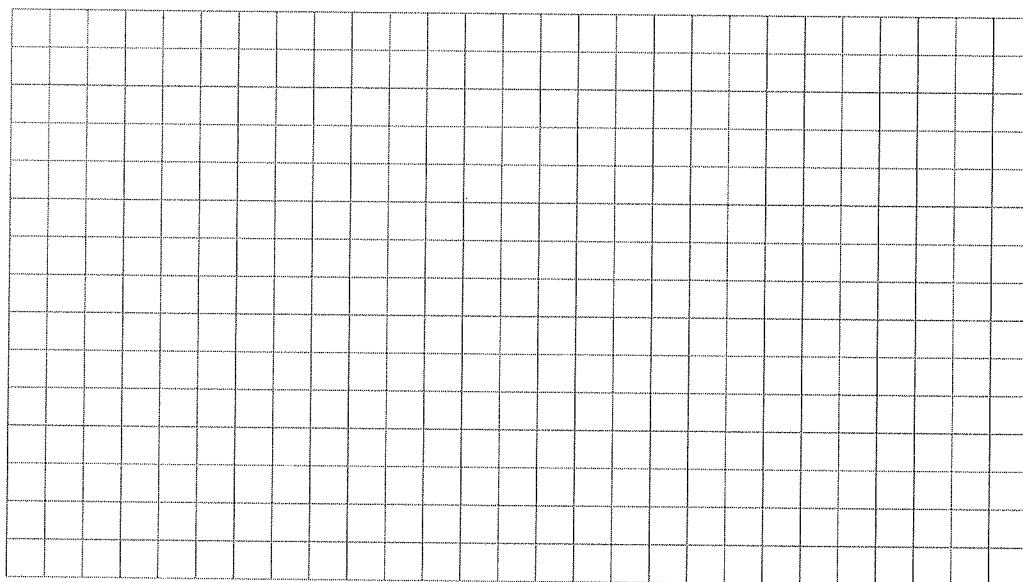
**Варіант 1**

1. Обчисліть:  
1)  $A_{10}^2$ ;      2)  $P_4 - P_3$ .
2. У шухляді лежать 5 зелених і 3 червоні ручки. Скількома способами із шухляди можна взяти:  
1) одну ручку;  
2) пару з однієї зеленої та однієї червоної ручки?
3. Які з подій є випадковими?  
1) Наступним днем після 1 березня буде 2 березня.  
2) Під час підкидання кубика випаде 5 очок.  
3) При охолодженні до  $-10^\circ\text{C}$  вода перетвориться на лід.  
4) Навмання вибране двоцифрове число буде кратне 8.
4. На колі розміщено 12 точок. Скільки є трикутників, вершинами яких є ці точки?
5. У класі 12 юнаків і 18 дівчат. Яка ймовірність того, що навмання обраний з класу учень:  
1) юнак;      2) дівчина?
6. Гральний кубик підкидають один раз. Яка ймовірність подій:  
1)  $A$  – випаде не менше ніж 3 очки;  
2)  $B$  – випаде число, що є дільником числа 12?
7. Розв'яжіть нерівність  $C_x^2 \leq 15$ .
8. З натуральних чисел від 1 до 16 навмання вибирають одне. Яка ймовірність того, що це число не є дільником числа 16?
9. У баскетбольній команді 7 майстрів спорту і 3 кандидати в майстри спорту. Навмання обирають трьох баскетболістів. Яка ймовірність того, що:  
1) обрали 2 майстрів спорту та 1 кандидата;  
2) серед обраних є як майстри спорту, так і кандидати?



**Варіант 2**

1. Обчисліть:  
1)  $C_8^2$ ;      2)  $P_4 + P_3$ .
2. У класі 8 юнаків і 10 дівчат. Скількома способами із цього класу можна обрати:  
1) пару учнів – юнака і дівчину;      2) одного учня?
3. Які з подій є випадковими?  
1) Наступним днем після понеділка буде вівторок.  
2) Виграти 10 грн, купивши лотерейний квиток.  
3) Під час підкидання монети випаде реверс.  
4) Навмання обраний гральний кубик матиме 4 грані.
4. Скільки можна скласти різних трицифрових чисел, у запису яких є цифри 1, 2, 3, 4, 5, якщо цифри в числі не повторюються?
5. У шухляді 6 червоних і 4 зелених олівці. Навмання витягують один олівець із шухляди. Яка ймовірність того, що він:  
1) червоний;      2) зелений?
6. Гральний кубик підкидають один раз. Яка ймовірність подій:  
1)  $A$  – випаде число, що є дільником числа 15;  
2)  $B$  – випаде не більше ніж 4 очки?
7. Розв'яжіть нерівність  $A_x^2 < 30$ .
8. З натуральних чисел від 1 до 36 навмання вибирають одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 36?
9. У шухляді 6 синіх і 3 червоні ручки. Навмання вибирають три ручки. Яка ймовірність того, що:  
1) дві ручки – сині, а одна – червона;  
2) серед ручок є як сині, так і червоні?





**Операції над подіями. Аксиоми теорії ймовірностей  
та основні наслідки з них. Незалежні події.  
Умовна ймовірність. Випадкова величина  
та її математичне сподівання**

**Варіант 1**

1. Ймовірність виграти в лотерею 10 грн дорівнює 0,2, а 100 грн – 0,05. Інших призів немає. Інна придбала один квиток. Яка ймовірність того, що вона виграє деяку суму грошей?
2. У ящику є 4 білі і 6 чорних кульок. Навмання двічі виймають з ящика одну кульку і кладуть її щоразу назад. Яка ймовірність того, що:
  - 1) обидва рази вийняли білу кульку;
  - 2) перший раз вийняли білу кульку, а другий – чорну;
  - 3) обидва рази вийняли чорну кульку?
3. Стрілець двічі стріляє по мішені. Ймовірність влучення при кожному пострілі дорівнює 0,8. Випадкова величина  $X$  – кількість влучень. Знайдіть:
  - 1) закон розподілу випадкової величини  $X$ ;
  - 2)  $p(X < 1,5)$ ;
  - 3)  $M(X)$ .
4. Серед 50 кавунів є 2 нестиглих. Овочева ятка взяла для реалізації 10 кавунів. Яка ймовірність того, що серед них буде хоча б один нестиглий?

**Варіант 2**

1. Сергій виграє у Гліба в шахи з ймовірністю 0,3, а Гліб у Сергія – з ймовірністю 0,4. Зіграно одну партію. Яка ймовірність того, що вона закінчилася перемогою одного із суперників?
2. У шухляді є 2 строкати і 8 білих хустинок. Навмання двічі виймають із шухляди хустинку і кладуть її щоразу назад. Яка ймовірність того, що:
  - 1) обидва рази вийняли строкату хустинку;
  - 2) перший раз вийняли білу хустинку, а другий – строкату;
  - 3) обидва рази вийняли білу хустинку?
3. Баскетболістка виконує два штрафні кидки по кошику. Ймовірність влучення при кожному кидку дорівнює 0,7. Випадкова величина  $X$  – кількість влучень. Знайдіть:
  - 1) закон розподілу випадкової величини  $X$ ;
  - 2)  $p(X > 0,5)$ ;
  - 3)  $M(X)$ .
4. Серед 60 одинадцятикласників двоє займаються боротьбою. Навмання серед цих одинадцятикласників обирають 10 учнів. Яка ймовірність того, що серед них хоча б один займається боротьбою?



**Варіант 3**

1. Ймовірність того, що Ірина отримає оцінку «12» за контрольну роботу дорівнює 0,05, а ймовірність того, що отримає оцінку «11» дорівнює 0,15. Яка ймовірність того, що за контрольну роботу Ірина отримає не менше ніж 11 балів?
2. У пеналі є 7 синіх і 3 червоні ручки. З пеналу навмання двічі виймають по одній ручці і щоразу кладуть її назад у пенал. Яка ймовірність того, що:
  - 1) обидва рази вийняли синю ручку;
  - 2) обидва рази вийняли червону ручку;
  - 3) першого разу вийняли синю ручку, а другого – червону?
3. Стрільчиня виконує два постріли по мішені. Ймовірність влучення при кожному пострілі дорівнює 0,9. Випадкова величина  $X$  – кількість влучень. Знайдіть:
  - 1) закон розподілу випадкової величини  $X$ ;
  - 2)  $p(X < 1,6)$ ;
  - 3)  $M(X)$ .
4. Серед 70 одинадцятикласників двоє вивчають японську мову. Навмання серед цих одинадцятикласників обирають 10 учнів. Яка ймовірність того, що серед них хоча б один вивчає японську мову?

**Варіант 4**

1. Ймовірність того, що Артем отримає за контрольну роботу оцінку високого рівня дорівнює 0,4, а ймовірність отримати оцінку середнього рівня дорівнює 0,5. Яка ймовірність того, що хлопець отримає за контрольну роботу оцінку високого або середнього рівня?
2. У шухляді лежать 9 червоних олівців і 1 зелений. Із шухляди навмання беруть двічі по одному олівцю і кладуть його щоразу до пенала. Яка ймовірність того, що:
  - 1) обидва рази взяли зелений олівець;
  - 2) обидва рази взяли червоний олівець;
  - 3) першого разу взяли червоний олівець, а другого – зелений?
3. Баскетболіст виконує два штрафних кидки по кошику. Ймовірність влучення при кожному кидку дорівнює 0,6. Випадкова величина  $X$  – кількість влучень. Знайдіть:
  - 1) закон розподілу випадкової величини  $X$ ;
  - 2)  $p(X > 0,8)$ ;
  - 3)  $M(X)$ .
4. Серед 40 динь є 2 нестигли. Приватний підприємець придбав для реалізації 10 динь. Яка ймовірність того, що серед них хоча б одна нестигла?



**Операції над подіями. Аксиоми теорії ймовірностей та основні наслідки з них. Незалежні події.**

**Умовна ймовірність.**

**Випадкова величина та її математичне сподівання**

**Варіант 1**

1. Ймовірність того, що стрільчиня влучить у мішень дорівнює 0,8. Знайдіть ймовірність того, що стрільчиня не влучить у мішень.
2. Підкидають два гральних кубики і розглядають події:  $A$  – випаде парна кількість очок на першому кубіку;  $B$  – випаде одиниця на другому кубіку. Чи будуть події  $A$  і  $B$  у цьому випробуванні:  
1) несумісними; 2) незалежними?
3. Закон розподілу випадкової величини  $X$  задано в таблиці:

|       |     |     |     |      |
|-------|-----|-----|-----|------|
| $x_i$ | 1   | 2   | 3   | 4    |
| $p_i$ | 0,2 | $a$ | 0,3 | $4a$ |

Знайдіть  $a$ .

4. Шахіст може зайняти перше місце в турнірі з ймовірністю 0,1, друге – з ймовірністю 0,15, третє – з ймовірністю 0,2. Знайдіть ймовірність таких подій:  
1)  $A$  – шахіст зайняв місце вище від третього;  
2)  $B$  – шахіст зайняв місце нижче від третього.
5. У ящику є 7 білих і 3 чорні кульки. Два рази навмання виймають по одній кульці, не кладучи їх назад. Знайдіть ймовірність таких подій:  
1)  $A$  – обидва рази вийняли білу кульку;  
2)  $B$  – другого разу вийняли білу кульку, за умови, що першого разу також вийняли білу кульку.
6. Закон розподілу випадкової величини  $X$  задано в таблиці:

|       |     |      |     |     |      |
|-------|-----|------|-----|-----|------|
| $x_i$ | 0   | 2    | 4   | 6   | 8    |
| $p_i$ | 0,1 | 0,35 | 0,2 | 0,2 | 0,15 |

Знайдіть:

- 1)  $p(X \leq 4)$ ; 2)  $p(X > 5)$ ; 3)  $p(2 < X \leq 6)$ ; 4)  $M(X)$ .
7. Ймовірність влучення для першого стрільця дорівнює 0,6, а для другого – 0,7. Два стрільці незалежно один від одного виконують по одному пострілу в ту саму мішень. Яка ймовірність того, що в мішень буде хоча б одне влучення?
8. Одночасно підкинули два гральних кубики. Випадкова величина  $X$  – кількість кубиків, на яких випало менше ніж 3 очки. Знайдіть закон розподілу випадкової величини  $X$ .
9. Серед 20 учнів розігрують 15 квитків на змагання з художньої гімнастики і 5 квитків на змагання з легкої атлетики. Яка ймовірність того, що однокласниці Поліна і Зоя потраплять на ті самі змагання?

**Варіант 2**

1. Ймовірність того, що завтра йтиме дощ, дорівнює 0,2. Яка ймовірність того, що завтра дощу не буде?
2. Підкидають два гральних кубики і розглядають події:  $A$  – випадання двійки на першому кубіку;  $B$  – випадання непарної кількості очок на другому кубіку. Чи будуть події  $A$  і  $B$  у цьому випробуванні:  
1) незалежними;      2) несумісними?
3. Закон розподілу випадкової величини  $X$  задано в таблиці:

|       |     |     |      |     |
|-------|-----|-----|------|-----|
| $x_i$ | 1   | 2   | 3    | 4   |
| $p_i$ | $b$ | 0,1 | $3b$ | 0,3 |

Знайдіть  $b$ .

4. Стрілець з ймовірністю 0,2 влучає у «десятку», з ймовірністю 0,25 – у «дев'ятку», а у «вісімку» – з ймовірністю 0,3. Виконано один постріл. Знайдіть ймовірність таких подій:  
1)  $A$  – постріл приніс більше ніж 8 очок;  
2)  $B$  – постріл приніс менше ніж 8 очок.
5. У шухляді є 4 червоні і 6 білих хустинок. Два рази навмання виймають по одній хустинці, не повертаючи їх назад. Знайдіть ймовірність таких подій:  
1)  $A$  – обидва рази вийняли червоні хустинки;  
2)  $B$  – другого разу вийняли червону хустинку, за умови, що перший раз також вийняли червону хустинку.
6. Закон розподілу випадкової величини задано  $X$  у таблиці:

|       |     |     |      |     |      |
|-------|-----|-----|------|-----|------|
| $x_i$ | 0   | 2   | 4    | 6   | 8    |
| $p_i$ | 0,3 | 0,2 | 0,25 | 0,1 | 0,15 |

Знайдіть:

- 1)  $p(X < 3)$ ;      2)  $p(X \geq 4)$ ;      3)  $p(2 \leq X < 7)$ ;      4)  $M(X)$ .
7. Ймовірність влучення в кошик для першої баскетболістки дорівнює 0,8, а для другої – 0,6. Обидві баскетболістки виконали по одному кидку. Яка ймовірність того, що хоча б одна з них влучить у кошик?
8. Одночасно підкидають два гральних кубики. Випадкова величина  $X$  – кількість кубиків, на яких випало більше ніж 3 очки. Знайдіть закон розподілу випадкової величини  $X$ .
9. Серед 18 учнів розігрують 12 квитків на змагання з волейболу і 6 квитків на змагання з футболу. Яка ймовірність того, що однокласники Микола і Василь потраплять на ті самі змагання?



## Методи розв'язування рівнянь з однією змінною

### Варіант 1

1. Розв'яжіть рівняння:

1)  $|x| = 4$ ;      2)  $7^{x-1} = 49$ ;      3)  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

2. За дві години велосипедист подолав 34 км, причому за другу годину він подолав на 2 км більше, ніж за першу. Скільки кілометрів долав велосипедист цьогодини?

3. Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{8}{x^2-16} + \frac{1}{x+4} = \frac{4}{x^2-8x+16}$ ;      2)  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = 3$ .

4. Розв'яжіть рівняння  $\log_8(8x) \cdot \log_2 x = \log_2 x + 3$ .

### Варіант 2

1. Розв'яжіть рівняння:

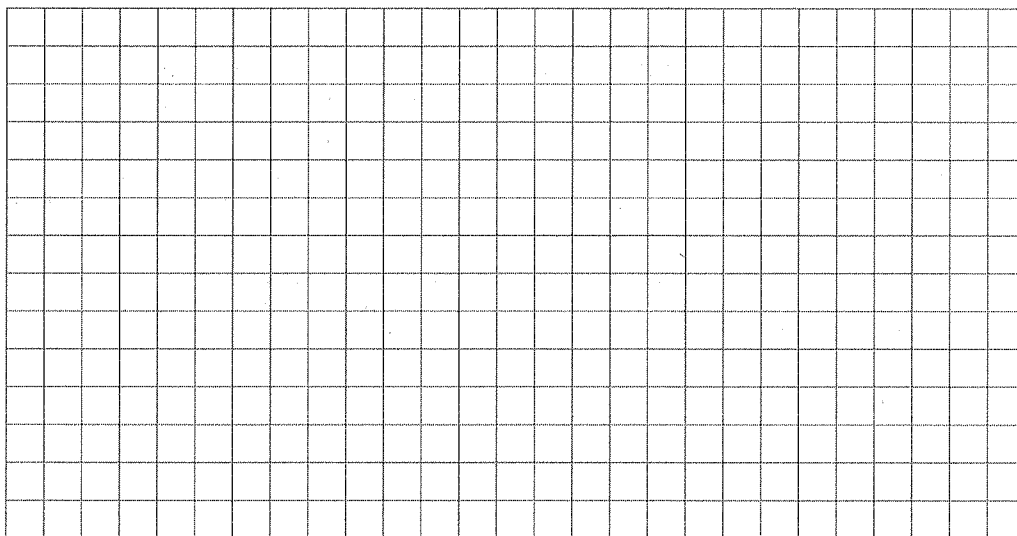
1)  $5^{x+1} = 125$ ;      2)  $\sin x = \frac{1}{2}$ ;      3)  $|x| = 5$ .

2. У двох вагонах метро разом 48 пасажирів, причому у другому вагоні на 4 пасажирів менше, ніж у першому. Скільки пасажирів у кожному вагоні?

3. Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{10}{x^2-25} + \frac{1}{x+5} = \frac{4}{x^2-10x+25}$ ;      2)  $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$ .

4. Розв'яжіть рівняння  $\log_9(9x) \cdot \log_3 x = \log_3 x + 2$ .



## Варіант 3

1. Розв'яжіть рівняння:

1)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      2)  $|x| = 7$ ;      3)  $5^{x-2} = 25$ .

2. У двох одинадцятих класах разом навчається 42 учні, причому в 11-А навчається на 2 учні більше, ніж в 11-Б. Скільки учнів навчається в кожному класі?

3. Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{6}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} = \frac{4}{x^2+6x+9}$ ;      2)  $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+5} = 4$ .

4. Розв'яжіть рівняння  $\log_4(4x) \cdot \log_2 x = \log_2 x + 2$ .

## Варіант 4

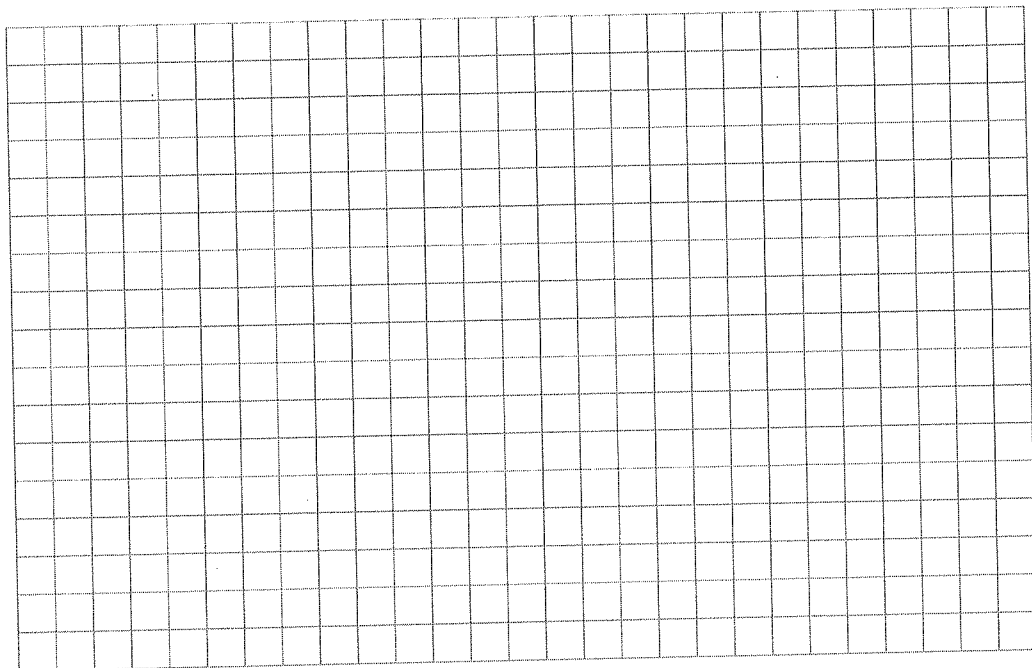
1. Розв'яжіть рівняння:

1)  $|x| = 6$ ;      2)  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      3)  $3^{x+3} = 81$ .

2. Чашка кави та тістечко разом коштують 38 грн, причому тістечко на 6 грн дорожче за каву. Скільки коштує чашка кави і скільки – тістечко?

3. Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{10}{x^2-25} - \frac{1}{x-5} = \frac{4}{x^2+10x+25}$ ;      2)  $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+6} = 4$ .

4. Розв'яжіть рівняння  $\log_{27}(27x) \cdot \log_3 x = \log_3 x + 3$ .



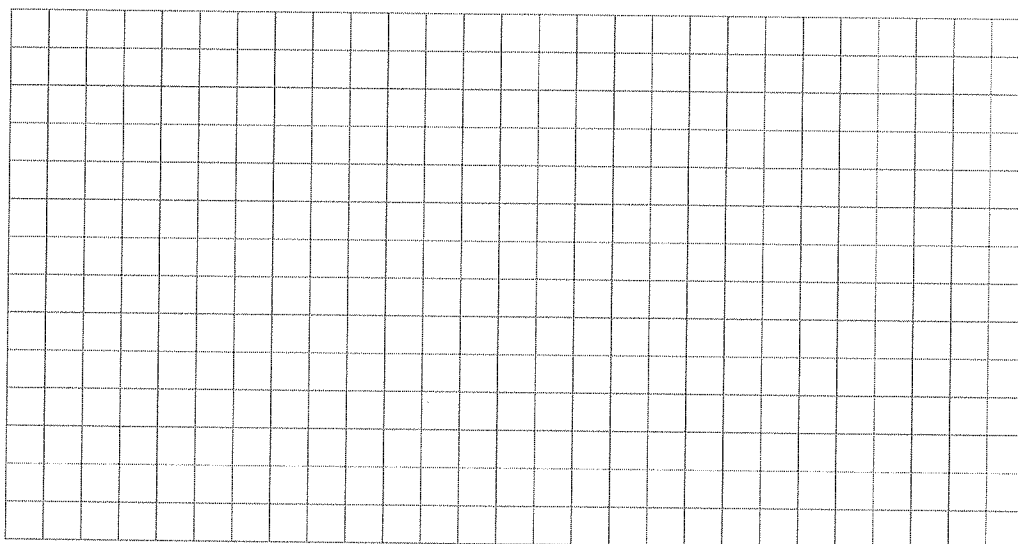
## Методи розв'язування нерівностей з однією змінною

### Варіант 1

- Розв'яжіть нерівність:  
1)  $|x| > 3$ ;      2)  $\sqrt[4]{x} \leq 3$ ;      3)  $\log_{0,7} x \geq \log_{0,7} 2$ .
- Розв'яжіть систему нерівностей  $\begin{cases} 3(x+1) \geq 15, \\ -2(x-3) > -8. \end{cases}$
- Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\frac{x^2 + 2x - 8}{x - 3} \leq 0$ ;      2)  $\left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^{2x-8} > \frac{1}{16}$ .
- Розв'яжіть нерівність  $\sqrt{3} \sin x + \cos x > 0$ .

### Варіант 2

- Розв'яжіть нерівність:  
1)  $|x| \leq 5$ ;      2)  $\sqrt[4]{x} < 2$ ;      3)  $\log_{0,3} x > \log_{0,3} 7$ .
- Розв'яжіть систему нерівностей  $\begin{cases} 2(x+3) > 10, \\ -3(x-5) \geq -12. \end{cases}$
- Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\frac{x^2 - 2x - 8}{x + 5} \geq 0$ ;      2)  $\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^{4x-5} < \frac{1}{8}$ .
- Розв'яжіть нерівність  $\sin x - \sqrt{3} \cos x \leq 0$ .



**Варіант 3**

1. Розв'яжіть нерівність:

1)  $|x| \geq 4$ ;      2)  $\sqrt[6]{x} < 2$ ;      3)  $\log_{0,8} x \geq \log_{0,8} 5$ .

2. Розв'яжіть систему нерівностей 
$$\begin{cases} -2(x+2) \leq -12, \\ 3(x-5) < 6. \end{cases}$$

3. Розв'яжіть нерівність:

1)  $\frac{x^2 + 3x - 10}{x - 3} \geq 0$ ;      2)  $\left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^{3x+7} < \frac{1}{16}$ .

4. Розв'яжіть нерівність  $\sin x + \sqrt{3} \cos x \geq 0$ .**Варіант 4**

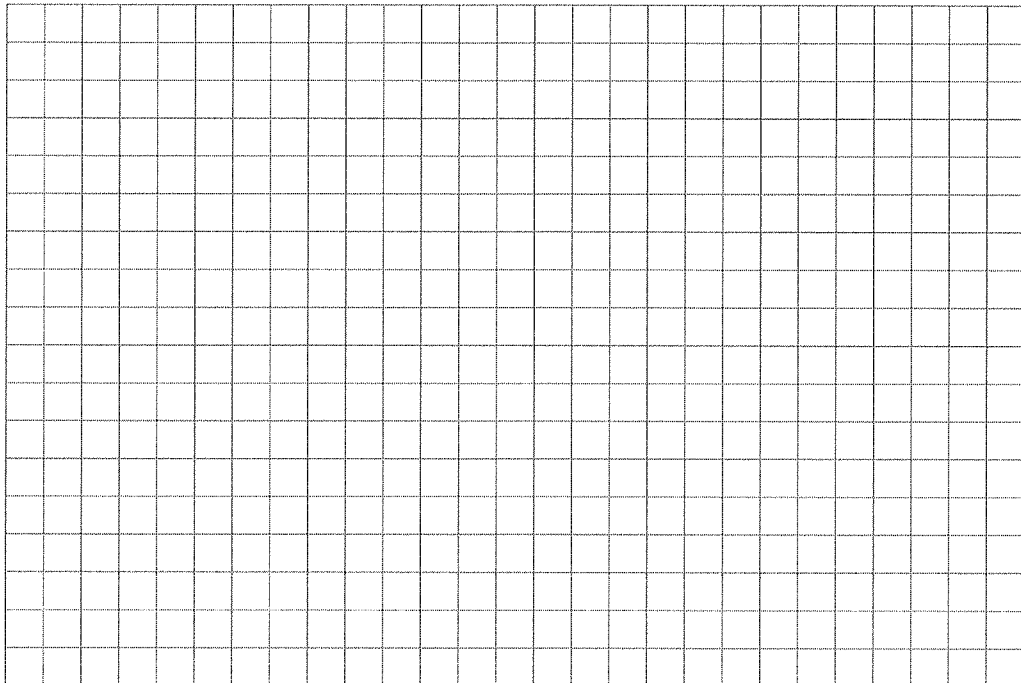
1. Розв'яжіть нерівність:

1)  $|x| < 2$ ;      2)  $\sqrt[8]{x} \leq 2$ ;      3)  $\log_{0,7} x > \log_{0,7} 3$ .

2. Розв'яжіть систему нерівностей 
$$\begin{cases} -3(x+4) < -6, \\ 2(x-3) \leq 8. \end{cases}$$

3. Розв'яжіть нерівність:

1)  $\frac{x^2 - 3x - 10}{x + 4} \leq 0$ ;      2)  $\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^{2x-11} > \frac{1}{8}$ .

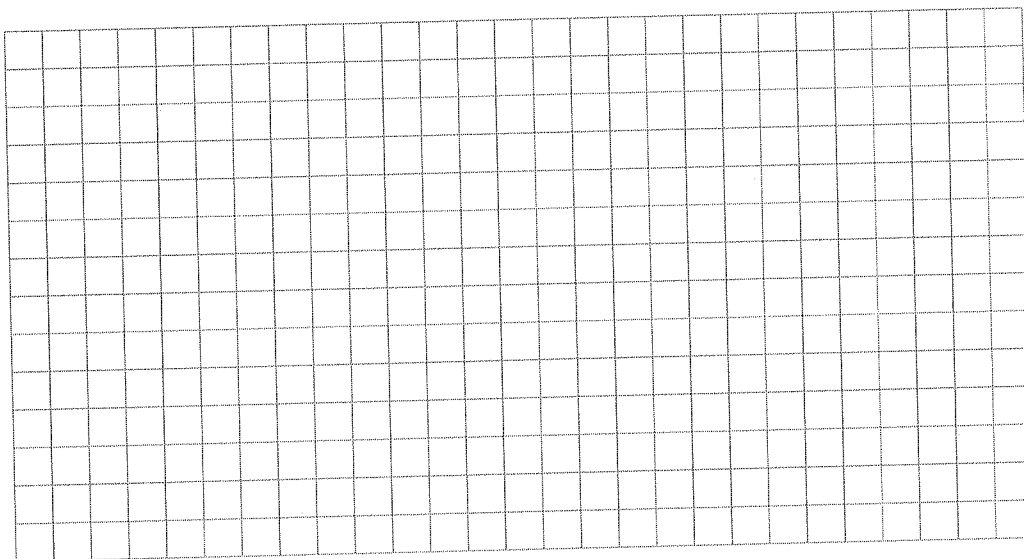
4. Розв'яжіть нерівність  $\sqrt{3} \sin x - \cos x < 0$ .



## Методи розв'язування рівняння та нерівностей з однією змінною

### Варіант 1

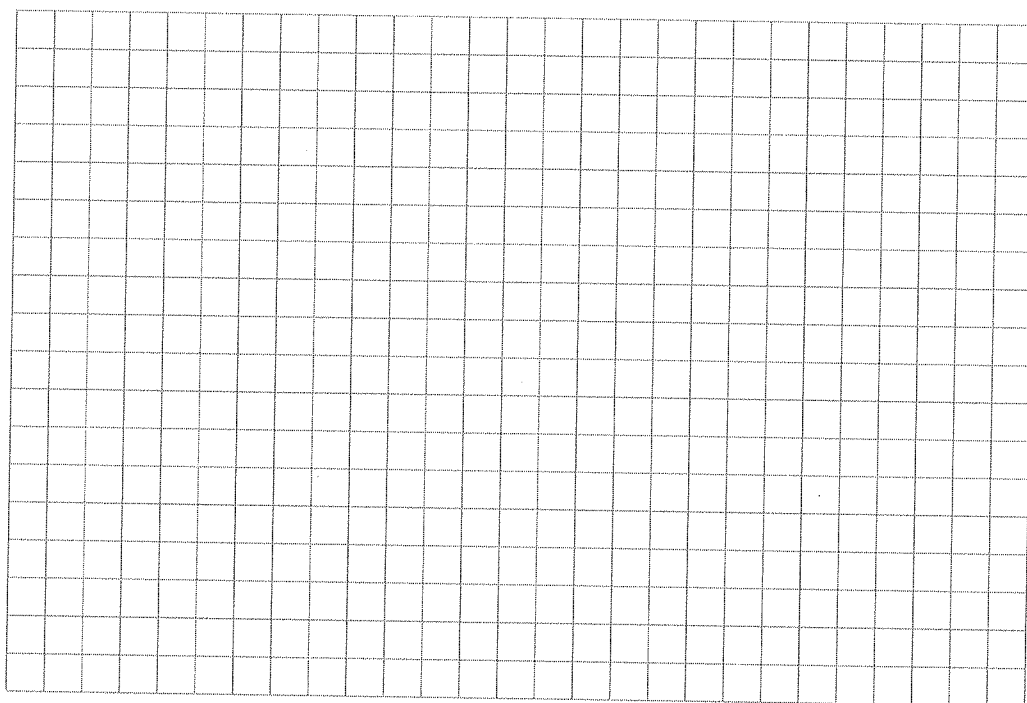
1. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $2(x-5) - 9 = 4(x-3)$ ;      2)  $\log_3 x = -4$ .
2. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $-2x \leq 12$ ;      2)  $\sqrt{x} < 3$ .
3. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \frac{1}{16}$ ;      2)  $\log_7 x < \log_7 3$ .
4. Знайдіть корені рівняння:  
1)  $|x+3| = 1-x$ ;      2)  $\sqrt{x} = \sqrt{x^2-6}$ .
5. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $4^{x+1} - 4^x = 192$ ;      2)  $\log_2^2 x - 4\log_2 x - 5 = 0$ .
6. Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\frac{x+4}{x-2} \leq 0$ ;      2)  $|5x+1| > 4$ .
7. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\sin 5x - \sin x = \cos 3x$ ;      2)  $3^x - 9 \cdot 3^{-x} = 8$ .
8. З міста в село, відстань між якими 36 км, виїхали одночасно два велосипедисти. Швидкість одного з них була на 3 км/год більша за швидкість іншого, і тому він прибув у село на 36 хв раніше. Знайдіть швидкості обох велосипедистів.
9. Розв'яжіть нерівність  $(x^2 - 3x)\log_{0,5}(x+4) \geq 0$ .





## Варіант 2

1. Розв'яжіть рівняння:  
 1)  $2(x - 3) - 7 = 4(x - 5)$ ;      2)  $\log_5 x = -2$ .
2. Розв'яжіть нерівність:  
 1)  $-3x < 15$ ;      2)  $\sqrt{x} \leq 4$ .
3. Розв'яжіть нерівність:  
 1)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$ ;      2)  $\log_9 x \leq \log_9 5$ .
4. Знайдіть корені рівняння:  
 1)  $|x + 5| = 1 - x$ ;      2)  $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 12}$ .
5. Розв'яжіть рівняння:  
 1)  $3^{x+2} + 3^x = 270$ ;      2)  $\log_3^2 x + 2\log_3 x - 3 = 0$ .
6. Розв'яжіть нерівність:  
 1)  $\frac{x-3}{x+2} \geq 0$ ;      2)  $|5x - 3| < 2$ .
7. Розв'яжіть рівняння:  
 1)  $\sin 7x + \sin x = \cos 3x$ ;      2)  $2^x - 8 \cdot 2^{-x} = 7$ .
8. З пункту  $A$  до пункту  $B$ , відстань між якими дорівнює 15 км, одночасно вийшли два пішоходи. Швидкість одного з пішоходів на 1 км/год менша, і тому він прибув до пункту  $B$  на 45 хв пізніше. Знайдіть швидкості обох пішоходів.
9. Розв'яжіть нерівність  $(x^2 - 4x)\log_5(x + 3) \leq 0$ .





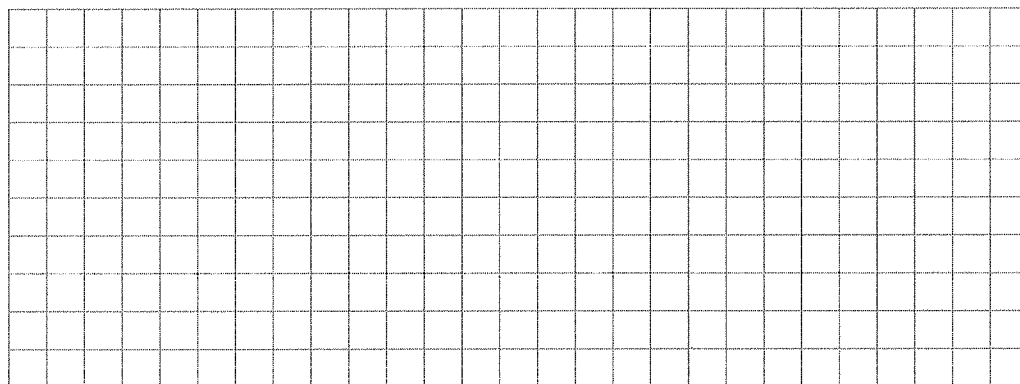
## Системи рівнянь та методи їх розв'язування. Задачі з параметрами

### Варіант 1

1. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $x^2 + 2x + a = 0$  має лише один корінь?
2. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} x + y + \frac{12}{x - y} = 9, \\ x + y - \frac{6}{x - y} = 3. \end{cases}$$
3. Діагональ прямокутника дорівнює 17 см. Якщо одну з його сторін зменшити на 9 см, а другу – залишити без змін, то діагональ нового прямокутника дорівнюватиме 10 см. Знайдіть периметр початкового прямокутника.
4. Для яких значень параметра  $a$  функція  $f(x) = x^3 - ax^2 + 4ax - 11$  зростає на всій числовій прямій?

### Варіант 2

1. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $x^2 - 4x - a = 0$  має лише один корінь?
2. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} x + y - \frac{4}{x - y} = 1, \\ x + y + \frac{2}{x - y} = 7. \end{cases}$$
3. Діагональ прямокутника дорівнює 15 см. Якщо одну з його сторін збільшити на 7 см, а другу – залишити без змін, то діагональ нового прямокутника дорівнюватиме 20 см. Знайдіть периметр початкового прямокутника.
4. Для яких значень параметра  $a$  функція  $g(x) = -x^3 + ax^2 - 2ax + 7$  спадає на всій числовій прямій?

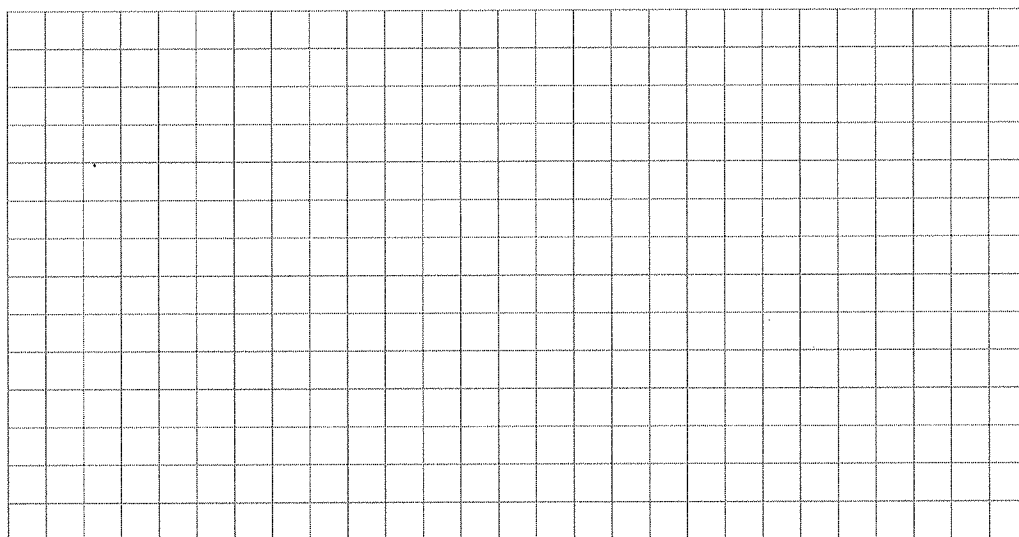


**Варіант 3**

1. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $x^2 - 2x - a = 0$  має лише один корінь?
2. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} x - y + \frac{8}{x + y} = 4, \\ x - y - \frac{4}{x + y} = 1. \end{cases}$$
3. Діагональ прямокутника дорівнює 15 см. Якщо одну з його сторін зменшити на 4 см, а другу – залишити без змін, то діагональ нового прямокутника дорівнюватиме 13 см. Знайдіть периметр початкового прямокутника.
4. Для яких значень параметра  $a$  функція  $f(x) = -x^3 - ax^2 + 4ax - 15$  спадає на всій числовій прямій?

**Варіант 4**

1. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $x^2 + 4x + a = 0$  має лише один корінь?
2. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} x - y - \frac{6}{x + y} = 3, \\ x - y + \frac{12}{x + y} = 6. \end{cases}$$
3. Діагональ прямокутника дорівнює 17 см. Якщо одну з його сторін збільшити на 12 см, а другу – залишити без змін, то діагональ нового прямокутника дорівнюватиме 25 см. Знайдіть периметр початкового прямокутника.
4. Для яких значень параметра  $a$  функція  $g(x) = x^3 + ax^2 - 2ax + 17$  зростає на всій числовій прямій?

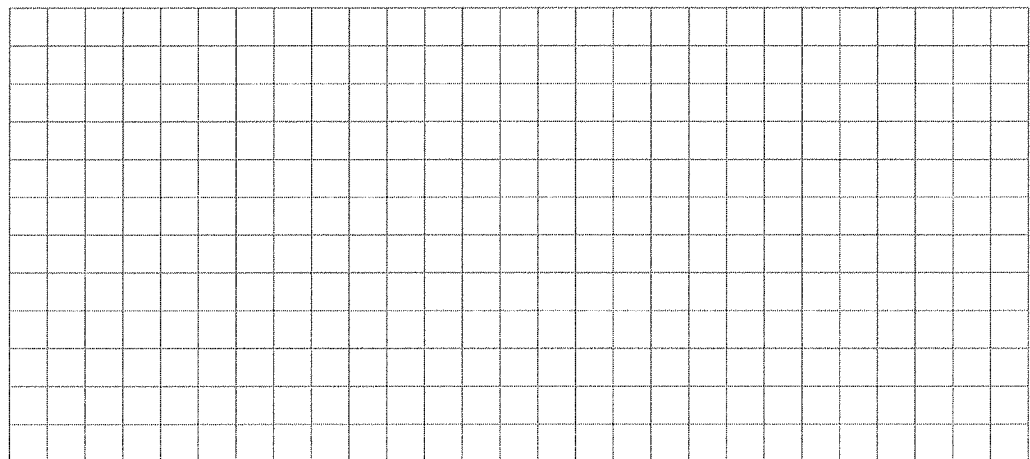




## Системи рівнянь та методи їх розв'язування. Задачі з параметрами

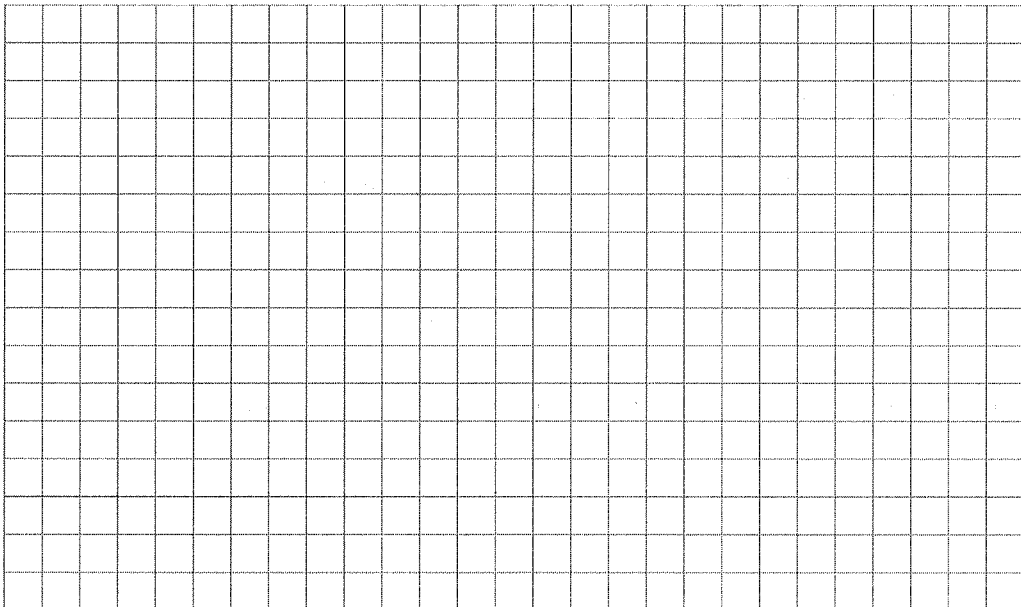
### Варіант 1

1. Розв'яжіть систему рівнянь:  
1)  $\begin{cases} x + 3y = 2, \\ 3x - 2y = 17; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 5x + 3y = 13. \end{cases}$
2. Для всіх значень параметра  $a$  розв'яжіть рівняння:  
1)  $ax = 5$ ;      2)  $(a - 2)x = (a - 2)^2$ .
3. Для всіх значень параметра  $a$  розв'яжіть нерівність:  
1)  $3x > a$ ;      2)  $ax \geq 3$ .
4. Не виконуючи побудови, знайдіть точки перетину графіків рівнянь  $5x - y = 3$  і  $|x - y| = 1$ .
5. Периметр прямокутника дорівнює 21 см, а його площа – 27 см<sup>2</sup>. Знайдіть сторони прямокутника.
6. Для всіх значень параметра  $a$  розв'яжіть рівняння:  
1)  $(a + 3)^2 x = a^2 - 9$ ;      2)  $a \cos x = \frac{a}{2}$ .
7. Розв'яжіть систему рівнянь:  
1)  $\begin{cases} (x + y)^2 + (x + y) - 2 = 0, \\ (x - y)^2 - 2(x - y) - 3 = 0; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 72, \\ 3x - y = 3. \end{cases}$
8. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $(2^x - a)\sqrt{x - 3} \geq 0$ .
9. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} \log_x y - \log_y x = 1,5, \\ xy = 8. \end{cases}$



**Варіант 2**

1. Розв'яжіть систему рівнянь:  
 1)  $\begin{cases} 4x + y = 2, \\ 2x - 3y = 8; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 3x + 2y = 2, \\ -3x + 5y = 26. \end{cases}$
2. Для всіх значень параметра  $a$  розв'яжіть рівняння:  
 1)  $ax = -3$ ;      2)  $(a + 1)x = (a + 1)^2$ .
3. Для всіх значень параметра  $a$  розв'яжіть нерівність:  
 1)  $5x \geq a$ ;      2)  $ax > 5$ .
4. Не виконуючи побудови, знайдіть точки перетину графіків рівнянь  $x - 3y = 5$  і  $|x - y| = 1$ .
5. Площа прямокутника дорівнює  $28 \text{ см}^2$ , а його периметр –  $23 \text{ см}$ . Знайдіть сторони прямокутника.
6. Для всіх значень параметра  $a$  розв'яжіть рівняння:  
 1)  $(a - 2)^2 x = a^2 - 4$ ;      2)  $a \sin x = \frac{a}{2}$ .
7. Розв'яжіть систему рівнянь:  
 1)  $\begin{cases} (x + y)^2 + 3(x + y) - 4 = 0, \\ (x - y)^2 - (x - y) - 2 = 0; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 2^x \cdot 5^y = 200, \\ 2y - x = 1. \end{cases}$
8. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $(3^x - a)\sqrt{x - 1} \geq 0$ .
9. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} \log_y x - \log_x y = 1,5, \\ xy = 27. \end{cases}$

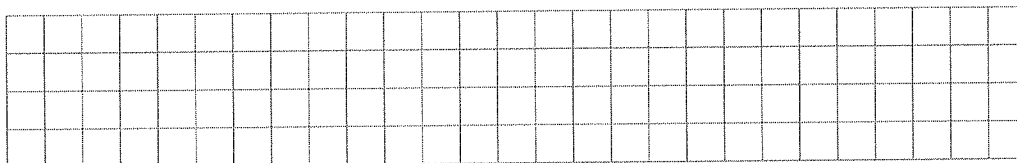




Підсумкова контрольна робота з алгебри  
і початків аналізу за 11 клас  
(на 2 години)

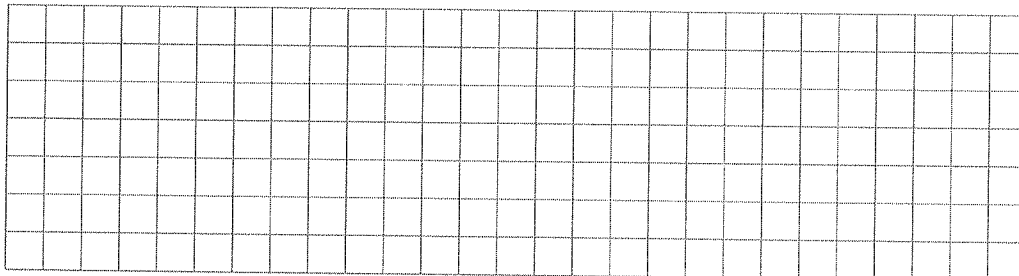
Варіант 1

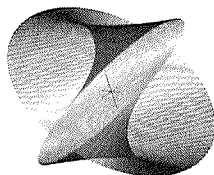
- Розв'яжіть рівняння:  
1)  $3^{x-2} = 9$ ; 2)  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 2x) = -1$ .
- Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти за допомогою цифр 2, 3, 4, 5, якщо цифри в числі не повторюються?
- Обчисліть інтеграл:  
1)  $\int_{-6}^0 x^2 dx$ ; 2)  $\int_0^2 e^x dx$ .
- Розв'яжіть нерівність:  
1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{8}$ ; 2)  $\log_5(x-1) < 2$ ; 3)  $\frac{x-4}{x+3} \geq 0$ ; 4)  $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- У коробці 5 зелених, 1 чорна і 4 сині кульки. Навмання беруть одну з них. Яка ймовірність того, що кулька:  
1) синя; 2) не чорна;  
3) чорна або зелена; 4) не зелена?
- Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:  
1)  $f(x) = 4 - 2x$ ; 2)  $f(x) = 3\sin x + \frac{1}{x^3}$ .
- Обчисліть:  
1)  $3^{5-3\sqrt{7}} \cdot 27^{\sqrt{7}-1}$ ; 2)  $2^{(\sqrt{3}-1)^2} : 4^{3-\sqrt{3}}$ ;  
3)  $\frac{\lg 12 + \lg 3}{\lg 12 - \lg 2}$ ; 4)  $5^{1+\frac{1}{2}\log_5 9}$ .
- Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:  
1)  $y = x^2 - 3$  і  $y = 2x$ ; 2)  $y = \frac{8}{x}$  і  $y = 6 - x$ .
- Обчисліть інтеграл:  
1)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$ ; 2)  $\int_1^2 \frac{x^3 - 8x^2 + 1}{x^2} dx$ .
- Розв'яжіть рівняння  $\log_2^2(8x) - \log_2(4x) = \log_2(16x) + 8$ .



## Варіант 2

1. Розв'яжіть рівняння:
  - 1)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} = \frac{1}{64}$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 3x) = -1$ .
2. Скільки різних п'ятицифрових чисел можна скласти за допомогою цифр 3, 4, 5, 6, 7, якщо цифри в числі не повторюються?
3. Обчисліть інтеграл:
  - 1)  $\int_0^6 x^2 dx$ ;      2)  $\int_{-1}^0 e^x dx$ .
4. Розв'яжіть нерівність:
  - 1)  $3^{2x+1} \leq 27$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) > -3$ ;      3)  $\frac{x+1}{x-4} \geq 0$ ;      4)  $\cos x > \frac{1}{2}$ .
5. У шухляді 7 червоних, 5 зелених і 3 синіх олівці. Навмання беруть один з них. Яка ймовірність того, що олівець:
  - 1) червоний;      2) не зелений;
  - 3) червоний або зелений;      4) не червоний?
6. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:
  - 1)  $f(x) = 6 + 2x$ ;      2)  $f(x) = 2 \cos x - \frac{1}{x^6}$ .
7. Обчисліть:
  - 1)  $2^{6-4\sqrt{3}} \cdot 16^{\sqrt{3}-1}$ ;      2)  $3^{(\sqrt{5}-1)^2} : 9^{4-\sqrt{5}}$ ;
  - 3)  $\frac{\log_5 2 + \log_5 8}{\log_5 12 - \log_5 3}$ ;      4)  $7^{1+\frac{1}{2}\log_7 9}$ .
8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:
  - 1)  $y = x^2$  і  $y = 3 - 2x$ ;      2)  $y = \frac{12}{x}$  і  $y = 8 - x$ .
9. Обчисліть інтеграл:
  - 1)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$ ;      2)  $\int_1^2 \frac{x^3 + 6x^2 + 1}{x^2} dx$ .
10. Розв'яжіть рівняння  $\log_3^2(9x) - \log_3(3x) = \log_3(27x) + 3$ .





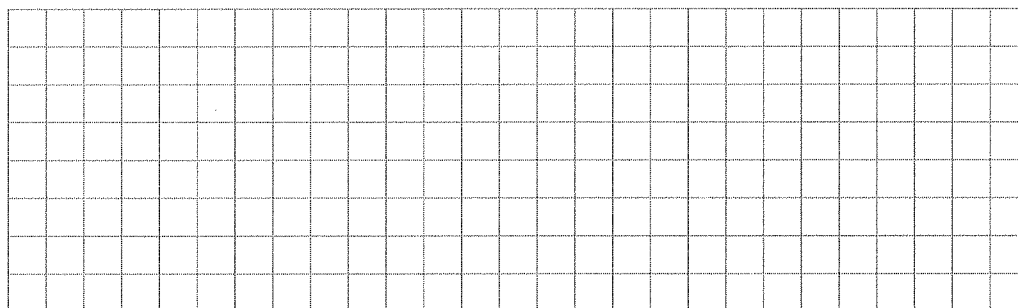
## Двогранні та многогранні кути. Многогранник та його елементи. Призма. Паралелепіпед

### Варіант 1

1. Скільки граней і ребер має 10-кутна призма?
2. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 6 см, а його діагональ – 7 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.
3. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з основою 8 см і бічною стороною 5 см. Через основу цього трикутника проведено переріз, який утворює з площиною основи кут  $60^\circ$  і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.
4. Основою похилого паралелепіпеда є паралелограм з гострим кутом  $60^\circ$ . Бічне ребро, що виходить з вершини цього кута, утворює зі сторонами основи кути по  $45^\circ$ . Знайдіть висоту паралелограма, якщо його бічне ребро дорівнює  $4\sqrt{3}$  см.

### Варіант 2

1. Скільки граней і ребер має 15-кутна призма?
2. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см і 9 см, а його діагональ – 11 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.
3. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з основою 6 см і бічною стороною 5 см. Через основу цього трикутника проведено переріз, який утворює з площиною основи кут  $30^\circ$  і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.
4. Основою похилого паралелепіпеда є прямокутник, а бічне ребро завдовжки  $6\sqrt{2}$  см утворює зі сторонами основи кути по  $60^\circ$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда.



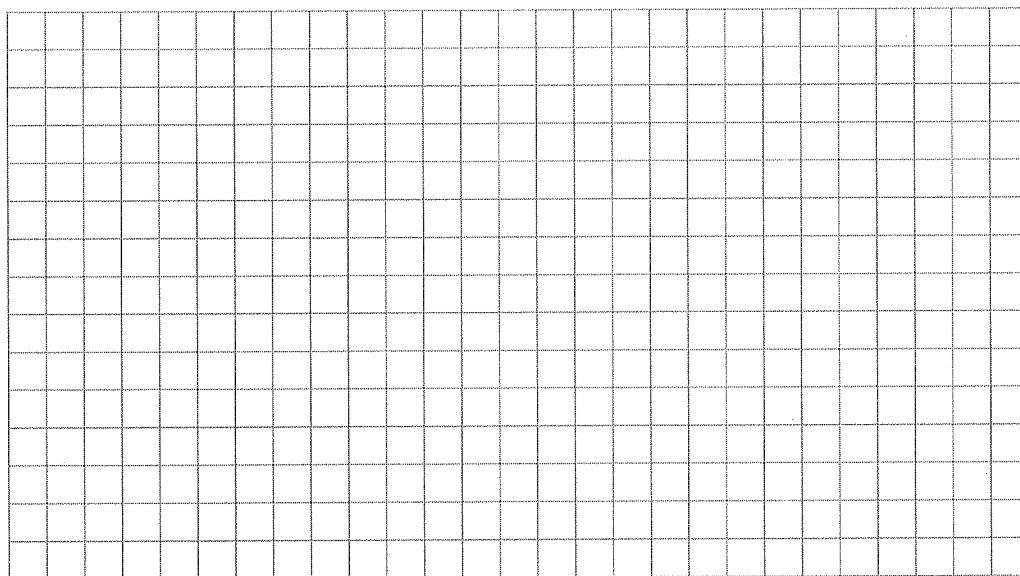


**Варіант 3**

1. Скільки граней і ребер має 8-кутна призма?
2. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см і 6 см, а його діагональ – 7 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.
3. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з основою 6 см і бічною стороною 5 см. Через основу цього трикутника проведено переріз, який утворює з площиною основи кут  $45^\circ$  і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.
4. Основою похилого паралелепіпеда є ромб із гострим кутом  $60^\circ$ . Бічне ребро, що виходить з вершини цього кута, утворює зі сторонами кута також кути по  $60^\circ$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює  $\sqrt{6}$  см.

**Варіант 4**

1. Скільки граней і ребер має 12-кутна призма?
2. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см і 6 см, а його діагональ – 11 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.
3. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з основою 8 см і бічною стороною 5 см. Через основу цього трикутника проведено переріз, який утворює з площиною основи кут  $45^\circ$  і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.
4. Основою похилого паралелепіпеда є квадрат. Бічне ребро завдовжки  $4\sqrt{2}$  см утворює зі сторонами основи кути по  $60^\circ$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда.





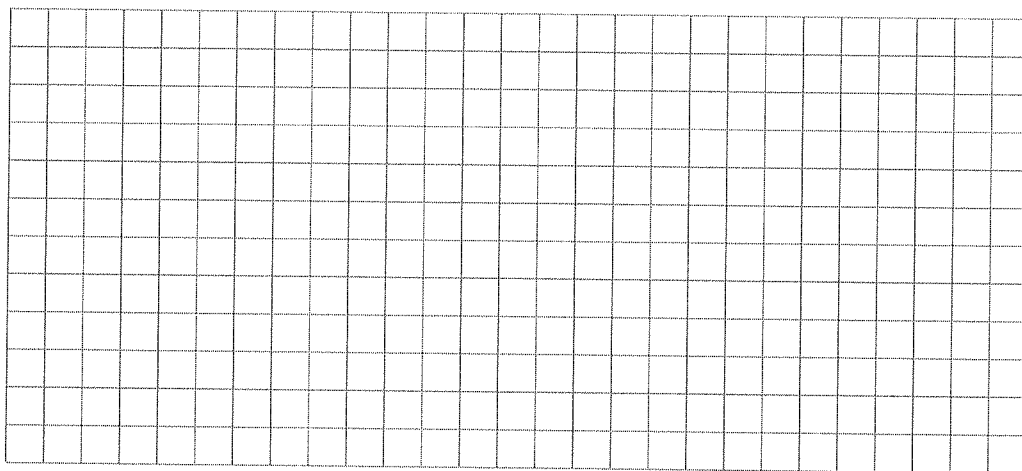
**Піраміда.  
Зрізана піраміда.  
Правильні многогранники**

**Варіант 1**

1. Сторони основи правильної десятикутної зрізаної піраміди дорівнюють 6 см і 4 см, а апофема – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
2. Ребро куба дорівнює 4 см. Площа поверхні октаедра дорівнює площі повної поверхні куба. Знайдіть площу однієї грані октаедра.
3. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами 5 см і 12 см. Усі бічні грані піраміди утворюють з площиною основи кути по  $60^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
4. Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть кут, що утворює бічне ребро піраміди з площиною основи.

**Варіант 2**

1. Сторони основи правильної восьмикутної зрізаної піраміди дорівнюють 5 см і 3 см, а апофема – 4 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
2. Ребро куба дорівнює 6 см. Площа повної поверхні правильного тетраедра дорівнює площі повної поверхні куба. Знайдіть площу однієї грані правильного тетраедра.
3. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом 6 см і гіпотенузою 10 см. Усі бічні грані піраміди утворюють з площиною основи кути по  $45^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
4. Плоский кут при вершині правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть кут, який утворює бічне ребро піраміди з площиною її основи.

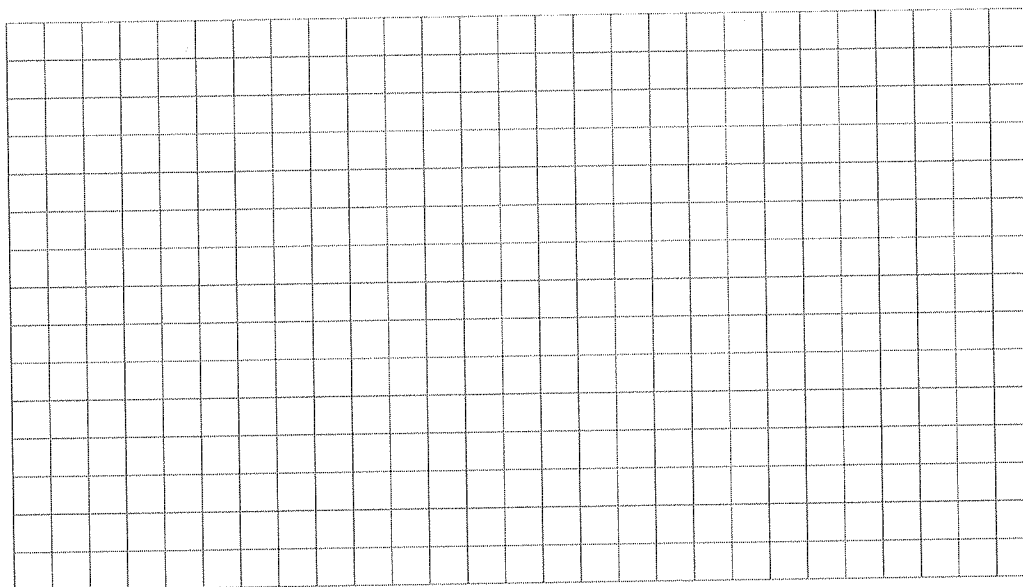


**Варіант 3**

1. Сторони основи правильної шестикутної зрізаної піраміди дорівнюють 7 см і 3 см, а апофема – 4 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
2. Площа однієї грані октаедра дорівнює 3 дм<sup>2</sup>, а площа повної поверхні октаедра дорівнює площі повної поверхні куба. Знайдіть довжину ребра куба.
3. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см. Усі бічні грані піраміди утворюють з площиною основи кути по 45°. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
4. Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює 60°. Знайдіть кут, який утворює бічна грань піраміди з площиною її основи.

**Варіант 4**

1. Сторони основи правильної п'ятикутної зрізаної піраміди дорівнюють 8 см і 2 см, а апофема – 6 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
2. Площа однієї грані правильного тетраедра дорівнює 24 дм<sup>2</sup>, а площа повної поверхні тетраедра дорівнює площі повної поверхні куба. Знайдіть довжину ребра куба.
3. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом 5 см і гіпотенузою 13 см. Усі бічні грані піраміди утворюють з площиною основи кути по 60°. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
4. Плоский кут при вершині правильної чотирикутної піраміди дорівнює 60°. Знайдіть кут, який утворює бічна грань піраміди з площиною її основи.

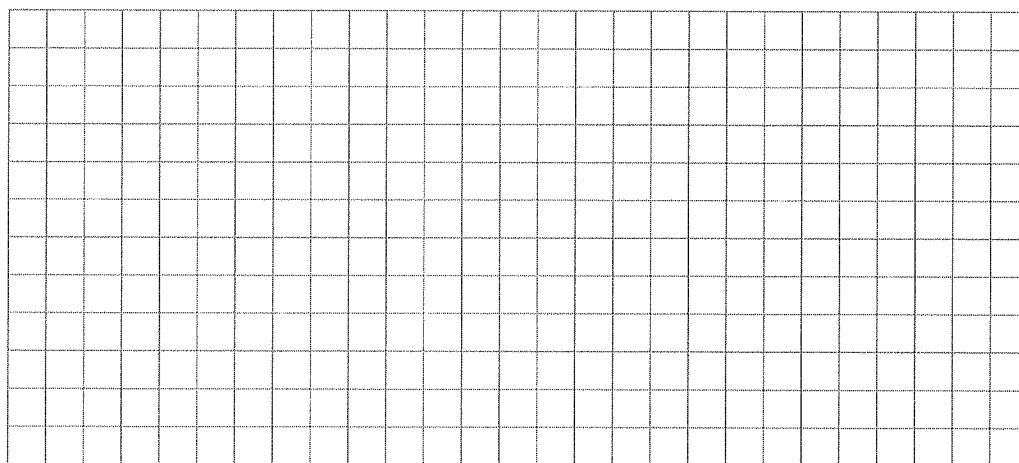




## Многогранники

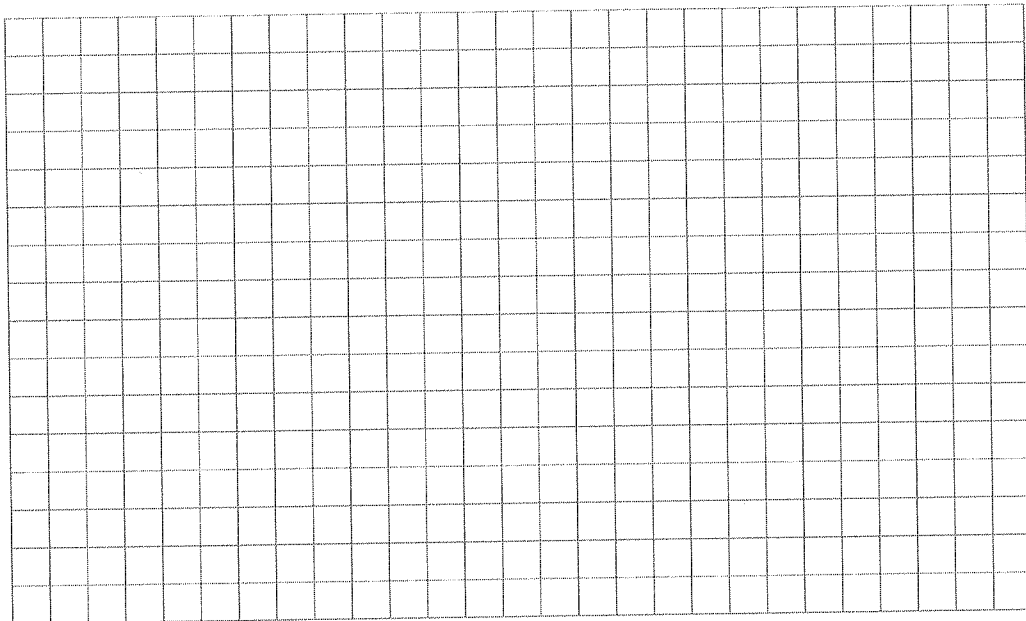
### Варіант 1

1. У призмі площа основи дорівнює  $12 \text{ см}^2$ , а площа бічної поверхні –  $60 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу повної поверхні призми.
2. Чи є паралелепіпедом чотирикутна призма, основа якої – чотирикутник, кути якого відповідно дорівнюють:  
1)  $20^\circ, 160^\circ, 20^\circ, 160^\circ$ ;      2)  $90^\circ, 90^\circ, 30^\circ, 150^\circ$ ?
3. Знайдіть площу повної поверхні куба, якщо його ребро дорівнює 3 см.
4. Бічне ребро похилої призми дорівнює  $4\sqrt{3}$  см і утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайдіть висоту призми.
5. Сторона основи прямокутного паралелепіпеда дорівнює 12 см, діагональ основи – 15 см, а висота – 3 см. Знайдіть:  
1) площу діагонального перерізу паралелепіпеда;  
2) площу повної поверхні паралелепіпеда.
6. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює 8 см, а сторона основи – 4 см. Знайдіть площу повної поверхні піраміди.
7. У правильній чотирикутній призмі діагональ основи дорівнює  $4\sqrt{2}$  см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми, якщо діагональ призми утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ .
8. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см. Усі бічні ребра піраміди дорівнюють 6,5 см. Знайдіть висоту піраміди.
9. Основою прямого паралелепіпеда є ромб, площа якого дорівнює  $10 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо площі його діагональних перерізів дорівнюють  $15 \text{ см}^2$  і  $12 \text{ см}^2$ .



**Варіант 2**

1. У призмі площа основи дорівнює  $8 \text{ см}^2$ , а площа повної поверхні –  $40 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу бічної поверхні призми.
2. Чи є паралелепіпедом чотирикутна призма, основа якої – чотирикутник, кути якого відповідно дорівнюють:  
1)  $80^\circ, 100^\circ, 90^\circ, 90^\circ$ ;      2)  $80^\circ, 100^\circ, 80^\circ, 100^\circ$ ?
3. Знайдіть площу повної поверхні правильного тетраедра, ребро якого дорівнює  $8 \text{ см}$ .
4. Висота похилої призми дорівнює  $6\sqrt{3} \text{ см}$ , а бічне ребро утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайдіть довжину бічного ребра призми.
5. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють  $7 \text{ см}$  і  $24 \text{ см}$ , а висота –  $10 \text{ см}$ . Знайдіть:  
1) площу діагонального перерізу паралелепіпеда;  
2) площу повної поверхні паралелепіпеда.
6. Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $6 \text{ см}$ , а сторона основи –  $4 \text{ см}$ . Знайдіть площу повної поверхні піраміди.
7. Висота основи правильної трикутної призми дорівнює  $2\sqrt{3} \text{ см}$ . Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми, якщо діагональ бічної грані призми утворює з її бічним ребром кут  $30^\circ$ .
8. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами  $6 \text{ см}$  і  $8 \text{ см}$ . Усі бічні ребра піраміди рівні між собою, а її висота дорівнює  $12 \text{ см}$ . Знайдіть довжину бічного ребра піраміди.
9. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм з гострим кутом  $30^\circ$  і площею  $9 \text{ дм}^2$ . Площі бічних граней паралелепіпеда дорівнюють  $12 \text{ см}^2$  і  $24 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда.





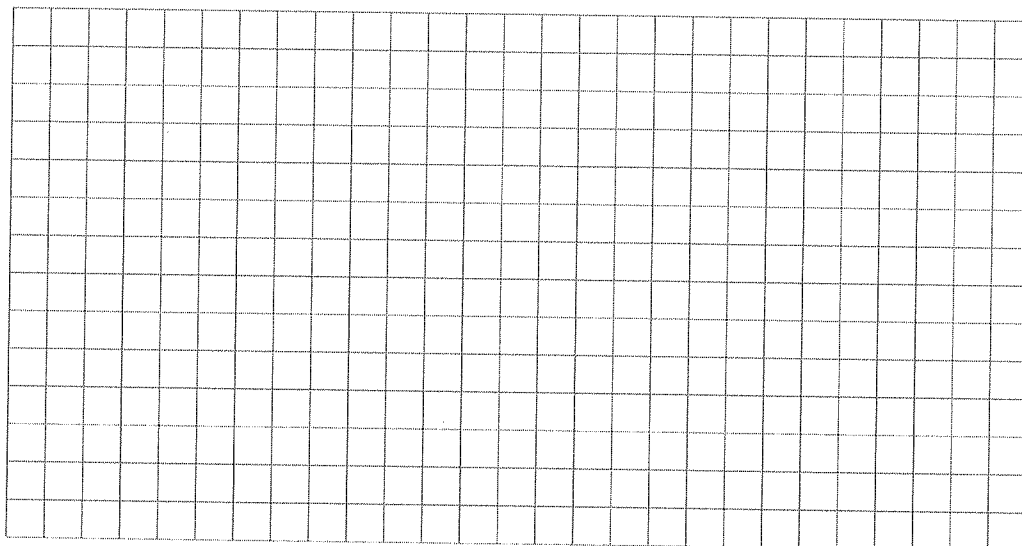
## Циліндр. Конус. Зрізаний конус

### Варіант 1

1. Твірна конуса дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайдіть радіус основи конуса та його висоту.
2. Висота циліндра втричі більша за його радіус, а площа осьового перерізу циліндра дорівнює  $24 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту циліндра.
3. Висота конуса дорівнює 8 см, а твірна конуса на 2 см довша за радіус його основи. Знайдіть периметр осьового перерізу конуса.
4. Через твірні циліндра проведено два перерізи, площі яких дорівнюють  $9 \text{ см}^2$  і  $24 \text{ см}^2$ . Кут між площинами перерізів дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть площу перерізу циліндра, який проходить через дві інші твірні цих перерізів.

### Варіант 2

1. Твірна конуса дорівнює 6 см і утворює з площиною основи кут  $30^\circ$ . Знайдіть висоту конуса та радіус його основи.
2. Висота циліндра дорівнює його радіусу, а площа осьового перерізу циліндра дорівнює  $32 \text{ см}^2$ . Знайдіть радіус циліндра.
3. Висота конуса дорівнює 6 см, а різниця твірної і радіуса основи конуса дорівнює 2 см. Знайдіть периметр осьового перерізу конуса.
4. Через твірну циліндра проведено два перерізи, площі яких дорівнюють  $14 \text{ см}^2$  і  $16 \text{ см}^2$ . Кут між площинами перерізів дорівнює  $120^\circ$ . Знайдіть площу перерізу циліндра, який проходить через дві інші твірні цих перерізів.

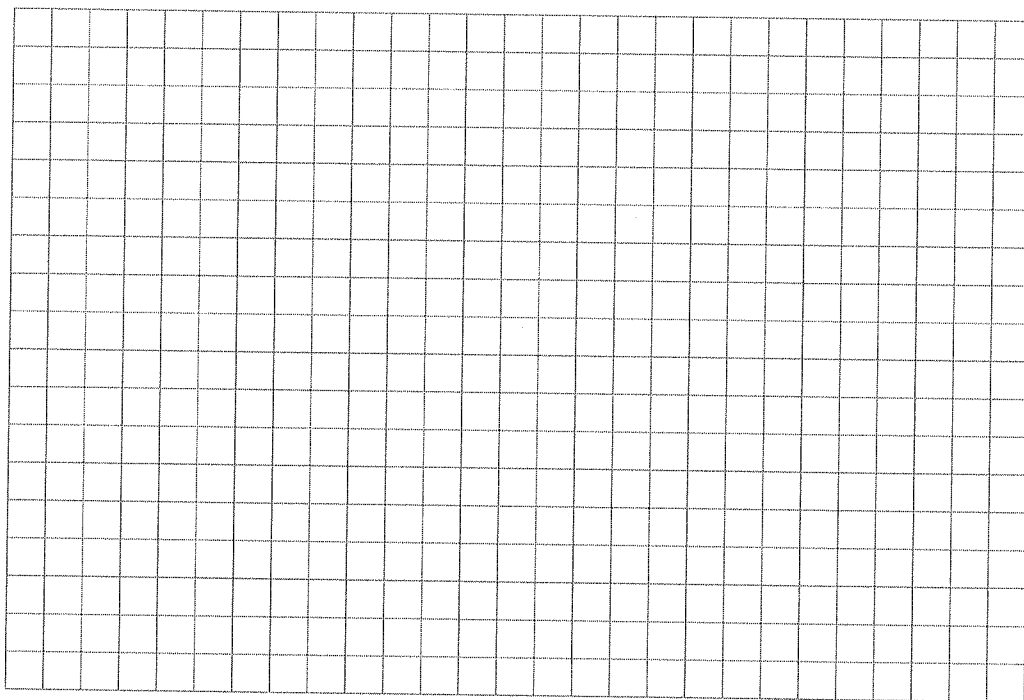


**Варіант 3**

1. Твірна конуса дорівнює 6 см і утворює з висотою кут  $30^\circ$ . Знайдіть радіус основи конуса та його висоту.
2. Радіус циліндра дорівнює його висоті, а площа осьового перерізу циліндра дорівнює  $50 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту циліндра.
3. Радіус основи конуса дорівнює 5 см, а різниця твірної конуса і його висоти дорівнює 1 см. Знайдіть периметр осьового перерізу конуса.
4. Через твірні циліндра проведено два перерізи, площі яких дорівнюють  $14 \text{ см}^2$  і  $30 \text{ см}^2$ . Кут між площинами перерізів дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть площу перерізу циліндра, який проходить через дві інші твірні цих перерізів.

**Варіант 4**

1. Твірна конуса дорівнює 10 см і утворює з висотою кут  $60^\circ$ . Знайдіть висоту конуса та радіус його основи.
2. Радіус циліндра втричі менший за його висоту, а площа осьового перерізу циліндра дорівнює  $54 \text{ см}^2$ . Знайдіть радіус циліндра.
3. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, а твірна конуса на 2 см більша за його висоту. Знайдіть периметр осьового перерізу конуса.
4. Через твірні циліндра проведено два перерізи, площі яких дорівнюють  $10 \text{ см}^2$  і  $32 \text{ см}^2$ . Кут між площинами перерізів дорівнює  $120^\circ$ . Знайдіть площу перерізу циліндра, який проходить через дві інші твірні цих перерізів.





## Куля і сфера. Комбінації геометричних тіл

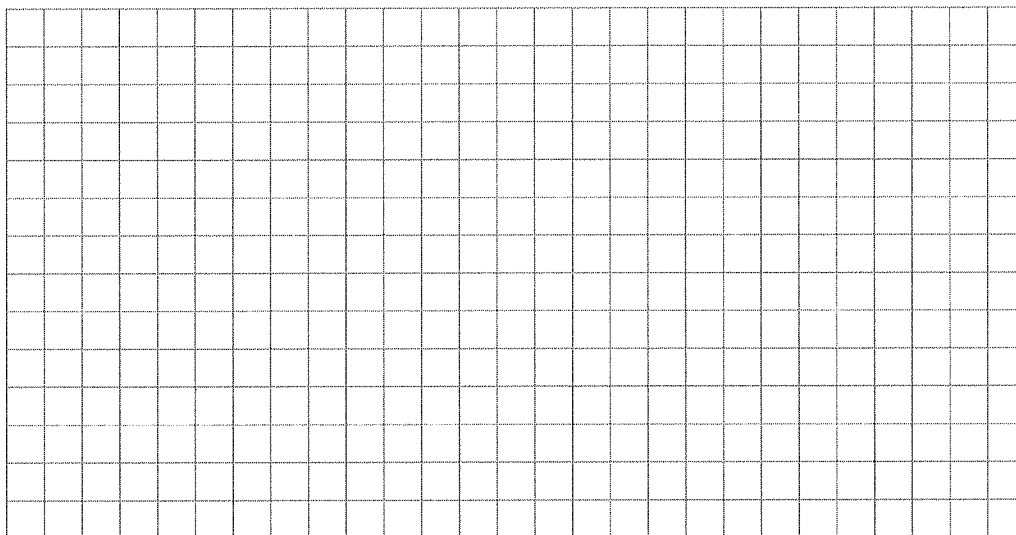
3

### Варіант 1

1. Радіус кулі дорівнює 7 см. Знайдіть довжину великого кола цієї кулі.
2. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см і утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу осьового перерізу конуса, описаного навколо цієї піраміди.
3. У правильну трикутну призму вписано кулю, площа великого круга якої дорівнює  $16\pi$  см<sup>2</sup>. Знайдіть площу бічної поверхні призми.
4. Усі сторони рівнобічної трапеції з основами 4 см і 16 см дотикаються до кулі. Знайдіть радіус кулі, якщо відстань від центра кулі до площини трапеції дорівнює 3 см.

### Варіант 2

1. Радіус кулі дорівнює 5 см. Знайдіть площу великого круга цієї кулі.
2. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює 8 см і утворює кут  $60^\circ$  із площиною основи. Знайдіть площу осьового перерізу конуса, описаного навколо цієї піраміди.
3. У правильну чотирикутну призму вписано кулю, довжина великого кола якої дорівнює  $12\pi$  см. Знайдіть площу бічної поверхні призми.
4. Куля, радіус якої дорівнює 13 см, дотикається до всіх сторін ромба, діагоналі якого дорівнюють 30 см і 40 см. Знайдіть відстань від центра кулі до площини ромба.



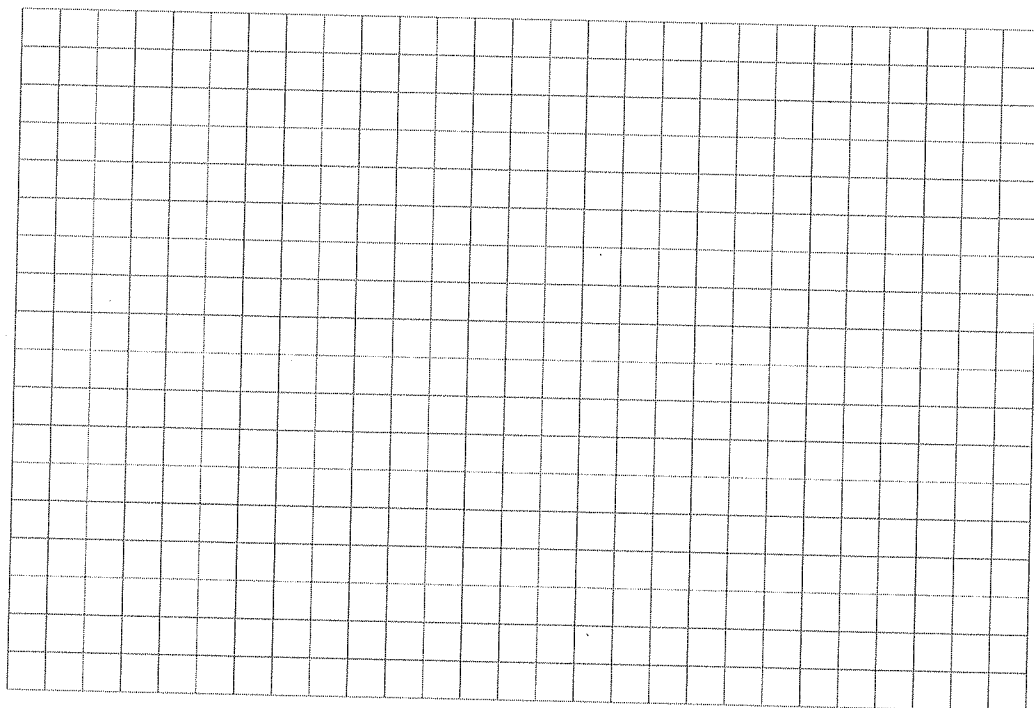


**Варіант 3**

1. Радіус кулі дорівнює 9 см. Знайдіть площу великого круга цієї кулі.
2. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см і утворює кут  $60^\circ$  з висотою піраміди. Знайдіть площу осьового перерізу конуса, описаного навколо цієї піраміди.
3. У правильну трикутну призму вписано кулю, довжина великого кола якої дорівнює  $6\pi$  см. Знайдіть площу бічної поверхні призми.
4. Куля дотикається до всіх сторін ромба, сторона якого дорівнює 25 см, а одна з діагоналей – 20 см. Знайдіть радіус кулі, якщо відстань від центра кулі до площини ромба дорівнює 5 см.

**Варіант 4**

1. Радіус кулі дорівнює 8 см. Знайдіть довжину великого кола цієї кулі.
2. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює 4 см і утворює кут  $45^\circ$  з висотою піраміди. Знайдіть площу осьового перерізу конуса, описаного навколо цієї піраміди.
3. У правильну чотирикутну призму вписано кулю, площа великого круга якої дорівнює  $9\pi$  см<sup>2</sup>. Знайдіть площу бічної поверхні призми.
4. Більша основа рівнобічної трапеції дорівнює 16 см, а бічна сторона – 10 см. Усі сторони трапеції дотикаються до кулі, радіус якої 5 см. Знайдіть відстань від центра кулі до площини трапеції.

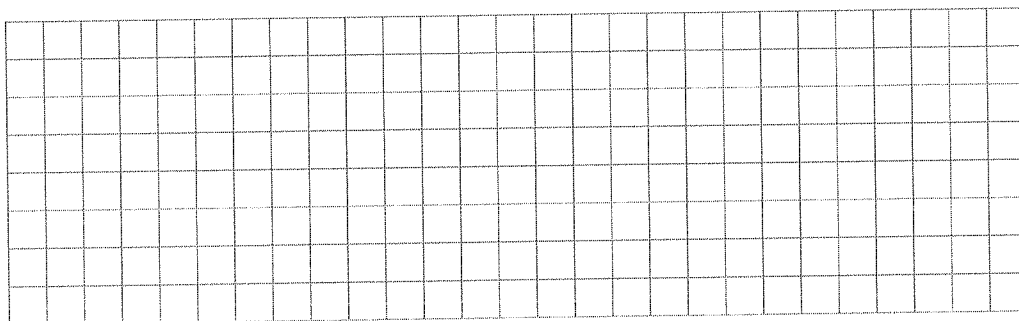




## Тіла обертання

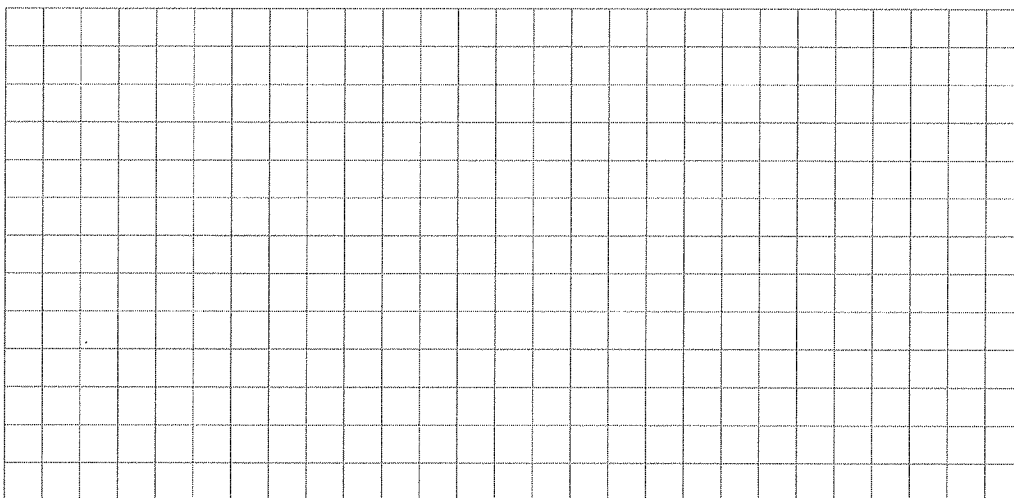
### Варіант 1

1. Прямокутник зі сторонами 3 см і 5 см обертається навколо більшої сторони. Знайдіть діаметр утвореного циліндра.
2. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, а висота – 8 см. Знайдіть довжину твірної конуса.
3. Радіус сфери дорівнює 6 см. Чи може відстань між двома точками, що належать цій сфері, дорівнювати:  
1) 13 см;    2) 12 см;    3) 11 см;    4) 1,8 см?
4. Осьовий переріз конуса – правильний трикутник зі стороною 4 см. Знайдіть:  
1) твірну конуса;    2) радіус основи конуса;  
3) висоту конуса;    4) площу осьового перерізу конуса.
5. Кулю перетнули площиною так, що площа утвореного перерізу дорівнює  $64\pi$  см<sup>2</sup>. Знайдіть радіус кулі, якщо відстань від центра кулі до площини перерізу дорівнює 6 см.
6. У циліндр, радіус основи якого дорівнює  $2\sqrt{3}$  см, а висота – 8 см, вписано правильну трикутну призму. Знайдіть:  
1) діагональ бічної грані призми;  
2) площу бічної поверхні призми.
7. Висота конуса дорівнює 9 см, а радіус його основи – 6 см. На відстані 3 см від вершини конуса проведено площину, перпендикулярну до осі, яка перетинає бічну поверхню по колу. Знайдіть довжину цього кола.
8. У правильну чотирикутну піраміду вписано кулю. Висота піраміди дорівнює 12 см і утворює кут  $30^\circ$  з апофемою піраміди. Знайдіть радіус кулі.
9. Паралельно осі циліндра проведено площину, яка перетинає основу по хорді, що стягує дугу  $90^\circ$ . Із центра іншої основи ця хорда видно під кутом  $60^\circ$ . Площа утвореного перерізу дорівнює  $64\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>. Знайдіть висоту циліндра.



**Варіант 2**

1. Прямокутник зі сторонами 4 см і 5 см обертається навколо меншої сторони. Знайдіть діаметр утвореного циліндра.
2. Радіус основи конуса дорівнює 4 см, а твірна – 5 см. Знайдіть довжину висоти конуса.
3. Радіус сфери дорівнює 5 см. Чи може відстань між двома точками, що належать сфері, дорівнювати:  
1) 9 см;      2) 10 см;      3) 10,2 см;      4) 12 см?
4. Осьовий переріз конуса – прямокутний трикутник з гіпотенузою 6 см. Знайдіть:  
1) радіус основи конуса;      2) висоту конуса;  
3) твірну конуса;      4) площу осьового перерізу конуса.
5. Кулю, радіус якої 25 см, перетнуто площиною на відстані 24 см від її центра. Знайдіть площу утвореного перерізу.
6. У циліндр, радіус якого дорівнює  $2\sqrt{2}$  см, а висота – 3 см, вписано правильну чотирикутну призму. Знайдіть:  
1) діагональ бічної грані призми;  
2) площу бічної поверхні призми.
7. Висота конуса дорівнює 16 см, а радіус його основи – 12 см. Площина, перпендикулярна до осі конуса, перетинає його бічну поверхню по колу, довжина якого  $6\pi$  см. Знайдіть відстань від вершини конуса до площини перерізу.
8. У правильну трикутну піраміду, висота якої дорівнює 15 см, вписано кулю. Знайдіть радіус цієї кулі, якщо двогранний кут при ребрі основи піраміди дорівнює  $60^\circ$ .
9. Паралельно осі циліндра проведено площину, яка перетинає основу по хорді, що стягує дугу  $120^\circ$ . Із центра іншої основи цю хорду видно під кутом  $90^\circ$ . Знайдіть радіус циліндра, якщо площа перерізу дорівнює  $8\sqrt{6}$  см<sup>2</sup>.





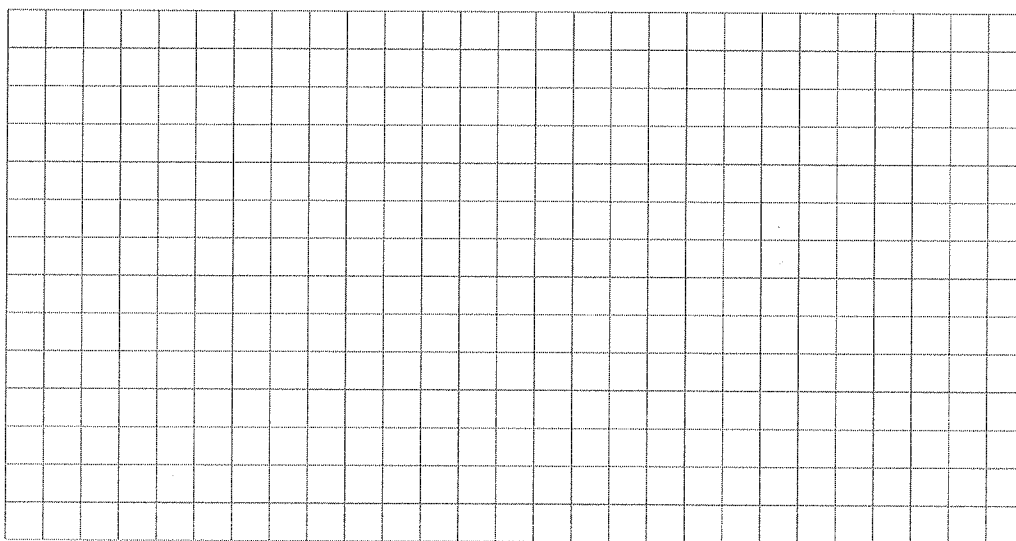
## Об'єми многогранників

### Варіант 1

1. Знайдіть об'єм піраміди, основою якої є прямокутник зі сторонами 3 см і 5 см, якщо висота піраміди дорівнює 4 см.
2. Основа похилої призми – трикутник зі сторонами 4 см і 6 см та кутом між ними  $60^\circ$ . Бічне ребро призми дорівнює  $6\sqrt{2}$  см і утворює кут  $45^\circ$  із площиною основи. Знайдіть об'єм призми.
3. У правильній трикутній піраміді бічні грані утворюють з площиною основи кути по  $60^\circ$ . Знайдіть об'єм піраміди, якщо її висота дорівнює 6 см.
4. Площі трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють  $12\text{ см}^2$ ,  $18\text{ см}^2$  і  $24\text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

### Варіант 2

1. Знайдіть об'єм піраміди, основою якої є прямокутник зі сторонами 4 см і 3 см, якщо висота піраміди дорівнює 10 см.
2. Основа похилої призми – трикутник зі сторонами 5 см і 8 см та кутом між ними  $45^\circ$ . Бічне ребро призми дорівнює  $6\sqrt{3}$  см і утворює кут  $60^\circ$  із площиною основи. Знайдіть об'єм призми.
3. У правильній трикутній піраміді бічні ребра утворюють з площиною основи кути по  $30^\circ$ . Знайдіть об'єм піраміди, якщо її висота дорівнює 2 см.
4. Периметри трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 10 см, 14 см і 16 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

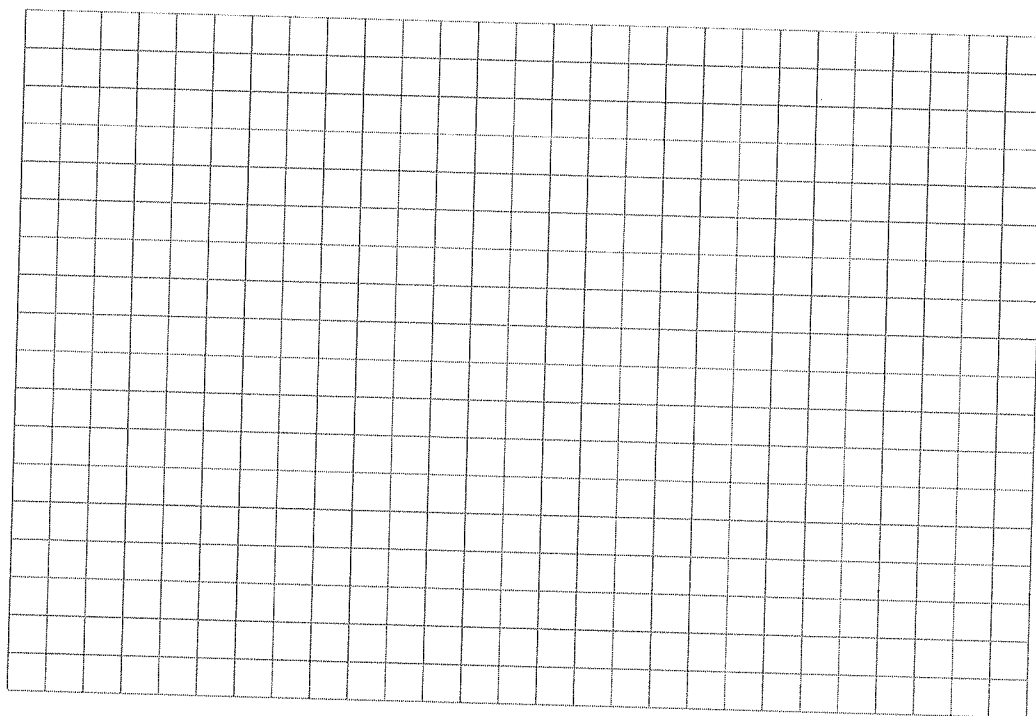


**Варіант 3**

1. Знайдіть об'єм піраміди, основою якої є квадрат зі стороною 6 см, якщо висота піраміди дорівнює 2 см.
2. Основа похилої призми – трикутник зі сторонами 6 см і 8 см та кутом між ними  $30^\circ$ . Бічне ребро призми дорівнює  $8\sqrt{2}$  см і утворює кут  $45^\circ$  із площиною основи. Знайдіть об'єм призми.
3. У правильній трикутній піраміді бічні грані утворюють з площиною основи кути по  $60^\circ$ , а радіус кола, вписаного в основу, дорівнює 2 см. Знайдіть об'єм піраміди.
4. Периметри трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 8 дм, 10 дм і 14 дм. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

**Варіант 4**

1. Основою піраміди є квадрат зі стороною 4 см, висота піраміди дорівнює 3 см. Знайдіть об'єм піраміди.
2. Основа похилої призми – трикутник зі сторонами 8 см і 3 см та кутом між ними  $45^\circ$ . Бічне ребро призми дорівнює 10 см і утворює кут  $30^\circ$  із площиною основи. Знайдіть об'єм призми.
3. У правильній трикутній піраміді бічні ребра утворюють з площиною основи кути по  $60^\circ$ , а радіус кола, описаного навколо основи, дорівнює 2 см. Знайдіть об'єм піраміди.
4. Площі трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють  $6\text{ см}^2$ ,  $12\text{ см}^2$  і  $8\text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

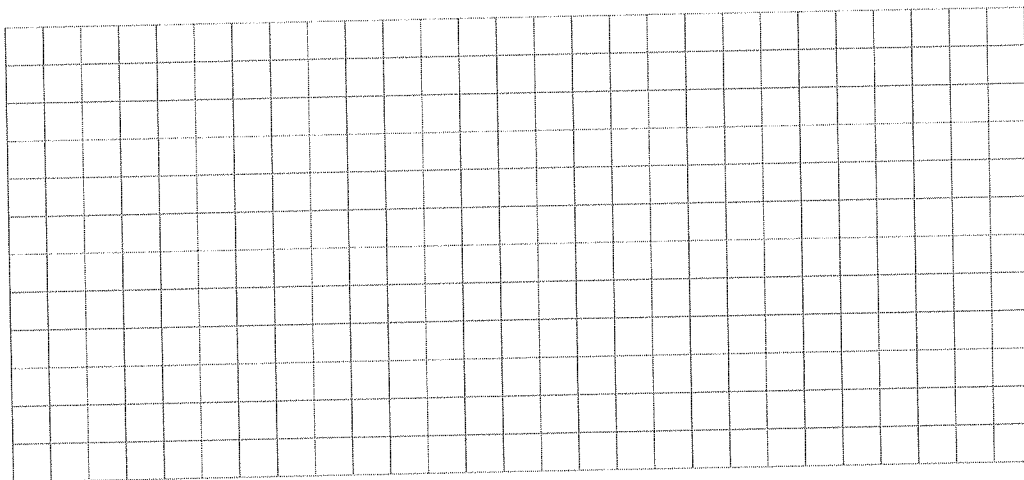




## Об'єми многогранників

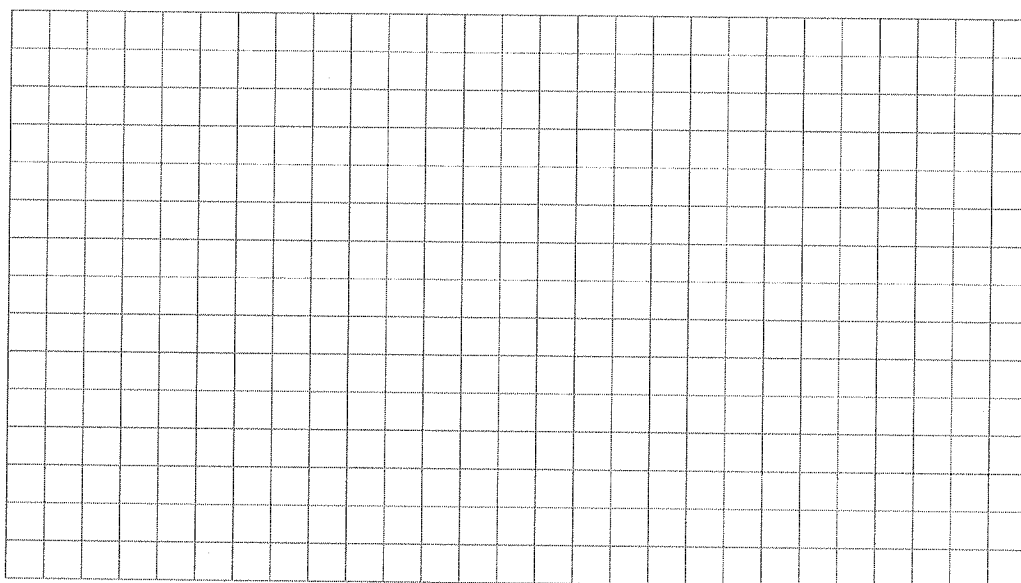
### Варіант 1

1. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, лінійні виміри якого дорівнюють 7 см, 5 см і 2 см.
2. Сторони основи трикутної призми дорівнюють 4 см і 8 см, а кут між ними –  $60^\circ$ . Знайдіть об'єм призми, якщо її висота дорівнює 10 см.
3. Об'єм піраміди дорівнює  $36 \text{ см}^3$ , а висота – 12 см. Знайдіть площу основи піраміди.
4. Основа прямого паралелепіпеда – ромб зі стороною 6 см і тупим кутом  $120^\circ$ . Менша діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
5. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, а бічне ребро утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть об'єм піраміди.
6. Сторони основи правильної зрізаної трикутної піраміди дорівнюють 4 см і 8 см, а її висота – 6 см. Знайдіть об'єм цієї піраміди.
7. У прямій трикутній призмі сторони основи дорівнюють 10 см, 17 см і 21 см. Через бічне ребро призми і найменшу за довжиною висоту основи проведено переріз, площа якого дорівнює  $24 \text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм призми.
8. Основою трикутної піраміди є прямокутний трикутник з катетом  $a$  та прилеглим кутом  $\beta$ . Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом  $\alpha$ . Знайдіть об'єм піраміди.
9. Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює  $60^\circ$ , а висота піраміди дорівнює  $\sqrt{3}$  дм. Знайдіть об'єм піраміди.



## Варіант 2

1. Ширина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 4 см, а висота – 2 см. Знайдіть довжину прямокутного паралелепіпеда, якщо його об'єм дорівнює  $40 \text{ см}^3$ .
2. Сторони основи трикутної призми дорівнюють 6 см і 8 см, а кут між ними –  $45^\circ$ . Знайдіть об'єм призми, якщо її висота дорівнює 5 см.
3. Знайдіть об'єм піраміди, висота якої дорівнює 6 см, а площа основи –  $11 \text{ см}^2$ .
4. Основою прямого паралелепіпеда є ромб зі стороною 3 см і кутом  $60^\circ$ . Більша діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
5. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 6 см, а бічне ребро нахилене до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть об'єм піраміди.
6. Сторони основи правильної зрізаної чотирикутної піраміди дорівнюють 4 см і 6 см, а її висота – 3 см. Знайдіть об'єм цієї піраміди.
7. У прямій трикутній призмі сторони основи дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Через бічне ребро призми і середню за довжиною висоту основи проведено переріз, площа якого дорівнює  $60 \text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм призми.
8. Основа чотирикутної піраміди – прямокутник, діагональ якого  $d$  утворює зі стороною основи кут  $\gamma$ . Знайдіть об'єм піраміди, якщо всі бічні ребра піраміди утворюють з площиною основи кути  $\beta$ .
9. Плоский кут при вершині правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $60^\circ$ , а висота піраміди дорівнює 6 см. Знайдіть об'єм піраміди.





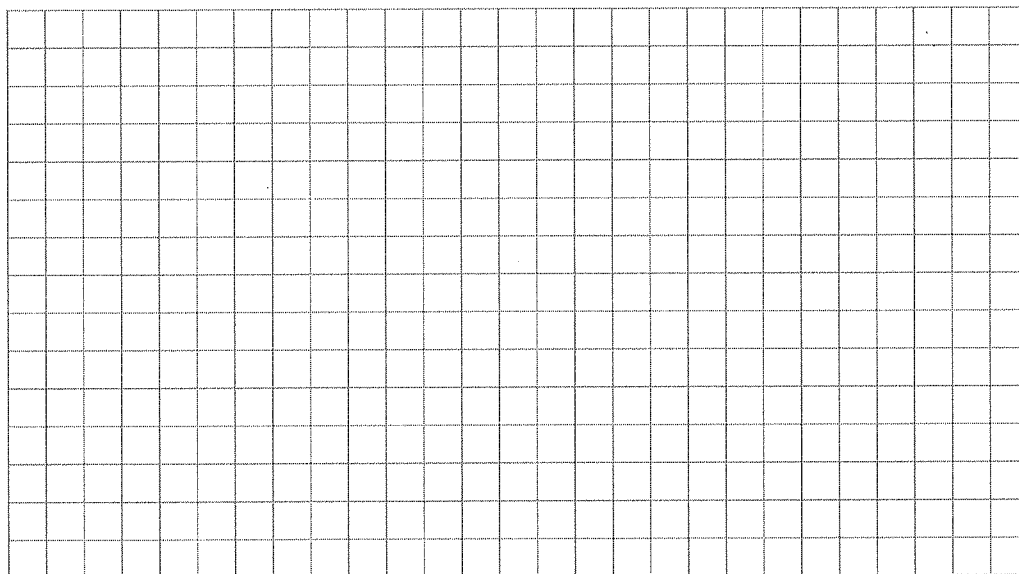
## Об'єм циліндра, конуса і зрізаного конуса

### Варіант 1

1. Висота конуса дорівнює 6 см, а його об'єм –  $30 \text{ см}^3$ . Знайдіть площу основи конуса.
2. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник, площа якого дорівнює  $24 \text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм циліндра, якщо його радіус дорівнює 3 см.
3. У кулю радіуса 6,5 см вписано циліндр так, що його основи є перерізами кулі. Висота циліндра дорівнює 5 см. Знайдіть об'єм циліндра.
4. Прямокутний трикутник, катет якого дорівнює 8 см, а гіпотенуза – 10 см, обертається навколо гіпотенузи. Знайдіть об'єм тіла, яке при цьому утворилося.

### Варіант 2

1. Площа основи конуса дорівнює  $15 \text{ см}^2$ , а його об'єм –  $40 \text{ см}^3$ . Знайдіть висоту конуса.
2. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник, площа якого дорівнює  $20 \text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм циліндра, якщо його висота дорівнює 5 см.
3. У кулю радіуса 5 см вписано циліндр так, що його основи є перерізами кулі. Радіус основи циліндра дорівнює 3 см. Знайдіть об'єм циліндра.
4. Прямокутний трикутник з катетами 9 см і 12 см обертається навколо гіпотенузи. Знайдіть об'єм тіла, яке при цьому утворилося.



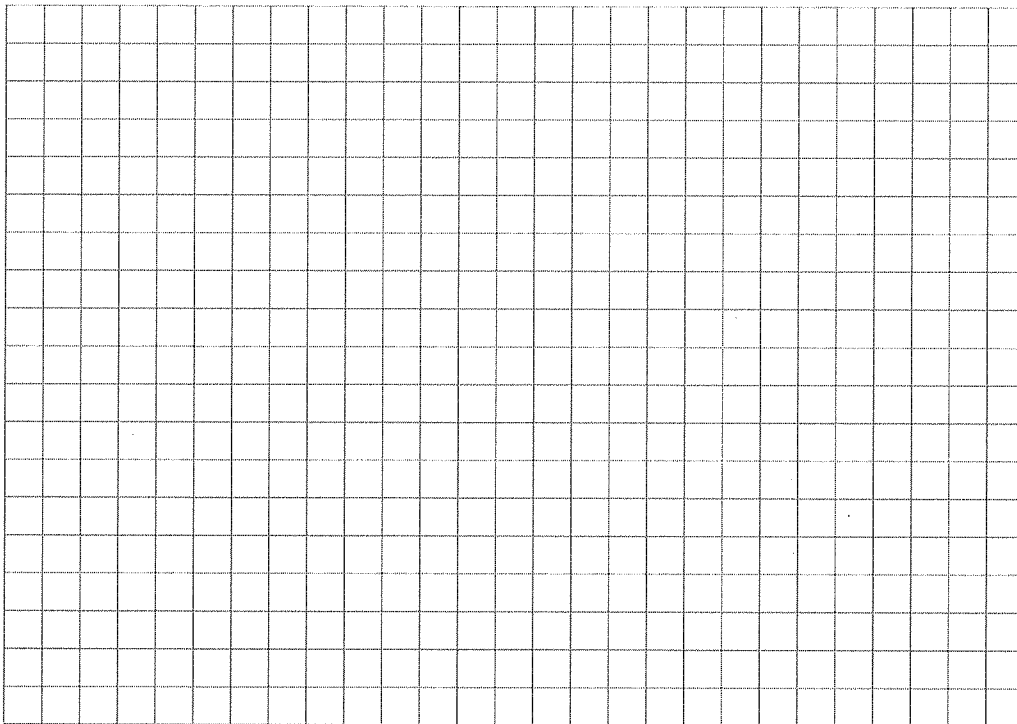


**Варіант 3**

1. Об'єм конуса дорівнює  $42 \text{ см}^3$ , а його висота – 7 см. Знайдіть площу основи конуса.
2. Радіус циліндра дорівнює 4 см, а його осьовим перерізом є прямокутник, площа якого –  $40 \text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм циліндра.
3. У кулю радіуса 5 см вписано циліндр так, що його основи є перерізами кулі. Знайдіть об'єм циліндра, якщо радіус його основи дорівнює 4 см.
4. Прямокутний трикутник, катет якого дорівнює 20 см, а гіпотенуза – 25 см, обертається навколо гіпотенузи. Знайдіть об'єм тіла, яке при цьому утворилося.

**Варіант 4**

1. Об'єм конуса дорівнює  $20 \text{ см}^3$ , а площа його основи –  $12 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту конуса.
2. Висота циліндра дорівнює 7 см, а його осьовим перерізом є прямокутник, площа якого –  $28 \text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм циліндра.
3. У кулю радіуса 7,5 см вписано циліндр так, що його основи є перерізами кулі. Знайдіть об'єм циліндра, якщо його висота дорівнює 9 см.
4. Прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см, обертається навколо гіпотенузи. Знайдіть об'єм тіла, яке при цьому утворилося.





### Об'єм кулі та її частин.

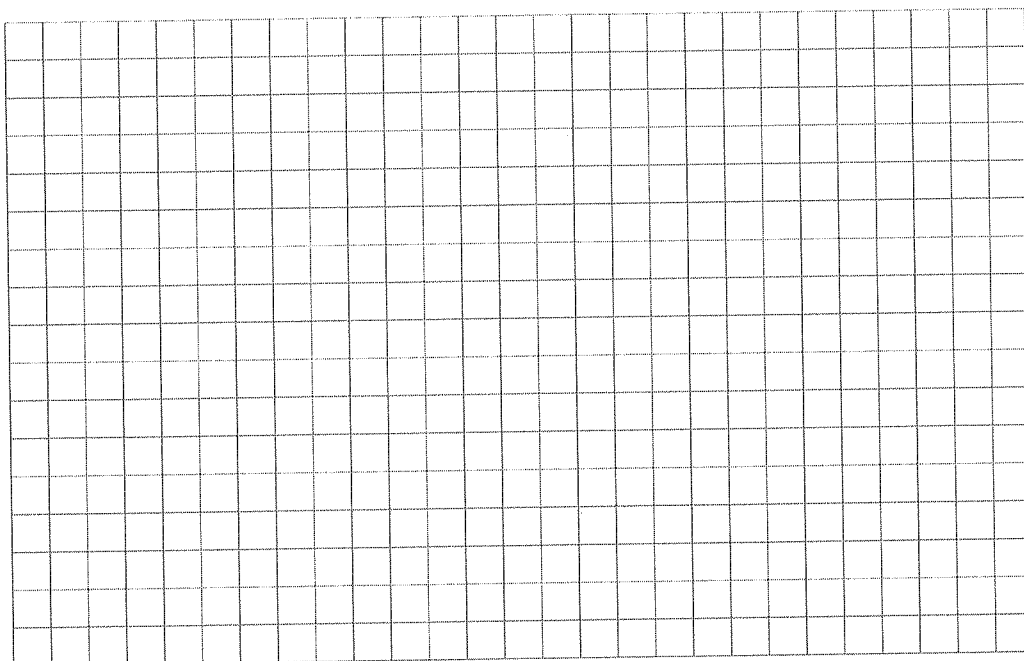
Площа бічної поверхні, площа повної поверхні тіл  
обертання. Площа сфери

#### Варіант 1

1. Знайдіть об'єм кульового сектора, радіус якого дорівнює 6 см, а висота – 2 см.
2. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 13 см, а висота – 5 см. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.
3. Висота конуса дорівнює 6 см, а радіус його основи – на 2 см менший за твірну конуса. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.
4. Навколо правильної трикутної піраміди, висота якої дорівнює 4 см, а бічне ребро – 6 см, описано кулю. Знайдіть об'єм кулі.

#### Варіант 2

1. Знайдіть об'єм кульового сектора, висота якого дорівнює 3 см, а радіус – 6 см.
2. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 17 см, а радіус основи – 4 см. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.
3. Радіус основи конуса дорівнює 5 см, а різниця твірної та висоти – 1 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.
4. Навколо правильної чотирикутної піраміди, висота якої дорівнює 2 см, а бічне ребро – 4 см, описано кулю. Знайдіть об'єм кулі.

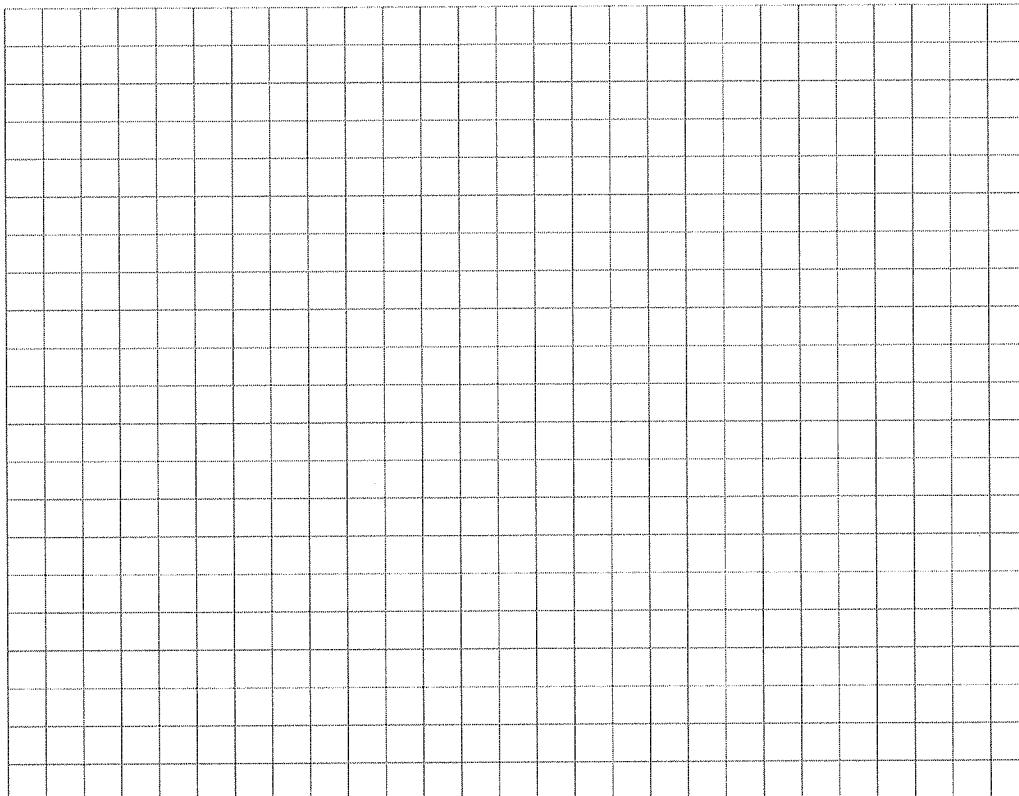


**Варіант 3**

1. Знайдіть об'єм кульового сектора, радіус якого дорівнює 9 см, а висота – 2 см.
2. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 10 см, а радіус основи – 3 см. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.
3. Висота конуса дорівнює 5 см, а різниця твірної та радіуса основи – 1 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.
4. Навколо правильної трикутної піраміди описано кулю. Бічне ребро піраміди дорівнює 6 см, а висота – 3 см. Знайдіть об'єм кулі.

**Варіант 4**

1. Знайдіть об'єм кульового сектора, висота якого дорівнює 3 см, а радіус – 4 см.
2. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 15 см, а висота – 9 см. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.
3. Радіус основи конуса дорівнює 9 см, а твірна конуса на 3 см більша за його висоту. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.
4. Навколо правильної чотирикутної піраміди описано кулю. Бічне ребро піраміди дорівнює 6 см, а висота – 2 см. Знайдіть об'єм кулі.

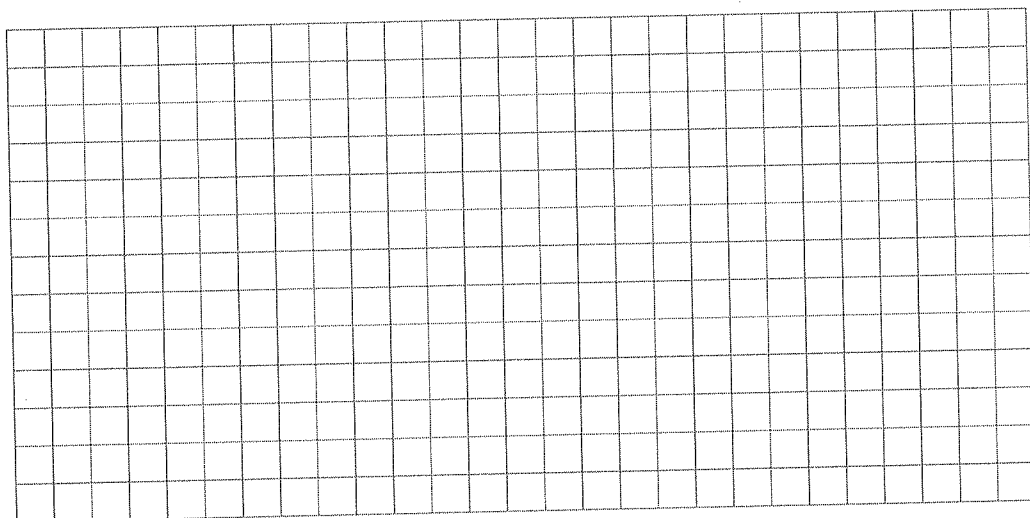




## Об'єми та площі поверхонь тіл обертання

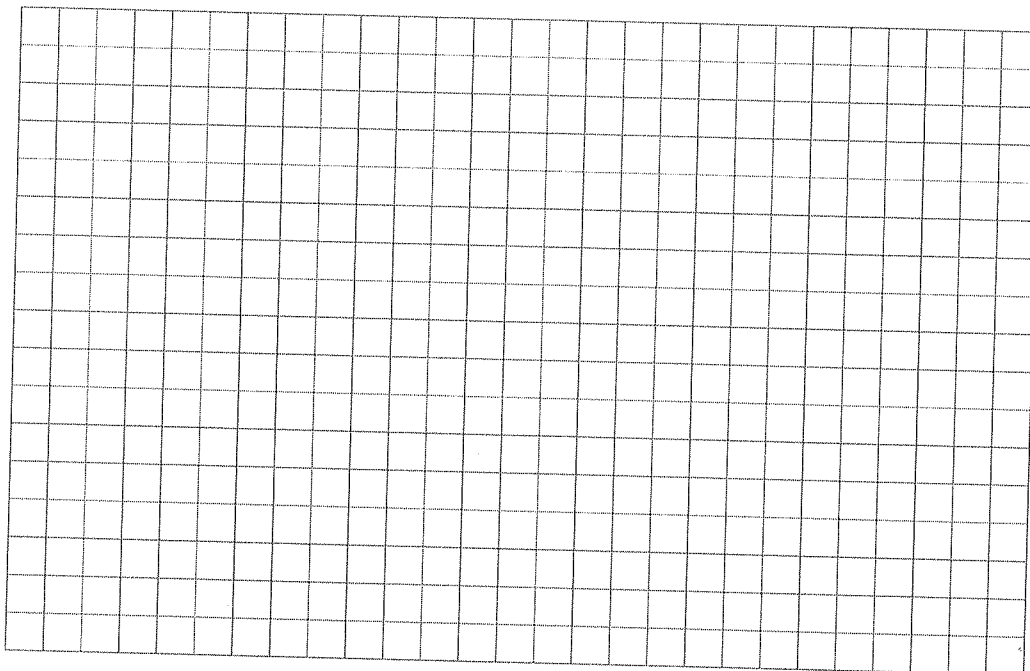
### Варіант 1

1. Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 2 см і 5 см, а висота – 3 см. Знайдіть об'єм цього конуса.
2. Знайдіть об'єм кульового сегмента кулі радіуса 5 см, якщо висота сегмента – 3 см.
3. Твірна конуса дорівнює 5 см, а радіус його основи – 2 см. Знайдіть площу повної поверхні конуса.
4. Радіус основи циліндра утричі більший за його висоту, а відрізок, що сполучає центр верхньої основи з точкою кола нижньої основи, дорівнює  $3\sqrt{10}$  см. Знайдіть об'єм циліндра.
5. Твірна конуса дорівнює 13 см, а довжина кола його основи –  $10\pi$  см. Знайдіть об'єм конуса.
6. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 8 см і утворює з висотою кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.
7. У кулі, об'єм якої дорівнює  $36\pi$  см<sup>3</sup>, проведено переріз. Відрізок, що сполучає центр кулі з точкою кола цього перерізу, утворює з площиною перерізу кут  $30^\circ$ . Знайдіть площу перерізу.
8. Усі вершини прямокутника зі сторонами 6 см і 8 см лежать на сфері. Знайдіть площу сфери, якщо відстань від її центра до площини прямокутника дорівнює 12 см.
9. Трикутник зі сторонами 5 см, 29 см і 30 см обертається навколо більшої сторони. Знайдіть об'єм і площу поверхні тіла обертання, що при цьому утворилося.



**Варіант 2**

1. Знайдіть об'єм зрізаного конуса, радіуси основ якого дорівнюють 3 см і 4 см, а висота – 6 см.
2. Знайдіть об'єм кульового сегмента кулі радіуса 4 см, якщо висота сегмента – 3 см.
3. Радіус основи конуса дорівнює 3 см, а твірна – 4 см. Знайдіть площу повної поверхні конуса.
4. Радіус основи циліндра утричі менший за його висоту, а відрізок, що сполучає центр верхньої основи з точкою кола нижньої основи, дорівнює  $2\sqrt{10}$  см. Знайдіть об'єм циліндра.
5. Довжина кола основи конуса дорівнює  $6\pi$  см, а твірна – 5 см. Знайдіть об'єм конуса.
6. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 10 см і утворює з висотою кут  $60^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.
7. У кулі, об'єм якої дорівнює  $\frac{256}{3}\pi$  см<sup>3</sup>, проведено переріз. Відрізок, що сполучає центр кулі з точкою кола цього перерізу, утворює з площиною перерізу кут  $30^\circ$ . Знайдіть площу перерізу.
8. Усі вершини прямокутного трикутника з катетами 3 см і 4 см лежать на сфері. Відстань від центра сфери до площини трикутника дорівнює 6 см. Знайдіть площу поверхні сфери.
9. Трикутник зі сторонами 7 см, 15 см і 20 см обертається навколо більшої сторони. Знайдіть об'єм і площу поверхні утвореного при цьому тіла обертання.

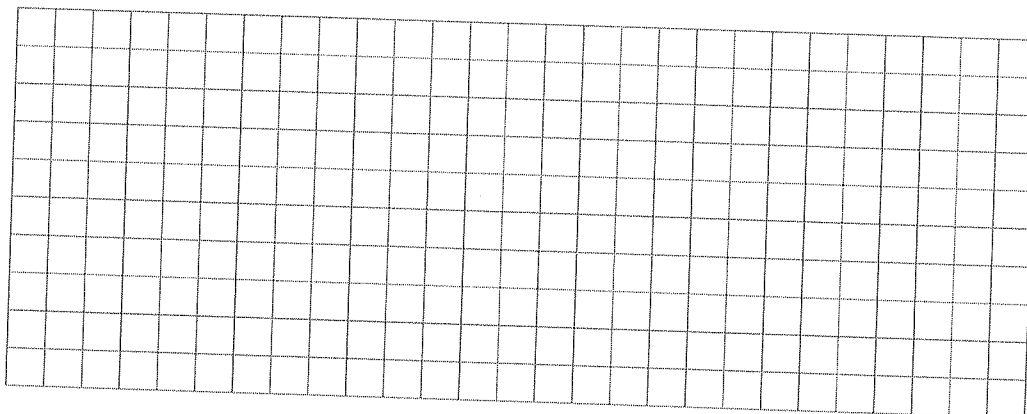




## Підсумкова контрольна робота з геометрії за 11 клас

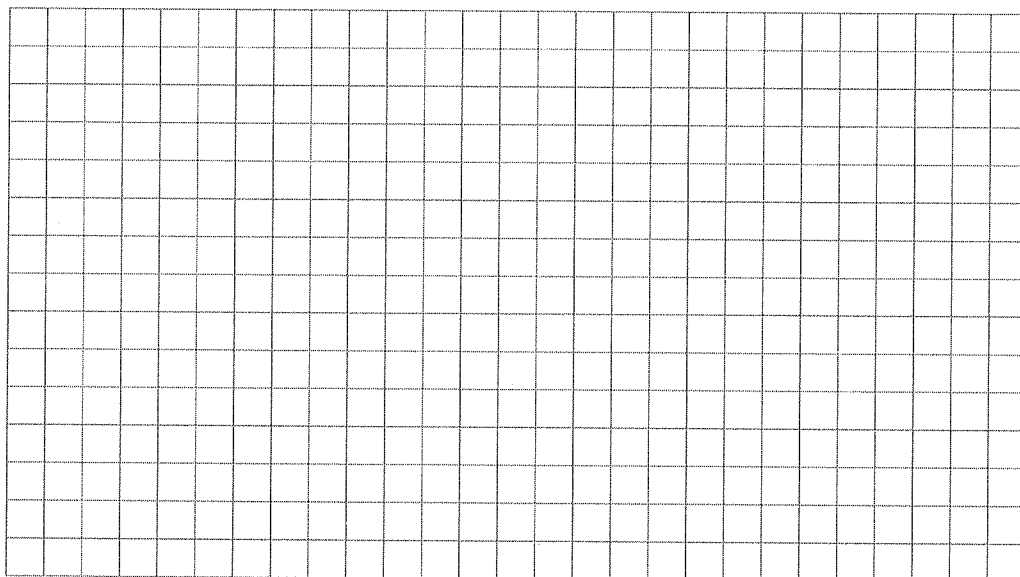
### Варіант 1

1. Твірна конуса дорівнює 8 см і утворює з висотою кут  $30^\circ$ . Знайдіть висоту конуса та його радіус.
2. Діаметр кулі дорівнює 8 см. Знайдіть площу її повної поверхні.
3. Апофема правильної восьмикутної піраміди дорівнює 6 см, а сторона основи – 2 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
4. У циліндр, радіус основи якого дорівнює 4 см, а висота –  $3\sqrt{2}$  см, вписано правильну чотирикутну призму. Знайдіть площу бічної поверхні призми.
5. Бічне ребро прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $10\sqrt{3}$  см, а одна зі сторін основи – 6 см. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо його діагональ нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ .
6. Прямокутний трикутник з гіпотенузою 13 см і катетом 12 см обертається навколо цього катета. Знайдіть площу повної поверхні утвореного тіла обертання.
7. В основі прямої призми лежить паралелограм, сторони якого відносяться як 1:3, а кут між ними –  $30^\circ$ . Площа бічної поверхні призми дорівнює  $112 \text{ см}^2$ , а площа повної поверхні –  $124 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту призми.
8. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 5 см, 29 см і 30 см. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть об'єм піраміди.
9. У циліндрі паралельно осі проведено переріз, що перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під прямим кутом. Площа перерізу, що утворився, дорівнює  $8\sqrt{3} \text{ см}^2$ , а кут нахилу діагоналі перерізу до площини основи дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть об'єм циліндра.



**Варіант 2**

1. Твірна конуса дорівнює 6 см і утворює з площиною основи кут  $30^\circ$ . Знайдіть радіус основи конуса та його висоту.
2. Знайдіть площу повної поверхні кулі, діаметр якої дорівнює 4 дм.
3. Сторона основи правильної десятикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
4. Навколо циліндра, радіус якого – 6 см, а висота –  $4\sqrt{3}$  см, описано правильну трикутну призму. Знайдіть площу бічної поверхні призми.
5. Бічне ребро прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $2\sqrt{3}$  см, а діагональ основи – 10 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо одна з діагоналей бічної грані нахилена до площини основи під кутом  $30^\circ$ .
6. Прямокутний трикутник з катетами 6 см і 8 см обертається навколо меншого катета. Знайдіть площу повної поверхні утвореного тіла обертання.
7. Основою прямої призми є паралелограм, одна зі сторін якого удвічі більша за іншу, а кут між ними дорівнює  $150^\circ$ . Знайдіть висоту призми, якщо площа її повної поверхні дорівнює  $108 \text{ см}^2$ , а площа бічної поверхні –  $90 \text{ см}^2$ .
8. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 7 см, 15 см і 20 см. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть об'єм піраміди.
9. У циліндрі паралельно осі проведено переріз, що перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом  $60^\circ$ . Площа утвореного перерізу дорівнює  $36\sqrt{3} \text{ см}^2$ , а діагональ перерізу утворює з висотою циліндра кут  $30^\circ$ . Знайдіть об'єм циліндра.



## ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ

Завдання 1–20 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в бланку А згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у бланку А, тому що комп'ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

1. Упродовж семестру учень отримав 20 оцінок з алгебри. Інформацію про отримані оцінки та їх кількість відображено в таблиці.

| Оцінка           | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------------|---|---|---|---|----|
| Кількість оцінок | 2 | 6 | 6 | 4 | 2  |

Знайдіть середнє арифметичне всіх оцінок, які отримав учень упродовж семестру.

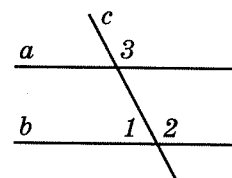
| А   | Б   | В   | Г | Д   |
|-----|-----|-----|---|-----|
| 7,6 | 7,8 | 7,9 | 8 | 8,1 |

2. Пряма  $c$  перетинає паралельні прямі  $a$  і  $b$  (мал. 1). Укажіть правильні для кутів 1, 2, 3 твердження.

I.  $\angle 1$  і  $\angle 2$  – вертикальні.

II.  $\angle 2 = \angle 3$ .

III.  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ .



Мал. 1

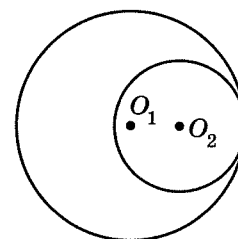
| А          | Б           | В             | Г            | Д       |
|------------|-------------|---------------|--------------|---------|
| I, II, III | лише I і II | лише II і III | лише I і III | лише II |

3. Два верстальники виконали верстку оригінал-макета книжки. Вони отримали за роботу 14 000 грн та розподілили гроші в такий спосіб: перший отримав четверту частину, а другий – решту. Скільки за цю роботу отримав другий верстальник?

| А        | Б        | В        | Г          | Д          |
|----------|----------|----------|------------|------------|
| 3000 грн | 3500 грн | 7000 грн | 10 500 грн | 11 000 грн |

4. Два кола із центрами в точках  $O_1$  і  $O_2$  мають внутрішній дотик (мал. 2). Знайдіть відстань  $O_1O_2$ , якщо радіуси кіл дорівнюють 7 см і 4 см.

| А    | Б    | В      | Г      | Д    |
|------|------|--------|--------|------|
| 2 см | 4 см | 2,5 см | 1,5 см | 3 см |



Мал. 2

5. Знайдіть область визначення функції  $y = 4 - \frac{2}{x}$ .

| А                    | Б                                | В                                | Г                                | Д              |
|----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------|
| $(-\infty; +\infty)$ | $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ | $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ | $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ | $(0; +\infty)$ |

6. Укажіть значення  $y$ , при якому вектори  $\vec{c}(-2; y)$  і  $\vec{d}(10; 5)$  перпендикулярні.

| А  | Б | В  | Г | Д |
|----|---|----|---|---|
| -4 | 4 | -1 | 1 | 2 |

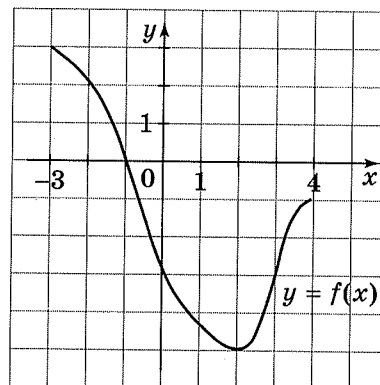


7. Укажіть точку, що лежить на осі  $Oy$  прямокутної системи координат у просторі.

| А             | Б             | В             | Г              | Д             |
|---------------|---------------|---------------|----------------|---------------|
| $L(-2; 0; 0)$ | $M(0; -2; 4)$ | $K(-7; 0; 4)$ | $N(0; -11; 0)$ | $C(0; 0; -2)$ |

8. На малюнку 3 зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[-3; 4]$ . Знайдіть множину всіх значень  $x$ , для яких  $f(x) \leq -3$ .

| А          | Б         | В        | Г        | Д         |
|------------|-----------|----------|----------|-----------|
| $[-5; -3]$ | $[-3; 3]$ | $[0; 4]$ | $[0; 3]$ | $[-3; 0]$ |



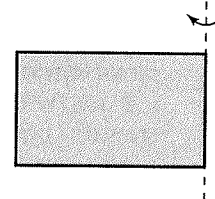
Мал. 3

9. У секторі стадіону 20 рядів. У першому ряду 18 місць, а в кожному наступному – на 1 місце більше, ніж у попередньому. Скільки всього місць у цьому секторі?

| А   | Б   | В   | Г   | Д   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 550 | 512 | 560 | 740 | 370 |

10. Прямокутник зі сторонами 4 см і 9 см обертається навколо меншої сторони (мал. 4). Знайдіть площу повної поверхні тіла обертання, що при цьому утворилося.

| А                     | Б                     | В                    | Г                     | Д                     |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $236\pi \text{ см}^2$ | $234\pi \text{ см}^2$ | $72\pi \text{ см}^2$ | $104\pi \text{ см}^2$ | $244\pi \text{ см}^2$ |



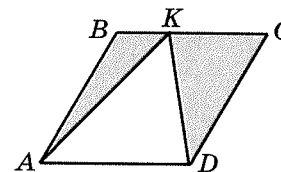
Мал. 4

11. Розмістіть числа  $\sqrt[3]{3}$ , 1,  $\sqrt[4]{4}$  у порядку зростання.

| А                             | Б                             | В                             | Г                             | Д                             |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| $1, \sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{3}$ | $1, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}$ | $\sqrt[4]{4}, 1, \sqrt[3]{3}$ | $\sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{3}, 1$ | $\sqrt[3]{3}, 1, \sqrt[4]{4}$ |

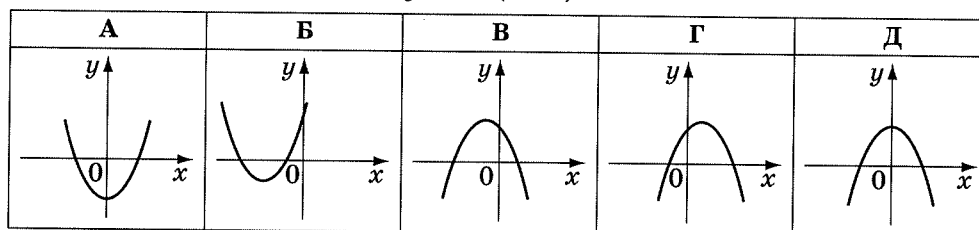
12. Точка  $K$  належить стороні  $BC$  ромба  $ABCD$  (мал. 5). Площа фігури, що складається з двох зафарбованих трикутників, дорівнює  $12 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу ромба.

| А                 | Б                 | В                 | Г                 | Д                 |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $18 \text{ см}^2$ | $20 \text{ см}^2$ | $24 \text{ см}^2$ | $28 \text{ см}^2$ | $36 \text{ см}^2$ |



Мал. 5

13. Укажіть, на якому з малюнків схематично зображено графік функції  $y = 2 - (x + 1)^2$ .



14. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, а її апофема – 5 см. Знайдіть синус кута між площиною бічної грані піраміди і площиною її основи.

| А             | Б             | В             | Г             | Д             |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{3}{5}$ |

15. Укажіть проміжок, якому належить значення виразу  $\cos 485^\circ$ .

| А                                      | Б                                                       | В                                                | Г                                        | Д                             |
|----------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------|
| $\left(-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ | $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ | $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ | $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ |

16. У прямокутнику  $ABCD$  через точки  $K$  і  $L$ , що належать сторонам  $CD$  і  $AD$  відповідно, проведено пряму, паралельну стороні  $AC$ . Знайдіть периметр трикутника  $KDL$ , якщо  $AC = 25$ ,  $CD = 15$ ,  $KD = 5$ .

| А  | Б  | В  | Г  | Д  |
|----|----|----|----|----|
| 10 | 15 | 12 | 25 | 40 |

17. Із селищ  $A$  і  $B$ , відстань між якими 20 км, одночасно назустріч один одному вийшли два туристи зі сталими швидкостями 2 км/год і 3 км/год. Туристи рухались, не зупиняючись. За якою формулою можна обчислити відстань  $S$  (у км) між туристами через  $t$  годин після початку руху за умови, що  $t < 4$ ?

| А            | Б             | В             | Г           | Д             |
|--------------|---------------|---------------|-------------|---------------|
| $S = 20 - t$ | $S = 20 - 5t$ | $S = 20 + 5t$ | $S = 5 - t$ | $S = 5t - 20$ |

18. Відомо, що  $f'(x_0) = -3$ . Знайдіть  $g'(x_0)$ , якщо  $g(x) = \frac{1}{3}f(x) + 5x - 2$ .

| А | Б   | В  | Г   | Д |
|---|-----|----|-----|---|
| 2 | -18 | -3 | -20 | 4 |

19. Розв'яжіть нерівність  $\left(\frac{3}{\pi}\right)^x < \left(\frac{\pi}{3}\right)^4$ .

| А              | Б               | В               | Г              | Д                                   |
|----------------|-----------------|-----------------|----------------|-------------------------------------|
| $(-\infty; 4)$ | $(-\infty; -4)$ | $(-4; +\infty)$ | $(4; +\infty)$ | $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ |

20. Укажіть множину всіх значень  $b$ , для яких справджується рівність  $|b^5 - b^4| = b^5 - b^4$ .

| А                                 | Б                                | В        | Г              | Д                         |
|-----------------------------------|----------------------------------|----------|----------------|---------------------------|
| $(-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$ | $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$ | $[0; 1]$ | $[1; +\infty)$ | $\{0\} \cup [1; +\infty)$ |

У завданнях 21–24 до кожного із чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у *бланку А* на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в *бланку А* комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

21. Для кожного виразу (1–4) при  $a > 0$  доберіть тотожно рівний йому вираз (А–Д).

| Вираз                | Тотожно рівний вираз | А | Б | В | Г | Д |
|----------------------|----------------------|---|---|---|---|---|
| 1 $\frac{3a^3}{a^4}$ | А $3a^{-1}$          | 1 |   |   |   |   |
| 2 $(3a)^4 a^3$       | Б $3a^{\frac{4}{3}}$ | 2 |   |   |   |   |
| 3 $(3a^3)^4$         | В $3a^{\frac{3}{4}}$ | 3 |   |   |   |   |
| 4 $\sqrt[4]{81a^3}$  | Г $81a^7$            | 4 |   |   |   |   |
|                      | Д $81a^{12}$         |   |   |   |   |   |

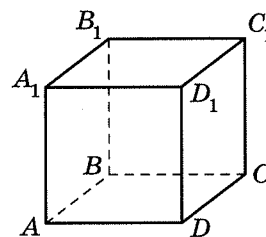
22. Кожній точці (1–4) поставте у відповідність функцію (А–Д), графіку якої ця точка належить.

| Точка     | Функція               | А | Б | В | Г | Д |
|-----------|-----------------------|---|---|---|---|---|
| 1 (0; 0)  | А $y = \frac{x+2}{3}$ | 1 |   |   |   |   |
| 2 (0; 2)  | Б $y = \sqrt{x} + 2$  | 2 |   |   |   |   |
| 3 (0; -2) | В $y = 4^x - 3$       | 3 |   |   |   |   |
| 4 (-2; 0) | Г $y = \sin x$        | 4 |   |   |   |   |
|           | Д $y = \cos x$        |   |   |   |   |   |

23. Розв'яжіть рівняння (1–4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та кількістю його коренів (А–Д) на проміжку  $[-4; 4]$ .

| Рівняння                           | Кількість коренів на проміжку $[-4; 4]$ | А | Б | В | Г | Д |
|------------------------------------|-----------------------------------------|---|---|---|---|---|
| 1 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$             | А жодного                               | 1 |   |   |   |   |
| 2 $\frac{x^2 + 5x - 6}{x - 1} = 0$ | Б один                                  | 2 |   |   |   |   |
| 3 $\log_2 x = -3$                  | В два                                   | 3 |   |   |   |   |
| 4 $\cos^2 x - \sin^2 x = -1$       | Г три                                   | 4 |   |   |   |   |
|                                    | Д чотири                                |   |   |   |   |   |

24. На малюнку 6 зображено куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Мал. 6

Початок речення

Закінчення речення

- |                   |                                                |
|-------------------|------------------------------------------------|
| 1 Пряма $AC$      | А перпендикулярна до площини $ABC$ .           |
| 2 Пряма $BB_1$    | Б паралельна площині $ABC$ .                   |
| 3 Пряма $DC_1$    | В належить площині $ABC$ .                     |
| 4 Пряма $B_1 D_1$ | Г має з площиною $ABC$ лише дві спільні точки. |
|                   | Д утворює з площиною $ABC$ кут $45^\circ$ .    |

|   | А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 |   |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |   |

Розв'яжіть завдання 25–30. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку А. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

25. Якщо додатні числа  $x$  і  $y$  задовольняють умову  $\frac{x}{y} = 9$ , то:

1.  $\frac{2x - y}{y} = \dots$

Відповідь.

2.  $\log_3 y - \log_3 x = \dots$

Відповідь.

26. У ромбі  $ABCD$  з вершини тупого кута  $B$  до сторони  $AD$  проведено перпендикуляр  $AM$ ,  $AM = 8$  см,  $MD = 2$  см.

1. Знайдіть довжину перпендикуляра  $BM$  (у см).

Відповідь.

2. Знайдіть площу ромба  $ABCD$  (у  $\text{см}^2$ ).

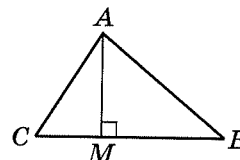
Відповідь.

27. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ \frac{x + 3}{3y - 1} = 11. \end{cases}$$
 У відповідь запишіть добуток  $x_0 y_0$ , де пара  $(x_0; y_0)$  є розв'язком цієї системи рівнянь.

28. Два мотоциклісти вирушили одночасно назустріч один одному з пунктів  $A$  і  $B$ , відстань між якими 300 км. За той час, за який перший долає 100 км, другий долає 80 км. Знайдіть (у км/год) швидкість першого мотоцикліста, вважаючи рух обох мотоциклістів рівномірним, якщо відомо, що перший прибув у пункт  $B$  на 1,5 год раніше, ніж другий у пункт  $A$ .

29. Скільки існує різних дробів вигляду  $\frac{a}{b}$ , де  $a$  набуває значень 1, 2 або 4, а  $b$  набуває значень 5, 7, 11, 13 або 17?

30.  $AM$  – висота гострокутного трикутника  $ABC$  (мал. 7). Радіус описаного навколо трикутника  $ABC$  кола дорівнює  $4\sqrt{3}$ . Знайдіть довжину сторони  $AB$ , якщо  $AM = 3$ ,  $CM = \sqrt{3}$ .



Мал. 7

Розв'яжіть завдання 31–33. Запишіть у бланку  $B$  послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань малюнками, графіками тощо.

31. Дано функції  $f(x) = \sqrt{x}$  і  $g(x) = 4 - 0,5x$ .
1. Побудуйте графік функції  $f(x)$ .
  2. Побудуйте графік функції  $g(x)$ .
  3. Визначте абсцису точки перетину графіків функцій  $f(x)$  і  $g(x)$ .
  4. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $f(x)$  і  $g(x)$  та віссю  $y$ .
32. Основою прямої призми є рівнобічна трапеція  $ABCD$ ,  $AB = CD = 13$  см,  $BC = 11$  см,  $AD = 21$  см. Площа діагонального перерізу призми дорівнює  $80$  см<sup>2</sup>. Знайдіть площу повної поверхні призми.
33. Для яких значень параметра  $a$  рівняння  $\log_7(x^2 + 2ax) = \log_7(8x - 6a - 3)$  має єдиний корінь?

## Відповіді до Тренувального тесту

**A**

Місце для штрих-коду  
роботи  
Наклеює інструктор

Увага!  
Цей бланк перевіряє комп'ютер! Ваші відповіді у бланку є результатом вашої роботи.

### Математика

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Позначте номер вашого зошита так: ☒ 1

**Увага!** Дотримуйтесь, будь ласка, правил запису відповідей. Відмічайте тільки один варіант відповіді у рядку варіантів відповідей до завдань 1–24. У завданнях 25–33 правильну відповідь записуйте, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожному білому прямокутнику. Знак «мінус» записуйте в окремому білому прямокутнику ліворуч від цифри. Записана цифра не має виходити за межі білого прямокутника.

правильно записане число 2 матиме такий вигляд:

|  |  |   |   |   |
|--|--|---|---|---|
|  |  | 2 |   |   |
|  |  | 0 | 5 |   |
|  |  | 3 | 7 | 5 |
|  |  | 1 | 0 | 2 |
|  |  | 1 | 0 | 2 |

або

|  |  |   |   |  |
|--|--|---|---|--|
|  |  | 2 | 0 |  |
|--|--|---|---|--|

правильно записане число 0,5 матиме такий вигляд:

правильно записане число –3,75 матиме такий вигляд:

правильно записане число –102,125 матиме такий вигляд:

**Неправильно**  
записане число 2,5  
має такий вигляд:

|  |  |   |  |   |
|--|--|---|--|---|
|  |  | 2 |  | 5 |
|--|--|---|--|---|

або

|  |  |   |  |   |
|--|--|---|--|---|
|  |  | 2 |  | 5 |
|--|--|---|--|---|

або

|   |  |  |  |   |
|---|--|--|--|---|
| 2 |  |  |  | 5 |
|---|--|--|--|---|

Для виправлення помилкової відповіді до завдань 25–30 використовуйте спеціально відведене місце!

**Увага!** У завданнях 1–24 правильну відповідь позначайте тільки так: ☒

А Б В Г Д

Неправильну відповідь можна виправити, замалювавши попередню позначку та поставивши нову:

|                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

| А Б В Г Д |  |  |   |   | А Б В Г Д |   |   |  |   | А Б В Г Д |   |  |   |   | А Б В Г Д |  |   |   |   |
|-----------|--|--|---|---|-----------|---|---|--|---|-----------|---|--|---|---|-----------|--|---|---|---|
| 1         |  |  | x |   | 6         |   | x |  |   | 11        | x |  |   |   | 16        |  |   | x |   |
| 2         |  |  | x |   | 7         |   |   |  | x | 12        |   |  | x |   | 17        |  | x |   |   |
| 3         |  |  |   | x | 8         |   |   |  | x | 13        |   |  | x |   | 18        |  |   |   | x |
| 4         |  |  |   | x | 9         | x |   |  |   | 14        |   |  |   | x | 19        |  |   | x |   |
| 5         |  |  |   | x | 10        |   | x |  |   | 15        |   |  | x |   | 20        |  |   |   | x |

| А Б В Г Д |   |   |  |   | А Б В Г Д |   |   |   |   | А Б В Г Д |   |   |   |   | А Б В Г Д |   |   |   |   |
|-----------|---|---|--|---|-----------|---|---|---|---|-----------|---|---|---|---|-----------|---|---|---|---|
| 21        | 1 | x |  |   | 22        | 1 |   |   | x | 23        | 1 |   |   | x | 24        | 1 |   | x |   |
|           | 2 |   |  | x |           | 2 |   | x |   |           | 2 | x |   |   |           | 2 | x |   |   |
|           | 3 |   |  | x |           | 3 |   |   | x |           | 3 |   | x |   |           | 3 |   |   | x |
|           | 4 |   |  | x |           | 4 | x |   |   |           | 4 |   | x |   |           | 4 | x |   |   |

Приклад написання цифр для заповнення бланку відповідей:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

У завданнях 25–30 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці

|    |   |  |  |   |   |  |  |  |    |    |  |  |   |   |   |
|----|---|--|--|---|---|--|--|--|----|----|--|--|---|---|---|
| 25 | 1 |  |  | 1 | 7 |  |  |  | 27 | 1  |  |  | 1 | 2 | 5 |
|    | 2 |  |  | - | 2 |  |  |  |    | 28 |  |  | 5 | 0 |   |
| 26 | 1 |  |  | 6 |   |  |  |  | 29 |    |  |  | 1 | 5 |   |
|    | 2 |  |  | 6 | 0 |  |  |  | 30 |    |  |  | 1 | 2 |   |

**Місце для виправлення помилкової відповіді до завдань 25–30.** Запишіть новий варіант відповіді праворуч відповідного номера завдання

|    |   |  |  |  |  |  |  |  |    |    |  |  |  |  |  |
|----|---|--|--|--|--|--|--|--|----|----|--|--|--|--|--|
| 25 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 27 | 1  |  |  |  |  |  |
|    | 2 |  |  |  |  |  |  |  |    | 28 |  |  |  |  |  |
| 26 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 29 |    |  |  |  |  |  |
|    | 2 |  |  |  |  |  |  |  | 30 |    |  |  |  |  |  |

### Відповіді до завдань 31–33

31. 3. 4. 4.  $9\frac{1}{3}$ . 32. 616 см<sup>2</sup>. 33.  $a = 1$ ;  $a \in \left[-\frac{1}{2}; -\frac{3}{22}\right]$ .

# З М І С Т

## АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

|                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| С-1. Степінь з довільним дійсним показником. Показникова функція, її властивості та графіки. Показникові рівняння та нерівності .....                                                                                                                                                   | 6  |
| ТКР-1. Степінь з довільним дійсним показником. Показникова функція, її властивості та графіки. Показникові рівняння та нерівності .....                                                                                                                                                 | 8  |
| С-2. Логарифми та їх властивості. Логарифмічна функція, її властивості та графік. Логарифмічні рівняння .....                                                                                                                                                                           | 10 |
| ТКР-2. Логарифми та їх властивості. Логарифмічна функція, її властивості та графік. Логарифмічні рівняння .....                                                                                                                                                                         | 12 |
| С-3. Логарифмічні нерівності. Системи показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей .....                                                                                                                                                                                         | 14 |
| С-4. Показникові і логарифмічні рівняння та нерівності з параметром. Системи логарифмічних та показникових рівнянь з параметром. Похідні показникової, логарифмічної та степеневі функцій .....                                                                                         | 16 |
| ТКР-3. Логарифмічні нерівності. Системи показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей. Показникові і логарифмічні рівняння та нерівності з параметром. Системи логарифмічних та показникових рівнянь з параметром. Похідні показникової, логарифмічної та степеневі функцій ..... | 18 |
| С-5. Первісна та її властивості. Таблиця первісних. Правила знаходження первісних. Визначений інтеграл, його фізичний і геометричний зміст ....                                                                                                                                         | 20 |
| ТКР-4. Первісна та її властивості. Таблиця первісних. Правила знаходження первісних. Визначений інтеграл, його фізичний і геометричний зміст .....                                                                                                                                      | 22 |
| С-6. Обчислення визначених інтегралів. Основні властивості визначених інтегралів. Обчислення площ плоских фігур та інші застосування інтеграла .....                                                                                                                                    | 24 |
| ТКР-5. Обчислення визначених інтегралів. Основні властивості визначених інтегралів. Обчислення площ плоских фігур та інші застосування інтеграла .....                                                                                                                                  | 26 |
| С-7. Множина та її елементи. Елементи комбінаторики. Розміщення, перестановки, комбінації. Випадковий дослід і випадкова подія. Ймовірність події .....                                                                                                                                 | 28 |
| ТКР-6. Множина та її елементи. Елементи комбінаторики. Розміщення, перестановки, комбінації. Випадковий дослід і випадкова подія. Ймовірність події .....                                                                                                                               | 30 |
| С-8. Операції над подіями. Аксиоми теорії ймовірностей та основні наслідки з них. Незалежні події. Умовна ймовірність. Випадкова величина та її математичне сподівання .....                                                                                                            | 32 |
| ТКР-7. Операції над подіями. Аксиоми теорії ймовірностей та основні наслідки з них. Незалежні події. Умовна ймовірність. Випадкова величина та її математичне сподівання .....                                                                                                          | 34 |
| С-9. Методи розв'язування рівнянь з однією змінною .....                                                                                                                                                                                                                                | 36 |
| С-10. Методи розв'язування нерівностей з однією змінною .....                                                                                                                                                                                                                           | 38 |
| ТКР-8. Методи розв'язування рівняння та нерівностей з однією змінною .....                                                                                                                                                                                                              | 40 |
| С-11. Системи рівнянь та методи їх розв'язування. Задачі з параметрами .....                                                                                                                                                                                                            | 42 |

|                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| ТКР-9. Системи рівнянь та методи їх розв'язування. Задачі з параметрами ... | 44 |
| ТКР-10. Підсумкова контрольна робота за 11 клас (на 2 години) .....         | 46 |

## ГЕОМЕТРІЯ

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| С-1. Двогранні та многогранні кути. Многогранник та його елементи.<br>Призма. Паралелепіпед .....              | 48 |
| С-2. Піраміда. Зрізана піраміда. Правильні многогранники .....                                                 | 50 |
| ТКР-1. Многогранники .....                                                                                     | 52 |
| С-3. Циліндр. Конус. Зрізаний конус .....                                                                      | 54 |
| С-4. Куля і сфера. Комбінації геометричних тіл .....                                                           | 56 |
| ТКР-2. Тіла обертання .....                                                                                    | 58 |
| С-5. Об'єми многогранників .....                                                                               | 60 |
| ТКР-3. Об'єми многогранників .....                                                                             | 62 |
| С-6. Об'єм циліндра, конуса і зрізаного конуса .....                                                           | 64 |
| С-7. Об'єм кулі та її частин. Площа бічної поверхні, площа повної<br>поверхні тіл обертання. Площа сфери ..... | 66 |
| ТКР-4. Об'єми та площі поверхонь тіл обертання .....                                                           | 68 |
| ТКР-5. Підсумкова контрольна робота з геометрії за 11 клас .....                                               | 70 |
| <i>Додаток</i>                                                                                                 |    |
| Тренувальний тест .....                                                                                        | 72 |
| Відповіді до Тренувального тесту .....                                                                         | 78 |